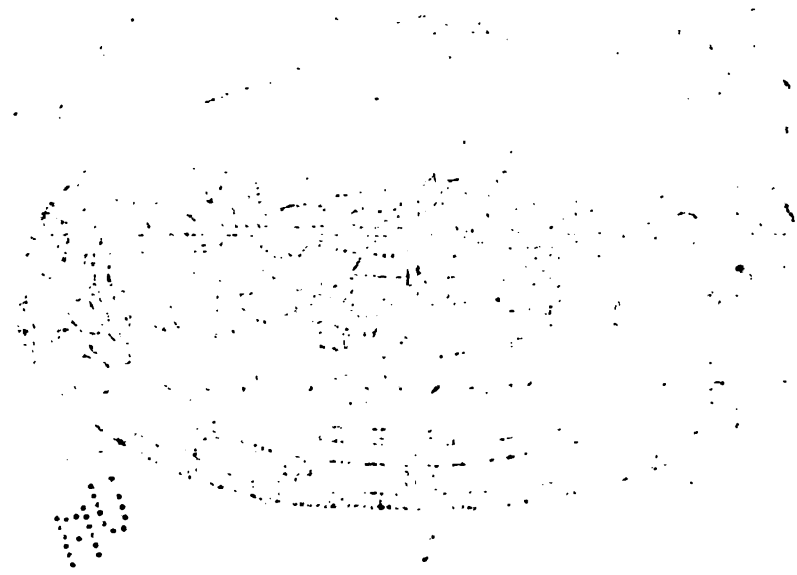
Clavius, Christophe

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV.

ASTROLABIVM

CVM PRIVILEGIO.

ROMAE,
Impensis Bartholomaei Grassi.
Ex Typographia Gabiana. M. D. XCIII.

SVPERIORVM PERMISSV.

SERENISS.^MO PRINCIPI AC DOMINO D. FRANC.^CO MARIAE II. VRBINI DVCI.

CHRISTOPHORVS CLAVIVS è Societate Iesu S. P. D.

ATHEMATICARVM disciplinarum, quod te non fugit, PRINCEPS SERENISSIME, tam immensa copia, atque vbertas est; vt cum quis omnia ferè ipsarum arcana se animo, & cogitatione comprehendisse existimat, tunc quasi nouum, ac rudem intelligat ad ea scrutanda penitus accedere, cum ex vnius perceptione rei altera identitem emergat: vt è multis tanquam nodis ac nexibus catena sese implicante, noua quædam incipiat occupatio, vbi desitura esset. Atq; ego huius rei si non iudex, certe testis esse possum. Cum enim eorum iussu, quibus me regendum permisi, in præstantissimis hisce studijs, scituq; dignissimis vel publicè profitendis, vel, quantum res mea tu-

 lit,

lit, illustrandis vario commentariorum genere, iamdiu versor, videor mihi pœne adhuc hærere in vestibulo, & eius scientiæ, quam suspicaretur aliquis perductam esse ad fastigium, vix iacta fuisse fundamenta: ita alia atq; alia subinde inquirenda occurrunt, vt, quod ait alicubi Sophocles, labor labori laborem tulisse videatur. Id cum sæpe alias, tum in egregio illo, & quod maius videtur, quàm vt ab homine exciterit, Claudij Ptolemæi inuento, quod Planisphærium ab ipso, Astrolabium vulgo, dicitur, sum proxime expertus. ad cuius explicationem etsi non solum Federicus Commandinus tuæ olim Amplitudinis ditioni subiectus, & Mathematicus excellenti doctrina Commentarios scripsit perelegantes, sed & Franciscus Maurolycus Siculus Abbas nostrę ætatis inter Mathematicos facile princeps breuissimas demonstrationes edidit eiusdem argumenti; videntur tamen superesse non pauca in hac globosæ sphęrę proiectione in planum speculantibus proponenda. Nam ex ijs, quæ demonstrarunt ipsi, nihil ferè efficitur, nisi vt conficiendi Astrolabii ratio discatur; cuius vsus perexiguus est, & incertus, quando nec describere in eo omnes circulos licet, quos in primo mobili complectimur mente, nec qui describuntur, tot esse possunt, vt per omnes gradus, & minuta traijciantur: quod sane erat necesse, vt perfectus huius instrumenti vsus perciperetur. Quæ cum viderem, taleq; instrumentum, quòd certissimis demonstrationibus nitatur, præponendum esse omnibus intelligerem, eius rationem augere, & quoad sciui, potuiq;, perpolire, & perficere conatus sum: vtinam euenta conatui responderint. Et quidem (liceat liberè, ac sine arrogantia loqui) Dei ope, qui adiuuat laborantes, quædam commentatus videor, quæ antea mihi non dico sperare, sed cupere furor fuisset. Primum enim Geometricè ostendo, qua ratione in plano, in quo datus sit circulus quantælibet magnitudinis, referens Aequatorem, aut maximum quemlibet alium sphæræ circulum, describatur quiuis cælestis circulus,

quem

quem in cælo cognitum esse contigerit. Trado deinde, in eodem plano quot & quilibet circuli, lineæue ponantur, quos in cælo circulos, aut lineas referant, qua Geometrica arte perspicuum fiat. Tum (quod meo iudicio plurimi faciendum est, cum fons sit omnium, & caput) doceo multipliciter, quo modo quemlibet circulum in Astrolabio effictum diuidere oporteat in gradus suos, quaque demonstratione inuestigare punctum, vt cuilibet puncto eiusdem circuli, quem in cælo posueris, respondeat: etiamsi omnes in cælo gradus æquales sint in eodem circulo, & in Astrolabio propter inæqualem ab oculo distantiam inæquales appareant. Postremo explico sine adminiculo Astrolabij, modo duorum triumùe circulorum species in pagellam conijciatur, qui habeatur qualiscunque Astrolabij vsus, etsi per instrumentum talem vsum parare non possis: atque hoc ipsum (quod auget pretium) multo exploratius, quàm ipsius instrumenti ope; (quanquam sit etiam vtile ipsum:) dum regula diligenter, & circino vtaris. His addo triangulorum sphæricorum scientiam omnem: vt triangulum quodcunq; sphæricum efformare liceat in plano, singulaq; eius latera, & angulos inspicere ea prorsus ratione, qua inspicerentur, si globum haberemus tornatum omni ex parte, vt nihil eo rotundius, in quem omnia triangula potestas esset imprimere nostro arbitratu. Et vero hæc pars tam longè, lateque patet, vt nulla sit quæstio (sunt autem quæstiones infinitæ) ex triangulis sphæricis per sinus, ac numeros explicabilis, quam non commode perangusto spatio per tres arcus explicemus sine auxilio numerorum. Quæ cum ita se habeant, (timide dico, sed veritas me audaciorem facit) apertè profiteor, hoc nostro commentario omnem doctrinam primi mobilis contineri: cum in eo nihil possimus informare cogitatione, siue sint circuli, rectæ lineæ, anguli, vnius ad alium circulum inclinationes, triangula, quod non hic in plano facillimè deprehendatur: quod ipsum tentare ad hoc vsque

que tempus, quod ego sciam, nemini Mathematicorum venit in mentem: vt nec suum ipse partum agnosceret Claudius, si reuiuisceret. Hunc ego laborem, cuicuimodi sit, (etsi multa esse non ignoro non satis explicata, nec suis posita locis, vt quæ se, dum ipsum opus typis mandaretur, offerrent) Serenissime Princeps, Amplissimo tuo nomini, do, dono, dicoque. atque id optimo consilio. Cum enim, (vt non modo testatur Illustrissimus D. Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis, Mathematicarum peritissimus artium, quod eius indicant pulcherrima volumina edita in lucem, sed clamat celeberrima fama, quæ totum occupauit orbem terrarum) instructus sis scientia rerum omnium, ac Mathematicarum præcipuè, quæ vt sunt nobilissimæ, sic nobilissimum quemque Heroa maxime decent; cui destinare iustius poteram hæc rerum fermè nouarum omnium inuenta, quàm tibi, qui earum cognitione præter cæteros excellis? Quod si mos Archimedi fuit, Apollonio, illis Geometrarum luminibus, & priscis item alijs viris summis, res à se excogitatas proferre sub aliorum Mathematicorum nomine, qui eadem conditione vitæ iisdem studijs delectarentur, vt de ijs intelligerent, ac iudicarent: quanto æquius, meliusque offerri debuit à me hoc Amplitudini tuæ? Nihil enim est hodie magis cognitum, aut illustre, quàm esse te, vt modò attigi, (quod in Principe viro hoc præclarius, quo rarius exemplum) in omni parte disciplinarum Mathematicarum egregiè peritum, eumque rerum gerendarum consilio maximum, itaque belli gloria, ac virtute præstantem, vt nulla sit laus, quæ non tibi meritissimo debeatur. quas etiam ob causas ardebam cupiditate incredibili, vt per leui aliquo indicio ostenderem, me iam diu esse addictissimum Celsitudini tuæ. At tu accipe meum hoc commentationum volumen ea, quam parem habes benignitate summis virtutibus tuis, & meum hoc munusculum, quo accedat etiam ei dignitas à loco, esse patere in illustrissima tua illa,

opti-

optimisque libris instructissima bibliotheca: vt & præsens seculum, &, si modo hic labor te auctore transibit in secula, etiam postera cognoscant, me, ac res meas omnes fuisse in ære tuo. quam meam mentem, non mortalibus tantum, sed, vt ita dixerim, immortalibus, cælestibus nempe orbibus, quorum metiendorum, inspiciendorum, cognoscendorum hic modus quidam traditur, hoc veluti signo testatam esse voluimus. Vale. ROMAE III. NON. SEPTEMB. M D XCIII.

QVAE IN ALIORVM ASTROLABIIS non traduntur, sed in hoc nunc primum inuenta sunt, ac demonstrata.

I. *Cuiusuis circuli siue maximi, siue non maximi, proiectio in planum, si modo eius situs in sphæra cognitus sit.*

II. *Cuiusuis circuli siue maximi, siue non maximi, in planum proiecti diuisio in 360. partes inæquales, quæ gradibus 360. æqualibus eiusdem circuli in sphæra respondeant.*

III. *Cuilibet puncto, vel arcui in cælo, vel sphæra dato, respondens punctum, vel arcum in plano Astrolabij assignare: Et contra, dato quolibet puncto, vel arcu in plano Astrolabij, quod punctum, vel arcum in cælo, seu sphæra referat, inuenire.*

IIII. *Circulo vtcunque descripto in Astrolabij plano, vel recta vtcunque ducta, quem circulum, aut rectam in cælo, seu sphæra repræsentet, explorare.*

V. *Vsus Astrolabij, isq; amplissimus, solius circini, ac regulæ beneficio, sine auxilio Astrolabij materialis.*

VI. *Omnium triangulorum sphæricorum descriptio in plano, & angulorum, laterumq; eorundem inuentio sine ope numerorum.*

VII. *Omnium quæstionum, quæ per triangula sphærica adiumento numerorum enodantur, solius beneficio circini, ac regulæ, explicatio.*

VIII. *Vsus Sinuum, Tangentium, atque Secantium per solam prosthaphæresim, hoc est, per additionem, subtractionemq; solam, sine multiplicatione, ac diuisione numerorum: Accessit compendium mirificum omnium triangulorum; & tabula Sinuum emendata, cum modo partis proportionalis eruendæ.*

IX. *Demonstratio, non dari circulos maximos horarum inæqualium, contra omnes fere horologiorum scriptores.*

X. *Variæ determinationes magnitudinis angulorum in triangulis sphæricis, à nemine hactenus animaduersæ.*

PRAETER hæc, innumerabilia alia varijs in locis dispersa occurrent, quæ non passim in aliorum scriptis reperies.

IN ASTROLABIVM

PRAEFATIO.

NTER omnia instrumenta, quibus ea, quæ primi mobilis motum ab ortu in occasum consequuntur, vel ad eum aliquo modo pertinent, explicari, atque inuestigari solent, ab Astronomis magna solertia excogitata, nullum mihi vnquam visum est præstantius eo, quod Claudius Ptolemæus Planisphærium inscripsit: vulgo Astrolabium dixere. in quo nimirum omnes circuli cælestes primi mobilis rationibus Geometricis ita in planum proijciuntur, vt singula eorũ puncta, & arcus dimetiri non minus accurate, & exquisitè liceat, quam in globo aliquo perfecte rotundo, qui primum mobile referat. Quamuis enim sphæra solida, siue globus, de quo proximè diximus, omnibus instrumentis, quæ extruntur informari cogitatione possunt, iure antecellat, quod sit perfectissima totius cæli imago & effigies: quia tamen ob exquisitissimam rotunditatem, quam habere debet, & difficillima eius constructio redditur, vt vix quisquam perfectum se globum aliquando consecuturum speret, & conseruari diu sine damno vetustatis difficile potest: idcirco Astronomi industria sane admirabili conati sunt globum, seu sphæram in planam superficiem traducere, vt commodius, faciliusque ea omnia obtinerent, quæ per globum, siue sphæram adipisci poterant. Est enim instrumentum planum, iter facientibus commodissimum, quippe quod & sine labore ex vno in alium locum transferri, & facile illæsum custodiri queat. Adde, fieri non posse, vt in globo vel diligentissime elaborato, omnes necessarij circuli, omniaque puncta distincte ponantur; quæ res non parum negotij studioso facessere posit. Quæ difficultas in plano locum non habet; cum in quauis plana superficie, etiam in charta per exigua, tres quatuorue circuli facile describantur, qui nobis maxime sunt vsui tunc futuri, omissis aliis, quibus in præsenti non indigemus. Deinde, vt omnis confusio vitetur, reiecta hac charta, alia assumi potest, in qua alii circuli alium in vsum efformentur.

Globi imperfectiones.

Astrolabii præstantia.

a Neque

Neque enim necesse est, vt is, qui rationem tenet describendorum in plano omnium circu'orum, semper Astrolabii instrumentum in manibus habeat, sed satis est, paucos quosdam circulos in modico aliquo spatio, vel certe in charta aliqua non admodum magna describere, eosque in gradus distribuere, vt ex ijs ea eliciat, atque eruat, quæ inquirit.

Scopus præcipuus huius operis.

ATQVE hic mihi præcipue est scopus propositus, vt doceam, qua ratione in sola vna chartula, aut in exiguo spatio plano, inuestigentur ea omnia, immo multo plura, quã alij per instrumentum Astrolabij venantur, ita vt vsum Astrolabii adipisci perfectissime quis possit, etiamsi factum instrumentum nunquam viderit; quod Astronomiæ studiosis gratissimum fore cõfido, cum multi eo careant, & vix vllum reperiatur tanto studio, ac diligentia constructum, vt omnis in eo perficiendo error artificem effugerit. Immo etiamsi Astrolabium quis habeat (quod vel raro, vel nunquam accidit) summa arte, diligentiaque fabrefactum; tamen quia in eo non solum non omnes circuli maximi, sed neque paralleli omnes vnius solius circuli maximi, neque maximi omnes circuli in eisdem duobus punctis se intersecantes, cuiusmodi sunt omnes circuli Verticales, vel circuli positionum, per singulos nimirum gradus, ac minuta describi possunt, quod tamen requiritur, si exquisite omnia reperienda sint; necesse est, vsum ipsius plerumque esse incertum, atque impeditum: ita vt sæpenumero coniectura potius assequi, quod quæritur, quam certa aliqua demonstratione, cogamur. Quin etiam, quoniam in instrumento illorum tantum circulorum vsus percipi potest, qui in eo pauci descripti cernuntur, fit vt Astrolabij materialis vsus paucarum rerum terminis circumscriptus sit. Nos autem sine auxilio instrumenti vsum trademus omnium circulorum, qui innumerabiles propemodum in primo mobili concipi possunt, vniuersamque doctrinam primi mobilis, quæ est amplissima complectemur; vt ne doctrina quidem triangulorum sphæricorum ab eius regulis excludatur, sed tota mira facilitate explicari possit. Nam inter cætera, quæ vulgaribus Astrolabij vsibus hoc nostro adiecimus, qua ratione in ipsis triangulis sphæricis (quod mirum cuipiã videatur) ex lateribus anguli, & latera vicissim ex angulis exquisitissime explorentur, sine vllo numerorũ, siue sinuum adiumento clarissime docebimus: quo item pacto inclinationes circulorum variorum sphæræ inter se, atque intersectiones, & alia id genus sexcenta nullo fere negotio peruestigentur: quo etiam loco omnia illa problemata complectemur, quæ per sinuum

Astrolabii materialis imperfectio.

Astrolabii vsus amplissimus sine instrumento.

mum numeros in nostrâ Gnomonica olim, præsertim libro primo, & alibi absoluimus, & ab alijs auctoribus varijs in locis proponi, & inquiri solent.

Partitio huius operis in tres libros.

TOTVM autem opus Astrolabii in tres libros tribuimus. In primo varia theoremata, ac problemata demonstrabimus, quæ omnia Lẽmatũ nomine complexi sumus, quippe quæ ad demonstrationes eorum, quæ ad circulorum proiectiones in planum, & ad nouum Astrolabij vsum pertinent, suis locis assumantur. In secundo libro non tantum omnes circulos, qui in primo mobili concipi possunt, verum etiam omnes lineas rectas, ac puncta in Astrolabii plano describemus, circulumque quemlibet descriptum in suos partiemur gradus, hoc est, in certas quasdam partes inter se inæquales, (omnium enim circulorum cælestium partes æquales in partes inæquales proiiciuntur in Astrolabij planum, Aequatore, eiusque parallelis exceptis, quorum partes æquales in partes æquales proijciuntur, vt suo loco perspicuum fiet) quæ gradibus eorum æqualibus in cælo respondent: quod ad hanc vsque diem neminem absolute perfecisse comperio. Quicunque enim de Astrolabij constructione scripserunt, præter Aequatorem, Eclipticam, Horizontem, eorumque parallelos, nullum circulum in Astrolabio in gradus distribuunt; & Horizontem quidem cum suis parallelis, atque parallelos Eclipticæ, solum per circulos maximos, qui per eorum polos ducuntur in sphæra: quæ res difficilis admodum est, & immensi pene laboris. Solus Andreas Schonerus in libro de compositione Astrolabij Horizontem, Eclipticamque cum eorum parallelis, alia quadam ratione in gradus partitur, sed illius nullam nobis demonstrationem affert, vt merito quis de eius veritate posit dubitare. At nos quemcunque maximum circulum in Astrolabio descriptum, eiusque parallelos, non vna, sed pluribus viis, ijsque facillimis, quæ omnes suas habent demonstrationes, in gradus diuidemus; vbi etiam modum Schoneri Geometricè comprobabimus, & ad omnes circulos maximos, eorumque parallelos accommodabimus: quod ipse non docuit. In tertio denique libro Canones proponemus, quibus multiplex Astrolabij vsus explicetur per solum circinum & regulam in qualibet proposita charta, vel plano, vt paulo ante diximus; extendentes hac ratione Astrolabij vsum ad longe plura problemata, quam per vllum materiale instrumentum fieri posit: quod Lectoris iudicio relinquo. Illa porro problemata, quæ in communibus & peruulgatis Astrolabijs explicari solent, soluemus nos etiam per ipsum in-

puncta Ecliptica maxime ab Aequatore distantia, appellantur solstitialia, quia solstitium vbiuis locorum fit, cum primum ad vtrumuis eorum Sol peruenerit. Boreale quidem, dicitur solstitium aestiuum, siue primum punctum cancri, per quod videlicet parallelus Aequatoris, quē Tropicum ♋ dicunt, describitur; Australe verò punctum, solstitium hybernum, seu primum punctum Capricorni vocatur, per quod nimirū Aequatoris parallelus, quem tropicū ♑, nominant, transit. Polus denique Eclipticae boreus parallelum Aequatoris, quem arcticum circulum appellauimus, ad motum primi mobilis describit; australis vero polus eiusdem Eclipticae alterum Aequatoris parallelum designat, qui antarcticus circulus dicitur. Huic etiam Eclipticae sunt intelligendi circuli non maximi aequidistantes, qui per singula caeli puncta describantur: quorum officium est indicare, quaenam stellae eandem latitudinem, id est, eandem distantiam ab Ecliptica habeant, & quae maiorem, minoremue. Nam stellae in eodem parallelo Eclipticae existentes eandem latitudinem obtinent; quae vero in minori parallelo reperiuntur, scilicet qui longius ab Ecliptica distat, maiorem habent latitudinem.

Coluri qui.

COLVRI sunt duo circuli maximi sese in polis mundi ad angulos rectos intersecantes, quorum alter per duo puncta Eclipticae aequinoctialia ducitur, atque Colurus aequinoctiorum appellatur; alter vero per duo puncta olstitiorum transit, diciturque Colurus solstitiorum. Atque omnes hi circuli, quos hactenus descripsimus, mobiles sunt, quippe qui perpetuo ad motum primi mobilis circumferantur. Alij omnes circuli, qui sequuntur, immobiles sunt concipiendi in caelo, ita vt nunquam situm mutent, aut positionem.

Meridianus, eiusque paralleli, quid, & quodnā sit illorum officium.

MERIDIANVS est circulus maximus per polos mundi, & verticem loci, id est, per illud punctum in caelo ducitur, quod directe illi loco suprapositum est, quale est illud, ad quod pertingeret cacumen alicuius turris, si ad caelum vsque extenderetur. Quod quidem punctum Arabes Zenith appellant, oppositum vero punctum per diametrum, Nadir, ad quod videlicet eadem turris pertingeret, si per terrae centrum ad alteram partem caeli excurreret. Habet etiam Meridianus infinitos circulos non maximos parallelos ex vtraque parte per singula caeli puncta descriptos: qui indicant, quaenam stellae aequalem distantiam à Meridiano habeant, & quae maiorem, vel minorem.

Horizon, & eius paralleli quid, eorumdemque officium quod sit.

HORIZON maximus circulus est, cuius poli sunt vertex capitis, punctumque oppositum, Zenith nimirum, & Nadir: qui videlicet hemisphaerium visum, seu apparens, ab occulto, seu non viso separat. Huic describuntur innumerabiles paralleli circuli non maximi ex eisdem polis per omnia caeli puncta, vt monstrent, quaenam stellae eandem distantiam ab Horizonte habeant, & quae maiorem, aut minorem: quae quidem distantia in supero hemisphaerio, altitudo Solis, stellarumque supra Horizontem, in infero, depressio sub

strumentum, & vsum Astrolabij peruulgatum non omnino neglige-re videamur, & ijs hac in parte consulamus, qui Astrolabium materiale habent, & mediocritate quadam contenti sunt, aut in ducendis lineis non valde exercitati: Sed antequam ad primum librum me conferam, operæpretium me facturum puto, si quasi prolegomenorum loco pauca quædam de variis circulis sphæræ tam maximis, quam non maximis, de ijs presertim, qui in Astrolabio describendi sunt, in medium afferam, vel potius in memoriam reducam, vt eorum positionem ac situm in cælo, cum ijs vtendum erit, plane perspectum, ac veluti in promptu habeamus.

DE CIRCVLIS primi Mobilis.

Aequator, eiusq; paralleli, quid, & quod sit eorũ officium.

AEQVATOR, siue circulus æquinoctialis, est circulus maximus, cuius poli ijdem sunt, qui totius mundi, siue primi mobilis. Huic cõcipiendi sunt circuli non maximi æquidistantes ex vtraque parte per singula cæli puncta descripti: quorum officium est indicare, quænam stellæ, vel puncta cælestia eandem ab Aequatore declinationem habeant, & quæ maiorem minoremue. Item quæ in eodem Horizontis puncto oriantur, aut occidant, & quorum ortus, occasusue magis in Boream, vel Austrum vergat. Omnia enim astra, atque cæli puncta in eodem parallelo Aequatoris existentia, eandem habent declinationem, idemque punctum ortus & occasus; illud vero, quod parallelum obtinet minorem, qui videlicet magis ab Aequatore distat, declinationem habet maiorem, punctumque ortus & occasus ab æquinoctiali ortu, occasuque remotius. Præcipui autem paralleli Aequatoris, qui in sphæra considerantur, quatuor sunt, Tropicus ♋, tropicus ♑, circulus arcticus, & circulus antarcticus, quorum situs ac positio in sphæra, ab Ecliptica, eiusque polorum situ petenda est, vt mox dicemus.

Tropicus Cancri, & Capricorni, & circulus arcticus, antarcticusque, qui.

Ecliptica, eiusq; paralleli, quid, & quod eorum officium sit.

ZODIACVS, Eclipticaue, circulus maximus est, cuius poli à polis mundi, siue Aequatoris recedunt grad. 23. & semis ferme hoc tempore: ex quo fit, Eclipticam intersecare Aequatorem obliquè, ita vt ad eum sit inclinata, vnaque eius medietas vergat ad septentrionem, & ad austrum altera: Punctum medium autem vtriusque medietatis tanto interuallo ab Aequatore absit, quanto poli Zodiaci à mundi polis recedunt. Duo quoque puncta, quibus se mutuo intersecant Ecliptica & Aequator, dicuntur æquinoctialia, quod in illis existens Sol æquinoctium vbique efficiat; quorum illud, quod principium dat semicirculo Eclipticæ boreali, ab occasu in ortum progrediendo, Vernum dicitur, alterum vero Autumnale. Duo vero

puncta

puncta Ecliptica maxime ab Aequatore distantia, appellantur solstitialia, quia solstitium vbiuis locorum fit, cum primum ad vtrumuis eorum Sol peruenerit. Boreale quidem, dicitur solstitium æstiuum, siue primum punctum cancri, per quod videlicet parallelus Aequatoris, quẽ Tropicum ♋ dicunt, describitur; Australe verò punctum, solstitium hybernum, seu primum punctum Capricorni vocatur, per quod nimirũ Aequatoris parallelus, quem tropicũ ♑, nominant, transit. Polus denique Ecliptica boreus parallelum Aequatoris, quem arcticum circulum appellauimus, ad motum primi mobilis describit; australis vero polus eiusdem Ecliptica alterum Aequatoris parallelum designat, qui antarcticus circulus dicitur. Huic etiam Eclipticæ sunt intelligendi circuli non maximi æquidistantes, qui per singula cæli puncta describantur: quorum officium est indicare, quænam stellæ eandem latitudinem, id est, eandem distantiam ab Ecliptica habeant, & quæ maiorem, minoremue. Nam stellæ in eodem parallelo Ecliptica existentes eandem latitudinem obtinent; quæ vero in minori parallelo reperiuntur, scilicet qui longius ab Ecliptica distat, maiorem habent latitudinem.

COLVRI sunt duo circuli maximi sese in polis mundi ad angulos rectos intersecantes, quorum alter per duo puncta Ecliptica æquinoctialia ducitur, atque Colurus æquinoctiorum appellatur; alter vero per duo puncta olstitiorum transit, diciturque Colurus solstitiorum. Atque omnes hi cirsculi, quos hactenus descripsimus, mobiles sunt, quippe qui perpetuo ad motum primi mobilis circumferantur. Alij omnes circuli, qui sequuntur, immobiles sunt concipiendi in cælo, ita vt nunquam situm mutent, aut positionem.

Coluri qui.

MERIDIANVS est circulus maximus per polos mundi, & verticem loci, id est, per illud punctum in cælo ducitur, quod directe illi loco suprapositum est, quale est illud, ad quod pertingeret cacumen alicuius turris, si ad cælum vsque extenderetur. Quod quidem punctum Arabes Zenith appellant, oppositum vero punctum per diametrum, Nadir, ad quod videlicet eadem turris pertingeret, si per terræ centrum ad alteram partem cæli excurreret. Habet etiam Meridianus infinitos circulos non maximos parallelos ex vtraque parte per singula cæli puncta descriptos: qui indicant, quænam stellæ æqualem distantiam à Meridiano habeant, & quæ maiorem, vel minorem.

Meridianus, eiusque paralleli, quid, & quodnã sit illorum officium.

HORIZON maximus circulus est, cuius poli sunt vertex capitis, punctumque oppositum, Zenith nimirum, & Nadir: qui videlicet hemisphærium visum, seu apparens, ab occulto, seu non viso separat. Huic describuntur innumerabiles paralleli circuli non maximi ex eisdem polis per omnia cæli puncta, vt monstrent, quænam stellæ eandem distantiam ab Horizonte habeant, & quæ maiorem, aut minorem: quæ quidem distantia in supero hemisphærio, altitudo Solis, stellarumque supra Horizontem, in infero, depressio sub

Horizon, & eius paralleli quid, eorumdemque officium quod sit.

sio sub eodem appellatur. Ipsi vero paralleli Horizontis apud Arabes, Almucantarath vocantur.

Verticales circuli, qui.

VERTICALES circuli, quos Arabes Azimuth nominant, sunt maximi, qui per polos Horizontis, hoc est, per Zenith, atque Nadir, ducuntur per singula Horizontis puncta: quorum is, qui per intersectiones Aequatoris cum Horizonte transit, Verticalis primarius, siue proprie dictus, aut Verticalis regionis, appellari consueuit. Inter hos autem annumeratur quoque Meridianus, cum & ipse per verticem loci ducatur. Officium horum, quod non vulgare est, multis in locis ex vsu Astrolabij cognoscetur.

Verticalis primarius quid.

Horarii circuli tam à mer. & med. noc. quam ab or. vel occ. qui.

HORARII circuli, si quidem horas æquales à meridie & media nocte, quæ Astronomicæ dicuntur, indicent, sunt maximi per polos mundi transeuntes, Aequatoremque & omnes eius parallelos in 24. horas æquales distribuentes; quorum vnus est ipse Meridianus, a quo initium huiusmodi horarum sumitur: Si vero horas ab ortu vel occasu significent, sunt maximi tangentes duos parallelos Aequatoris, quorum vnus est semper apparentium maximus, & alter maximus semper latentium, in illis punctis, in quibus à circulis horarum Astronomicarum secantur; inter quos connumerandus quoque est Horizon, à quo eiusmodi horæ incipiunt: Si denique ad horas inæquales pertineant, definiuntur maximi diuidentes omnes arcus parallelorum Aequatoris tam diurnos, quam nocturnos, in 12. partes æquales. De his omnibus circulis horarijs plura scripsimus libro 1. Gnomonices, propos. 9. & 10. quamuis, vt verum fatear, circuli horarum inæqualium nulli sint, vt infra lib. 1. Lemmate 39. demonstrabimus: quod multis incredibile videri possit.

Circuli horarum inæqualium nulli sunt.

Declinationum circuli qui, & eorum officium quod.

DECLINATIONVM circuli sunt maximi per mundi polos, (quemadmodum & circuli horarum à meridie ac media nocte distinctores) & singula puncta Aequatoris ducti; ita dicti, quia declinationem cuiuslibet puncti, vel stellæ ab Aequatore metiuntur. Est enim declinatio stellæ, vel puncti cæli, arcus circuli maximi per mundi polos, & stellam, vel punctum cæli transeuntis, inter stellam, punctumue cæli, & Aequatorẽ interceptus. Inter hos circulos ponendi quoque sunt circuli horarum à meridie & media nocte.

Declinatio stellæ quid.

Latitudinum circuli qui, eorumque officiũ quod.

LATITVDINVM circuli sunt maximi per Eclipticæ polos, & singula eius puncta descripti, sic nominati, quod latitudinem, hoc est, distantiam cuiusuis stellæ, vel puncti cæli ab Ecliptica metiantur. Nam latitudo stellæ, vel puncti cæli, est arcus circuli maximi per polos Eclipticæ, & stellam, seu punctum cæli transeuntis, inter stellam, punctumue cæli, & Eclipticam inclusus.

Latitudo stellæ quid.

Domorum cælestium circuli qui.

DOMORVM cælestium circuli sunt maximi, numero sex, diuidentes totum cælum in duodecim domicilia, ducunturque omnes per intersectiones Meridiani cum Horizonte, & ex sententia quidem Ioannis Regiomontani, per duo-

per duodecimas partes Aequatoris, vt autem Campano placet, per partes duodecimas Verticalis primarij cuiusque loci.

Positionum circuli qui.

POSITIONVM circuli sunt maximi per intersectiones Meridiani cum Horizonte, (quemadmodum & circuli domiciliorum cælestium) & singula puncta cæli transeuntes; ita appellati, quod positionem cuiusuis stellæ respectu domorum cælestium indicent, vtrum nimirum proposita stella sit in principio, fine, medio, aut alia parte huius, vel illius domus cælestis. Atque ex horum numero sunt quoque illi sex domorum cælestium.

Infinitos alios circulos maximos cũ proprijs parallelis in cælo esse concipiendos.

PRAETER hos omnes circulos maximos, quos enumerauimus, cum suis parallelis, (Omnem enim maximum circulum habere infinitos æquidistantes, seu parallelos non maximos, intelligendum est, vt de Aequatore, Ecliptica, Meridiano, atque Horizonte dictum est.) considerari possunt in cælo innumerabiles propemodum alij ab omnibus illis differentes. Per quælibet namque duo puncta in superficie conuexa sphæræ cælestis assignata describi potest circulus maximus, vt Theodosius lib. 1. Elementorum sphæricorum propos. 20. demonstrauit, qui quidem infinitos non maximos sibi æquidistantes ac parallelos habere potest circa eosdem cum illis polos descriptos.

Atque omnes hos circulos tam maximos, quam non maximos, qui à nobis declarati sunt, in plano Astrolabij Geometricis, hoc est, firmis atque euidentibus rationibus describemus secundo libro, eosdemque in suos gradus partiemur, seu potius in quolibet eorum propositum gradum assignabimus, cum vsus id exiget, atque necessitas. Sequitur iam index locupletissimus omnium problematum, atque theorematum, quæ toto hoc Astrolabio demonstrantur.

Ego Cladius Aquauiua Societatis Iesu Præpositus Generalis opus Astrolabij Patris Christophori Clauij in tres Libros distinctum, à tribus Societatis nostræ Theologis, ac Mathematicarum peritis recognosci, atque approbari curaui. Quod propterea etiam approbo, vt imprimi poßit, si ita placuerit Reuerendiß. D. Vicegerenti, ac Reuerendiß. Patri Magistro Sacri Palatij. Dat. Romæ. Die 26. Augusti 1593.

Claudius Aquauiua.

INDEX LEMMATVM PRIMI LIBRI.

QVAE alio charactere sunt impressa, ad Scholia, & Corollaria pertinent.

1. *DATAM lineam rectam, vel circularem, in quotuis partes æquales, etiam minutissimas, diuidere beneficio circini, cuius pedes distantiam inter se habeant data linea maiorem.* pag. 2

2. *QVADRANTEM, vel circulum datum in gradus distribuere beneficio circini, cuius pedum interuallum plures gradus, quàm duos, tresùe complectatur.* 4

3. *EX data circumferentia arcum quotlibet gradus integros, vel quotlibet gradus, ac minuta complectentem abscindere: Et contra, quot gradus ac minuta in quouis arcu datæ circũferentiæ contineantur, cognoscere, etiamsi data circumferentia in gradus ac minuta diuisa non sit.* 5

4. *PER datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam lineam ducere.* 11

5. *QVAM proportionẽ habẽt sinus toti, hoc est, semidiametri quorumlibet circulorum, eandem habent sinus tam recti, quàm versi arcuũ similium. Et contra, arcus quorum sinus tam recti, quàm versi, eandem proportionem habent, quam sinus toti, similes sunt.* 12

6. *Si segmentis similibus circulorum inæqualium similia segmenta adijciãtur, vel à similibus similia demantur; tota quoque, vel reliqua segmenta similia erunt.* 13

7. *SI duo quadrantes inæquales similiter secẽtur, vel in partes æquales, & per diuisionum puncta vni semidiametro parallelæ agantur, siue ad alteram semidiametrum perpendiculares; erunt segmenta semidiametri in vno quadrante à parallelis, vel perpendicularibus facta, segmentis semidiametri à parallelis, siue perpendicularibus in altero quadrante factis proportionalia: Et contra, si segmenta semidiametrorum sint proportionalia, quadrãtes similiter secti erunt.* 15

8. *DATAM rectam lineam ita secare, vt semidiameter alicuius quadrãtis secta est à perpendicularibus, quæ à quibusuis punctis quadrãtis ad ipsam demittuntur.* 18

9. *SI duo, pluresùe circuli intus, vel duo extra se mutuo contingant, recta linea per contactum ducta, similes circumferentias abscindunt: Et rectæ coniungentes bina puncta, in quibus duæ rectæ circulos secant, parallelæ sunt.*

IDEM contingit in duobus circulis se mutuo non tangentibus, si pro contactu sumatur punctum in recta eorũ centra coniungente, per quod transit recta cõnectens puncta alterna extrema diametrorum ad priorem rectã perpendicularium. Sed quando circuli intus non se contingunt, similes arcus sunt alterni, non autem eodem ordine sumpti, vt in illis. 20

10. *SI duo, pluresùe circuli se mutuo secent; recta linea per sectionis punctum ducta, quæ vel ipsos secent, vel vtraque sit tãgens, vel earum altera; intercipiunt circumferẽtias similes inchoatos ab vna earum rectarum, & versus eandem partem, atque ad punctum sectionis, vel contactus alterius rectæ progredientes. Si autem ex eodem sectionis puncto circulus quicunque describatur, erit eius circumferentia inter duas easdem rectas comprehensa, semissis illius arcus in eodẽ circulo ex sectionis puncto descripto, qui arcui cuiuis priorum circulorum inter easdem rectas intercepto similis est.* 24

11. RECTAM lineam breuissimã in continuum extendere, vel (quod idem est) per duo puncta parum inter se distantia lineam rectam quantumlibet producere. 30

12. DATIS duabus rectis tertiã, & tribus quartam proportionalem inuenire. 34

13. DATIS duabus rectis ad inuicem inclinatis, inuenire punctum, in quo cõueniant, etiamsi neutra producatur. 40

14. INSTRVMENTVM cõstruere, quo per data tria puncta, etiamsi secundũ lineam fermè rectam constituta sint, arcus circuli possit describi, sine auxilio circini. 43

15. CVRVA linea, cui subtensa sit recta linea, & quadrata omnium perpendicularium ex punctis lineæ curuæ ad subtensam rectam demissarum æqualia sint rectangulis contentis sub segmentis eiusdẽ subtensæ factis à perpendicularibus, hoc est, omnes perpendiculares sint mediæ proportionales inter segmenta subtensæ ab ipsis facta, semicirculus est, eiusq; diameter recta illa subtensa, hoc est, semicirculus circa illam rectam subtensam descriptus curuæ datæ lineæ congruet, siue (quod idem est) per extrema puncta omnium perpendicularium transibit. 45

16. SI conus secetur plano, quod basi coni æquidistet, sectio in conica superficie facta, circumferentia circuli est, centrum in axe coni habens 46

17. SI conus scalenus secetur plano per axem, quod ad basem rectum sit, seceturque altero plano ad triangulum per axem à priore plano factum recto, quod triangulum ex triangulo per axem abscindat simile quidem ipsi triãgulo per axem, subcontrarie vero positum: Sectio circulus est, cuius diameter est cõmunis sectio triãguli per axem, & plani, quod ipsam sectionem in conica superficie effecit. Huiusmodi autem sectio vocetur subcontraria. 48

DIAMETRVM subcontrariæ sectionis diametro basis coni æqualem posse esse, & inæqualem. 50

DIAMETRVM subcontrariæ sectionis, & diametrum basis coni nunquam se mutuo bifariam secare. 51

DIAMETRVM subcontrariæ sectionis, & diametrum basis coni quando æquales sunt, neutram diuidi bifariam. ibidem

QVANDO diameter sectionis subcõtrariæ inæqualis est diametro basis coni, & altera earum secatur bifariam, alteram maiorem esse. ibidem.

QVANDO diameter subcontrariæ sectionis inæqualis est diametro basis coni, & minor diuiditur bifariam, maiorẽ partem maioris vergere ad minorem angulum trianguli per axem, quem illa diameter cum latere eiusdẽ trianguli facit. 53

18. QVAM proportionem habet sinus totus ad sinum maximæ declinationis Eclipticæ ab Aequatore, eandem habet sinus rectus arcus Eclipticæ inter quoduis eius punctũ, & proximum punctum æquinoctiale interiectus ad sinum rectum declinationis eiusdem illius puncti Eclipticæ ab Aequatore. Ibid.

19. ANALEMMA ad datam poli altitudinẽ quamcunq; describere. 54

DECLINATIONES omniũ punctorum Eclipticæ, & cuiusuis dati pũcti, quo pacto Geometricè reperiantur. 57. 58 & 59

20. SI duo plana se mutuò secent, & in vno eorum ad duo puncta communis sectionis duæ rectæ cum ea internos duos angulos qualescumque constituant æquales, & in altero ad eadem duo pũcta duæ aliæ rectæ cum eadem sectione communi efficiant quoque internos duos angulos æquales qualescunque: constituent duæ hæ posteriores rectæ cum duabus prioribus duos angulos æquales. 60

21. SI in diametris circulorũ æqualium puncta sumantur æqualiter à cẽtris remota, ab eisque rectæ egrediantur vsq; ad circumferentias constituentes cum diametris ad easdem partes æquales angulos; rectæ illæ & æquales erunt, & arcus abscindent æquales. Et si lineæ sint æquales, cõstituent rectæ illæ cum diametris æquales

los angulos ad easdem partes, abscindentque rursus æquales arcus. Si denique arcus æquales abscindantur ad easdem partes, erunt quoque rectæ illæ æquales, constituentque cum diametris ad partes easdem angulos æquales. 62

SI in diametris circulorum inæqualium puncta sumantur similiter à centris remota, ita vt eorum distantiæ à centris eandem proportionẽ habeant, quam semidiametri, & ab eis punctis rectæ egrediantur constituentes cum diametris ad easdem partes angulos æquales; abscindẽtur ab eis arcus similes. Et si arcus abscissi sint similes ad easdem partes, cõstituent rectę abscindentes cum diametris ad partes easdẽ angulos æquales. 66

SI ex duobus centris in eadem recta existentibus describantur duo circuli ea conditione, vt extra vtrumque accipi possit punctum similiter à centris distans: Recta linea tangens vnum circulorum, tãget & alterum; Et recta vtrumque secans abscindet arcus similes. 67

22. SI in plano subiecto inter duas rectas cadat transuersa recta linea faciẽs cum illis angulos internos ex vtraque parte inter se æquales, siue omnes recti sint, siue duo obtusi, & duo acuti; in rectis autem illis duabus plano subiecto insistant duo plana ad angulos rectos: Planum per transuersam lineam ductum vtcunque faciet cum planis rectis communes sectiones, lineas rectas, quæ cum datis duabus rectis in plano subiecto angulos continebunt æquales. 68

23. PLANVM in Sphæra per alterutrum polorum mundi, & alterutrum polorum circuli cuiusuis obliqui maximi, vel ad Aequatorem recti, vtcunque ductum, abscindit tam ex Aequatore ac circulo illo maximo obliquo, vel recto, quàm ex quolibet parallelo Aequatoris, & parallelo circuli illius maximi obliqui, vel recti, (qui tamen æqualis sit parallelo Aequatoris, & qui tãto internallo ab assumpto suo polo absit, quanto parallelus Aequatoris ab assumpto mundi polo distat) duos arcus æquales, inter planum secans, & circulum maximum per assumptos duos polos descriptum interceptos. 70

24. SI in Sphæra sit circulus obliquus siue maximus, siue non maximus, & per quoduis punctum diametri ipsius, quam circulus maximus per eius polos, & polos mundi ductus facit, ad ipsam diametrum perpendicularis linea ducatur: Planum per vtrumuis polorum mundi, & illã perpẽdicularem ductum faciet in plano Aequatoris cõmunem sectionem, rectam lineam perpẽdicularem ad Aequatoris diametrum, quam idẽ ille circulus maximus per dictos polos ductus facit. 88

25. SI in Sphæra per polos mundi, & polos cuiusuis circuli obliqui maximi, eiusque parallelorum, maximus circulus ducatur, in quo ex alterutro mũdi polo agatur diametro circuli obliqui parallela, & per hanc, planum vtcunque extendatur: Erunt duo arcus tam circuli maximi obliqui, quam cuiuslibet parallelorum ipsius, inter circulum maximum per polos mundi, & circuli obliqui ductum, & planum secans intercepti æquales inter se. 89

26. SI circulus in Sphæra per alterutrum polorum mundi transeat, erit eius diameter ex illo polo ducta, perpendicularis ad communem sectionem plani eius circuli, & plani Aequatoris. 90

27. IN cono recto omnes rectæ à vertice ad circumferentiam basis ductæ sunt inter se æquales: In scaleno vero cono inæquales, minima quidem, quæ ad extremum basis trianguli per axem, quod ad basem coni rectum est, ducitur ex parte anguli inclinationis axis, maxima autem, quæ ad alterum extremum basis eiusdem trianguli per axem ducitur: Et quæ propinquior est minimæ, remotiore semper minor est. Duæ vero tantum æquales erunt ad vtramque partem minimæ, vel maximæ. 91

28. SI in cono sit circulus basi æquidistans, recta linea ex vertice in superficie conica ducta auferent ex base, & circulo æquidistante arcus similes. 93

 29 SI

ter hoc punctum circumferentia, & diametrum perpendiculare postremo loco ductam, arcus ex altera parte aequalis abscinduntur: Recta ex dicto illo extremo diametri ad terminum huius arcus ducta, secabit quoque basem trianguli ab altera illa diametro abscissi bifariam. 111

SI in circulo duae diametri sese ad rectos angulos secantes ducantur; recta linea, quae ad aliquam aliam diametrum obliquam perpendicularis ducitur ab extremo vtriusuis diametrorum sese ad angulos rectos secantium, diuidit bifariam segmentum cuiusuis lineae rectae alteri diametro aequidistantis intercerceptum inter rectas ex eodem illo puncto extremo per terminos diametri obliquae eductas. 113

36. *SI in circulo duae diametri sese ad rectos angulos secent, & in eodem aliae duae diametri ad illas inclinatae ducantur, ab vno autem extremo alterutrius diametrorum priorum per extrema posteriorum binae rectae extendantur. Erunt recta ex altera priorum diametrorum à binis rectis abscissa maiores diametro circuli, ipsaque inter se erunt quoque inaequales, ea nimirum videlicet illa, cuius diameter inclinata maiorem angulum cum altera illa diametro vnius priorum constituit.* 114

37. *CIRCVLI positionum in sphaera obliqua boreali secantes arcum semidiurnum Aequatoris in partes aequales, secant arcus semidiurnos parallelorum in partes inaequales: Et in parallelis quidem australibus qualibet pars inter Meridianum, & quemlibet circulum positionis minor est respectu proprij arcus semidiurni, quam eadem pars in Aequatore respectu arcus semidiurni Aequatoris; in borealibus verò maior. Iidem tamen circuli positionum parallelos Horizontem tangentes secant quoque in partes aequales.* 117

38. *IN sphaera obliqua boreali circuli per horas inaequales Aequatoris, & cuiusuis paralleli transeuntes, secant Meridianum ex parte australi infra Horizontem, inter eundem Horizontem, & polum australem; ex parte verò boreali supra Horizontem, inter eundem Horizontem, & polum Septentrionalem.* 120

39. *CIRCVLI maximi transeuntes per horas inaequales Aequatoris, et duorum parallelorum oppositorum, non necessario per horas inaequales parallelorum intermediorum transeunt in sphaera obliqua.* 121

NON dari circulos maximos, qui per horas inaequales omnium parallelorum transeant: contra plerosque horologiorum scriptores. 122

LINAE horarum inaequalium in horologijs quid referant. ibidem.

40. *SI in triangulo parallela vni lateri agatur, vel si productis duobus lateribus versus angulum ab eis comprehensum, tertio lateri ducatur parallela, vt duo fiant triangula: Circuli circum ea descripti se mutuo in angulo, vel puncto communi tangunt.* 123

DVO circuli, qui ex duobus centris in eadem recta existentibus per idem punctum describuntur, se mutuo in eo puncto tangunt exterius. 124

41. *PER data duo puncta circulum describere, qui datum circulum tangat.* 125

42. *DATIS duobus circulis, per punctum in vnius circumferentia datum describere circulum, qui vtrumque datum tangat.* 135

43. *SI in sphaera circulus duos maximos circulos ad easdem partes inter punctum sectionis, & circulum maximum per eorum polos ductum tangat; arcus duorum illorum circulorum maximorum inter puncta contactuum, & intersectionem circulorum, vel circulum maximum per eorum polos ductum intercepti, aequales sunt.* 137

44. *SI in sphaera circulus duos circulos non maximos aequales tangat, arcus duorum illorum circulorum non maximorum inter puncta contactuum, & circulum maximum per eorum polos ductum, vel punctum sectionis (quando se intersecant) interiecti, sunt aequales.* 138

45. *SI in sphaera circulus duos circulos parallelos ad easdem partes circuli maximi*

ximi per eorum polos ducti tangat; arcus eorum inter puncta contactuum, & circulum quemlibet maximum per eorum polos ductum intercepti, similes sunt. 141

46. *SI in sphæra duo circuli se mutuò secent; maximus circulus secans bifariam vnius segmentum, incedensque per eius circuli polos, transit quoque per alterius circuli polos.* 142

47. *SI in sphæra per polum cuiusuis circuli maximi ducantur tres maximi circuli constituētes duos angulos in polo æquales; circulus quicunque ex quolibet puncto medij circuli, vt polo, descriptus abscindit tam ex alijs duobus circulis maximis, q̃ ex duobus circulis siue maximis, siue non maximis æqualibus, qui polos habent in primo circulo maximo à medio illo circulo maximo æqualibus internallis distantes, arcus æquales ad easdem partes ab eodem primo circulo maximo inchoatos, in circulis tamen maximis, vel non maximis æqualibus polos in primo illo circulo maximo habentibus, à punctis, quæ citra, vel vltra polos eorum existunt.* 143

48. *SI ex eodē centro duo circuli descripti sint, & ex quotlibet punctis circumferentiæ interioris ad exterioris circumferentiam rectæ æquales ducantur; vna autem earum interiorem circulum tangere ponatur, tangent eundem & reliqua. Et si plures lineæ interiorem circulum tangentes versus eandem partem ducantur, versus sinistram videlicet, aut dextram, ipsæ inter se æquales, & arcus inter binas comprehensi, similes erunt.* 147

49. *PAVCA quædam de declinationibus, latitudinibus ortiuis, ascensionibusq; rectis, & obliquis demonstrare.* 149

PARALLELVS quilibet per duo puncta ab alterutro puncto tropico æqualiter distantia transit. ibid.

DVO paralleli per duo pūcta Eclipticæ ęqualiter ab alterutro puncto æquinoctiali, vel à duobus, aut etiam à duobus punctis tropicis distātia ducti, declinationes habent æquales. 150

DVO ijdem paralleli habent latitudines ortiuas æquales. ibid.

IIDEM duo paralleli ęquales sūt. 151

QVATERNA puncta Eclipticæ æquales habent declinationes, & latitudines ortiuas. ibid.

SATIS esse, vt declinationes, latitudinesq; ortiuę omnium punctorum vnius quadrantis Eclipticæ inueniantur. ibid.

QVI arcus Eclipticæ dicantur oppositi, & qui ęqualiter distantes ab aliquo puncto Eclipticæ. ibid.

QVATERNOS arcus Eclipticæ ęquales habent rectas ascensiones, & descensiones. 152

SATIS esse, vt ascensiones rectæ omnium arcuum primi quadrātis Eclipticæ reperiantur. 153

QVI arcus Eclipticæ maiores sint suis ascensionibus rectis, & qui minores. Ibid.

ASCENSIO recta cuiusuis arcus, vel puncti, æqualis est descensioni rectę eiusdem arcus, vel puncti. Ibid.

CIRCVLVS maximus ex polo mundi per intersectionem paralleli cuiuslibet puncti Eclipticę cum Horizonte obliquo ductus, intercipit cum Horizonte in Aequatore arcum differentiæ ascensionalis illius puncti Eclipticæ: cum circulo vero alio maximo per illud punctum Eclipticę ducto, ascensionem obliquam arcus Eclipticę inter illud punctū, & Horizontē positi. 154

DVO Eclipticę arcus ęquales ab alterutro puncto ęquinoctiali inchoati, vel ęqualiter distantes, descensiones obliquas habent ęquales. 155

DVO arcus Eclipticæ æquales ab eodem tropico puncto ęqualiter remoti, item duo oppositi, habent suas ascēsiones obliquas simul sumptas ascēsionib: suis rectis simul sūptis æquales. 156

ARCVS Eclipticę ab Ariete inchoati, & semicirculo minores, maiores sunt suis ascensionibus in obliqua sphęra; inchoati verò à Libra, minores. 157

ARCVS Eclipticę ab Ariete inchoati habēt ascēsiones obliquas tāto

rectis ascensionibus minores, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliquę arcuũ æqualiũ à Libra inchoatorũ. 158

PVNCTA. Eclipticę opposita differentias ascensionales habent inter se ęquales. Ibid.

DVORVM arcuũ Eclipticæ ęqualium ab eodem puncto tropico ęqualiter distantium, vel oppositorum, vnius ascensio obliqua tãto minor est, quàm recta, quanto alterius maior est. Ibid.

DVO arcus Eclipticę æquales ab eodem pũcto tropico, vel ęquinoctiali ęqualiter distantes, aut oppositi, eandẽ habent differentiã ascẽsionalẽ. 159

ARCVS Eclipticę quicunque ab eodẽ puncto tropico bifariam diuisus, habet vbiuis locorũ ascẽsionẽ obliquã æqualẽ ascensioni eiusdem rectę. Ibid.

DESCENSIO cuiusuis arcus Eclipticæ ęqualis est ascensioni arcus oppositi. Ibid.

SATIS esse, si supputentur ascensiones obliquę arcuum quadrantis primi Eclipticę, vt tota tabula obliquarũ ascensionum condatur. 160

DIFFERENTIA ascensionalis cuiuslibet puncti Eclipticę, est etiã differentia inter arcum semidiurnum eiusdem puncti, & arcum semidiurnum Aequatoris, qui sẽper quadrãs est. ibid.

ARCVS semidiurnus cuiusuis pũcti Eclipticę, quo modo ex differentia ascensionali eiusdẽ puncti eliciat. 161

DIFFERENTIA ascensionalis quando addenda, vel auferenda, vt habeatur arcus semidiurnus, vel ascensio obliqua dati puncti, vel stellę. Ibid.

QVATERNA puncta Eclipticę habere eandem differentiam ascensionalem. Ibid.

SINVS totus ad sinũ complementi declinationis cuiusuis puncti Eclipticę eandẽ proportionem habet, quã secans arcus inter illud punctũ, & punctum ęquinoctiale proximum ad secantẽ ascensionis rectę eiusdẽ arcus. Ibid.

SINVS totus ad tangentem altitudinis poli eandem proportionem habet, quam tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti. 162

DIFFERENTIA inter longissimum, vel breuissimũ arcum semidiurnũ, & arcũ semidiurnum Aequatoris, quo pacto in quauis eleuatione poli supputetur. 164

SINVS totus ita se habet ad sinũ ascensionis rectæ cuiusuis puncti Eclipticę, vt sinus differentiæ ascensionalis initij Cancri, vel Capricorni ad sinum differẽtię ascẽsionalis eiusdẽ pũcti. 165

SINVS complementi declinationis cuiuslibet puncti Eclipticæ ad sinũ declinationis eiusdẽ puncti est, vt sinus totus ad sinũ differentiæ ascensionalis eiusdẽ pũcti, si latitudine grad. 45. ibid.

ARCVS tangenti declinationis cuiuslibet puncti, tanquam sinui, congruẽs, est differentia ascensionalis eiusdem puncti in latitudine grad. 45. 166

SINVS complementi altitudinis poli datę ad sinũ altitudinis poli ita se habet, vt sinus differẽtię ascensionalis cuiusuis puncti Eclipticę in latitudine grad. 45. ad sinum differentię ascensionalis eiusdem puncti in priori altitudine poli data. Ibid.

SINVS totus ad tangentẽ altitudinis poli datæ ita se habet, vt sinus differentiæ ascensionalis cuiuslibet pũcti Eclipticę in latitudine grad. 45. ad sinũ differentię ascẽsionalis eiusdem puncti in data altitudine poli. Ibid.

50. *DATIS duobus axibus Ellipsis sese ad angulos rectos secãtibus, si ex quolibet pũcto minoris axis, etiam producti, si opus est, recta dimidio maioris axis æqualis educatur secans ipsum axem maiorẽ, ita vt segmentũ eius vltra eundẽ axẽ maiorem dimidio minoris axis æquale sit, cadet eius extremũ in Ellipsim. Et si ex quolibet puncto Ellipsis recta dimidio maioris axis æqualis ducatur, usq; ad minorem axem, etiã productũ, si opus est, secãs tamẽ ipsum maiorem axem, erit eius segmentũ inter datum punctum, & axem maiorem, dimidio minoris axis æquale.* 167

DA-

DATIS axibus, Ellipsim describere. 168

DATO alterutro axium, & puncto in Ellipsi circa eum axem describenda, alterum axem reperire. 169

DATIS duobus axibus Ellipsis, & quolibet puncto, an datum hoc punctum in Ellipsi existat, an extra, vel intra, cognoscere. ibid.

DATIS duabus rectis inæqualibus, & puncto quolibet, describere Ellipsim per datum hoc punctum, cuius centrum sit quoque datum, & axes datis rectis æquales. 170

51. *SI circa axes Ellipsis circuli describantur, & ad eosdem ordinatim rectæ applicentur vsque ad Ellipsis, & circulorum peripherias; erunt applicatæ vsque ad Ellipsim, applicatis vsque ad circulũ proprium, ad cuius videlicet diametrum applicatæ sunt, proportionales.* 171

ORDINATIM applicatæ proportionaliter secantur ab Ellipsi, & circulis circa axes descriptis. 172

52. *DATIS axibus alicuius Ellipsis sese ad angulos rectos secantibus, in data recta qualibet punctũ reperire, per quod Ellipsis, si describatur, transire debet.* 173

53. *QVAESTIONES omnes, quæ per sinus, tangentes, atque secantes absolui solent, per solam prosthaphæresim, id est, per solam additionem, subtractionemq; sine laboriosa numerorum multiplicatione, diuisioneq; expedire.* 178

TABVLA sinuum cum numeris ad partem proportionalem eliciẽdam insertis. 196

PARS proportionalis Sinuum, & arcuum, quo pacto inueniatur. 208

TRIANGVLORVM sphæricorum, ac rectilineorum multiplex calculus. 231

INDEX

PROBLEMATVM AC THEOREMATVM,

Quæ in propositionibus secundi Libri, earumque Scholijs demonstrantur.

Qui præponuntur numeri, significant eos, qui propositionibus, earumq; Scholijs, varijs in locis inserti sunt.

IN PROOEMIO.

1 *SPhæram varijs modis posse in plano describi.* Pag. 269

2 *Astrolabiũ Catholicũ Gemmæ Frisij, vt describatur, vbi oculus collocandus sit in sphæra.* ibid.

3. *Planisphærium Vniuersale Ioan. de Roias quo fundamento describatur.* 270

4. *Astrolabium, siue Planisphæriũ Ptolemæi, vt ad datam poli altitudinem describatur, vbi oculus in sphæra constituendus sit.* ibid.

4. *Iordanus in eodem Astrolabio, siue Planisphærio Ptolemæi construendo, quale planum assumat.* ibid.

5. *In Astrolabio quæ potissimum describantur.* ibid.

5. *Partes inter puncta, lineas, & circulos sphæræ comprehensas non egere peculiari descriptione in Astrolabio.* ibid.

5. *Astrolabij partes singulæ quibus cæli partibus respondeant.* ibid.

6. *Sphæræ pũctum quodlibet vbi appareat in Astrolabio.* 271

7. *Recta linea in sphæra quando appareat punctum in Astrolabio, & quando linea recta.* ibid.

9. *Astrolabium describere quid sit.* Ibid.

9. *Astrolabium, siue Planisphærium quid sit.* 273

IN PROPOS. 1.

1. *Circulum quemlibet sphæræ per polum australem ductum, proijci in Astrolabium per lineam rectam infinitã, quæ communis sectio est ipsius circuli, & plani Astrolabij, Aequatorisue: Partes autẽ illius rectæ arcubus æqualibus respondẽtes inæquales esse, eoque maiores, quò à radio visuali per circuli centrum ducto sunt remotiores: binas tamen partes hinc inde ab eodem radio æqualiter distantes, æqualibusq; arcubus respondentes æquales esse.* 273

4. *Polum borealem, axem mundi, & centrum sphæræ, siue mundi, in Astrolabio idem esse, quod centrum Astrolabij.* 275

4. *Circulos omnes maximos per polos mundi ductos proijci in rectas lineas sese in centro Astrolabij intersecantes.* Ibid.

5. *Circuli per mundi polos ducti, quo pacto in Astrolabio, vbi rectæ lineæ fiunt, in gradus distribuantur.* Ibid.

6. *Arcus, vel gradus quilibet circuli per mundi polos ducti, quo pacto reperiantur in recta circulum illum referente in Astrolabio: Et quot gradus in dato segmento eiusdem rectæ contineantur, quo pacto cognoscatur.* 276

IN PROPOS. 2.

1. *Aequatorem, eiusque eius parallelos, in Astrolabium proijci in formas circulares.* 277

3. *Arcus eiusdem circulorum proijci in arcus similes, atq; adeo æquales in æquales.* 278

4. *Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio diuidendos esse in partes æquales, ut eorum gradus habeantur, ad instar aliorum circulorum in sphæra.* Ibid.

5. *Parallelos Aequatoris australes in Astrolabio esse maiores Aequatore, & boreales, minores.* Ibid.

6. *Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio idem cum Astrolabio centrum habere.* Ibid.

IN PROPOS. 3.

1. *Circulum quemlibet sphæræ ad Aequatorem obliquum, vel etiam rectũ non maximum, in Astrolabium proijci in circularem figuram.* 279

2. *Arcus eiusdem circuli, à certo quodam puncto incipiẽtes proijci in arcus dissimiles, atque adeo æquales in inæquales.* 281

4. *Circulum quẽuis obliquum ad Aequatorem, vel etiam rectum non maximũ, in Astrolabio habere centrũ à cẽtro Astrolabij diuersum.* Ibid.

IN SCHOLIO PROPOS. 3.

1. Circulum quemuis obliquum maximum, eiusq; parallelos, vel etiam circulum non maximum ad Aequatorem rectum, ex polo australi inspici debere in communi sectione Aequatoris, vel plani Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui, vel recti, ducti, tum vt in formam circularem proijciãtur, tum vt maximæ eorum diametri visę habeantur. 281

1. Diametros circulorum obliquorum quorumlibet, vel etiam rectorum non maximorum in Astrolabio, visas in communi sectione Aequatoris, vel plani Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos obliquorum circulorum, vel etiam rectorum, ducti, esse omnium maximas. 282 & 283

4. Centra obliquorum circulorum quorumlibet, vel etiam rectorum non maximorum in Astrolabio, sumenda esse in communi sectione plani Astrolabij, Aequatorisue, & circuli maximi per polos mundi, & polos circulorum

obli-

ctione Analemmatis describere. 299

1. Quos parallelos Ecliptica, Horizon, atque Verticalis tangant. Ibid.

2. Horizontem quemuis obliquum, Verticalem eius primarium, Eclipticam, & quemcunque alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum tamen rectus sit, [illegible] ad Aequatorem habeat notam, in Astrolabio sine constructione Analemmatis describere. 301

3. Centrum Horizontis in Astrolabio inuenire, etiamsi diameter eius visa inuenta non sit. 303

3. Rectam ex polo australi ad diametrum maximi circuli obliqui in Aequatore descriptam, ad angulos rectos ductam, cadere in centrum eiusdem circuli obliqui in Astrolabio. Ibid.

4. Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio inuenire, etiamsi diameter eius visa inuenta non sit. Ibid.

5. Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse. Ibid.

7. Eclipticam semper apparere circulũ in Astrolabio, eiusdemque magnitudinis, etiamsi ad motum diurnum in sphaera continuo circumferatur. 304

9. Diameter uera dati circuli maximi obliqui, & ad Meridianum recti, qua ratione in Aequatore Astrolabij ducenda sit, ut per eam circulus ipse obliquus in Astrolabio describatur. 305

10. Extremum punctum diametri visa circuli maximi obliqui, quod à centro Astrolabij remotius est, accuratius inuenire. Ibid.

10. Circulum maximum obliquum in Astrolabio describere, etiamsi eius diameter visa inuenta non sit. Ibid.

11. Semidiametrum cuiusuis paralleli Aequatoris australis alio modo, quàm supra, & valde exquisite inuenire. 307

12. Poli cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio, per quas lineas rectas indicentur in linea meridiana. Ibid.

12. Radius ex polo australi per polum circuli obliqui maximi remotiorem ductus quos angulos secet bifariam. Ibid.

13. Polum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse. Ibid.

14. Centrum circuli maximi obliqui aliter reperire in Astrolabio. Ibid.

14. Radius ex polo australi ad polum circuli obliqui ductus abscindit ex meridiana linea, & vera diametro circuli obliqui, rectas aequales. 309

15. Polum circuli maximi obliqui ab eius centro differre in Astrolabio. Ibid.

17. Horizontem obliquum in Astrolabio ex eius polo superiore in gradus distribuere. 310

17. Obliquus circulus maximus, quando eius polus superior parum abest à circumferentia Aequatoris, quo pacto exquisitius in gradus distribuatur. 311

18. Gradum quemlibet propositum in Horizonte Astrolabij ex eius polo superiore inuenire. Ibid.

18. Pars orientalis, occidentalis, borealis, & australis in Horizonte Astrolabij quae. Ibid.

18. Datum arcum maximi obliqui in Astrolabio diuidere bifariam. 312

19. Quot gradus in dato arcu Horizontis Astrolabij contineantur, ex eius polo superiore cognoscere. Ibid.

20. Horizontem obliquum in Astrolabio ex eius polo inferiore in gradus distribuere. Ibid.

21. Eclipticam, Verticalem primariũ, et quemuis alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus sit, in Astrolabio ex vtrouis eius polo in gradus partiri. 314

22. Circulum quemlibet maximũ obliquum, qui ad Meridianum rectus non est, ex vtrouis eius polo in gradus distribuere in Astrolabio. Ibid.

23. Regula facilis pro initijs arcuum abscissorum determinandis in diuisionibus circulorum maximorum in gradus, per rectas ex alterutro polorum cuiusuis circuli obliqui emissas. 316

23. Regula facilis ad cognoscendum, vtrum punctorum Aequatoris in caelo sit superius, vel inferius: Et vtrum punctorum

circuli maximi obliqui sit boreale, vel australe. Ibid.

23. *Regula facilior pro initijs arcuum præfiniendis.* 317

24. *Circulum quemuis maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus est, in Astrolabio diuidere in gradus ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij.* Ibid.

25. *Gradum quemlibet propositum in circulo obliquo maximo ad Meridianum recto in Astrolabio reperire ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij.* 319

26. *Quot gradus in arcu dato circuli maximi obliqui ad Meridianum recti contineantur, ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij, cognoscere.* Ibid.

27. *Circulum quemuis obliquum maximum, qui ad Meridianum rectus nō sit, diuidere in gradus ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij.* Ibid.

28. *Quæ lineæ circulum maximū obliquum tangant in Astrolabio.* 320

29. *Lineas quasdam in Astrolabio concurrentes, repræsentare in cælo lineas parallelas, & non concurrentes.* 321

30. *Circulum quēlibet maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus sit, in gradus distribuere ex polo australi Analemmatis.* 323

31. *Gradum quemlibet propositum in circulo maximo obliquo ad Meridianum recto inuenire ex polo australi Analemmatis.* Ibid.

32. *Quot gradus in arcu dato circuli maximi obliqui ad Meridianum recti contineantur, ex polo australi Analemmatis cognoscere.* 324

33. *Circulum quemuis maximum obliquum in Astrolabio, qui ad Meridianū rectus non sit, partiri in gradus ex polo australi Analemmatis.* Ibid.

34. *Circulum quemuis maximum obliquum in Astrolabio distribuere in gradus ex proprio centro, & centro Astrolabij, siue Æquatoris.* 326

34. *Circulum quēuis maximū Astrolabij partiri in gradus per alium circulum maximum diuisum.* 327

35. *Dato arcui in circulo quouis maximo abscindere arcum æqualem, quod ad numerum graduum attinet, ex quouis alio circulo maximo.* Ibid.

36. *Circulum maximum obliquum secare multipliciter in gradus, per circulos varios per terna puncta descriptos, vt propos.6. Num.36. docebitur.* Ibid.

36. *Circulum maximum obliquū multipliciter in gradus partiri per varias rectas lineas.* 328

36. *Ex quolibet puncto meridianæ lineæ circuli obliqui rectas educere secantes circulum ipsum obliquum in gradus.* 329

36. *Dato puncto in circulo maximo obliquo, punctum respondens in Æquatore reperire.* Ibid.

36. *Dato quouis puncto in plano alicuius circuli maximi in sphæra, etiam extra circulum, inuenire eius situm in Astrolabio.* Ibid.

36. *Quæ puncta vera in plano dati circuli obliqui in sphæra non habeant respondentia puncta in Astrolabio.* 332

36. *Dato quouis puncto in Astrolabio, inuenire eius situm in plano cuiusuis circuli maximi in sphæra.* Ibid.

36. *Quæ puncta visa Astrolabij non habeant vera respondentia in plano dati circuli obliqui in sphæra.* Ibid.

36. *Ex quolibet puncto extra meridianam lineam dato in Astrolabio, datū circulum maximum in gradus distribuere.* 333

36. *Circulum quēlibet maximum obliquū in gradus diuidere alijs tribus vijs, vt in propos.6. Num.37. & 38.* Ibid.

IN SCHOLIO PROPOS. 5.

1. Circuli maximi obliqui, ad Meridianum tamen recti, per quæ puncta Æquatoris ducātur in Astrolabio. 333

2. Circulum maximum quemlibet obliquum in Astrolabio esse maiorem Æqua-

Aequatore. 335

2. Circuli maximi obliqui ad Meridianum non recti, per quę puncta Aequatoris in Astrolabio ducantur. Ibid.

3. Quemlibet circulum maximum in Astrolabio transire per duo puncta Aequatoris per diametrum opposita, ideoque Aequatorem secare bifariam. Ibid.

3. Communis sectio Aequatoris, & cuiusuis circuli maximi obliqui ī sphęra, per quam rectam repræsentetur in Astrolabio. Ibid.

4. Aequator, & quilibet circulus maximus obliquus in Astrolabio se mutuo secant bifariam, licet segmenta circuli obliqui inter se valde sint inæqualia. Ibid.

5. Semicirculi cuiusuis obliqui circuli maximi, ab Aequatore facti, cur sint inęquales in Astrolabio. 336

6. Aequator in Astrolabio cur à quouis circulo maximo obliquo secetur ī duos semicirculos ęquales in duobus punctis per diametrum oppositis. Ibid.

7. Quilibet circulus siue maximus, siue non maximus, diuidens in sphæra aliquem Aequatoris parallelum bifariam, transit in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita in eo parallelo. Ibid.

8. Circulus non maximus non potest Aequatorem Astrolabij secare bifariam. Ibid.

9. Circulus in Astrolabio secās Aequatorē bifariam, repræsentat in sphæra circulum maximum: qui vero non bifariam diuidit, refert non maximum. Ibid.

10. Recta linea quælibet per centrū Astrolabij ducta indicet ī circulo quouis maximo obliquo duo puncta per diametrum opposita, ita vt vices gerat diametri cuiusdam. 339

12. Arcus æquales circuli maximi obliqui projici in arcus inæquales, ordine continuato. 341

13. Fieri potest, vt arcus quispiam vnus maximi circuli obliqui in sphæra proijciatur in Astrolabium in arcum similem. 343

14. Proprietates variæ circulorum maximorum obliquorum in Astrolabio. Ibid.

14. Circulū in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita descriptum, esse maximum. Ibid.

14. Qui arcus maximi circuli obliqui in Astrolabio æqualis sit, quod ad numerum graduum attinet, arcui Aequatoris altitudinem poli supra eundem circulum obliquum metienti; & qui complemento eiusdem altitudinis, non solum æqualis sit in numero graduum, verum etiam similis. 345

11. Quæ rectæ Aequatorem, & circulum maximum obliquum in Aequatore tangant, & vbi. Ibid.

15. Recta ex polo inferiore circuli maximi obliqui ducta, si tangat Aequatorem, tanget & circulum obliquum: Et si tangat circulum obliquum, tāget & Aequatorem. 347

16. Recta ad meridianam lineam in polo circuli maximi obliqui perpendicularis, quos arcus similes abscindat ex Aequatore, & circulo maximo obliquo. Ibid.

18. Quos arcus similes ex Aequatore, & circulo maximo obliquo auferāt rectæ ex polis eiusdem circuli obliqui aductæ. 349

19. Aequatorem in Astrolabio ex circulo maximo obliquo, qui ad Meridianum rectus sit, inclinationemque ad Aequatorem habeat notam, describere. 350

20. Quæ puncta in Astrolabio repræsentent in sphæra duo puncta per diametrum opposita. 351

21. Altitudinem poli supra circulū maximum obliquum in Astrolabio, qui ad Meridianum rectus sit, & eius inclinationem ad Aequatorem, situmque in sphæra cognoscere. 352

IN PROPOS. 6.

1. Horizontis, & cuiusuis alterius circuli maximi obliqui, ad Meridianum tamen recti, parallelos in Astrolabio ex Analemmate describere. 353

2. Parallelos eosdem beneficio Aequatoris, etiamsi Analemma seorsum constructum non sit, describere. Ibid.

3. Paralleli Horizontis, qui in sphaera inter polum australem, & Zenith, Meridianum intersecant, ambiunt ipsum Zenith in Astrolabio. 355

3. Parallelus Horizontis, qui in sphaera per polum australem ducitur, proiicitur in Astrolabio in rectam lineam, quae ad meridianam lineam perpendicularis est in centro Verticalis primarij. Ibid.

4. Paralleli Horizontis, qui in sphaera inter polum australem, & Nadir Meridianum intersecant, ambiunt ipsum Nadir in Astrolabio. Ibid.

4. Communis sectio Aequatoris, & paralleli Horizontis quae sit in Astrolabio. 357

4. Meridianus, et linea meridiana cuiusuis circuli obliqui, in Astrolabio quo modo intelligantur. Ibid.

5. Semicirculi, & quadrantes Horizontis, eiusque parallelorum, à Verticali primario, ac Meridiano abscissi in Astrolabio, qui. Ibid.

6. Diametros apparentes parallelorum Horizontis, vnà cum eorundem centris, per ipsummet Horizontem in Astrolabio reperire. 358

7. Circulum per extrema puncta diametri visae cuiusuis paralleli Horizontis, & per polum australem descriptum, tangere Horizontem in polo australi. 359

7. Rectam lineam ex meridiana abscindere, quae sit diameter visa paralleli cuiuspiam Horizontis. 361

7. Dato vno extremo diametri visae cuiuslibet paralleli Horizontis, reperire alterum extremum, beneficio circuli Horizontem tangentis. Ibid.

7. Diametros visas parallelorum Horizontis, beneficio circuli Horizontem in polo australi tangentis, reperire. 363

7. Rectas ex centro Verticalis primarij ad interfectiones parallelorum Horizontis cum eodem Verticali ductas, tangere eosdem parallelos. 365

7. Dato vno extremo diametri Horizontis, vel eius paralleli, inuenire alterum extremum per tertiam quandam proportionalem. Ibid.

7. Semidiametrum Verticalis primarij medio loco proportionalem esse inter rectam, quae inter centrum Verticalis, & alterutrum extremorum diametri Horizontis, vel eius paralleli, interijcitur, & rectam inter idem centrum Verticalis, & alterum extremum diametri Horizontis, vel eius paralleli positum. Ibid.

8. Diametros visas parallelorum Horizontis, beneficio arcus cuiusuis magnitudinis ex polo australi descripti, reperire. Ibid.

9. Centra parallelorum per rectas ex polo australi emissas reperire. 367

10. Semidiametrum, & centrum cuiusuis paralleli Horizontis per vnam solam lineam, quae Verticalem primarium tangat, inuenire. 369

11. Praxis facilis ad plures lineas ducendas, quae datum circulum in datis punctis tangant. 371

11. Centrum cuiusuis paralleli Horizontis ab eius polo diuersum esse. Ibid.

12. Ex quouis parallelo Horizontis in Astrolabio descripto, parallelum oppositum describere, etiamsi eius diameter inuenta non sit. 373

13. Dato puncto in Astrolabio punctum per diametrum sphaerae oppositum reperire. Ibid.

16. Punctũ in parallelo Aequatoris australi dato inuenire, in quo à parallelo Horizontis infra Horizõtem proposito secatur, quando secatur, etiamsi descriptus non sit. 374

17. Parallelum Horizontis in sphaera datum, in Astrolabio describere. 375

18. Dato parallelo Horizõtis in Astrolabio, quanta sit eius ab Horizonte distantia, cognoscere. 376

19. Quo

lemmatis. Ibid.

32. Gradum quemlibet propositum in parallelo obliquo reperire, ex polo australi Analemmatis. 398

33. Quot gradus in arcu dato paralleli obliqui cõtineãtur, ex polo australi Analemmatis cognoscere. Ibid.

34. Quo pacto omnia, quæ de diuidendis parallelis Horizontis, ex polo australi Analemmatis dicta sunt, ad alios parallelos obliquos accommodentur. Ibid.

35. Parallelum quemuis obliquũ Astrolabij in gradus distribuere, ex proprio centro, & centro Astrolabij. Ibid.

35. Omnem lineam rectam in Astrolabio repræsentare posse circulum per polum australem mundi ductum. 401

35. Parallelum quemuis obliquum in gradus distribuere, ex eius circulo maximo, cui æquidistat, vel ex alio parallelo in gradus diuiso. 403

35. Quid obseruandum, ut circulus per alium circulum diuisum in gradus distribuatur. 404

36. Circulos maximos obliquos, eorumque parallelos diuidere in gradus per circulos varios per terna puncta descriptos. Ibid.

36. Præstantissima via ad inueniendum datum punctum in circulo quouis obliquo, per parallelum in sphæra recta. 407

37. Alia via pulcherrima diuidendi quemuis parallelum in gradus, per varias rectas lineas. Ibid.

37. Quæ puncta paralleli veri quibus punctis paralleli visi respondeant. 408

37. Dato puncto in parallelo obliquo viso, punctum respondens in parallelo obliquo vero inuestigare. 409

37. Dato puncto in plano cuiusuis paralleli obliqui in sphæra, eius situ in Astrolabio inquirere. Ibid.

37. Quæ puncta vera in plano circuli obliqui in sphæra, non habeant respondentia puncta in Astrolabio. Ibid.

37. Circulum obliquum in Astrolabio in gradus partiri per lineas parallelas. 410

37. Circulos obliquos tam maximos, quàm eorum parallelos, in gradus distribuere lineis rectis per eorum centra visa ductis. 411

38. Alia via commodissima diuidendi circulos obliquos tam maximos, quàm non maximos in gradus, ex quolibet puncto in communi sectione circuli obliqui, & plani Astrolabij extra meridianam lineam dato. 412

38. Dato puncto in circulo obliquo viso, respondens punctum in circulo obliquo vero inuenire. 413

38. Dato puncto vero in plano circuli obliqui in sphæra, punctum respondens visum in Astrolabio reperire, & contra. 414

38. Quæ ratio diuidendi circulos Astrolabij in gradus sit omnium expeditissima. Ibid.

IN SCHOLIO PROPOS. 6.

1. Arcus æquales paralleli cuiusuis obliqui projci in arcus inæquales ordine continuato. 415

2. Proprietates variæ parallelorum obliquorum in Astrolabio. 418

3. Semidiametrum visam paralleli Aequatoris ita diuidi in polo circuli obliqui, vt semidiameter vera paralleli obliqui æqualis secta est à radio ex polo australi per eundem polum obliqui circuli ducta. Ibid.

5. Arcum vnum quemplam paralleli obliqui in sphæra projci posse in Astrolabio in arcum similem. 427

6. Parallelos eiusdem circuli obliqui maximi diuersa centra habere in Astrolabio. Ibid.

7. Parallelum quemuis Aequatoris in Astrolabio diuidi à quolibet parallelo obliquo in partes similes illis, in quas ab eodem in sphæra diuiditur. 428

9. Circulus in Astrolabio non maximus, an includat portionem sphæræ hemisphærio minorem, maioremue, cognoscere. 432

ctuli in Astrolabio descripti, siue maximi, siue non maximi, inuenire. 472

17. Polos cuiusque Verticalis, vel alterius circuli siue maximi, siue non maximi, in Astrolabio descripti, inuenire. 473

18. Rectam, quæ intersectiones quorumlibet duorum circulorum maximorum in Astrolabio coniungit, per centrum Astrolabij transire. 475

19. Parallelos cuiuslibet Verticalis, aut alterius circuli maximi obliqui, in Astrolabio describere. Ibid.

19. Centrum Astrolabij, centrum circuli obliqui maximi, eiusque parallelorum centra, & eiusdem polos, in vna recta linea existere in Astrolabio. 476

20. Parallelos cuiusuis circuli maximi obliqui boreales ab australibus secernere. 477

21. Parallelus cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio descriptus, quantum ab ipso maximo circulo distat, & quã in partem vergat, cognoscere. Ibid.

22. Altitudinẽ poli supra quemuis circulum maximum obliquum, eiusdemque circuli inclinationem ad Aequatorem, explorare. Ibid.

23. Aequatorem ex quouis circulo, qui maximum aliquem sphæræ circulum notum dicatur repræsentare in Astrolabio, describere. 479

IN PROPOS. 9.

1. Circulos horarum à mer. & med. noc. in Astrolabio describere. 479

3. Declinationum circulos in Astrolabio describere. Ibid.

4. Circulos horarum inæqualium secundũ auctores Astrolabij describere in Astrolabio Ibid.

4. Circulos horarum inæqualium communiter descriptos, non indicare verè horas inæquales toto anni tempore. Ibid.

4. Horas inæquales verius per partes duodecimas plurium arcuum diurnorum describi. Ibid.

4. Centra horarum inæqualium reperire. 482

5. Circulos horarum ab ortu, & occasu in Astrolabio describere. 483

5. Circulos horarum ab ortu, & occasu in Astrolabio esse æquales. Ibid.

6. Horæ ab or. & occ. quo pacto in vulgaribus Astrolabijs describi soleant, & quem ordinem teneant. 481

6. Per quæ puncta Aequatoris verè arcus horarum ab ortu, & per quæ arcus horarum ab occ. describendi sint: hoc est, quæ hora à mer. vel med. noc. in Aequatore pertineant ad horas ab or. & quæ ad horas ab occ. Ibid.

7. Circulum propositæ horæ ab or. vel occ. in Astrolabio describere. Ibid.

7. Qui semicirculi horarum ab or. vel occ. ad horas ab ortu, & qui ad horas ab occasu pertineant, cognoscere. Ibid.

8. Per datum punctum inter duos parallelos Horizontem tangentes, tam semicirculum, qui ad aliquam horam ab ortu, quàm semicirculum, qui ad horam aliquã ab occasu spectet, in Astrolabio describere. 487

8. Semicirculus quilibet horæ alicuius ab or. vel occ. descriptus, ad quotam horam ab or. vel occ. pertineat, cognoscere. 488

9. Eandem esse altitudinem poli supra omnes circulos horarum ab or. vel occ. quæ est supra Horizontem. Ibid.

IN PROPOS. 10.

1. Domos cælestes, vt à Ioan. Regiom. constituuntur, in Astrolabio describere. 488

1. Centra domorum cælestium reperire. Ibid.

2. Per datum quoduis punctum Aequatoris circulum positionis describere. 490

3. Domos cælestes, vt eas Campanus imaginatur, in Astrolabio describere. 491

4. Domos cælestes, vt eas Campanus constituit, describi in Astrolabio, instar Verticalium ipsius Verticalis primarij, tanquã Horizontis cuiuspiam. Ibid.

5. Cir-

IN SCHOLIO PROPOS. 12.

2. Si circulum datum alius circulus bifariam, hoc est, in punctis oppositis secet, & in hoc recta vtcunque accommodetur per centrum dati circuli transiens, secabunt omnes circuli per extrema puncta huius rectæ descripti datum eundem circulum quoque bifariam. 512

3. Omnes circulos in Astrolabio maximos diuidere Aequatorem bifariam. 513

IN PROPOS. 13.

1. *Per duo puncta quæcunque in Astrolabio data maximum circulum describere.* 513

2. *Per duo puncta, quorũ vnum in Aequatoris circumferentia datum sit, circulum maximum describere.* Ibid.

3. *Per duo puncta, quæ sunt in eadem recta per centrum Astrolabij ducta, circulum maximum describere.* 514

4. *Per duo puncta in circumferentia Aequatoris data circulum maximum describere.* Ibid.

5. *Per datum quoduis punctũ in Astrolabio quotuis circulos maximos describere.* Ibid.

6. *Per duo puncta per diametrum opposita quotuis circulos maximos describere.* 515

IN PROPOS. 14.

1. *Datis duobus punctis quadrante maximi circuli inter se distantibus, per alterutrum eorum maximum circulum describere, cuius alterum punctum sit polus.* 515

2. *Circulum maximum describere, cuius polus sit datum punctum in Astrolabio.* 517

4. *Circulum non maximum describere, cuius polus sit datum punctum in Astrolabio.* Ibid.

IN PROPOS. 15.

1. *Anguli sphærici in circumferentia Aequatoris constituti quantitatem, hoc est, inclinationem duorum circulorum maximorum, quorum vel vnus sit Aequator, quando in Aequatoris circumferentia se intersecant, inuestigare.* 518

2. *Anguli sphærici extra peripheriam Aequatoris constituti quantitatem, hoc est, inclinationem duorum circulorum maximorum sese extra Aequatoris peripheriam secantium, inuestigare.* 519

3. *Quando alter circulorum per polos mundi ducitur, idem inuestigare.* 520

IN SCHOLIO PROPOS. 15.

1. Pluribus circulis maximis per eadem puncta opposita ductis, quis eorum sit magis, aut minus inclinatus ad aliũ maximum circulum, & qui æqualiter inclinati sint. 520

1. Verticalem primarium inter omnes Verticales, & Horizõtem inter omnes circulos positionum, ad Aequatorem maximè inclinari. 521

2. Praxis pulcherrima pertinens ad propos. 12. pro inueniendo tertio puncto circuli maximi dati describendi, ex eius inclinatione ad Horizontem data, siue Verticali, & siue parallelo Horizontis. Ibid.

IN PROPOS. 16.

1. *Dato angulo sphærico in Astrolabio æqualem angulum sphæricum circa datum arcum circuli maximi in dato puncto constituere.* 522

2. *In dato puncto cum dato arcu angulum sphæricum quotuis graduum in Astrolabio constituere.* 523

2. *Quãdo duo circuli maximi in Astrolabio angulum rectum constituunt, recta linea ex centro Astrolabij per centrũ vnius ducta secat alterum in polo illius prioris circu-*

circuli Ibid.

2. Duorum circulorum maximorum rectilineum angulum continentium polos inuenire. 524

3. Datum angulum sphaericum in Astrolabio bifariam secare. Ibid.

IN PROPOS. 17.

1. Variorum circulorum in Astrolabio quomodocunq; descriptorum situm in sphaera explorare. 525

7. In explorando situ descripti circuli in Astrolabio quid obseruandum. 528

8. Rectae cuiusuis in Astrolabio ductae situm in sphaera explorare. Ibid.

8. Data recta finita, quanti arcus maximi circuli chorda sit, inquirere. 530

9. Rectam per centrum Astrolabij ductam varia posse repraesentare. 531

IN PROPOS. 18.

1. Per datum punctum in recta per centrum Astrolabij, & centrum maximi alicuius circuli ducta, parallelum illius circuli maximi describere. 532

2. Per datum punctum in Verticali primario alicuius circuli maximi, parallelum illius maximi circuli describere. 533

3. Per datum punctum extra rectam per centrum dati circuli maximi, & centrum Astrolabij ductam, & extra Verticalem, parallelum illius circuli maximi describere. Ibid.

3. Expeditissima via ad inueniendam in meridiana linea diametrum paralleli per datum punctum describendi. 535

3. Quantum arcum maximi circuli data recta subtendat, inuenire, etiamsi circulus ille maximus non describatur. 536

3. Alia descriptio paralleli obliqui per datum punctum, beneficio lineae cuiusdam tertiae proportionalis. 537

3. Quando punctum datum est in circumferentia Aequatoris. 538

4. Per punctum vtcunque datum, parallelum Aequatoris describere. Ibid.

4. Alia descriptio paralleli obliqui per datum punctum, beneficio paralleli Aequatoris. Ibid.

5. Per datum punctum describere parallelum maximi circuli per mundi polos ducti. Ibid.

5. Qua ratione circuli maximi obliqui, eorumque paralleli, per parallelos maximi circuli per mundi polos ducti, in gradus distribuantur. 540

5. Demonstratio alia facilis primi modi diuidendi circulos obliquos in gradus, qui ex Lemmate 23. pendebat. Ibid.

6. Circa datum polum describere circulum, siue punctum detur, per quod transire debeat, siue non. 542

7. Dato puncto in quouis parallelo, oppositum punctum per diametrum visum eiusdem paralleli reperire, etiamsi parallelus descriptus non sit. 542

IN PROPOS. 19.

1. Per datum punctum in circulo non maximo, circulum maximum, qui eum tangat, describere. 543

2. Quando datum punctum est in recta per centrum circuli dati, & centrum Astrolabij ducta, idem efficere. 544

5. Quando datum punctum est in circumferentia paralleli Aequatoris, idem exequi. Ibid.

IN PROPOS. 20.

1. Per datum punctum extra circumferentiam circuli non maximi, inter ipsum tamen circulum, & eius oppositum parallelum, ita vt recta coniungens datum punctum, & centrum Astrolabij transeat per dati circuli centrum, circulum maximum, qui eum tangat, describere. 545

3. Per datum punctum extra circumferentiam circuli non maximi, inter ipsum tamen circulum, & eius oppositum parallelum, ita vt recta coniungens datum punctum,

ctum, & centrum Astrolabij non transeat per dati circuli centrum, circulum maximum, qui eum tangat, describere. 548

IN SCHOLIO PROPOS. 20.

1. Materia Astrolabij quæ esse debeat. 550
1. Facies, & Mater Astrolabij quæ. 551
1. Dorsum Astrolabij quod. Ibid.
2. Faciei Astrolabii constructio in sphæra obliqua. Ibid.
2. Limbi in facie Astrolabij constructio. Ibid.
3. Tympanorum in facie Astrolabij constructio. Ibid.
3. Armillæ suspensoriæ, & Ostensoris constructio. 553
4. Dorsi Astrolabij cõstructio. Ibid.
4. Limbi in dorso Astrolabij constructio. Ibid.
5. Mensiũ ac dierum in dorso Astrolabij per circulos concentricos descriptio. 554
6. Mensium ac dierum in dorso Astrolabij per circulos eccentricos descriptio. 555
7. Scalæ altimetrę in dorso Astrolabij compositio. Ibid.
8. Horarum inæqualium in dorso Astrolabij descriptio. 556
9. Mediclinij, vel Dioptræ in dorso Astrolabii constructio. Ibid.
10. Quæ in Astrolabio communia sint tam sphæræ cuiuis obliquæ, quàm rectæ, & obliquissimæ sub polo. Ibid.
11. Astrolabii in sphæra recta constructio. 557
11. In sphæra recta iidem circuli maximi indicant tam horas à mer. & med.noc. quàm horas ab or. & occ. atque horas inæquales. 558
12. Astrolabii in sphæra obliquissima constructio. 559
12. In sphæra obliquissima nõ esse propriè horas à mer. vel med. noc. aut ab or. vel occ. aut inæquales. Ibid.
12. In sphæra obliquissima nullos esse propriè circulos domorum cœlestium. Ibid.
13. Astrolabium sphæræ obliquissimæ borealis, quo pacto obliquissimæ sphæræ australi accommodetur. 560
14. Astrolabium sphæræ cuiusuis obliquæ borealis, quo pacto obliquæ sphæræ australi opposita accommodetur. Ibid.
15. Astrolabii descriptio in plano cuiusuis circuli maximi obliqui. 561
16. Terræ descriptio in forma Astrolabii. Ibid.

INDEX

EORVM, QVAE IN QVOLIBET CANONE Tertij Libri, eiusq; Scholio explicantur.

IN CANONE 1.

1. *Altitudinẽ Siderũ per Astrolabij dorsum explorare.* 564
2. *Quadrans commodius instrumentum ad altitudines siderum captandas, quàm dorsum Astrolabij, & eius vsus.* Ibid.
3. *Pinnacidia quomodo construenda, vt facilè per ea stella, & alia res videri possint.* 565
4. *Num astrum sit ante Meridianum, vel post, vel in ipso existat, cognoscere.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 1.

1. Quo pacto in altitudine siderum præter gradus, Minuta accipiãtur. 566

2. Qua-

2. Quadrantem construere, quo vltra gradus, Minuta quoque discernantur, cum eius vsu. Ibid.

5. Eiusdem quadrantis beneficio arcum quotlibet graduum ac minutorum ex dato circulo auferre:& quot gradus, minutaque in dato arcu contineantur, cognoscere. 569

IN CANONE 2.

1. *Locum Solis quolibet die per Astrolabium explorare.* 566

2. *Ingressum Solis in 12. signa, & eiusdem locum quolibet die memoriter perquirere.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 2.

1. Locum Solis exquisitius ex tabellis quibusdam reperire. 571

2. Vtrum annus datus sit bissextilis, an primus, secúdus, vel tertius post bissextum cognoscere. Ibid.

IN CANONE 3.

1. *Declinationem gradus Ecliptica propositi, vel stella cuiuslibet, per Astrolabium inuenire.* 580

2. *Qua puncta in Astrolabio habeant declinationem borealem, & qua australem.* Ibid.

3. *Ex data declinatione arcum, seu punctum Ecliptica respondens inuestigare in Astrolabio.* Ibid.

4. *Declinationem gradus Ecliptica propositi, vel cuiuslibet stella, sine instrumento Astrolabij certius inuenire.* 581

6. *Praceptum generale ad inueniendam declinationẽ cuiusuis puncti in Astrolabio assignati.* 582

6. *Declinationes pũctorum vnius quadrantis Ecliptica declinationibus punctorũ aliorum quadrantum aquales esse.* 583

7. *Ex data declinatione punctum, vel arcum Ecliptica respondentem sine instrumento elicere.* Ibid.

8. *Altitudinem meridianam Solis, vel stella cuiusuis, ex eius declinatione deprehendere.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 3.

1. Declinationem dati cuiusuis puncti Eclipticæ ex Analemmate inuestigare. 584

3. Ex data declinatione punctũ Eclipticæ, vel arcum respondentem elicere beneficio Analemmatis. 585

4. Declinationẽ cuiusuis stellæ per Analemma indagare. Ibid.

5. Semissem rectæ diametro circuli æquidistantis secare, vt semidiameter secta est. 586

6. Semidiametrum circuli secare, vt semissis eius parallelę secta est. Ibid.

10. Declinationem cuiusuis puncti Eclipticę per numeros inuestigare. 588

10. Ex data declinatione punctum Eclipticæ respondens reperire per numeros. Ibid.

10. Declinationem cuiuslibet stellę per numeros indagare. Ibid.

10. Vtrum stellæ declinatio borealis sit, an australis, cognoscere. 591

IN CANONE 4.

1. *Ascensionẽ rectam dati puncti Ecliptica, aut stella, ex Astrolabio cognoscere.* 593

1. *Qui gradus Ecliptica cum data stella oriatur in sphara recta, aut mediet cœlum.* Ibid.

2. *Descensionem rectã dati pũcti Ecliptica, aut stella, ex Astrolabio cognoscere.* Ibid.

2. *Qui gradus Ecliptica cum data stella occidat in sphara recta.* 594

3. *Ascensioni recta cognita, descensioniue, arcum Ecliptica respondentem inuenire ex Astrolabio.* Ibid.

4. Ascen-

4. *Ascensionem rectam, descensionemq; cuiusuis arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, ex Astrolabio reperire.* Ibid.

5. *Ascensionem rectam, descensionemq; cuiusuis puncti Eclipticæ, vel stellæ, sine Astrolabio materiali inquirere.* Ibid.

6. *Ascensionem rectam, descensionemq; cuiusuis arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, sine Astrolabio deprehēdere.* 595

7. *Figuram ascensionum rectarum omnium Eclipticæ arcuum construere.* Ibid.

8. *Ex data ascensione, descensionéue recta arcum Eclipticæ respondentem sine Astrolabio eruere.* 596

9. *Ascensionem, descensionemque rectā stellæ cuiusuis sine Astrolabio explorare, unà cum puncto Eclipticæ, quod simul oritur, vel occidit.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 4.

1. Ascensionem, descēsionemúe rectam dati puncti Eclipticæ ex Analemmate adipisci. 597

2. Ascensionem rectam stellę cuiusuis, vel descensionem, ex Analemmate reperire. 598

3. Ascensionem rectam, descensionemue dati arcus Eclipticę nō ab Ariete inchoati, ex Analemmate reperire. 599

4. Ex data ascensione, descēsioneúe recta, arcum Eclipticæ respondentem per Analemma exquirere. Ibid.

5. Ascensionem rectam, descensionemúe dati puncti Eclipticæ, beneficio numerorum supputare. 601

7. Ex data recta ascensione, descensioneúe, arcum Eclipticæ respondentē per numeros inuenire. 602

7. Ascensionem rectam, descensionemq; cuiuslibet stellę per numeros venari. 603

7. Punctum Eclipticæ, cum quo stella in Horizonte recto oritur, cælumque mediat, per numeros supputare. 607

IN CANONEM 5.

1. *Stella quauis cū eodem puncto Eclipticæ mediat cælum in sphæra obliqua, cū quo in recta.* 607

1. *Ascensionem obliquam dati puncti Eclipticæ, aut stellæ, per instrumentum reperire.* Ibid.

1. *Qui gradus Eclipticæ cum data stella oriatur in sphæra obliqua.* 608

2. *Descensionem obliquam dati puncti Eclipticæ, seu stellæ, per instrumentum inuenire.* Ibid.

2. *Qui gradus Eclipticæ cum data stella occidat in sphæra obliqua.* Ibid.

3. *Ascensioni, descensioniue obliquæ datæ coorientem arcum Eclipticæ per instrumentum reperire.* Ibid.

3. *Differentia ascensionalis quo pacto reperiatur ex Astrolabio.* Ibid.

4. *Ascensionem, descensionemúe obliquam dati arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, ex Astrolabio inuestigare.* Ibid.

5. *Ascensionem, descensionemque obliquam dati puncti Eclipticæ, vel stellæ, sine instrumento Astrolabij inuestigare.* 609

5. *Quo pacto Horizon obliquus describendus sit pro ascensionibus obliquis.* Ibid.

5. *Qui gradus Eclipticæ cum data stella oriatur in sphæra obliqua.* Ibid.

5. *Quo pacto Horizon obliquus describendus sit pro descensionibus obliquis.* Ibid.

5. *Qui gradus Eclipticæ cum data stella occidat in sphæra obliqua.* 610

6. *Differentia ascensionalis, descensionalisúe quo pacto reperiatur sine instrumento Astrolabij.* Ibid.

7. *Ascensionem, descensionemque obliquā cuiusuis arcus Eclipticę non ab Ariete inchoati, sine instrumento deprehendere.* Ibid.

8. *Ascensioni obliquæ, vel descensioni datæ, arcum Eclipticæ simul orientem vel occidentē, sine instrumento assignare.* Ibid.

9. *Alia ratio duplex inueniendi ascensiones, descensionesque obliquas sine instrumento.* 611

10. *Figuram construere continentem omnium punctorum Eclipticæ ascensiones rectas,*

ctas, & obliquas. 613

11. *Ascensionem rectam, & obliquam cuiusuis puncti Ecliptica, & ex alterutra data alteram, unà cum puncto Ecliptica respondente, ex figura constructa reperire.* 617

12. *Descensionem obliquam ex figura constructa elicere.* Ibid.

13. *Quaternos arcus Ecliptica aquales, à punctis aquinoctialibus, vel tropicis aqualiter distantes, habere ascensiones rectas aquales.* Ibid.

14. *Arcus Ecliptica aquales ab alterutro punctorum aquinoctialium aqualiter distantium, habere ascensiones obliquas aquales.* 618

15. *Arcus Ecliptica in semicirculo ascendente tanto minores habere ascensiones obliquas rectis eorundem ascensionibus, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliqua arcuum aqualium oppositorum, vel cũ illis ab eodem tropico puncto aqualiter distantium, & in semicirculo descendente existentium.* Ibid.

16. *Ascensiones obliquas duorum arcuum Ecliptica aqualium oppositorum, vel aqualiter ab eodem puncto tropico distantium, simul sumptas aquales esse rectis eorundem ascensionibus simul sumptis.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 5.

1. Ascensiones, descensionesque obliquas ex Analemmate elicere.. 619

1. Inuentio differentiæ ascensionalis dati puncti Eclipticæ, vel stellæ, ex Analemmate. Ibid.

2. In qua cæli parte initium Arietis existat, ex cognita ascensione obliqua cognoscere. 620

2. Situ puncti Eclipticæ tam in Meridiano supra Horizontem, quàm in Horizonte orientali, ex situ principij Arietis cognoscere. Ibid.

3. Ascensioni obliquæ datæ arcum Eclipticę respõdentem, beneficio Analemmatis exhibere. 621

4. Ascensionem obliquam dati puncti Eclipticæ, aut stellæ, per numeros inquirere. 623

4. Differentiæ ascensionalis inuentio per numeros. Ibid.

4. Inuentio differẽtiæ descensionalis per numeros. 624

4. Ascensio obliqua quo pacto ex differentia ascẽsionali eliciatur. Ibid.

4. Descensio obliqua quo pacto ex differentia descensionali eruatur. Ibid.

4. Ex data ascensione, aut descensione obliqua, arcum Eclipticæ respondentem, per numeros explorare. 625

4. Quodnam punctum Eclipticæ cũ data stella oriatur, aut occidat, per numeros cognoscere. 626

4. Declinatio stellæ quo pacto per eius altitudinem meridianam inueniatur. Ibid.

4. Cum quo puncto Eclipticę stella data cælum mediet, etiamsi eius locus ignoretur ĩ Zodiaco cognoscere. Ibid.

4. Inuentio latitudinis stellæ, & loci veri, ex eius declinatione, & mediatione cæli. Ibid.

4. Inuentio ueri loci stellæ in Zodiaco, ex eius declinatione, & latitudine. 629

IN CANONE 6.

1. *Latitudo ortiua, vel occidua: Item Zenith ortus, vel occasus Solis, aut stella, quid.* 630

1. *Latitudinem ortiuam, occiduamue, beneficio Astrolabij inuestigare.* Ibid.

1. *Latitudinem ortiuam occidua aqualem esse.* Ibid.

3. *Ex latitudine ortiua, occiduaue cognita punctum Ecliptica respondens, per Astrolabium reperire.* 631

4. *Latitudinem ortiuam sine instrumento inquirere.* Ibid.

5. *Ex cognita latitudine ortiua, occiduaue punctum Ecliptica congruens, sine instrumento exquirere.* 632

IN SCHOLIO CANONIS 6.

1. Latitudinem ortiuam cuiuslibet puncti Eclipticæ, vel stellæ, ex Analemmate deprehendere. 632

2. Data latitudine ortiua, congruẽs punctum Eclipticæ, per Analemma indagare. 633

3. Alia inuentio latitudinum ortiuarum ex Analemmate. 634

4. Latitudinem ortiuam per numeros inuestigare. 635

4. Data latitudine ortiua, punctum Eclipticæ respondens inuenire per numeros. Ibid.

IN CANONE 7.

1. *Arcum semidiurnum, vel seminocturnum cuiuslibet gradus Ecliptica, seu stella per instrumentum indagare.* 636

2. *Ex dato arcu semidiurno, vel seminocturno punctum Eclipticę respondens inuestigare in Astrolabio.* Ibid.

3. *Arcum semidiurnum, vel seminocturnum dati puncti, aut stella, sine instrumento inuenire.* 637

3. *Ex dato arcu semidiurno, seminocturnoùe, punctum Ecliptica respondens, sine instrumento perscrutari.* 638

IN SCHOLIO CANONIS 7.

1. Arcum semidiurnum, aut seminocturnum dati puncti Eclipticę, vel stellæ, ex Analemmate perdiscere. 639

2. Ex arcu semidiurno, vel seminocturno dato punctum Eclipticæ, cui cõgruit, per Analemma venari. Ibid.

3. Arcum semidiurnum, & seminocturnum dati puncti Eclipticæ, vel stellę, per numeros inquirere. 641

3. Dato arcu semidiurno, aut seminocturno, punctum Eclipticæ respondens, per numeros inuestigare. 642

IN CANONE 8.

1. *Horam à mer. vel med. noc. interdiu per Astrolabium venari.* 643

2. *Horam à mer. vel med. noct. per Astrolabium noctu inquirere.* Ibid.

3. *Horam ab or. vel occ. per Astrolabium cognoscere.* Ibid.

4. *Horam inæqualem per Astrolabium inquirere.* 644

5. *Quando altitudo Solis, vel stella non habet parallelum Horizõtis respondentem quo pacto inter proximè minorem, & proximè maiorem parallelum locãdus sit Sol, vel stella, vt propriam habeat altitudinem.* Ibid.

6. *Horam sine materiali instrumento inuestigare.* 645

IN SCHOLIO CANONIS 8.

1. Horam à mer. vel med. noct. interdiu ex Analemmate perscrutari. 647

1. Horam ab or. vel occ. interdiu ex Analemmate cognoscere. 648

1. Horam inæqualem interdiu per Analemma venari. Ibid.

2. Horam quamcunque noctu per Analemma explorare. Ibid.

2. Distantiam stellæ à Meridiano supero ortum versus sumendam esse ad horam inuestigandam. Ibid.

2. Distantia Solis à stella ab occ. in or. quo pacto inuestigetur ex distantia stellæ à Meridiano supero ortum versus numeratã. 649

2. Distantiam Solis à Meridiano supero ortum versus, ex distantia stellæ ab eodem Meridiano, & ex distãtia Solis à stella eodem ordine inuenta, colligere. Ibid.

2. Distantia Solis à stella versus occasum quo pacto inquiratur. 650

2. Horam, qua stella ad Meridianũ peruenit, cognoscere. Ibid.

3. Reductio hor. à mer. vel med. noc. ad hor. ab ortu Solis. 651

3. Re-

3. Reductio hor. à merid. vel med. noct. ad hor. ab occasu Solis. Ibid.
3. Reductio hor. ab ortu ad hor. à mer. vel med. noc. Ibid.
3. Reductio hor. ab occ. ad hor. à mer. vel med. noc. 652
3. Reductio hor. ab or. ad hor. ab occ. Ibid.
3. Reductio hor. ab occ. ad hor. ab or. 653
4. Horæ inæqualis magnitudinem tam per instrumẽtum, quàm sine instrumento cognoscere. Ibid.
4. Reductio horæ inæqualis ad æqualem. Ibid.
4. Reductio horæ æqualis ad inæqualem. Ibid.
5. Horam ęqualem per numeros inuestigare. Ibid.

IN CANONE 9.

1. *Horam ortus occasusque Solis, vel stellæ cuiusuis per Astrolabium inuestigare.* 655
2. *Horam, qua stella cęlum mediat, ex Astrolabio cognoscere.* Ibid.
3. *Qui dies, ac noctes inter se sint æquales, ex Astrolabio discere.* Ibid.
4. *Qui dies habeant arcus diurnos, nocturnosque alternatim æquales, in Astrolabio considerare.* Ibid.
5. *Horam ortus, occasusq; Solis, vel stellæ, &c. sine instrumento indagare.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 9.

1. Horam ortus, occasusque Solis, vel stellæ, per Analemma inuestigare. 657
2. Horam ortus, occasusque Solis, vel stellæ, per numeros inquirere. Ibid.

IN CANONE 10.

1. *Crepusculum matutinum, ac vespertinum, quamdiu duret, & qua hora incipiat, & finiatur, ex instrumento cognoscere.* 657
2. *Alia crepusculi inuentio certior.* Ibid.
2. *Quo pacto ex uno crepusculo eruatur initium, & finis alterius crepusculi eiusdem diei.* 658
2. *Quantum à principio, aut fine crepusculi distemus, cognoscere.* Ibid.
3. *Crepusculum utrumque ne Astrolabio materiali inuestigare.* Ibid.
4. *Crepuscula inuenire aliter sine Astrolabio materiali.* 659
4. *Quid obseruandum in crepusculi cuiusuis initio, ac fine determinando.* 660

IN SCHOLIO CANONIS 10.

1. Crepuscula ex Analemmate inquirere. 661
2. Sinum versum arcus semidiurni, ideoque & ipsum arcum semidiurnum per numeros explorare. 662
2. Crepuscula per numeros indagare. Ibid.

IN CANONE 11.

1. *Per Astrolabium materiale puncta Eclipticæ inuestigare, quæ in quolibet circulo Eclipticam secante existunt.* 663
2. *Qua hora quiuis gradus, aut signum Eclipticæ oriatur, cognoscere.* Ibid.
3. *Sine Astrolabio materiali puncta Eclipticæ inuestigare, quę in quouis circulo Eclipticam secante existunt.* Ibid.
3. *Qua hora quodlibet punctum Eclipticæ oriatur, vbicunque Sol existat, sine instrumento perquirere.* 664
6. *Qua in domo cælesti stella data, vel punctum Eclipticæ, hora obseruationis existat, cognoscere.* 665

IN SCHOLIO CANONIS 11.

1. Puncta Eclipticæ in Meridiano,

Horizonte, & quouis circulo horario a mer. vel med.noc. existentia, per ascẽsiones rectas, & obliquas inuestigare. 666

2. Accuratior inuentio puncti Eclipticæ in dato circulo horario existentis, quolibet signo oriente, quando arcus semidiurnus non habetur in grad. & min. vel in hor. min & sec. 668

3. Horæ, qua quoduis Eclipticæ punctum oriatur, vbicunque Sol existat, inuentio per ascensiones obliquas. Ibid.

IN CANONE 12.

1. *Meridianam lineam, & puncta veri ortus, atque occasus per Astrolabium materiale inuestigare.* 669

2. *Meridianam lineam sine Astrolabio materiali certius inuenire.* Ibid.

3. *Meridianam lineam sine instrumento Astrolabij, ex declinatione Solis, & altitudine poli cognitis, per vnicam obseruationem inuestigare.* 670

4. *Meridianam lineam sine Astrolabio materiali, ex sola declinatione Solis cognita: per duas obseruationes indagare.* 671

5. *Meridianam lineam sine Astrolabio materiali, per tres obseruationes, etiãsi declinatio Solis, & altitudo poli ignorentur, inquirere.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 12.

1. Meridianæ lineæ inuẽtio ex Analemmate per declinationem Solis, & altitudinem poli cognitas. 672

2. Meridianæ lineæ inuentio in plano horizontali per tres obseruationes, etiamsi declinatio Solis, & altitudo poli, cognitæ non sint. Ibid.

3. Instrumenti constructio, & vsus, quo simul vmbra, & altitudo Solis deprehenditur. 674

IN CANONE 13.

1. *Altitudinem poli supra Horizontem reperire per vnam obseruationem, quando declinatio Solis, & situs lineæ meridianæ dantur.* 676

2. *Altitudinem poli, & lineam meridianam per duas obseruationes, ex sola declinatione Solis cognita inuestigare.* 677

3. *Altitudinem poli, lineam meridianam, & declinationem Solis, per tres obseruationes exquirere.* Ibid.

4. *Lõgitudines locorum per eclipses Lunares, quo pacto explorentur.* 678

IN SCHOLIO CANONIS 13.

1. Altitudinis poli inuẽtio ex Analemmate per duas obseruationes, etiãsi declinatio Solis ignoretur, dummodo situs lineæ meridianæ detur. 679

2. Altitudinem poli, lineamque meridianam per tres obseruationes cognoscere, licet declinatio Solis sit ignota. Ibid.

3. An vertex loci sit inter polum arcticum, & Solem, vel stellam in Meridiano positam, an vero Sol vel stella in Meridiano posita sit inter polum arcticum, & verticem loci, quo pacto cognoscatur. 680

4. Altitudo poli quo pacto ex declinatione Solis vel stellæ, altitudineque meridiana venanda sit. Ibid.

5. Vbi sit pars septentrionalis, & australis, quo pacto deprehendatur. 681

6. Aliter ac facilius, si constet, polum arcticum eleuari supra Horizontem. Ibid.

IN CANONE 14.

1. *In quanam Zona datus locus collocetur, cognoscere.* 682

2. *In quonam climate datus locus collocatus sit, percipere.* Ibid.

IN CANONE 15.

1. *Duorum locorū in terra sub Aequatore positorum distantiam itinerariam exquirere.* 683

2. *Duorum locorum eiusdem longitunis distantiam metiri.* Ibid.

3. *Duorum locorum longitudinē grad. 180. habentium distantiam reperire.* Ibid.

4. *Duorum locorum diuersarum longitudinum, latitudinumque distantiam inuestigare.* Ibid.

7. *Distantia inter locum borealem, & australem, quo pacto commodius reperiatur.* 685

7. *Distantia inter duo loca australia, quo pacto ex oppositis locis borealibus inquirenda sit.* 686

8. *Distātiam duarum stellarum quarumlibet inuestigare.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 15.

1. Distantiam duorum locorum in terra ex Analemmate perscrutari. 687

2. Alia ratione distantiam locorum ex Analemmate inquirere. 689

3. Alia ratio inueniendæ distantiæ duorum locorum. 691

4. Alia ratio inuestigādæ distātiæ inter duo loca boreal. vel australia. ibid.

6. Locorum distātiam per numeros exquirere. 692

6. Aliá inuentio distantiæ locorum per numeros. 694

6. Errores quorundam in distantia locorum inuestiganda. 695

6. Modus Verneri in distantia locorum exquirenda. 696

6. Modus Petri Nonij facilior modo Verneri. Ibid.

6. Reductio circumferentiæ paralleli ad gradus circuli maximi. 697

6. Reductio chordæ arcus paralleli ad ptes diametri circuli maximi. Ibid.

6. Declinatio stellæ quo pacto aliter inueniatur per numeros, quàm in scholio Can. 3. dictum est. Ibid.

IN CANONE 16.

1. *Distantia Solis horizontalis in quouis circulo maximo quid.* 698

1. *Altitudo Solis ad datam horam supra quemuis circulum maximum, quo pacto inueniatur sine Astrolabio materiali.* 699

1. *Distantia horizontalis ad datam horam supra quemuis maximum circulum, quo pacto cognoscatur sine Astrolabio materiali.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 16.

1. Circumferentia descensiua, & horizontalis, quæ. 702

3. Altitudinem Solis supra quemuis circulum maximum obliquum per numeros qualibet hora efficere notam. 703

3. Distantiam horizontalē supra quēuis circulum maximum obliquum per numeros scrutari. Ibid.

3. Inuentio alia altitudinis Solis per numeros. 705

3. Horam ex altitudine Solis per numeros obseruare. 706

3. Altitudinem stellæ ex eius distantia à Meridiano: Et vicissim distantiam eius à Meridiano, ex eius altitudine perscrutari per numeros. Ibid.

IN CANONE 17.

1. *Arcum circuli cuiusuis maximi inter proprium Meridianum, & Meridianū regionis data inuestigare.* 707

2. *Inclinationē Meridiani circuli cuiusuis maximi obliqui ad Meridianum Horizontis inuenire.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 17.

1. Quo pacto circuli maximi, quibus horologia æquidistant, describantur in Astrolabio. 707

IN CANONE 18.

1. *Inclinatio dati circuli maximi situ habentis notum in sphaera ad Meridianu, qua ratione cognoscatur.* 708

2. *Inclinatio circuli obliqui maximi, cuius situs in sphaera cognitus sit, ad Aequatorem, quo pacto reperiatur.* 709

IN CANONE 19.

1. *Arcum Meridiani inter datum circulum maximum obliquum, cuius situs in sphara cognitus sit, & tam Horizontem, quàm polum mundi, & polum Horizontis, inquirere.* 709

IN CANONE 20.

1. *Altitudinem poli supra datum circulum maximum, cuius positio in sphara sit cognita, inquirere.* 710

IN SCHOLIO CANONIS 20.

1. Arcum circuli maximi obliqui situm in sphæra habentis notum, inter maximum circulum, qui per eius polos, & polos Horizõtis ducitur, & tam Meridianum proprium, quàm Meridianum Horizontis positum inuenire. 710

2. Arcus maximi circuli per polos Horizontis, & polos dati circuli maximi obliqui transeuntis, inter Horizontẽ, & circulum horę 6. à mer. vel med. noc. positus, qua ratione cognoscatur. Ibid.

3. Quot horę, & quę existant supra vtramque faciem circuli maximi obliqui, & qua hora illuminari incipiat. Denique quos arcus parallelorum circulus ille maximus abscindat. Ibid.

4. Angulos, quos Ecliptica cum Meridiano, Horizonte, & Verticali per Solem qualibet hora ducto constituit, inuenire. 711

IN CANONE 21.

1. *Arcus horarius in quouis circulo maximo quid.* 712

1. *Arcuum horariorum in quouis circulo maximo inuentio.* Ibid.

IN SCHOLIO CANONIS 21.

1. Horarum descriptio in quouis plano, beneficio arcuum horariorum. 713

4. Arcus horarios pro horis à mer. & med.noc. supputare. 714

IN CANONE 22.

Omnia 22. Problemata triangulorum sphæricorum, de quibus in Lemmate 53. lib. 1. absque numerorum auxilio, in plano mira facilitate construuntur, atque explicantur. 714

IN SCHOLIO CANONIS 22.

OCTO theorematibus variæ determinationes magnitudinis angulorum in triangulis sphęricis demonstrantur. 745

DEINDE precipui canones supra expositi, rursus facilius explicantur per quædã quęsita, beneficio triangulorum sphęricorum in plano descriptorum. 750

FINIS.

AD LECTOREM.

VT homines ſumus, vitari errata omnia non potuere. pleraq; in indicantibus figurarum literis contigerunt. Ea ad finem voluminis poſita ſunt; quæ vt ante conſulas, emendesq́;, quàm ad libri lectionem accedas, amice Lector, magnopere ad rem ipſam pertinere arbitror.

ASTROLABII LIBER PRIMVS.

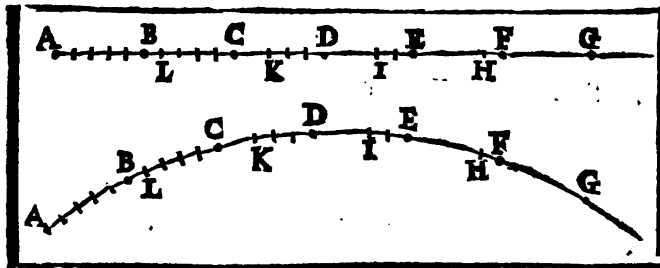
AVCTORE CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI E' SOCIETATE IESV.

ONTINET primus hic liber problemata varia, atq. theoremata, partim Geometrica, partim Sphærica, & partim Conica, quæ omnia ab officio Lemmata appellare libuit, propterea quod frequẽtissime adhibenda sunt, ac tanquam certissimis cõfirmata demonstrationibus assumenda, vt facilius ac breuius ea, quæ de multiplici circulorum proiectione in planum, & de eorundem in gradus partitione libro secundo præcepturi sumus, possint demonstrari. Nam nisi seorsum ea in vno libro demonstrarentur, cogeremur proprias Astrolabij demõstrationes longiores, quam par est, ac proinde & obscuriores, efficere. Est & altera causa, cur omnia hæc theoremata, problemataq. vnum in librum sint congesta: quia videlicet non rarò vnum atq. idem Lemma ad plures propositiones demonstrandas adhibendum est. Ne igitur eius demonstratio pluribus in locis frustra inculcaretur, sed doctrinæ suus seruaretur ordo, ac nitor, necesse fuit illud separatim Geometrica demonstratione confirmare: quæ causa multis Lemmatibus communis est. His adde, quod cum huiusmodi Lemmata non solum in Astrolabio vsum necessarium habeant, verumetiam eorum pleraq. ad alias res Mathematicas non paucas magnum emolumentum afferant, ratio ipsa postulare videbatur, vt proprio libro explicarentur, vt facilius, & expeditius, quando ijs Geometra in suis demonstrationibus indigebit, possint reperiri.

Argumentum primi libri.

LEMMA PRIMVM.

DATAM lineam rectam, vel circularem, in quotuis partes æquales, etiam minutissimas, diuidere beneficio circini, cuius pedes distantiam inter se habeant data linea maiorem.

SIT linea recta, vel circularis AB, diuidenda in quotuis partes æquales. In linea producta accipiantur datę lineę AB, tot lineæ æquales beneficio circini, in quot linea AB, diuidenda est, quales sunt BC, CD, DE EF, FG. Et

tota linea AG, in tot æquales partes distribuatur beneficio etiam circini, (Vel si linea quidem AG, recta est, ex scholio propos. 40. lib. 1 Eucl. vel ex scholio propos. 10. lib. 6 eiusdem: Si vero circularis, beneficio quadratricis, per ea, quæ ad finem lib. 6 Eucl. scripsimus.) in quot lineam AB, partiri iubemur, cuiusmodi sunt GH, HI, IK, KL, LA: continebit autem quælibet harum partium datam lineam AB, semel, & insuper vnam earum partium, in quas AB, diuidenda proponitur. Quoniam enim est, vt AG, ad AL, ita AF, ad AB, quod vtrobiq. sit, ex constructione, eadem proportio multiplex. Toties enim AL, in AG, continetur, quoties AB, in AF: Erit permutando, vt AG, ad AF, ita AL, ad AB. Cōtinet autem AG, ipsam AF, semel, & insuper FG, vnam partem ex ijs, in quas AF, secta est, quæ quidem sunt AB, BC, CD, DE, EF, tot, in quot linea AB, diuidenda proponitur. Igitur & AL, ipsam AB, semel continebit, & insuper vnam earum partium, iu quas AB, diuidenda est. Est ergo BL, earum partium vna. Quocirca sicut interuallum GH, quod maius est data linea AB, dat nobis vnam partem FH, ita idem translatum ex duobus punctis F, H, dabit duas partes EI, & ex tribus punctis prope E, translatum exhibebit tres partes DK, & translatū ex quatuor punctis prope D, dabit quatuor partes CL, & ita deinceps vna semper parte amplius, ita vt tandem spatium GH, in ipsam *AB*, translatum exhibeat tot partes, in qu ot secanda est *AB*, hoc est, quot sunt partes AB, BC, CD, DE, *EF*, atque adeo tunc AB, diuisa sit in partes propositas æquales.

ATQVE hic modus diuidendi vtilissimus est, quando linea AB, in particulas adeo minutas secanda est, vt ęgre beneficio circini continuari possint sine errore.

IAM, si linea AG, secanda sit, v.g. in 30. partes æquales, diuidenda prius erit in quotuis partes æquales, pauciores quam 30. ita tamen, vt earum numerus sit pars aliquota numeri 30 partium, vt in exemplo diuisa est in sex partes, quarum singulæ quinas partes continent. Diuisa deinde prima parte AB, in quinque

que partes, vt dictum est, interuallo AL, vel GH, quo linea AG, ex sex partibus ipsi AB, æqualibus constans in quinque æquales partes diuisa est; Si pes vnus circini in A, statuatur, (interuallo AL, non mutato) deinde in proximo puncto, deinde in sequenti, atq. ita deinceps, secta erit altero pede tota linea AG, in 30. partes ęquales.

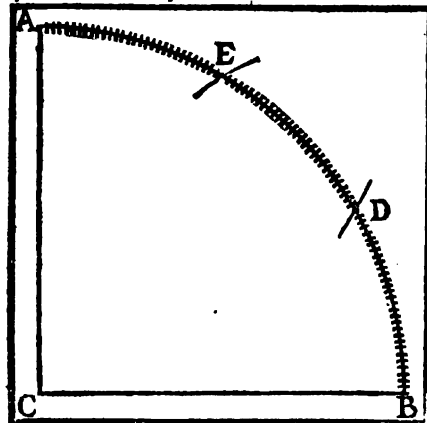
POSSET quoque recta AG, secari prius in 5. partes, vt singulę senas particulas ex 30. continerent: Sed tunc singulæ rursus diuidendæ essent bifariam, & harum semissium prima in tres æquales partes distribuenda eo modo, quo supra est traditum; ac tandem tota AG, beneficio harum tertiarum partium diuidenda in triginta partes. Quod si quintæ partes adeo exiguæ sint, vt ægre circino possint bifariam diuidi, secandæ essent in senas partes singulæ, vt initio docuimus; Vel certe linea ex tribus quintis illis partibus composita, secanda bifariam. Ita enim eodem hoc interuallo omnes bifariam diuidentur, ac tandem quælibet semissis in tres partes, vt prius.

ACCIDIT nonnunquam, vt in linea datæ magnitudinis, accipiendæ sint ordine plurimę particulæ, sub determinato tamen numero, quæ ægre propter earum paruitatem circino sine errore sumi possunt. Hoc ergo tunc artificium adhibebimus. Si numerus particularum diuidi potest in plures partes, accipiemus circino in data linea tot partes æquales, in quot numerus particularum diuidi potest, ita tamen, vt eę partes simul fere exhauriant totam datam lineam. Nam si prima harum partium secetur in tot particulas, quot ex proposito numero in ea continentur, idemq. fiat in reliquis partibus, habebimus datum particularum numerum. Vt si linea proponatur, in qua sumendę sint ordine 84. particulæ, secabimus eam primum in duas, vt quęlibet contineat 42 Rursus singulas in duas, vt habeantur quatuor partes, quarum singulæ contineant 21. particulas. Harum item singulas in tres partiemur partes, vt habeamus duodecim partes, quarum quælibet 7. particulas contineat. Postremo singulas harum in 7. particulas distribuemus. Si vero numerus particularum propositus diuidi nequeat in plures partes, accipiendus erit numerus paulo maior minorue, qui in plures possit partes diuidi, atque tot particulę in data linea sumendę ordine, vt proxime diximus. Si namq. superfluę particulę abijciantur, vel eæ, quę desunt, adijciantur, habebimus propositum particularũ numerum. Vt si ordine abscindendę sint 74 particulæ ex aliqua data recta linea, proponemus nobis 80. particulas. Nam si datam lineam secemus bifariam continebit vtraq. semissis 40. particulas. Vtraq. rursus secta bifariam dabit quatuor partes 20. particularum. Singulę vero harum bifariam diuisæ offerẽt octo partes 10. particularum, quarũ singulę quoq; bifariam sectæ dabunt sexdecim partes, & in singulis quinq; particulę existent. Si ergo singulæ in quinas particulas distribuantur, ut docuimus, habebimus 80. particulas: reiectis autem sex, reliquę erunt 74. propositæ. Vel proponemus nobis 72. particulas. Si enim ordine accipiamus 24, partes æquales, ita vt fere datam lineam exhauriant (quę 24. partes habebuntur etiam, si data linea, vel eius segmentum paulo minus ipsa linea secetur primum bifariam, & vtraq. pars rursum bifariam, & harum partium singulę rursum bifariam, ac tandem singulę harum partium in ternas partes secentur.) & singulæ partes in tres particulas diuidantur, vt traditum est, habebimus 72. particulas, quibus si adijciantur duæ particulæ, exurget numerus 74. particularum propositus

HIS recte consideratis, facile intelliges, quomodo in quolibet alio particularum numero te gerere debeas.

LEMMA II.

QVADRANTEM, vel circulum datum in gradus distribuere beneficio circini, cuius pedum interuallum plures gradus, quam duos, tresue complectatur.

SIT quadrans AB, cuius centrum C. Interuallo semidiametri AC, quo quadrans descriptus est, abscindantur duo arcus AD, BE, quorum vterque ex

coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. sexta pars erit circuli, continens gradus 60. ac proinde vterque reliquorum BD, AE, gradus 30. comprehendet, totidemq; idcirco graduum intermedius arcus DE, existet, adeo vt quadrans iam in tres partes æquales diuisus sit, si angulus ACB, in cētro rectus fuerit omnino, ideoque vere quadrantem subtenderit. Deinde diuisis singulis arcubus AE, ED, DB, beneficio circini, vel quadratricis in quinas partes æquales, (adhibita praxi antecedentis lemmatis, si quinæ hæ partes fuerint nimis exiguæ.) vt quælibet 6 gradus contineat, totusque quadrans in 15. partes diuisus sit, secentur rursus singulæ hæ per lemma præcedens in senas partes: vel certe prius in binas, & postea singulæ hæ in ternas. Vtroque enim modo quadrans in 90. gradus distributus erit.

SI integer circulus in 360 gradus secandus sit, partiemur eum prius in quatuor quadrantes per duas diametros sese in centro ad angulos rectos intersecantes: Deinde singulos quadrantes vna eademque opera in 90. gradus distribuemus, vt dictum est, sumendo in singulis eodem interuallo circini partes easdem, &c.

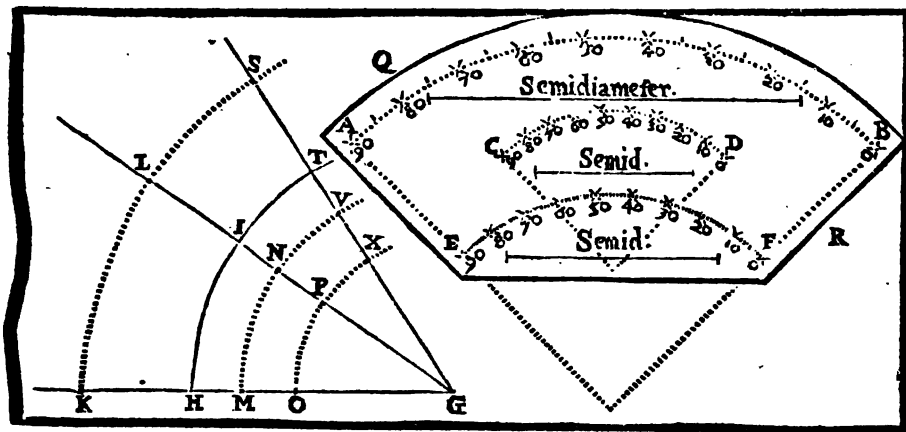
ITAQVE cum tota difficultas diuidendi circulum, quadrantemue in gradus, consistat in vltima ferme operatione, qua arcus æquales in singulos gradus distribuendi sunt, quòd propter graduum paruitatem vix circinus reperiri possit, qui commode, & sine errore diuisionem illam in tam minutas partes perficiat, danda erit opera, vt, cum in huiusmodi diuisione ad tam exiguos arcus peruentum fuerit, qui ægre beneficio circini in minutiores particulas secentur, adhibeamus doctrinam præcedentis lemmatis, qua nimirum particulas etiam minutissimas maiore interuallo pedum circini reperimus.

LEMMA III.

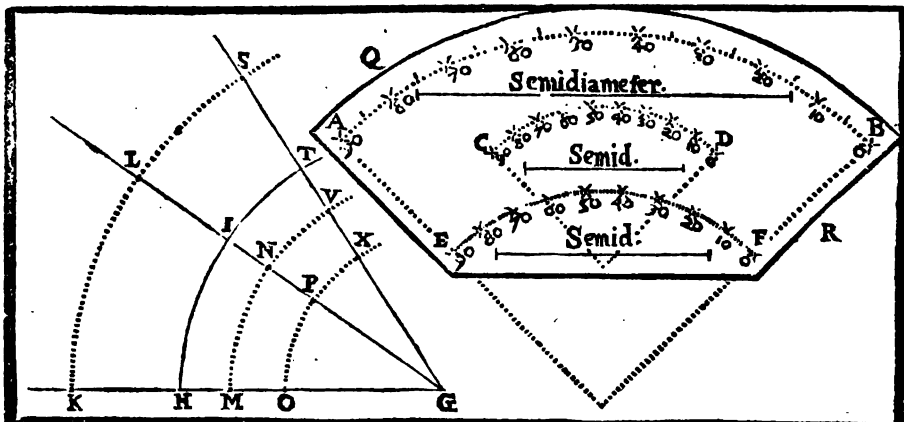
EX data circumferentia arcum quotlibet gradus integros, vel quotlibet gradus, ac minuta complectētem ab-

scindere

scindere: Et contra, quot gradus ac minuta in quouis arcu datę circumferentię contineantur, cognoscere, etiam si data circumferentia in gradus, ac minuta diuisa non sit.

AD initium nostræ Gnomonicæ docuimus, si ex centro alicuius quadrantis in 90. gradus accurate diuisi rectæ lineæ ad singulos gradus emittantur, instrumentum esse paratū. quo in circumferentia cuiusuis circuli arcus accipiatur quotquot graduū ac minutorum, vsumq. huius instrumenti ibidē explicauimus: Sed quia perdifficile est lineas rectas ex centro ita exquisite ducere, vt eæ quadrantes omnes ex eodem centro communi descriptos in 90. gradus ęquales partiantur, quod tamen omnino necessarium est, si in vsu instrumenti errare non velimus; construemus hoc loco aliud quasi instrumentum pro eodem vsu, meo iudicio, multo commodius, hoc modo.

DESCRIBANTVR in tabella ænea, uel lignea aliquot quadrantes non multum inter se distantes, quales sunt tres AB, CD, EF, siue ex eodem centro, siue ex diuersis, qui omnes inter se inæquales sint, vt nunc maiore, nunc minore, prout res tulerit, vti possimus; & iuxta quemlibet propria semidiameter ponatur, quamuis hoc non sit omnino necessarium, cum interuallum 60. graduū sit semidiametro æquale, ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. Diuisis autem singulis quadrantibus in suos gradus, (in instrumento quadrans C D, propter paruitatem sectus est tantum in 45. partes, vt singulę binos contineant gradus) si partes tabellæ superfluæ resecentur, vt relinquatur figura QR, paratum erit quasi instrumentum; cuius vsus hic est.

SIT ex circumferentia H I, cuius centrum G, abscindendus arcus quotuis graduum, (id quod frequentissime in Astrolabio faciendum est) nimirum 35. Describatur ex G, ad interuallum semidiametri maioris quadrantis A B, si id magnitudo plani, in quo est arcus HI, permittit, arcus KL, vel, si id ob paruitatem plani fieri nequit, ad interuallum minoris alicuius quadrantis, pro commoditate plani, arcus MN, vel OP. Si enim ex quadrante, ad cuius semidiametri

tri quantitatem arcus ex G,descriptus est, interuallum 35. graduum transferatur in respondentem arcum ex K,in L,vel ex M;in N,vel ex O, in P; atque ex G,per L,vel N,vel P,recta educatur,secabitur,data circumferentia in I,arcusq; HI,gradus 35.continebit,cum similis sit tam arcui KL, quam MN, vel OP, ex scholio propos. 22.lib 3. Eucl

SI circumferentia proposita, verbi gratia KL, habeat semidiametrum æqualem prorsus semidiametro alicuius quadrantis in instrumento, qualis hic est quadrans maior AB, tunc si arcus graduum propositorum transferatur in datam circumferentiam KL, habebitur propositum, vt perspicuum est.

QVOD si quando abscindendus sit arcus continens quotuis gradus, & insuper aliquot minuta, accipienda erunt illa minuta per æstimationem, nimirum semissis gradus vnius pro 30. minutis, tertia autem pars pro 20. & duæ tertiæ partes pro 40. & tres quartæ partes pro 45. & paulo plus quàm quarta pars, pro 16. vel 17. minutis, & sic de cæteris. Sed certius, & quidem Geometrice, docebimus minuta quotlibet ex quolibet gradu abscindere, paulo inferius in hoc eodē lemmate, etiamsi gradus in minuta diuisus non sit.

RVRSVS sit ad punctum G, cum recta GH, constituendus angulus complectens gradus 57. min. 21. Descripto arcu KL, ex G, ad interuallum semidiametri quadrantis A B, (vel alterius cuiuspiam minoris, si spatium fuerit angustum) transferatur interuallum huius quadrantis continens gradus 57. & paulo amplius quam tertiam partem vnius gradus, ex K, vsque ad S. Ducta namque recta GS, constituet angulum quæsitum KGS.

VICISSIM desideret quis scire, quot gradus, ac minuta arcus HI, ex G, descriptus contineat. Hoc assequetur, si ex G, delineet arcum, cuius semidiameter semidiametro alicuius quadrantis in nostro instrumento æqualis sit. Si enim recta ex G, per I, educatur, abscindet ea ex arcu descripto arcum similem arcui HI, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. Si igitur arcus ille abscissus transferatur in quadrantem respondentem, illico apparebit, quot gradus contineat, ac minuta, sumendo 30. minuta pro semisse gradus; 40 pro duabus tertijs partibus, & sic de cæteris, prout maior pars vnius gradus offeretur. Ita inuenimus in arcu HI, contineri gradus 35. quòd totidem gradus contineat arcus KL, in quadrante AB, vel arcus MN, in quadtante EF, vel arcus OP, in quadrante CD. At in arcu

HT,

HT, reperimus ferme gradus 57. & minuta 21. quia totidem gradus ac minuta arcus KS, in quadrante AB, vel arcus MV, in quadrante EF, vel arcus OX, in quadrante CD, includit.

EX his manifestum est, satis esse ad problema hoc efficiendum, si vnus tantum quadrans adsit cuiusuis magnitudinis exquisite in gradus diuisus: nisi quod aliquando planum propositum tantum non est, vt in eo arcus describi possit ad interuallum semidiametri quadrantis. Quod cum accidet, describenda erit data circumferentia, vna cum illo arcu, in alia charta seorsum, &c. Quare commodius erit instrumentum, si plures in eo quadrantes inæquales contineantur.

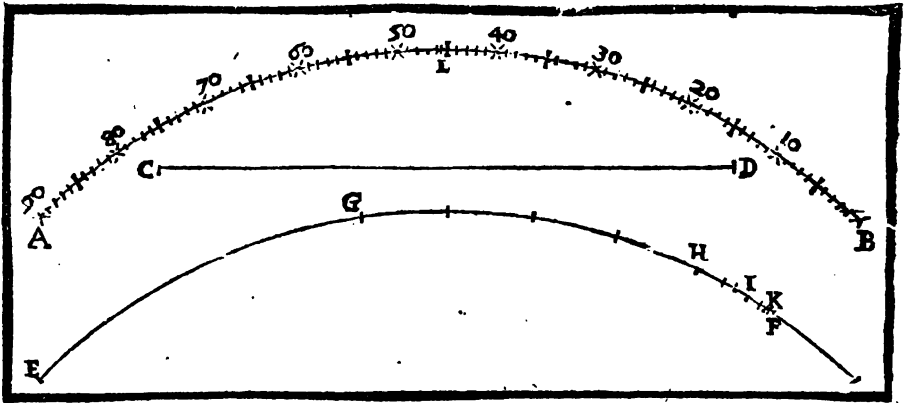
PRAEFERO autem vsum vnius quadrantis, vel plurium illi instrumento, quod initio nostræ Gnomonices construximus, quia magis æquales sunt gradus in quolibet quadrante seorsum diuiso, quam gradus, quos rectæ ex centro emissæ exhibent in alio quadrante ex eodem centro descripto, quòd perdifficile sit illas rectas proportionalibus inter se spatiis semper distantes educere.

IAM verò, si huiusmodi instrumentum præ manibus non habeatur, commodè quoque ita agemus. Quadrans eius circuli, in cuius circumferentia gradus propositi abscindendi sunt, diuidatur in tres partes, & quælibet tertia pars iterum in tres, vt habeantur 9. quarum singulæ 10. gradus contineant. Postremò vltima pars sola in 10. gradus distribuatur. Nam beneficio huius partis diuisæ, & aliarum partium non diuisarum, arcum quotcumque graduum accipiemus, hoc modo. Si graduum numerus non excedat 10. facilè in vltima parte 10. graduum gradus propositus sumetur. Si vero numerus graduum maior sit, quàm 10. verbi gratia 57. statuemus vnum pedem circini in gradu septimo partis diuisæ in 10. gradus, numerando hos 7. gradus non ab extremo exteriore, sed interiore, alterum verò circini pedem extendemus vsque ad talem partem quadrantis, vt arcus inter pedes circini complectatur gradus 57. Vel certe duabus operationibus rem exequemur, sumendo primum inter partes quadrantis non diuisas, gradus datos à 10. numeratos, & deinde reliquos gradus in extrema parte in 10. gradus diuisa. Vt in proposito exemplo, primum sumemus 5. partes non diuisas, quæ continent gradus 50. deinde accipiemus 7. gradus in parte diuisa, atque ita habebimus 57. gradus. Eademque ratio est de cæteris. Itaque satis foret, si in instrumento singuli quadrantes in 9. partes secarentur, & vltima deinde sola pars in 10. gradus distribueretur.

QVIA vero, quando propositus arcus præter gradus continet etiam aliquot minuta, perfici atque absolui hoc lemma nequit, nisi plus minus per æstimationem, vel coniecturam, vt diximus: doceamus, qua ratione Geometricè abscindendus sit arcus, in quo præter gradus, quotcumque etiam minuta proposita comprehendantur: Et vicissim, quo pacto cognoscendum, quot minuta in quauis particula vnius gradus contineantur. Quamuis enim hoc ipsum ad finem libelli de fabrica & vsu instrumenti horologiorum docuimus, quia tamen libellum illum non semper in promptu habemus, libuit idem hoc loco breuiter repetere, præsertim cum maximus eius rei vsus in Astrolabio reperiatur.

ARCVS igitur tot graduum, quot minuta desiderantur, secetur in 60. partes æquales. Sexagesima namq; particula continebit minutorum numerum propositum. Vt si desiderentur in aliquo gradu quadrantis AB, cuius semidiameter CD, minuta 53. diuidemus arcum 53. graduum, vel potius ei æqualem FG, in cir-

in circumferentia EF, quæ ſemidiametrum æqualem habeat ſemidiametro CD, vt confuſio euitetur, in 60. partes æquales. (diuidendo eum primum in quinque partes æquales, deinde vnamquamq; harum in tres partes; vel prius in tres deinde vnamquamque in quinque, & harum ſingulas biſariam, ac deinde ſingu-

las harum rurſus biſariam. Sed ſatis eſt, ſi vna tantum particula ſemper ſubdiuidatur. Nam in poſtrema ſubdiuiſione habebitur ſexageſima particula. Ita factum hic vides. Quinta enim pars arcus FG, eſt FH, & huius tertia pars eſt FI: Hæc autem bis ſubdiuiſa biſariam dat FK, ſexageſimam particulam totius arcus FG.) Sexageſima enim particula FK, comprehendet 53. minuta. Itaque ſi quis velit arcum grad. 45. min. 53. adijciendus erit arcus FK, arcui grad. 45. Ita enim conficiet arcum BL, complectentem grad. 45. min. 53. Quod autem arcus FK, contineat 53 minuta, ita demonſtro. Quoniam eſt, vt arcus 60. graduum ad arcum 1. gradus, ita FG, arcus 53. graduum ad arcum FK, cum vtrobique ſit proportio eadem, quæ 60. ad 1. ex conſtructione; erit permutando, vt arcus 60. graduum ad arcum 53. graduum, ita arcus 1. gradus ad arcum FK, & conuertendo, vt arcus 53. graduum ad arcum 60. graduum, ita arcus FK, ad arcum 1. gradus, Cum ergo arcus 53. graduum contineat 53. ſexageſimas partes arcus 60. graduum, continebit quoque arcus FK, 53. ſexageſimas partes arcus 1. gradus, hoc eſt, 53. minuta vnius gradus. Eademque ratio eſt de cæteris.

QVOD ſi quis velit habere minuta ac ſecunda vnius gradus, ſatis erit, ſi pro ſecundis pluribus quam 30. adijciatur minutis vnum minutum, & arcus inquiratur, qui omnia illa minuta contineat. Vt ſi quis optet 53. minuta, & 45. ſecunda, inueſtigandus erit arcus minutorum 54. Si vero ſecunda pauciora ſint quam 30. negligenda ſunt: ſi quis tamen ſecunda omnino requirat, legat libellum noſtrum de Fabrica, & vſu inſtrumenti horologiorum capite vltimo.

HAEC res, vt facilis eſt, ita incommodus eius vſus eſt in paruo aliquo quadrante, præſertim quando pauca minuta, vt 2. vel 3. vel 5. deſiderantur. Quia enim in eo quadrante gradus perpuſilli ſunt, non facile diuidetur in 60. partes arcus tot graduum, quot minuta deſiderantur. Quare vt negotium hoc reddatur facilius, quando arcus in 60. partes diſtribuendus valde exiguus eſt, accipiendus erit arcus duplus, vel quadruplus, vel octuplus, &c. vt commode ſecari poſsit in 60. partes æquales. Nam eius particula ſexageſima comprehendet

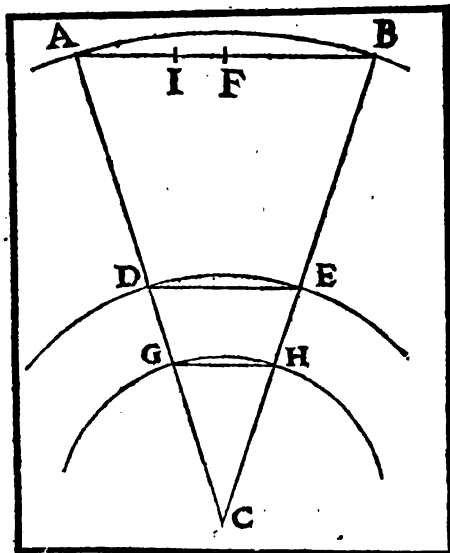
bis,

bis, aut quater, aut octies, &c. (prout arcus sumptus est duplus, vel quadruplus, octuplusue) tot minuta, quot inquiruntur. Quare quando arcus duplus diuisus est, si particula illa sexagesima secetur bifariam: & hæc, si arcus quadruplus diuisus est, iterum bifariam: & hæc, quando octuplus areus diuisus est, rursus bifariam, continebit vna particula vltimæ diuisionis minuta quæsita. Liquido autem constare arbitror, faciliorem esse diuisionem paruuli cuiuspiam arcus in duas partes æquales, cum hoc æstimatione, vel coniectura sine errore possit fieri, quàm arcus non satis magni in 60 partes æquales.

IAM è contrario si ex aliquo gradu abscindatur particula quæpiam, & nosse quis cupiat, quot minuta & secunda complectatur, sumenda est ea particula beneficio circini exquisitissime sexagies ordine continuato, a principio quadrantis facto initio. Nam quot gradus integri in arcu illo, qui datæ particulæ sexagecuplus est, continentur, tot minuta particula data complectetur. Hac ratione, si particula, quam vltra 45. gradus continere diximus minuta 53. circino sexagies ordine continuo repetatur, initio facto a puncto B, incidemus præcise in gradum 53. finitum. Quare particula illa minuta 53. continebit Demonstratio huiusce rei hæc est. Sit arcus FG, sexagecuplus particulæ datæ, cui æqualis sit particula FK. Quia igitur est, vt arcus graduum 60. ad gradum 1. ita arcus FG, ad arcum FK, erit permutando quoque, vt arcus 60. graduum ad arcum FG, ita arcus 1. gradus ad arcũ FK, & conuertendo, vt arcus FG, ad arcum 60. graduum, ita arcus FK, ad arcum 1. gradus. Quot ergo sexagesimæ partes arcus 60. graduum, hoc est, quot gradus in arcu FG, continentur, tot sexagesimæ partes vnius gradus, hoc est, tot minuta, in arcu FK, continebuntur.

SI in arcu illo sexagecuplo continentur aliquot gradus, & insuper aliqua particula vnius gradus, indicabunt quidem gradus integri in eo arcu contenti minutorum numerum, sed cum particula illa inuestigabuntur etiam secũda eodem modo. Nam ea sexagies sumpta dabit arcum tot graduum, quot secundis particula illa æquiualet. Eodemque modo si in hoc arcu sexagecuplo particula quæpiam superfuerit, inuenientur Tertia, &c. Sed satis est, meo iudicio, si minuta diligenter inquirantur. Et si quidem particula remanens maior fuerit dimidiato gradu, minutis inuentis adijciatur adhuc vnum minutum; si vero semisse gradus fuerit minor, nihil addatur.

HAEC res felicius quoque in magnis quadrantibus succedet, quam in paruis, quòd facilius circino comprehendi possint particulæ maiorum graduum, quam minorum, sine errore. Quare si gradus sint perpusilli, & data particula dimidiato gradu non maior, accipiemus arcum ex particula data, & proximo gradu compositum sexagies, & ex hoc arcu sexagecuplo abijciemus grad. 60. qui nimirum sexagies vna cum data particula sumpti fuerunt. Nam reliquus numerus graduum dabit numerum minutorum, vt prius. Si vero data particula semisse vnius gradus sit maior, inuestigabimus eodem modo minuta reliquæ minoris particulæ, sumendo videlicet arcum compositum ex reliqua illa particula minore, & vno gradu sexagies, &c. quia si maiorem particulam acciperemus, fieret arcus sexagecuplus maior quadrante. Inuenta deinde minuta minoris illius particulæ reliquæ ex 60. detrahemus, vt reliqua fiant minuta maioris particulæ datæ Hac ratione, si particulam reliquam datæ superioris particulæ, cui æqualis est FK, quoniam semisse vnius gradus maior est, cũm vno gradu accipiamus sexagies, conflabimus arcum constãtem ex 67. gradibus. Abiectis autem 60. remanent 7. Tot ergo minuta in minore illa particula reliqua existunt: quę ex 60. dempta relinquunt minuta 53. pro data particula maiore.

QVIA vero & molestum est, huiusmodi arcum sexagies beneficio circini repetere, & facile in ea multiplicatione error committi potest, vtendum erit hoc compendio. Arcus ex particula, & vno gradu compositus duplicetur, hic duplus iterum duplicetur, vt habeatur quadruplus arcus. Hic rursum duplicetur, vt habeatur octuplus, atque hic iterum duplicetur, vt habeatur arcus sedecuplus, & hic bis adhuc duplicetur, vt habeatur ille arcus sexagies, & quater; ita vt in vniuersum sex fiant duplicationes. Ex arcu autem hoc reiiciantur gradus 60. & insuper quadruplum arcus ex vno gradu, & particula minore compositi, quia sumptus est sexagies & quater, cum sumi debuisset tantum modo sexagies. Reliqui enim gradus ostendent numerum minutorum, quibus particula illa minor æquiualet. Hoc modo, si eandem particulam minorem, de qua supra, cum vno gradu sexies duplicemus, conficiemus arcum grad. 71. & amplius, ex quo si reijciamus grad. 60. & adhuc arcum ex particula & gradu compositum, quater sumptum, relinquentur gradus 7. Continet ergo particula illa minor minuta 7. ideoque maior data habebit minuta 53. Quòd si particula data sine gradu sexies duplicaretur, vt habeantur 64. particulæ in arcu composito, abijcienda esset tantummodo particula illa quater sumpta ex eo arcu, qui datam particulam continet quater & sexagies. Sed alio quoque modo per instrumentum in scholio Canonis 1. lib. 3. inuestigabimus arcum quotlibet graduum, ac minutorum: & vicissim, quot gradus, ac minuta in dato arcu contineantur, deprehendemus.

SED quoniam grandior aliquis quadrans facilius in gradus distribuitur, quàm paruus, absolui poterit problema hoc per vnicum quadrantem tantæ magnitudinis, vt commode eum in 90. gradus partiri queamus, hoc modo. Sit portio quadrantis in 90. gradus diuisi AB, & arcui AB, quotlibet graduum ac minutorum ex proposito alio circulo arcus similis abscindendus. Si ergo circulus propositus maiorẽ fuerit sortitus semidiametrum semidiametro circuli AB, describatur ex eius centro circulus ad interuallum semidiametri circuli AB, in quem beneficio circini transferatur datus arcus AB. Si enim ex centro per extrema puncta arcus translati duæ rectæ ducantur, intercipient eæ arcum similem in circulo dato maiore, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl.

SI verò propositus circulus minorem semidiametrum habuerit semidiametro circuli AB, si quidem in plano, in quo datus circulus est, ex centro dati circuli ad interuallum semidiametri circuli AB, circulus describi potest, describatur, &

tur, & in eum arcus AB, transferatur. Rectæ enim ex centro per extrema puncta arcus translati emissæ auferent ex dato circulo minore arcum similem, ex eodem scholio propos. 22. lib. 3. Eucl.

AT si planum, in quo circulus proponitur, tantũ non est, vt ex centro circulus ipsi AB, æqualis describi possit, ita agemus. Ex cẽtro circuli dati describatur circulus ad interuallum semissis semidiametri circuli AB, vel chordæ grad. 60. in quem transferatur semissis chordæ arcus dati AB. Arcus enim abscissus similis est arcui AB. Quare si ex centro rectæ duæ educantur per extrema puncta huius arcus abscissi, auferetur quoque ex circulo dato arcus similis. Hoc autem sic demonstrabimus. Sit circuli AB, semidiameter AC, secta bifariam in D, & per D, ex C, descriptus arcus DE, in quem transferatur chorda DE, semissi chordæ AB, nimirum ipsi AF, æqualis. Dico arcum DE, arcui AB, similem esse. Ducta enim semidiametro CB, secante arcum DE, in E, nectatur recta DE. Quoniam igitur AC, BC, sectæ sunt proportionaliter, hoc est, in partes æquales; [a] erũt AB, DE, rectæ parallelæ, ideoque per coroll. propos. 4. lib. 6. Eucl. triangula CAB, CDE, similia erunt; atque erit, vt CA, ad AB, ita CD, ad DE: Et permutando, vt CA, ad CD, ita AB, ad DE. Cum ergo CA, ipsius CD, dupla sit, erit & AB, ipsius DE, dupla. Quare semissis AF, ipsius AB, translata ex D, in circulum DE, cadet in E: ac propterea cum arcus DE, arcui AB, similis sit, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. auferet semissis chordæ AB, arcum similem. quod est propositum.

[a] 2. sexti.

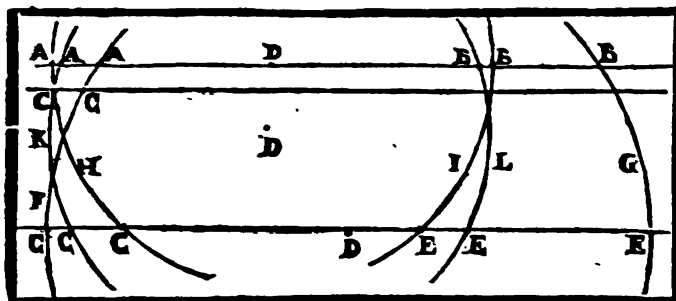
QVOD si circulus DE, interuallo semissis chordæ 60. graduum arcus AB, descriptus nimis magnus sit, ita vt in plano dati circuli describi nequeat, describatur interuallo tertiæ partis chordæ 60. graduum arcus AB, circulus GH. Nam si AI, tertia pars chordæ AB, transferatur ex C, in H, erit rursum arcus GH, arcui AB, similis. quod eodem modo demonstrabitur. Eadem ratione describi poterit circulus interuallo quartæ partis, vel quintæ, &c. pro commoditate plani, in quo datus circulus est.

QVANDO interuallo semissis chordæ 60. graduum circulus descriptus est, assequemur propositum dicto ferè citius, beneficio circini, cuius crura se intersecant, ita vt maiorum interuallum duplum semper sit interualli minorum. Nam si longioribus cruribus arcus datorum graduum AB, accipiatur, abscindent breuiora crura arcum similem DE.

CAETERVM si eiusmodi circinus in promptu non sit, accipiemus dictæ chordæ AB, semissem, vel tertiam partem, quartamue, &c. si ducamus plures parallelas, æqualibus interuallis ijsque exiguis, inter se distantes. Nam si chorda AB, beneficio circini in eas inferatur, vt includat duo, vel quatuor, aut sex spatia, diuisa erit bifariam à linea media. Sic si transferatur in easdẽ, vt includat tria, vel sex, aut nouem spatia, diuisa erit in tres partes æquales à duabus lineis intermedijs ab extremis æqualiter distantibus. Et sic de cæteris. Hoc autem demonstrauimus ad finem scholij propos. 40 lib. 1. Eucl. in vltimo modo diuidendi rectam lineam in quotuis partes æquales.

LEMMA IIII.

PER datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam lineam ducere.

QVAMVIS problema hoc Euclides lib. 1. propos. 31. confecerit, & nos ibidem eiusdem rei varias praxes tradiderimus, occurrit tamen nunc alia praxis meo iudicio longe facilior, siue punctum datum sit propinquum datæ rectæ, siue non, quam hoc loco inserendam esse censui propter frequentem eius vsum tum in Astrolabio, tum in aliis rebus Geometricis. Sit ergo datæ rectæ AB, per punctum C, ducenda parallela. Ex quolibet puncto acepto D, quod a C, distans sit, siue intra datam lineam, siue extra, vt centro, describatur per datum punctum C, circulus secans datam rectam in punctis A, B; (Non est autem necesse, vt totus circulus describatur, sed satis est, si duo eius arcus rectam datam secantes delineentur, ita tamen vt oculorum iudicio arcus BE, arcu AC, minor non sit, veluti in figura apparet) & arcui AC æqualis beneficio circini abscindatur arcus BE. Recta namque ducta per

C, E, parallela erit rectæ AB, vt ex iis constat, quæ in schol. propos. 27. lib. 3. Eucl. demonstrauimus, propter arcus AC, BE, æquales. Commodius autem res peragetur, si punctum *D*, non in linea, sed extra sumatur, ita tamen, vt fere medium locum occupet inter datam lineam, & parallelam ducendam, quod *sola* æstimatione, plus minus, accipiendum est. Ita enim fiet, vt arcus descripti minus oblique datam rectam, & parallelam ductam intersecent. In figura arcus AFC, BGE, ex centro D, remotissimo à linea data AB, descripti sunt: arcus vero AHC, BIE, ex centro D, in data linea assumpto: arcus denique AKC, BLE, ex centro D, in medio fermè duarum linearum existente, quod omnium ad problema efficiendum est aptissimum.

LEMMA V.

QVAM proportionem habent sinus toti, hoc est, semidiametri quorumlibet circulorum, eandem habent sinus tam recti, quam versi arcuũ similium. Et contra, arcus quorum sinus tam recti, quam versi, eandem proportionem habent, quam sinus toti, similes sunt.

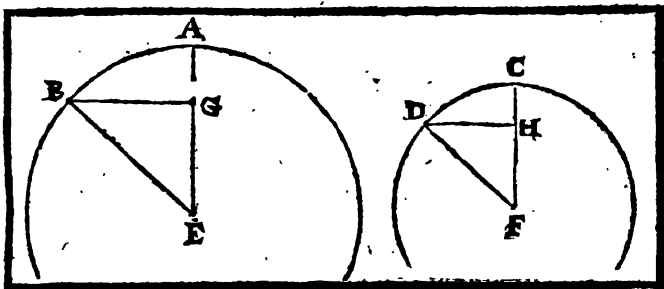
SINT arcus AB, CD, circulorum, quorum semidiametri AE, CF, similes, & eorum sinus recti BG, DH; versi autem GA, *H*C. Dico esse, vt AE, ad CF, ita tam BG, ad DH, quam GA, ad HC. Iunctis enim semidiametris EB, FD, erunt ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. anguli E, F, æquales, ob arcus similes AB, CD. Cum ergo & anguli recti G, H, æquales sint; [a] æquiangula erunt triangula BEG, DFH. [b] Igitur erit, vt EB, hoc est, vt EA, sinus totus, ad BG, sinum rectũ, ita FD,

[a] *32. primi.*
[b] *4. sexti.*

ita FD, hoc est, ita FC, sinus totus, ad DH, sinum rectum; & permutando, vt EA, ad FC, ita BG, ad DH.

RVRSVS a quia ob similitudinem triangulorum est, vt EB, hoc est, vt EA, ad EG, ita FD, hoc est, ita FC, ad FH; erit per conuersionem rationis, vt EA, sinus totus ad GA, sinum versum, ita FC, sinus totus ad HC, sinum versum: Et permutando, vt EA, ad FC, ita GA, ad HC.

a 4. sexti.

SED iam sit, vt AE, sinus totus ad CF, sinũ totũ, ita tam sinus rect^us BG, ad sinũ rectũ DH, quam versus GA, ad versũ HC. Dico arcus AB, CD, similes esse. Ductis enim rursum semidiametris EB, FD; quoniam est, vt AE, hoc est, vt EB, ad CF, hoc est, ad FD, ita BG, ad DH: & permutando, vt EB, ad BG, ita FD, ad DH; Sunt autem & alij anguli recti G, H, æquales, & proinde reliquorum angulorum E, F, vterque minor recto, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. b Erunt triangula BEG, DFH, æquiangula, æqualesq; habebunt angulos E, F. Quamobrem ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus AB. CD, similes sunt.

b 7. sexti.

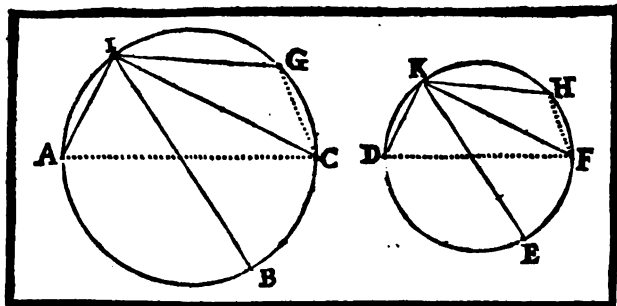
RVRSVS quia est, vt AE, ad CF, ita GA, ad HC; & permutando, vt AE, ad GA, ita CF, ad HC, erit per conuersionem rationis, vt AE, hoc est, vt EB, ad EG, ita CF, hoc est, ita FD, ad FH. Cũ ergo & alij anguli recti G, H, sint æquales, ac proinde reliquorũ angulorũ B, D, vterq; recto minor, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. c erũt triangula BEG, DFH, æquiangula, angulosq; æquales habebunt E, F. Quocirca ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus AB, CD, similes sunt.

c 7. sexti.

LEMMA VI.

SI segmentis similibus circulorum inæqualium similia segmenta adijciantur, vel a similibus similia demantur; tota quoque, vel reliqua segmenta similia erunt.

THEOREMA hoc, quod ad detractionem similium segmentorũ ex semicirculis, vel etiam totis circulis attinet, demonstratum a nobis est in scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. Hic autem idẽ in vniuersum de quibuscunque segmentis, vt propositum est, ostendemus, & quidem facilius. Hoc enim in iis, quæ sequuntur, indigebimus. Sint ergo in circulis inæqualibus (Nam in æqualibus similia segmẽta sunt æqualia, ac proinde si æqualibus æqualia addãtur, vel ab æqualibus æqualia detrahantur, tã tota, quam reliqua, æqualia quoque erunt) similes arcus ABC,

ABC, DEF, siue semicirculi sint, siue non, eisque similes arcus CG, FH, adijciantur. Dico totos quoque arcus ABG, DFH, similes esse. Sumptis enim in reliquis segmentis AIG, DKH, duobus punctis I, K, vtcunque, iungantur rectæ AI, CI, GI, DK, FK, HK. Quia igitur similes sunt arcus ABC, DEF, erunt, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. anguli AIC, DKF, æquales: Eademque ratione æquales erunt anguli CIG, FKH, ob similes arcus CG, FH. Toti ergo anguli AIG, DKH, æquales erunt; ideoque ex eodem scholio, arcus ACG, DFH, quibus insistunt, similes erunt. quod est propositum.

SED iam ex similibus arcub⁹ ABC, DEF, siue semicirculi sint, siue non, auferantur arcus similes AB, DE. Dico reliquos quoq; arcus BC, EF, similes esse. Sumptis enim rursum duobus punctis I, K, vtcunque in peripheriis extra datos arcus, nectantur rectæ AI, BI, CI: DK, EK, FK. Quoniam igitur totus arcus ABC, toti arcui DEF, similis est; erit ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. totus angulus AIC, toti angulo DKF, æqualis: Eademque ratione ablatus angulus AIB, ablato angulo DKE, æqualis erit, ob arcus similes AB, DE. Igitur & reliquus angulus BIC, reliquo angulo EKF, æqualis erit; ideoque ex eodem scholio, arcus BC, EF, similes erunt. quod est propositum.

IAM si ex totis circulis tollantur similes arcus IAC, KDF, ostendemus reliquos CGI, FHK, similes quoque esse, vt in prædicto scholio, hac scilicet ratione. Sumptis singulis punctis A, G; D, H, in singulis arcubus, iūgantur rectæ IA, CA; IG, CG; KD, FD; KH, FH. Quia igitur segmenta IAC, KDF, similia sunt, erunt ex defin. segmentorum similium, anguli IAC, KDF, æquales.[a] Cum ergo tam duo anguli oppositi A, G, quam D, H, æquales sint duobus rectis, erunt quoque duo anguli IGC, KHF, æquales; atque idcirco, ex eadem defin. arcus IGC, KHF, similes erunt. quod est propositum.

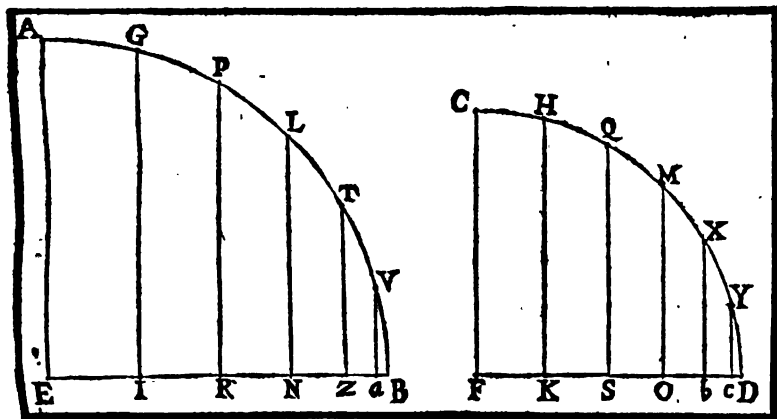
[a] 22. tertij.

LEMMA VII.

SI duo quadrantes inæquales similiter secentur, vel in partes æquales, & per diuisionum puncta vni semidiametro parallelæ agantur, siue ad alteram semidiametrum perpendiculares; erunt segmenta semidiametri in vno quadrante a parallelis, vel perpendicularibus facta, segmentis semidiametri à parallelis, siue perpendicularibus

in alte-

in altero quadrante factis proportionalia: Et contra, si segmenta semidiametrorum sint proportionalia, quadrantes similiter secti erunt.

DVO quadrantes inæquales AB, CD, quorum centra E, F, & semidiametri AE, EB; CF, FD, secentur primum in binas partes similes in punctis G, H;

aganturq. semidiametris AE, CF, parallelæ GI, HK; [a] ac proinde ad semidiametros EB, FD, perpendiculares. Dico segmenta semidiametri EB, segmentis semidiametri FD, esse proportionalia, hoc est, esse vt EI, ad IB, ita FK, ad KD. Quoniam enim EI, FK, sinus sunt arcuum similium AG, CH, [b] quod æquales sint perpendicularibus ex G, H, ad AE, CF, ductis, quæ quidem sinus sunt arcuũ AG, CH; erit ex lemmate 5. vt EB, sinus totus ad FD, sinum totum, ita sinus EI, ad sinum FK: Et permutando, vt EB, sinus totus, ad sinum EI, ita FD, sinus totus ad sinum FK: Et diuidendo, vt IB, ad EI, ita KD, ad FK, conuertendoq. vt EI, ad IB, ita FK, ad KD.

[a] 29. primi.
[b] 34. primi.

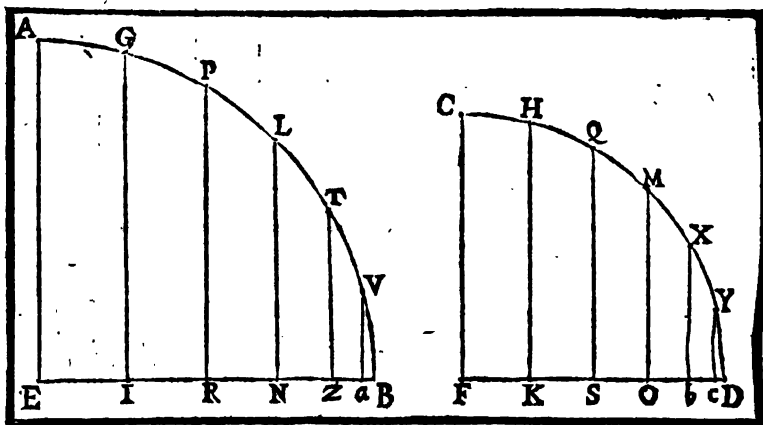
DEINDE iidem quadrantes secentur in ternas partes similes in punctis G, L; H, M, ducanturq. semidiametris AE, CF, parallelæ GI, LN, HK, MO. Dico segmenta EI, IN, NB, easdem proportiones habere, quas segmenta FK, KO, OD, habent. Erunt enim ex lemmate præcedente, toti quoque arcus AL, CM, similes, quorum sinus sunt EN, FO. Igitur per lemma 5. erit, vt EB, sinus totus ad FD, sinum totum, ita tam sinus EI, ad sinum FK, quam sinus EN, ad sinum FO, [c] ac proinde erit quoque vt tota EN, ad totam FO, ita ablata EI, ad ablatam FK, [d] ideoq. reliqua IN, ad reliquam KO, vt tota EN, ad totam FO, vel vt ablata EI, ad ablatam FK. Quia igitur est, vt vt EI, ad FK, ita IN, ad KO, erit permutando quoque vt EI, ad IN, ita FK, ad KO; atque ita segmenta EI, IN, segmentis FK, KO, proportionalia sunt. Rursus quia est, vt tota EB, ad totam FD, ita ablata EN, ad ablatam FO, ex lemmate 5. vt dictum est, [e] erit quoque reliqua NB, ad reliquam OD, vt tota EB, ad totam FD, vel vt ablata EN, ad ablatam FO. Erat autem, vt EN, ad FO, ita IN, ad KO, vt paulo ante ostensum est. Igitur erit etiam, vt IN, ad KO, ita NB, ad OD, & permutando,

[c] 11. quinti.
[d] 19. quinti.
[e] 19. quinti.

vt

vt IN, ad NB, ita KO, ad OD. Tria ergo ſegmenta EI, IN, NB, tribus ſegmẽtis FK, KO, OD, proportionalia ſunt.

PRAETEREA ijdem quadrantes ſecti ſint in quaternos arcus ſimiles in punctis G, P, L; H, Q, M, & ſemidiametris AE, CF, parallelæ agantur GI, PR, LN, HK, QS, MO. Dico rurſus, quatuor ſegmenta EI, IR, RN, NB, quatuor ſegmentis FK, KS, SO, OD, proportionalia eſſe. Erunt enim ex lemmate præcedente tam toti arcus AP, CQ, quam toti AL, CM, ſimiles quoque, quorũ ſinus ſunt ER, EN, FS, FO. Igitur per lemma 5. erit, vt EB, ſinus totus, ad FD, ſinum totum, ita ſinus EI, ad ſinum FK, & ſinus ER, ad ſinum FS, & ſinus EN, ad ſinum FO. [a] atque adeo erit EI, ad FK, vt ER, ad FS, & vt EN, ad FO. Quia igitur eſt, vt tota ER, ad totam FS, ita ablata EI, ad ablatam FK, [b] erit & reliqua IR, ad reliquam KS, vt tota ER, ad totam FS, vel vt ablata EI, ad ablatam FK. Eandem ergo proportionem habet EI, ad FK, quam IR, ad KS. Et permutãdo eandem EI, ad IR, quam FK, ad KS; ac proinde duo ſegmenta EI, IR, duobus ſegmentis FK, KS, proportionalia ſunt. Rurſus quia eſt, vt tota EN, ad to-

a 11. quinti.
b 19. quinti.

tam FO, ita ablata ER, ad ablatam FS, vt diximus; [c] erit etiam reliqua RN, ad reliquam SO, vt tota EN, ad totam FO, vel vt ablata ER, ad ablatam FS. Erat autem vt ER, ad FS, ita IR, ad KS, vt oſtendimus. Ergo erit quoq. vt IR, ad KS, ita RN, ad SO; Et permutando, vt IR, ad RN, ita KS, ad SO. Atque ita tria ſegmenta EI, IR, RN, tribus ſegmentis FK, KS, SO, proportionalia ſunt. Poſtremo quia eſt, vt tota EB, ad totam FD, ita ablata EN ad ablatam FO, ex lemmate 5. vt oſtendimus; [d] erit quoque reliqua NB, ad reliquam OD, vt tota EB, ad totam FD, vel vt ablata EN, ad ablatam FO. Erat autem, vt paulo ante demonſtratum eſt, vt EN, ad FO, ita RN, ad SO. Igitur erit quoque vt NB, ad OD, ita RN, ad SO, hoc eſt, vt RN, ad SO, ita NB, ad OD: Et permutando ut RN, ad NB, ita SO, ad OD. Quatuor ergo ſegmenta EI, IR, RN, NB, quatuor ſegmentis FK, KS, SO, OD, proportionalia ſunt. Eademque ratio eſt de pluribus.

c 19. quinti.
d 19. quinti.

PERSPICVVM autem eſt, demonſtrationem hanc concludere, etiamſi quadrantes in partes ęquales ſint diuiſi. Nam ſi diuidatur uterque quadrans in ſex partes æquales, ut AB, in AG, GP, PL, LT, TV, VB, & CD, in CH, HQ, QM, MX, XY, YD, erunt ſex priores poſterioribus ſex ſimiles, cum quilibet

prio-

priorum sit sui quadrantis eadem pars, quæ sui quadrantis est quilibet posteriorum. Quare, vt ostensum est, segmenta semidiametrorum proportionalia sunt.

SINT iam segmenta semidiametrorum proportionalia. Dico arcus a perpendicularibus abscissos similes esse. Ponantur enim primum duo segmenta EI, IB, duobus segmentis FK, KD, proportionalia, id est, sit ut EI, ad IB, ita FK, ad KD. Erit igitur permutando, vt EI, ad FK, ita IB, ad KD. [a] Ergo vt EI, vna ad FK, vnam, ita erunt EI, IB, simul, nimirum sinus totus EB, ad FK, KD, simul, nimirum ad sinum totum FD. Cum ergo EI, FK, sint sinus arcuum AG, CH; erunt per lemma 5. arcus AG, CH, similes; ideoq; & reliqui GB, HD, similes erunt, ex præcedente lemmate, cum etiam toti arcus AB, CD, similes sint, vtpote quadrantes.

[a] 12. quinti.

DEINDE ponantur tria segmenta, EI, IR, RB, tribus segmentis FK, KS, SD, proportionalia. Erit rursus permutando, EI, ad FK, ita IR, ad KS, & RB, ad SD. [b] Ergo vt EI, vna ad vnam FK, ita erunt omnes EI, IR, RB, id est, sinus totus EB, ad omnes FK, KS, SD, id est, ad sinum totum FD. Cum ergo EI, FK, sinus sint arcuum AG, CH; erunt ex lemmate 5. arcus AG, CH, similes. Rursus cum sit, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS, [c] erit vt EI, ad FK, ita EI, IR, simul, hoc est, tota ER, ad FK, KS, simul, hoc est, ad totam FS. Erat autem, vt EI, ad FK, ita EB, ad FD. Ergo erit quoque vt ER, ad FS, ita sinus totus EB, ad sinum totum FD. Quocirca cum ER, FS, sinus sint arcuum AP, CQ; erunt ex lemmate 5. arcus AP, CQ, similes; ac proinde per antecedens lemma, & reliqui arcus PB, QD, similes erunt. Et quia ostensi sunt similes arcus AG, CH, si hi ex similibus AP, CQ, demantur, erunt etiam reliqui arcus GP, HQ, similes, ex eodẽ antecedente lemmate. Omnes ergo tres arcus AG, GP, PB, omnibus tribus arcubus CH, HQ, QD, similes sunt.

[b] 12. quinti.
[c] 12. quinti.

RVRSVS sint quatuor segmenta EI, IR, RN, NB, quatuor segmentis FK, KS, SO, OD, proportionalia: Eritq. permutando, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS, & RN, ad SO, & NB, ad OD. [d] Ergo, vt EI, ad FK, ita sinus totus EB, ad sinum totum FD; Ac propterea, cum EI, FK, sinus sint arcuum AG, CH; erunt ex lemmate 5. arcus AG, CH, similes. Rursus quia est, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS; [e] erit vt EI, ad FK, ita tota ER, ad totam FS. Vt autem EI, ad FK, ita erat sinus totus EB, ad sinum totum FD. Igitur erit quoque, vt ER, sinus arcus AP, ad FS, sinum arcus CQ, ita sinus totus EB, ad sinum totum FD. Ac proinde ex lemmate 5. similes erunt arcus AP, CQ, demptisque similibus AG, CH, reliqui GP, HQ, similes quoque erunt, ex antecedente lemmate. Præterea cum sit, vt EI, ad FK, ita IR, ad KS, & RN, ad SO; [f] erit, vt EI, ad FK, ita tota EN, ad totam FO. Erat autem, vt EI, ad FK, ita EB, ad FD. Igitur erit quoque, vt EN, sinus arcus AL, ad FO, sinum arcus CM, ita sinus totus EB, ad sinum totum FD, atque idcirco per lemma 5. arcus AL, CM, similes erunt; ideoque per antecedens lemma, & reliqui arcus LB, MD, similes erunt. Et quia similes ostensi sunt arcus AP, CQ; si tollantur ex similibus AL, CM, reliqui etiam arcus PL, QM, similes erunt. Omnes ergo quatuor arcus AG, GP, PL, LB omnibus quatuor arcubus CH, HQ, QM, MD, similes sunt. Eademque de pluribus est ratio.

[d] 12. quinti.
[e] 12. quinti.
[f] 12. quinti.

LEMMA VIII.

DATAM rectam lineam ita secare, vt semidiameter alicuius quadrantis secta est a perpendicularibus, quæ a quibusuis punctis quadrantis ad ipsam demittuntur.

QVAMVIS hoc effici possit ex propos. 10. lib. 6. Eucl. tamen quia huiusmodi diuisione in variis lineis frequenter in Astrolabio indigemus, construemus hoc loco figuram quandam, per quam multo facilius idem consequamur. Assumatur ergo figura altera parte longior quæcunque ABCD, & producto latere DA, describantur ex A, D, ad interuallum AB, vel DC, duo quadrantes æquales EB, FC; quibus diuisis in gradus, (Nos ob paruitatem figuræ in 6 partiti sumus, vt singulæ quindenos complectantur gradus) ducantur per bina puncta a latere AD, æqualiter remota rectæ secantes semidiametros AB, DC, quæ omnes lateri AD, & inter se parallelæ erunt. Si namque ex duobus quibusuis punctis æqualiter a latere AD, remotis ad AD, excitentur perpendiculares; [a] erūt hæ inter se parallelæ: sed & æquales, cum sinus sint æqualium arcuum. [b] Igitur & recta connectens duo illa puncta ipsi AD, parallela erit. Atque hac ratione omnes illæ lineæ lateri AD, æquidistabunt; [c] ideoque & inter se parallelæ erunt; [d] ac proinde ad vtramque semidiametrum AB, DC, perpendiculares. Diuisa ergo est vtraque semidiameter AB, DC, a perpendicularibus quadrantum demissis. Vt autem aliam quamcumque rectam lineam siue maiorem, siue minorem semidiametro AB, similiter seces, ac si semidiameter esset alicuius quadrantis, diuisaq; a perpendicularibus. &c. construatur super AB, triangulum æquilaterum ABG; cadetq; punctum G, in gradum

a 28. primi.
b 33. primi.
c 30. primi.
d 29. primi.

dum 30. quadrantis, numeratione ab E, incepta, cum BG, sextam partem circuli subtendens, æqualis sit semidiametro AB, ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. Postremo ex G, ad puncta sectionum semidiametri AB, rectæ deducantur, constructaq; erit figura, quam desideramus.

SI igitur recta H, secanda in partes proportionales partibus semidiametri AB, maior fuerit semidiametro AB, (si æqualis foret, transferēda essent segmenta semidiametri AB, in eam, vt similiter secaretur) transferatur beneficio circini a quouis puncto lateris AD, ad latus AB, qualis est IK, quæ secabitur a parallelis, vt secta est AB, ex demonstratione propos. 10. lib. 6. Eucl. cum KI, BA, productæ conuenirent, triangulumq; cōstituerent, cuius basis BK, &c. Quare si segmenta rectæ IK, transferantur in datam rectam H, erit recta H, secta, vt AB, secta est, ac si à perpendicularibus ex gradibus quadrantis, cuius semidiameter H, demissis diuideretur: propterea quod hæ perpendiculares ipsam H, secarent, ex lemmate præcedenti, in partes proportionales partibus rectæ AB.

QVOD si detur recta L, ita longa, vt in parallelas translata nimis oblique ipsas intersecet, ac proinde puncta intersectionum non facile discerni queant, transferenda est eius semissis LM, qualis est NO. Nam si huius segmenta duplicata transferantur in datam rectam L, diuisa erit quoque recta L, vt ipsa AB, vel NO; [a] cum segmenta rectę NO, easdem proportiones habeant, quas eorum dupla. Immo si semissis datæ rectæ adhuc nimis longa esset, transferenda esset eius quarta pars, vel octaua, & segmenta inter parallelas quadruplicata, vel octuplicata in datam rectam transferenda.

[a] 15. quinti.

SI vero data recta P, minor fuerit semidiametro AB, transferenda erit in triangulum æquilaterū GBA, ita vt ipsi AB, æquidistet: quod fiet, si ipsi P, auferemus æquales GQ, GR. Ducta enim recta QR, [b] parallela erit ipsi AB, & æqualis ipsi P, siue vtrique GQ, GR, cum ex coroll. propos. 4. lib. 6. Eucl. triangulum GQR, triangulo GBA, simile sit, ac proinde & æquilaterum. Segmenta ergo rectæ QR, in datam rectam P, translata secabunt eam, vt QR, hoc est, vt BA, secta est; quòd ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. rectæ BA, QR, similiter secentur a rectis ex G, emissis. Quin etiam si quando semissis, vel quarta pars vel octaua datæ rectæ in figuram transferenda sit, vt supra diximus, eaque minor fuerit, quam AB, transferenda erit in triangulum GBA. Ita vides ST, semissem datæ rectæ S, translatam esse in triangulum, cuiusmodi est QR. Segmenta enim huius rectæ QR, duplicata secabunt datam rectam S, vt secta est AB.

[b] 2. sexti.

SED quoniam non semper opus habemus omnibus partibus rectæ eo modo diuisæ, quæ nimirum respondent omnibus gradibus quadrantis ex ea recta descripti; sed solum interdum indigemus in data recta vno puncto, quod proposito gradui, vel arcui respondeat, hoc est, in quod caderet perpendicularis ex dato gradu, vel arcu demissa, inueniemus ex eadem figura hoc loco constructa illud punctum hoc modo. Sit inueniendum in rectis eisdem datis punctum respondens gradui 52. numeratione a puncto E, incepta. Sumantur ex lemmate 3. duo arcus EV, FX, graduum 52. & recta iungatur VX, secans rectas IK, NO, in Y: Recta autem ex G, ducta ad punctum, vbi VX, rectam AB, secat, intersecet quoque rectam QR, in Y. Punctum enim Y, in respondentem rectam translatum, vt supra dictum est de aliis segmentis, dabit in recta punctum Z, quæsitum.

HAC arte si recte vtaris, non erit opus circa datam rectam quadrantem describere, eoque in gradus diuiso, ex punctis diuisionum perpendiculares de-

mittere, vt datam rectam in partes optatas distribuas: quæ res quantam habeat vtilitatem, ex nostro Astrolabio cognosces.

LEMMA IX.

SI duo, pluresue circuli intus, vel duo extra se mutuo contingant, rectæ lineæ per contactum ductæ, similes circumferentias abscindunt: Et rectæ coniungentes bina puncta, in quibus duę rectę circulos secant, parallelę sunt.

IDEM contingit in duobus circulis se mutuo non tangentibus, si pro contactu sumatur punctum in recta eorum centra coniungente, per quod transit recta connectens puncta alterna extrema diametrorum ad priorem rectam perpendicularium. Sed quando circuli intus se non contingunt, similes arcus sunt alterni, non autem eodem ordine sumpti, vt in illis.

HOC theorema, quod ad circulos intus se tangentes attinet, in scholio propos. 22 lib. 3. Eucl. demonstrauimus; quia tamen eo in iis, quæ sequuntur, indigemus, placuit idem hoc loco paulo aliter demonstrare, & quidem generalius, extendentes illud ad circulos extra sese tangentes, & ad circulos non se tangentes, qua etiam re in demonstrationibus sequentibus vtemur.

SINT ergo primũ duo circuli ABCD, AEFG, quorum centra H, I, se mutuo tangentes in A, siue intus, siue extra: ducãturq; per A, cõtactum rectæ vtcunq; BE, CF, vtrumq; eorum secantes. Dico tã arcus ABC, AEF, similes esse, quam arcus AB, AE, & BC, EF, &c. Per centra enim H, I, recta HI, educatur, [a] quæ per contactum A, transibit; & ex C, & F, ad eadem centra rectæ adiungantur CH, FI. Quoniam igitur in triangulis ACH, AFI, angulus A, communis est, quando circuli intus se contingunt, vel quando contactus

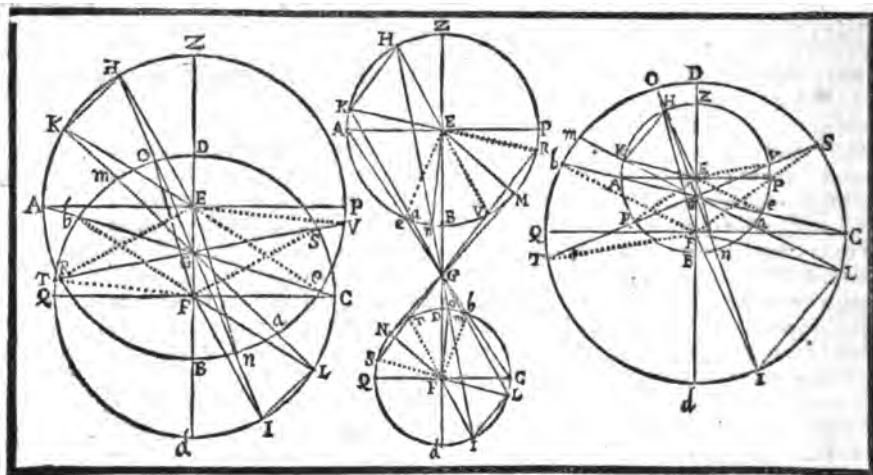
[a] 11. vel 12 tertij.

contactus est exterior, [a] anguli A, ad verticem æquales sunt: Latera autem circa alios angulos H,I, proportionalia: quippe quæ proportionem æqualitatis habeant, & reliquorum angulorum C,F, vterque recto minor, hoc est, acutus, ex coroll.3. propos.17. lib.1. Eucl. quod vterque sit supra basem Isoscelis; [b] erunt ipsa triangula æquiangula, æqualesq; habebunt angulos ad centra H, I. Quod facile hoc etiam modo demonstrari potest. [c] Quoniam in circulis sese tangentibus interius, vterque angulus AFI, ACH, angulo FAI, æqualis est; at in circulis exterius se tangentibus, [d] ille æqualis est angulo FAI, hic autem angulo CAH: [e] suntq; anguli FAI, CAH, ad verticem æquales; erunt propterea & anguli, AFI, ACH, inter se æquales, externus, & internus, in circulis intus se tangentibus, vel alterni in circulis tangentibus se exterius. [f] Parallelæ ergo sunt CH, FI, [g] ac proinde anguli H, I, æquales erunt, internus & externus, quando intus se tangunt circuli, vel alterni, quando extra se contingunt. Igitur cum vtroque modo ostensi sint anguli H, I, in centris æquales; erunt segmenta ABC, AEF, quibus insistunt, similia, ex scholio propos.22. lib.3. Eucl. Quibus demptis ex totis circulis, erunt ex eodem scholio, vel ex lemmate 6. & reliqua segmenta ADC, AGF, similia. Eademque ratione similia erunt segmenta AB, AE, (si ad centra ducantur rectæ BH, EI, quæ similiter ostendentur parallelæ, &c.) & ex circulis reliqua ADB, AGE. Esse denique & arcus BC, EF, inter duas rectas comprehensos similes, ex eodem scholio liquet, propter eundem angulum BAC, in circulis intus se tangentibus, ad circumferentias constitutũ, at in circulis extra se tangentibus, propter angulos BAC, EAF, ad verticem æquales, & ad circumferentias constitutos. Quod si describatur alius circulus AKL, ex centro M, tangens alios duos interius, demonstrabimus eodem modo, ducta recta KM, arcus AKL, AK, tam arcubus ABC, AB, quam arcubus AEF, AE, similes esse, &c.

IVNGANTVR quoque rectæ BC, EF, quas dico esse parallelas. Quoniam enim arcus AB, AE, ostensi sunt similes; erunt ex scholio dicto propos. 22. lib.3. Eucl. anguli ACB, AFE, illis ad circumferentias insistentes (internus & externus, in circulis intus se tangentibus, vel alterni in circulis extra se tangentibus) inter se æquales. [h] Igitur BC, EF, parallelæ sunt, quod est propositum.

DEINDE sint duo circuli AB, CD, quorum centra E, F, non se tangentes, sed vel se intersecantes, vel non intersecantes, siue vnus sit totus extra alterum, siue intra positus. Ducta recta EF, per eorum centra, excitentur ad eã diametri perpendiculares AE, CF. Iuncta autẽ recta AC, secante EF, in G, ducantur per G, rectæ utcunque HI, KL, vtrumque circulorum secantes. Dico tam arcus HAn, ICO, quam arcus HK, IL, &c. similes esse. Ductis namque rectis HE, nE, IF, OF; quoniam triãgula AEG, CFG, æquiangula sunt; ([i] Nam anguli E, F, sunt recti, & tam alterni A, C, [k] quam ad verticem AGE, CGF, inter se æquales) [l] erit vt GE, ad semidiametrum EA, ita GF, ad semidiametrum FC. Rursus quia in triangulis GEH, GFI, [m] anguli EGH, FGI, ad verticem æquales sunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, cum ostensum sit esse, vt GE, ad EA, hoc est, ad EH, ita GF, ad FC, hoc est, ad FI; reliquorum autem angulorum H, I, vterque minor est recto, ex coroll.3. propos. 17. lib. 1. Eucl. propterea quod supra bases Isoscelium EHn, FIO, existunt, [n] erunt anguli quoque GHE, GIF, æquales. [o] Sed GHE, ipsi GnE, in Isoscele EGn, & GIF, ipsi GOF, in Isoscele FIO, æqualis est. Igitur duo H, n, duobus I, O, æquales erunt; ac proinde & reliqui HEn, IFO, æquales erunt. Quocirca ex scholio propos. 22. lib.3. Eucl. arcus HAn, ICO, quibus illi anguli ad centra insistunt, similes erunt: quibus demptis ex totis circulis, reliqui quoque arcus HPn, IQO, similes erunt. Atque hoc quidem

[a] 15. primi.
[b] 7. sexti.
[c] 5. primi.
[d] 5. primi.
[e] 15. primi.
[f] 28. vel 27 primi.
[g] 29. primi.
[h] 28. vel 27 primi.
[i] 29. primi.
[k] 15. primi.
[l] 4 sexti.
[m] 15. primi.
[n] 7. sexti.
[o] 5. primi.

a 5. primi. dem in 1. ac 3. figura. At vero in 2. figura, a erit angulus GHE, angulo EnH, in Isoscele EHn, & angulus GIF, angulo FOI, in Isoscele FIO, æqualis. Quare, vt prius, erunt duo EHn, EnH, duobus FIO, FOI, æquales, & reliquus HEn, reliquo IFO, ac proinde & arcus HAn, ICO, & ex circulis totis reliqui HPn, IQO similes erunt.

ESSE quoque arcus HK, IL, quas rectæ HI, KL, abscindunt similes, sic demonstrabitur. Iunctis rectis KE, LF, quoniam in triangulis GEK, GFL, b anguli EGK, FGL, ad verticem æquales sunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, vt ostensum est; reliquorum autem angulorum K, L, vterque recto minor est, in 1. & 3. figura quidem, propterea quòd, si iungantur rectæ BK, zK; DL, dL, c anguli ad K, & L, recti fiunt in semicirculis, quorum illi partes sunt; In 2. autem figura, eò quòd sunt supra bases Isoscelium, si iungantur rectæ Ea, Fm, ad puncta, vbi circumferentiæ à recta KL, secantur; (quæ ratio locum etiam habet in aliis duabus figuris.) d erunt anguli GEK, GFL, æquales. Cum ergo & anguli toti GEH, GFI, ostensi sint æquales; erunt etiam reliqui, HEK, IFL, æquales; ac propterea ex schol. propos. 22. lib. 4. Eucl. arcus HK, IL, similes erunt.

b 15. primi.
c 31. tertij.
d 7. sexti.

NON secus ostendemus, rectas Zd, HI, intercipere arcus alternos similes HZ, Id, & HB, ID. Quoniam enim anguli GEH, GFI, ostensi sunt æquales; erũt ex duobus rectis reliqui HEZ, IFd, æquales, ideoque ex prædicto scholio arcus HZ, Id, similes erunt: Et ex eodem scholio, similes erunt HB, ID, propter æquales angulos BEH, DFI.

PARI ratione demonstrabimus, rectam AC, auferre arcus alternos ABe, bDC, similes. Iunctis enim rectis eE, bF, e quoniam anguli alterni EAe, FCb, æquales sunt, f & EAe, ipsi EeA, & FCb, ipsi FbC, æquales est; erunt EAe, EeA, ipsis FCb, FbC, æquales: ideoque & reliquus AEe, reliquo CFb, æqualis erit. Quocirca ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus ABe, bDC, similes erunt; In secunda tamen figura colliguntur arcus Ae, bC, similes, quibus sublatis ex totis circulis, reliqui ABe, bDC, similes quoque sunt.

e 29. primi.
f 5. primi.

SIC etiam; vt alterum adhuc exemplum ponamus, demonstrabimus, rectam RS, au-

RS, auferre arcus alternos similes RBV, SDT. Iunctis enim rectis RE, VE, SF, TF, [a] quoniam in triangulis GER, GFS, anguli EGR, FGS, ad verticem æquales sunt, & latera circa angulos E, F, proportionalia, vt mõstratum est: reliquorum autem angulorum R, S, vterq; minor est recto, propterea quod supra bases triangulorum Isoscelium ERV, FST, existunt; [b] erunt quoque anguli ERG, FSG, æquales. [c] Est autem ille angulo EVG, & hic angulo FTG, æqualis. Igitur duo R, V, duobus S, T, æquales erunt; ac proinde & reliqui REV, SFT, in triangulis ERV, FST, æquales erunt; ideoque ex scholio propos. 22. lib 3 Eucl. in 1. & 3. figura arcus RBV, STD, similes erunt; in 2. vero figura arcus RV, ST, similes erunt, &c.

a 15. primi

b 7. sexti.

c 5. primi.

EODEM modo rectæ Zd, RV, intercipient alternos arcus similes RB, SD, & RZ, Sd. Quoniam enim in triangulis EGR, FGS, anguli R, S, ostensi sunt ęquales; [d] & sunt quoque anguli ad verticem G, ęquales; erunt reliqui anguli æquales REB, SFD. Igitur ex eodem scholio prædicto, similes erunt arcus RB, SD; ac proinde & ex semicirculis reliqui RZ, Sd. Eademq; ratio est de omni recta, quę rectam Zd, per centra eiectam intersecat.

d 15. primi.

DENIQVE ex omnibus his infertur, duas rectas quomodocumque se in G, intersecantes intercipere arcus similes ad contrarias partes. Vt si intersecent sese in G, rectæ HI, KL; dico tam arcus HK, IL, quam Kn, LO, similes esse. De prioribus quidem iam paulo ante demonstratum est, de posterioribus vero ita probatur. Quoniam KB, ipsi LD, & Bn, ipsi Do, similis est, vt proxime ostendimus de rectis ipsam Zd, intersecantibus; erũt per lemma 6. etiam arcus Kn, LO, similes. Eadem ratione arcus HR, IS, similes erunt, propter rectas HI, RS, se intersecantes, &c.

QVOD si per G, ducatur recta GM, tangens in M, circulum AB, in 2. figura, tanget ea producta circulum quoque CD, in N, eruntq; rursum arcus abscissi BM, DN, similes. Ducta enim GN, tangente circulum CD, in N, iunctisq; rectis EM, FN; [e] erunt anguli M, N, recti. Cum ergo & latera circa angulos E, F, in triangulis GEM, GFN, sint proportionalia, & reliquorum angulorum ad G, vterque sit minor recto, ex coroll 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. [f] Erunt quoque tam anguli E, F, quam anguli ad G, æquales. Igitur ex ijs, quæ ad propos. 15. lib. 1. Eucl. ex Proclo demonstrauimus, rectæ MG, NG, vnam rectam constituent, ac proinde tangens GM, producta tanget etiam circulum CD, in N; atque arcus BM, DN, ex scholio propos 22 lib. 3. Eucl. similes erunt.

e 18. tertij.

f 7. sexti.

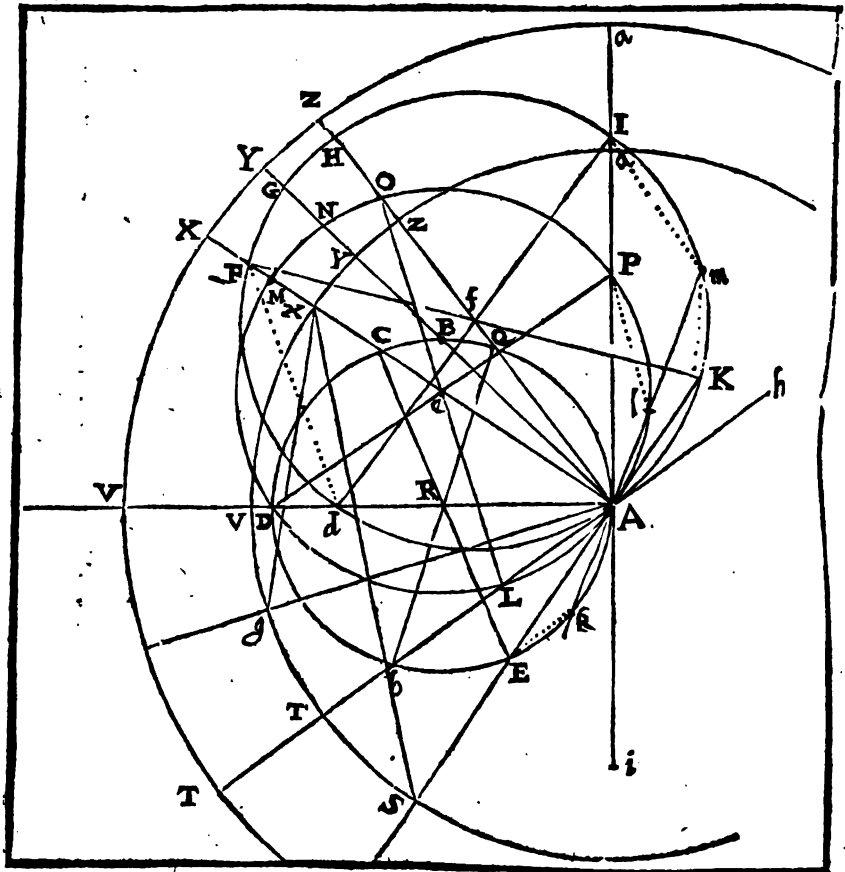
IVNGANTVR denique rectæ HK, IL, arcubus similibus a rectis HI, KL, abscissis. Dico eas esse parallelas. Quoniam enim tam arcus HAn, ICO, quam HK, IL, ostensi sunt similes; erunt quoq; per lemma 6. reliqui arcus KAn, LCO, similes. Igitur ex scholio propos 22. lib. 3. Eucl anguli KHn, LIO, illis insistentes ad circumferentias æquales erunt: qui cum sint alterni; [g] erunt HK, IL, parallelæ. quod est propositum.

g 27. primi.

LEMMA X.

SI duo, pluresue circuli se mutuo secent; rectæ lineæ per sectionis punctum ductæ, quæ vel ipsos secent; vel vtraque sit tangens, vel earum altera, intercipiunt circumferentias similes inchoatas ab vna earum rectarum,

& ver-

& verſus eandem partem, atque ad punctum ſectionis, vel contactus alterius rectæ progredientes. Si autem ex eodem ſectionis puncto circulus quicunque deſcribatur, erit eius circumferentia inter duas eaſdem rectas comprehenſa, ſemiſsis illius arcus in eodem circulo ex ſectionis puncto deſcripto, qui arcui cuiuis priorum circulorum inter eaſdem rectas intercepto ſimilis eſt.

IN puncto A, ſe mutuo ſecent circuli ABCDE, AFGHIK, ALMNOP, ducanturq; primum duæ rectæ ipſos ſecantes vtcunque AB, AC, quæ intercipiant arcus

arcus BC, GF, HM, quos omnes dico esse similes. Cum enim cuilibet illorum insistat angulus communis MAN, ad circumferentiam sui circuli in puncto A, manifestum est ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. ipsos similes esse. Eodem pacto ducta recta AH, omnes tres circulos secante, similes ostendentur, arcus BQ, GH, NO, propter angulum communem NAH, cuilibet illorum insistentem ad circumferentiam proprij circuli in puncto A. Idem dicendum est, ducta recta secante AD, de arcubus CD, Fd, MD, ob communem angulum DAM: atq. ita cæteri arcus quicunq. inter duas rectas secantes interiecti, similes demonstrabuntur. Id quod etiam in præcedenti lemmate demonstratum est de arcubus inter duas rectas ex puncto contactus duorum circulorum intus se tangentium emissas interceptis.

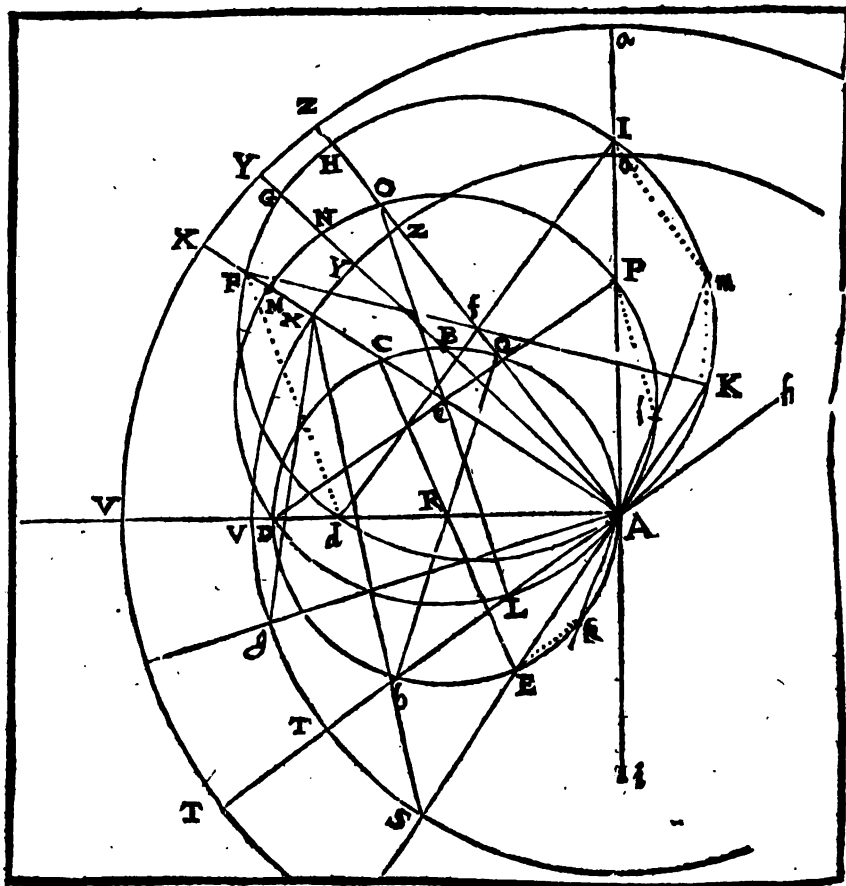
DEINDE recta AP, tangat circulum ABCDE, in A, ac proinde alios secet in P, I, cum circuli in A, se intersecare ponantur, non autem tangere; (solum enim cum plures circuli se intus tangunt, uel duo exterius, una eademque recta omnes illas in eodem puncto contactus contingere potest) recta autem AN, omnes tres secet in B, G, N. Dico similes quoque esse arcus BA, GI, NP, quorum prior a puncto sectionis B, usque ad punctum contactus A, progreditur, posteriores uero duo a punctis sectionum G, N, usque ad alia puncta sectionum I, P. De duobus quidem hisce posterioribus GI, NP, inter duas rectas secantes positis liquet ex scholio proposition. 22. lib. 3. Euclid. eos similes esse, propter angulum communem NAI, ad eorum circumferentias: at uero omnes tres BA, GI, NP, similes esse, ita ostendemus. Ducta diametro ARD, in circulo ABCDE, quem recta AP, tangit, secante alios duos circulos in D, d, iungantur rectæ DP, dI. a Et quoniam angulus DAI, rectus est, cadent, ex corollar. proposition. 5. lib. 4. Euclid. centra circulorum ALMNOP, AFGHIK, in rectas DP, dI, ideoque semicirculi erunt DMP, dFI, ac proinde semicirculo DCA, similes: Cum ergo & arcus ablati DB, DN, dG, inter rectas secantes AD, AG, positi, similes sint, vt proxime ostensum est; erũt & reliqui arcus BA, GI, NP, similes, ex 6. lemmate. Eademque ratione, ducta recta secante AF, arcus CA, FI, MP, similes erunt, & sic de cæteris.

a 18. tertij.

RVRSVS recta AE, tangat circulum ALMNOP, in A, aliosque proinde secet in E, K, recta autem AN, omnes secet. Dico adhuc similes esse arcus NLA, BDE, GAK; quorum primus NLA, inter N, punctum sectionis, & A, punctum contactus, positus est, & secundus BDE, inter puncta sectionum B, E, uersus eandem partem arcus NLA, iacet, & GAK, tertius a puncto sectionis G, ad easdem partes priorum duorum usque ad punctum sectionis K, ultra A, computatur. Neque enim recta AE, circulum AFGHIK, citra punctum A, secat, vt alios. Hoc autem sic demonstrabimus. Ducta diametro AFM, in circulo ALMNOP, quem recta AE, tangit, secante duos alios circulos in C, & F; iungantur rectæ CE, FK. b Et quia tam angulus MAE, rectus est, quam MAK, cadent, ex corollar. proposit. 5. lib. 4. Euclid. centra circulorum ABCDE, AFGHIK, in rectas CE, FK, ideoque semicirculi erunt EDC, KAF, semicirculoque ADM, similes. Cum ergo & arcus MN, CB, FG, inter rectas secantes AF, AG, iacentes, sint similes, ut supra monstratum est; erunt toti quoque arcus NLA, BDE, GAK, ex lemmate 6. similes. Pari ratione similes erunt arcus DLA, DbE, dAK, quorum primus DLA, inter punctum sectionis D, & punctum contactus A, secundus uero DbE, inter puncta sectionum D, E, uersus eandem

b 18. tertij.

D partem

partem arcus DLA; Tertius denique dAK, inter punctum sectionis d, citra A, & punctum sectionis K, vltra A, existit. Ducta enim rursus diametro AeM, in circulo ALMNOP, quę recta AE, tangit, secante alios duos circulos in C, & F, iūctisq; rectis CE, FK, ostēdemus, vt proxime factū est, EDC, KAF, semicircu los esse, semicirculoq; ADM, similes. Cū ergo & arcus ablati DM, DC, dF, similes sint, inter secantes rectas AD, AF, vt initio huius lēmatis demōstrauimus: erunt reliqui quoque arcus DLA, DbE, dAK, similes ex 6. lemmate. Non aliter probabimus, arcus NPA, GIK, BAE, esse similes, quorum primus inter punctum sectionis N, & punctum contactus A; secundus vero inter duo sectionum puncta G, K, ad easdem partes primi arcus intercipitur; tertius denique versus eandem

partem a puncto sectionis B, vsque ad alteram sectionem E, vltra A, numeratur. Facta namque eadem constructione, ostendemus, vt proxime, semicirculos esse

KFE,

KIF, EAC, semicirculoque APM, similes. Quare cum & ablati arcus MN, FG, CB, inter rectas secantes AF, AG, similes sint, vt ostensum est ad initium huius lemmatis, erunt reliqui quoque arcus NPA, GIK, BAE, per 6. lemma, similes.

PRAETEREA recta AL, tangat circulum AFGHIK, in A, aliosque propterea secet in b, L, at recta AN, omnes secet. Dico rursum similes esse arcus GFA, BDb, NDL, quorum primus inter G, punctum sectionis, & A, punctum contactus, secundus vero inter sectionum puncta B, b, & denique tertius inter sectionum puncta N, L, positus est. Ducta namque diametro AfH, in circulo AFGHIK, quem recta AL, tangit, secante alios duos in Q, O, iungantur rectæ Qb, OL: [a] Et quia angulus HAL, rectus est, cadent, ex coroll. propos. 5. lib. 4. Eucl. centra circulorum ABCDE, ALMNOP, in rectas bQ, LO, ac proinde erunt bDQ, LMO, semicirculi, ideoque semicirculo AFH, similes. Sunt autem & arcus GH, BQ, NO, similes inter rectas secantes AH, AN, vt supra ostensum est. Igitur reliqui quoque arcus GFA, BDb, NDL, ex 6. lemmate similes erunt. Sic etiam ducta per A, recta klm, erunt arcus Ek, Al, Km, similes. Cum enim AE, circulum ALMNOP, tangat, erit, vt sæpius iam demonstratum est, arcus Al, inter punctum A, contactus, & punctum l, sectionis, similis arcui Km, inter duo sectionum puncta K, m, ex eadem parte arcus Al. Arcui autem Km, arcus Ek, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. similis est, ob angulos ad verticem æquales KAm, EAk, illis insistentes. Igitur omnes tres arcus Ek, Al, Km, similes sunt.

[a] 18. tertij.

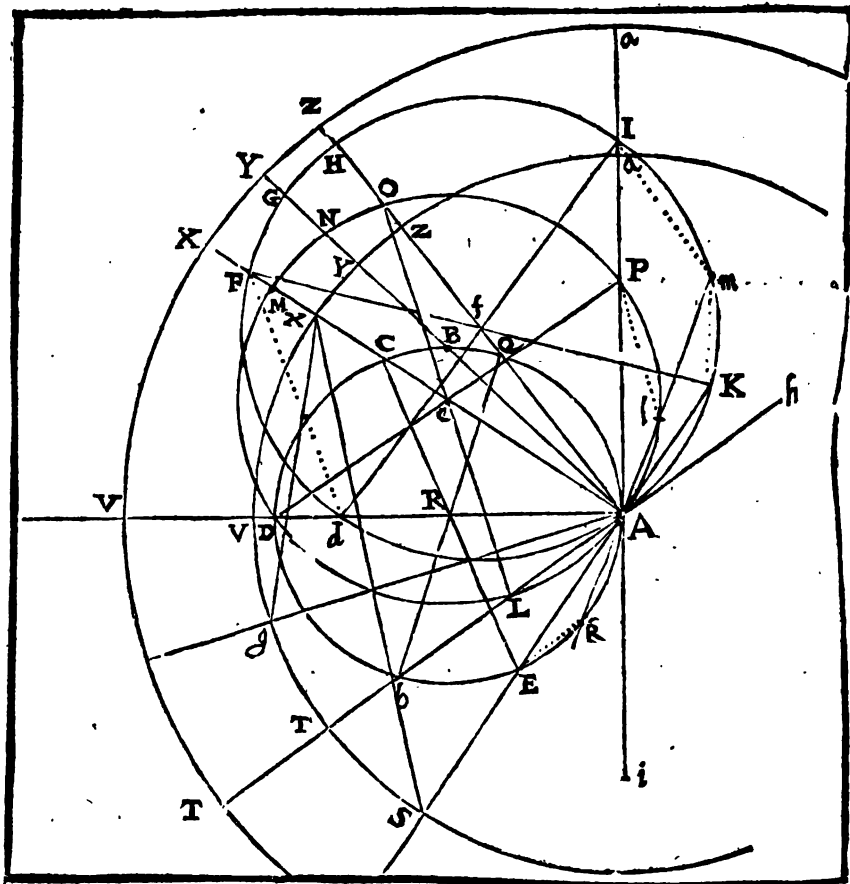
AD hæc, recta AE, tangat circulum ALMNOP, in A, aliosque secet in E, K: Item recta AL, tangat circulum AFGHIK, in A, aliosque secet in b, L: Denique AI, tangat in A, circulum ABCDE, secetque alios in P, I. Dico similes quoque esse tam arcus bE, LA, AK, quàm arcus EDA, ADP, KAFI, quàm arcus bDA, LMP, AFI. Nam quia AE, circulum ALMNOP, tangit, erit, vt iam pridem monstratum est, arcus LA, inter L. punctum sectionis, & contactum A, similis arcui b, E, inter sectionum puncta b, E, ex eadem parte arcus LA. Est autem arcui bE, similis arcus AK. (Quoniam enim hA, tangit circulum AFGHIK in A, & KA, eundem secat, [b] erit angulus hAK, hoc est, bAE, qui ei ad verticem æqualis est, angulo AFK, in alterno segmento æqualis: ac proinde arcus AK, bE, quibus ad circumferentias insistunt, similes erunt.) Igitur omnes tres bE, LA, AK, similes erunt. Deinde ducta in circulo ABCDE, diametro AD, iunctaque recta DP, erit DNP, semicirculus, ob angulum rectum DAP, ideoque semicirculo DCA, similis. Sunt autem & arcus DLA, DE, similes, vt iam non semel est monstratum, quòd AE, circulum ALMNOP, tangat, &c. Igitur toti arcus EDA, ADP, similes quoque erunt: Sed arcus ADP, arcui KAFI, similis est. (Nam ducta diametro AM, in circulo ALMNOP, secante circulum AFGHIK in F, iunctaque recta KF, erit KAF, semicirculus, ob rectũ angulum FAK, ideoque semicirculo ADM, similis. Cum ergo & arcus FI, MP, similes sint, ob angulum communem FAI, illis ad circumferentias insistentem; erunt toti arcus KAFI, ADP, similes.) Omnes ergo tres EDA, ADP, KAFI, similes erunt. Postremo ducta diametro AH, in circulo AFGHIK, secante circulũ ALMNOP, in O, iunctaque recta LO, erit LMO, propter angulum rectum LAO, semicirculus semicirculo bDQ, similis. Sunt autem & arcus OP, QA, similes, cum AP, circulum ABCDE, tangat, &c. Igitur toti arcus bDA, LMP, similes erunt: Sed arcus bDA, arcui AFI, similis est. (Ducta enim diametro AH, in circulo AFGHIK, secante circulum ABCDE, in Q, iunctaque recta bQ, erit bCQ, se-

[b] 32. tertij.

 micir-

micirculus, ob angulum rectum bAQ. & semicirculo *AF*H, similis. Cum ergo & arcus Q*A*, H*I*, similes sint, quòd A*I*, circulum *A*BCDE, tangat, &c. erunt quoque toti arcus bDA, *AF*I, similes.) Quamobrem omnes tres arcus bD*A*, LM*P*, AFI, similes erunt.

PROPOSVI autem tot casus, ac tam varios huius propositionis, quamuis in omnibus eadem fere sit demonstrandi ratio, vt intelligas, quo pacto in aliis casibus te gerere debeas.

CAETERVM aliter, & paulo facilius ostendemus, arcum cuiuslibet circuli inter duas rectas comprehensum, quarum vna circulum tangit, & altera secat, similem esse arcui cuiusuis alterius circuli per contactum descripti, inter

easdem duas rectas incluso, quarum vel vtraque circulum secat, vel vna tangit, & altera secat. Nam quia *AP*, circulum *A*BCDE, tangit, & *A*Q, eundem secat, & vtra-

& vtraque alios duos circulos secat, [a] erit angulus AbQ, in alterno segmento abscisso à recta secante AQ, æqualis angulo PAQ. Ergo ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus AQ, inter duas rectas AP, AQ, comprehensus, & cui insistit angulus AbQ; similis est arcubus PQ, IH, inter easdem rectas interceptis, & quibus communis angulus IAH, insistit, qui angulo AbQ, ostensus est æqualis.

[a] 32. tertij.

RVRSVS quia AE, circulum ALMNOP, tangit, eundemq; AD, secat, & vtraq; circulos ABCDE, AFGHIK, secat in E, D, & K, d, ostendemus arcus ALD, ED, KAd, similes etiam esse. [b] Quia enim angulus EAD, angulo APD, in alterno segmento æqualis est; erunt ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus ED, ALD, quibus insistunt, similes. His autem similem quoque esse arcum KAd, ita perspicuum fiet. Tangat recta AL, circulum AFGHIK, secetque circulum ABCDE, in b. Iuncta ergo recta dF, [c] erit angulus bAD, angulo AFd, in segmento alterno æqualis, & angulus hAK, angulo AFK, in alterno segmento. [d] Cum ergo angulus hAK, angulo bAE, ad verticem æqualis sit; erit quoq; angulus bAE, angulo AFK, æqualis, ac proinde, cum ostensus sit angulus bAB, angulo AFD, æqualis, erit totus angulus EAD, toti angulo dFK, æqualis. Atque idcirco ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus ED, KAd, similes erunt. Quocirca cum ED, ostensus sit similis arcui ALD; erunt omnes tres ALD, ED, KAd, similes, inter rectas AE, AD, comprehensi.

[b] 32. tertij.
[c] 32. tertij.
[d] 15. primi.

PRAETEREA cum Ab, tangat circulum AFGHIK, & Ad, eundem secet, atque vtraque duos alios circulos secet; [e] erit angulo AId, in alterno segmento æqualis angulus bAD. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus Ad, inter duas rectas Ab, Ad, cui angulus AId, insistit, similis est arcubus bD, LD, inter easdem rectas, quibus angulus communis bAD. angulo AId, æqualis ostensus insistit.

[e] 32. tertij.

AMPLIVS quia AK, circulum ALMNOP, tangit, aliosque secat in K, E. Item Ai, circulum ABCDE, tangit, aliosq; secat in P, I, [f] erit angulo ADP, in alterno segmento æqualis angulus KAP, ac proinde & angulus ad verticem IAE. [g] Sed hic æqualis quoque est angulo ACE, in segmento alterno. Igitur tres anguli ACE, ADP, KAI, æquales sunt. ac proinde ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. tres arcus AE, AP, KI, quibus insistunt, æquales sunt, inter rectas AK, Ai, comprehensi.

[f] 32. tertij.
[g] 32. tertij.

DENIQVE quia AP, circulum ABCDE, tangit, aliosque secat in P, I. Item AE, circulum ALMNOP, tangit, aliosque secat in E, K; iuncta recta kE, [h] erit tam angulo AkE, in alterno segmento angulus PAE, quàm angulo ALP, (iuncta recta lP,) in alterno segmēto idem angulus EAP, æqualis. [i] Deinde quia iunctis rectis Km, mI, tam duo anguli KmI, KAI, quā duo AkE, ACE duobus rectis æquales sunt, [k] estque angulo ACE, in alterno segmento æqualis angulus iAE, hoc est, KAI, ad verticem, erit quoq; reliquus KmI, reliquo AkE æqualis. Igitur omnes tres anguli AkE, AlP, KmI, æquales sunt; ideoque ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. tres arcus ACE, ADP, KAI, similes erunt. Et sic de cæteris.

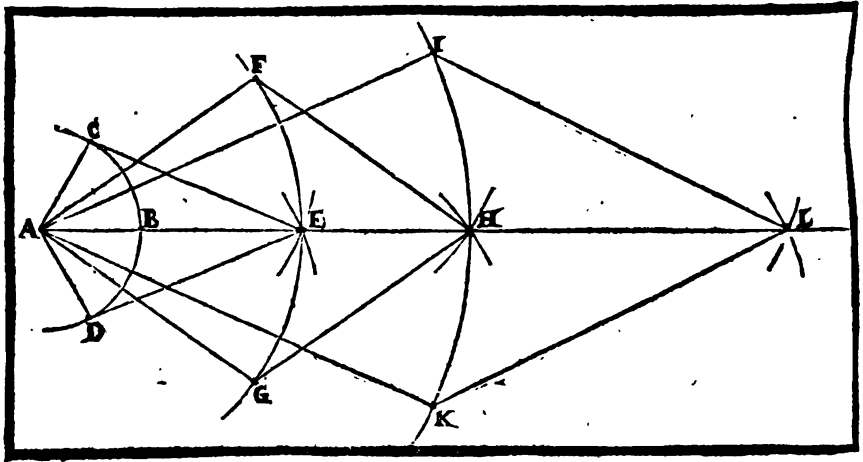
[h] 32. tertij.
[i] 22. tertij.
[k] 32. tertij.

DIFFERT autem prima hæc pars lemmatis à prima parte lemmatis antecedentis, quòd hic solum demonstrantur illi arcus similes, qui inter duas rectas lineas, siue vtraque sit tangens, siue altera tantum, siue neutra, interijciuntur, non autem illi, quos recta aliqua abscindit: neque enim similes sunt arcus AQ, APO, AKH, quos recta AH, aufert. At verò in priori parte lemmatis antecedentis similes etiam ostenduntur arcus à quacunque linea recta abscissi.

IAM verò ex sectionis puncto A, circulus quilibet describatur STV, ad quē vsque rectæ ex A, prodeuntes extendantur secantes eum in S. T, V, X, Y, Z, a. Dico arcum, verbi gratia, ST, semissem esse arcus, qui similis sit in eodem circulo, arcui Eb: adeo vt numerus graduum in arcu ST, comprehensorum dimidiata pars sit numeri graduum in arcu Eb, contentorum. Sumatur enim arcui ST, æqualis arcus Tg, ductaque recta gA, ducantur ex S, g, ad quodlibet punctum X, in circumferentia STVXYZ, duæ rectæ SX, gX. Quia igitur arcus ST, Tg, æquales sunt, [a] æquales quoque erunt anguli SAT, TAg, in centro A; ac proinde angulus SAg, anguli SAT, duplus erit. [b] Est autem idem angulus SAg, ad centrum A, duplus quoque anguli SXg, ad circumferentiam. Igitur auguli SAT SXg, æquales erunt, ideoque ex scholio propos. 22. lib 3. Eucl. arcus Eb, Sg, similes erunt; ac proinde arcus ST, semissis erit arcus Sg, quì arcui Eb, similis est. Eademque ratio est de cæteris. quod constat etiam in arcubus Va, DMP, DCA, dFI, quorum prior Va, quadrans est continens gradus 90. propter angulum rectum VAa, posteriores vero tres, semicirculi continentes singuli gradus 180. existunt.

[a] 27. tertij.
[b] 20. tertij.

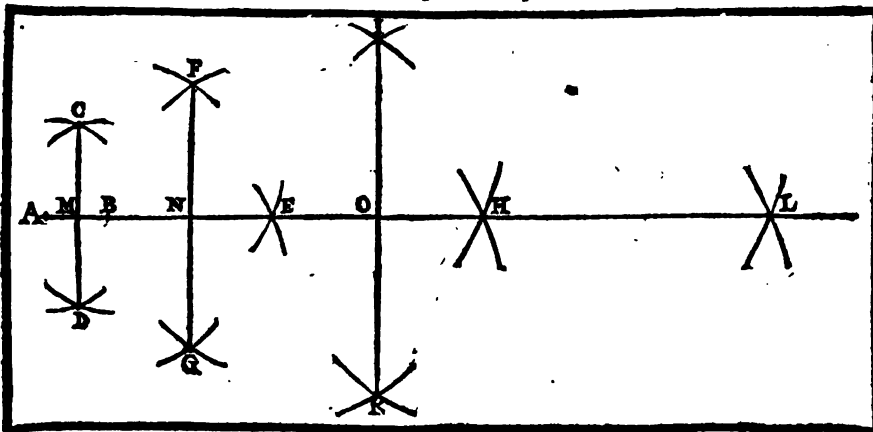
LEMMA XI.

RECTAM lineam breuissimam in cōtinuum extendere, vel (quod idem est) per duo puncta parum inter se distantia lineam rectam quantumlibet producere.

ACCIDIT frequenter, vt vel linea recta breuissima, qualis est AB, extendenda sit, vel (quod idem est) per duo puncta, quorum alterum ab altero propè abest, cuiusmodi sunt duo puncta A, B, recta linea quantumlibet extendenda; quæ res non paruam habet difficultatem, propterea quod regula, qua linea ducenda est, facile in hanc, illamue partem flecti potest: adeo vt quò longius producenda est linea, eò maior admitti posit error. Ne ergo in ea linea ducenda erremus,

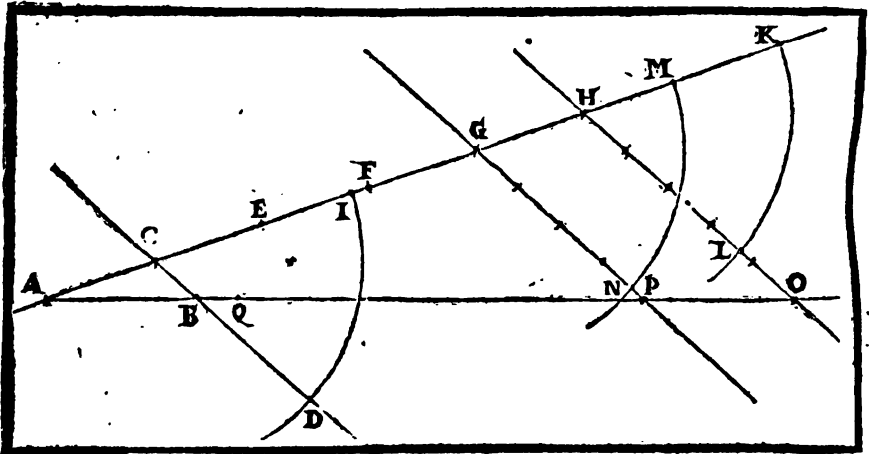
remus, vtendum erit hoc artificio. *Ex* A, per B, arcus circuli describatur, in quo abscissis æqualibus arcubus BC, BD, (qui quo maiores erunt, eo felicius res succedet) describantur ex C, D, duo arcus tanto interuallo, vt commode se intersecare possint in E, hoc est, vt non admodum obliqua fiat sectio, quia tunc non facile discerni posset intersectionis punctum. Deinde ex A, per E, iterum arcus describatur, in quo abscissis duobus arcubus æqualibus E*F*, EG, describantur ex F, *G*, tanto quoque interuallo duo arcus, vt commodè se intersecare queant in H. Rursus ex A, per H, arcus describatur, in quo abscissis duobus arcubus æqualibus HI, H*K*, describantur quoque ex I, *K*, tanto interuallo duo arcus, vt commode se possint intersecare in L: atque in hunc modum progredi licebit, quantum libuerit. Dico rectam AB, productam transire per puncta E, H, L, &c. adeo vt applicata regula ad puncta A, L, recta linea ducatur per puncta *A*, *B*, exquisitissime, quippe cum iunctæ AB, AE, A*H*, AL, omnes vnam conficiant rectam lineam. Ductis enim rectis AC, AD, AF, AG, A*I*, AK, CE, *D*E, *F*H, GH, *I*L, KL; quoniam latera AC, AE, lateribus AD, AE, æqualia sunt, & basis quoque CE, basi DE, æqualis, ex constructione, ob æqualia sumpta interualla ex C, D, vsque ad E; [a] erit angulus CAE, angulo DAE, ęqualis, hoc est, recta EA, angulum CAD, secabit bifariam: sed & recta BA, eundem angulum CAD, bifariam diuidit, [b] quòd anguli BAC, BAD, æquales sint propter æquales arcus BC, BD. Igitur recta E*A*, per B, transit, ne duæ rectæ dicantur eundem angulum C*A*D, bifariam partiri. Rursus quia latera AF, AH, lateribus *A*G, AH, æqualia sunt, & basis FH, basi G*H*, eadem de causa; [c] erunt quoque anguli FA*H*, GA*H*, æquales, id est, recta HA, angulum FAG, bifariam secabit. Cum ergo & eundem angulum bifariam secet recta E*A*, [d] quòd anguli EAF, EAG, ob æquales arcus E*F*, EG, æquales sint; transibit recta HA per E: ac proinde & per B, cum recta E*A*, transire ostensa sit per B. Non aliter demonstrabimus, rectam LA, transire per H, ideoque & per E, B, &c.

[a] 8. primi.
[b] 27. tertij.
[c] 8. primi.
[d] 27. tertij.

HAEC praxis hoc etiam modo institui potest. Ex punctis *A*, *B*, datis, vel ex-

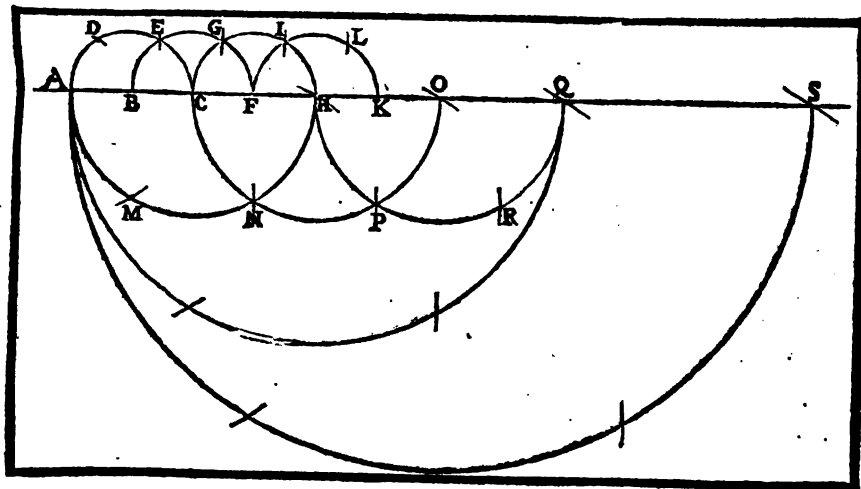
tremis datæ lineæ *AB*, ad quoduis interuallum, quod paulo maius sit data recta *AB*, bini arcus hinc inde describantur secantes sese in C, D. Et ex C, D, alij duo arcus tãto interuallo, vt commode se intersecent in E. Rursus ex B, E, bini alij arcus vtrinque secantes sese in F, G. Et ex F, G, duo alij arcus se intersecẽt in *H*.

Item

Itē ex E,H,vtrinque se intersecent bini alij arcus in I,K. Atque ex I,K,alij duo arcus sese intersecent in L. Atque hoc modo,quantum libuerit,procedatur. Dico omnia puncta A,B,E,H,L,in vna recta iacere linea.Nam ex ijs, quæ in praxi propos.11.lib.1.Eucl.diximus,recta AB,rectam iūctam CD,diuidit ad angulos rectos,& bifariam in M:Item recta iuncta EM,ad eandem CD, perpendicularis est,ac proinde rectæ BM, congruit,hoc est,per punctum B,transit,ita vt vna recta sit AE. Rursus eodem modo HN,per E,transibit,vt vna recta sit AH, quòd tam recta BE,rectam FG, secet bifariam,& ad angulos rectos, quàm recta HN, ad eandem FG, perpendicularis sit. Non aliter ostendes LO,per H,transire, ideoque ABNEOHL, esse vnam rectam lineam, propterea quòd recta EH, rectam IK,secat bifariam,& ad rectos angulos,& recta iuncta LO,ad eandem IK, perpendicularis est.

ALITER. Per extremum A,educatur recta vtcunque ACK, faciens cum AB,angulum,nec valde magnum,nec valde acutum. Deinde per alterum extremum B,ducta vtcunque alia recta BD,secante AK,in C,ita tamen,vt AB,& AK non valde oblique secentur,sed ita,vt intersectionum puncta C,B,commode discerni possint,abscindantur ipsi AC,beneficio circini quotcunque rectæ æquales CE,EF,FG,GH;& ex C,& vltimo puncto H,interuallis æqualibus CI,HK, arcus describantur ID,KL;sumptoque arcu KL,æquali arcui ID, inter rectas CI,CD,intercepto,ducatur recta HL,ex qua vsque ad O, accipiantur tot partes æquales ipsi CB,quot partes æquales ipsi AC,sunt in AH. Nam recta AB producta cadet in O,vel recta AO,per B,transibit. Quoniam enim arcus ID, KL,æquales sunt; [a] erunt anguli etiam ICD, KHL,internus & externus, æquales, [b] ac proinde CB,HO,parallelæ erunt.Cum ergo sit,vt AC, ad AH, ita CB, ad HO,quòd toties contineatur AC,in AH,quoties CB, in HO, ex constructione;transibit ex scholio propos.4.lib.6 Eucl. recta AO,per B;& recta AB, per O.Quòd si ex G,alius arcus describatur MN,ad idem interuallum CI, vel HK,sumaturque arcus MN,eidem arcui ID,æqualis; erit eodem argumento ducta GN,ipsi CD,parallela.Si igitur in GN, accipiantur rursus tot partes vsque ad

a 27.tertij.
b 28.primi.

ad P, ipsi CB, æquales, quot partes ipsi AC, ęquales sunt in AG, transibit eadem recta AO, per punctum etiam P: quòd eadem sit proportio AG, ad AH, quæ GP, ad HO, propterea quòd multitudo partium ipsius AG est æqualis multitudini partium GP: & multitudo partium ipsius AH, æqualis multitudini partium ipsius HO, &c. Atque hac ratione plura puncta inuenientur, per quæ recta AB, extensa transibit, si nimirum ex aliis partibus ipsius AH, parallelæ ipsi CB, agantur, &c.

POTES quoque, si placet, antequam rectam CD, per B, ducas, sumere in AK, quotcunque partes æquales ad libitum AC, CE, &c. & per C, rectam ducere, quæ rectam AB, ductam in puncto aliquo secet. Vt si puncta data essent A, Q ducta esset per C, recta CD, secans AQ in B. Nam si reliqua fiant, quæ prius, absoluemus id, quod propositum est, eodem modo. Atque hac posteriori via non opus est circino partem AC, accipere, (quæ si nō exquisite accipiatur, necessario efficitur, vt eius multiplex AH, vel AG, sit vel nimis magna, vel nimis parua; qui error vitatur, si ante ductum lineæ CD, sumantur, vt dictum est, quotuis partes æquales AC, CE, &c.) sed satis est, si GB, circino accipiatur, & in rectas HL, GN, toties transferatur, quoties AC, in AH, AG, existit.

LIBET hoc idem tertia adhuc ratione facillima absoluere, & quidem si lubet, vnico circini interuallo. Sint enim rursus data duo puncta A, B, vel recta AB, produceda. Ex B, per A, arcus describatur AC, ex quo ad idem interuallum

AB, tres æquales arcus abscindantur AD, DE, EC. Rursus ex C, ad idem interuallum describatur arcus BF, qui per B, centrum prioris transibit, cum eius semidiameter huius semidiametro ponatur æqualis. Abscisis autem eodem interuallo tribus arcubus æqualibus BE, EG, GF; (cadetque punctum E, in punctum intersectionis arcuum AC, BF, ob semidiametrorum æqualitatem) describatur quoque ex F, arcus CH, ad idem interuallum, qui eadem de causa per C, centrum antecedentis arcus incedet. Sumptis eodem interuallo tribus arcubus ęqualibus CG, GI, IH, (cadetque eadem ratione punctum G, in sectionem arcuum

BF, CH) describatur rursum per F, eodem interuallo ex H, arcus FK, in quo iterum sumantur eodem interuallo tres æquales arcus FI, IL, LK, atque in hunc modum constructio eadem continuetur, quantum libuerit, aut opus fuerit. Dico rectam AB, extensam transire per omnia puncta inuenta C, F, H, K. Quoniam enim ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. arcus AD, DE, EC, tres sextæ partes circuli sunt; erit ADEC, semicirculus, ideoque diameter AC, per centrum B, transibit. Eadem ratione transibit BF, per C, & CH, per F, & FK, per H, &c.

QVANDO data linea AB, est perexigua, ne praxis longior, quàm par est, euadat, inuento puncto C, extensaque recta AB, vsque ad C, si ex C, ad interuallum rectæ CA, arcus describatur AH, in eoque accipiantur eodem interuallo CA, tres arcus æquales AM, MN, MH, inuentum erit punctum H: Ex quo si ad idem interuallum per C, arcus describatur, reperietur eodem modo punctū O: & si ex hoc ad idem interuallum OH, arcus describatur, inuenietur eadem ratione punctum Q, & sic deinceps. Immo inuento puncto H, si ex eo arcus AQ, ad interuallum HA, describatur, reperies similiter punctum Q; atque ex inuento puncto O, si arcus per A, describatur AS, inuenies punctum S. Denique infinitis modis praxin mutare poteris in arcubus describendis, &c.

LEMMA XII.

DATIS duabus rectis tertiam, & tribus quartam proportionalem inuenire.

HIC solum propositionem 11. & 12. lib. 6. Eucl. ad faciliorem praxim reuocabimus. Huic autē negotio aptissimum est rectangulum qualecunq; ABCD. In hoc enim nullo labore id, quod propositum est, exequemur. Sit ergo duabus rectis E, F, reperienda tertia proportionalis: Primæ E, abscindantur æquales BG, AH, in lateribus rectanguli oppositis, & iuncta recta GH, abscindatur GI, æqualis secundæ F, connectaturque recta BI, & vlterius protēdatur, si opus fuerit. Deinde etiā secundæ F, vel GI, æquales auferantur BK, AL, iungaturque KL, secās BI, in M. Dico KM, tertiam esse proportionalem duabus E, F, vel BG, GI. [a] Quoniam enim GH, KL, ipsi AB, parallelę sunt, [b] atque adeo & inter se; [c] erit vt BG ad GI, ita BK, ad KM. Cum ergo BG, ipsi E, & GI, BK, ipsi F, æquales sint, erit quoque vt E, ad F, ita F, ad KM; adeo vt si sumatur N, ipsi KM, æqualis, habeantur tres lineæ continue proportionales E, F, N.

[a] 33. primi. [b] 30. primi. [c] 4. sexti.

SIT rursus tribus rectis datis BG, GI, BO, inuenienda quarta proportionalis. Prima ac tertia collocentur in latere BC, initio facto à B, eisque in latere opposito æquales abscindantur AH, AP: Iunctis autem rectis GH, OP, & à termino primæ abscissa GI, æquali ipsi secundæ, ducatur recta BI, quæ producta secet OP, in Q. Dico OQ, esse quartam proportionalem quæsitam. [d] Erit enim, vt prius, BG, prima ad GI, secundam, quemadmodum BO, tertia ad OQ, quartam. Sic tribus rectis BO, OQ, BG, reperietur quarta proportionalis GI.

[d] 4. sexti.

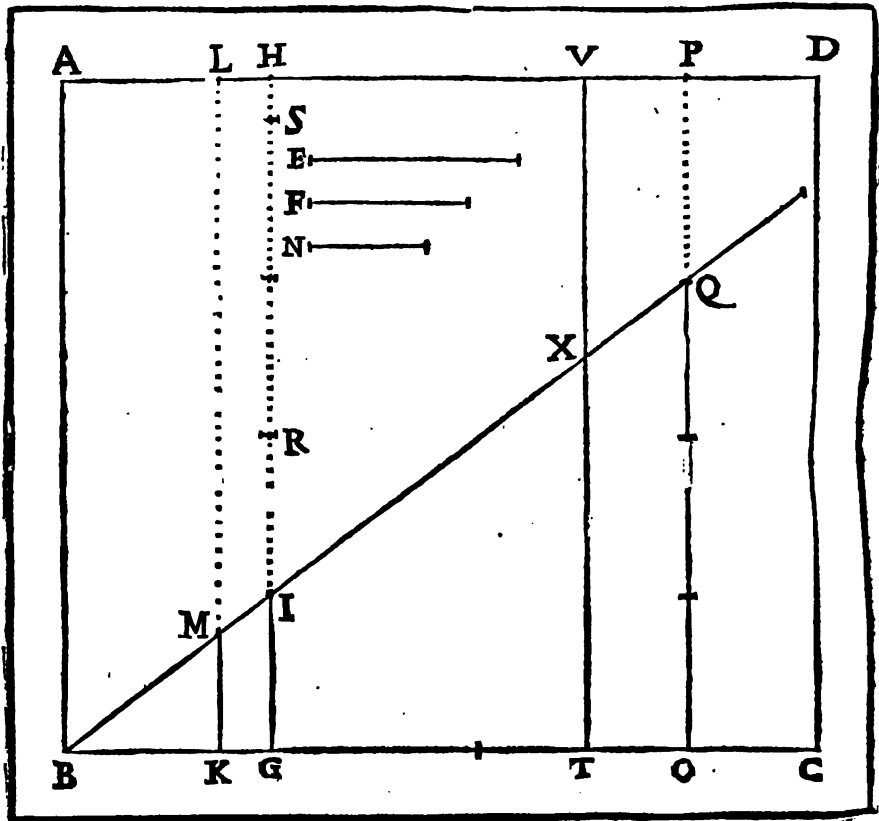
VERVM vt omnia hæc fiant quàm exquisitissime, diligenter hæ cautiones adhibendæ sunt. Primum quando duabus rectis tertia inuenienda est proportionalis, si quidem prima æqualis est, vel maior quàm secunda, cuiusmodi fuerunt duæ

duæ E, F, quibus æquales abſciſſæ ſunt *BG*, G*I*, nihil in præcepto dato immutandum eſt, eo quod tunc recta B*I*, non admodum oblique rectas G*I*, *K*M, ſecat; ex quo fit, punctum interſectionis *M*, commode diſcerni poſſe, quod ſecus accideret ſi GI, obliquius ſecaretur.

SI vero prima fuerit minor quàm ſecunda, vt ſi datæ ſint duæ BG, G*S*, quoniam tunc ducta recta BS, & oblique valde ipſam GS, interſecat, & longius produci debet, vt cum TV, (ſumpta *B*T, æquali ipſi ſecundæ GS) conueniat, ſecabimus ſecundã *GS*, bifariam in R, & GR, rurſus bifariam, atque ita deinceps, donec in partem incidamus, quæ vel æqualis ſit primæ BG, vel minor, qualis hic eſt G*I*, quarta pars ſecundæ. Et quia ducta recta BI, licet non nimis oblique ipſam

ſam *G*I, ſecet; tamen quia longius produci debet, vt interſecet ipſam TV; rectius fecerimus, ſi in latere BC, ſumamus aliquot partes primæ lineæ BG, æquales, donec inueniamus rectam BO, ipſius BG, multiplicem, quæ vel æqualis ſit rectæ BT, vel maior, (*In exemplo eſt* BO, primę BG, tripla) atque in parallela O*P*, accipiamus

cipiamus OQ, ita multiplicem ipsius GI, vt est BO, ipsius BG, multiplex. Nam ducta recta BQ, (quæ omnino per I, transibit, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclidis, cum sit, vt BG, ad BO, ita GI, ad OQ, ex constructione) secabit parallelam TV, in X, eritque TX, (quarta proportionalis ipsis BG, GI, BT,) quarta pars tertiæ proportionalis quæsitæ, eadem nimirum pars, quæ est GI, secundæ lineæ GS, adeo vt TX, quater sumpta conficiat totam tertiam proportionalem. [a] Cum enim sit, vt BG, prima ad GI, ita BT, secunda ad TX; erit quoque ex scholio propos. 22. lib. 5. Eucl. vt BG, prima ad quadruplam ipsius GI, hoc est, ad GS, secundam, ita BT, secunda ad quadruplam ipsius TX, atque idcirco quadrupla ipsius TX, erit tertia proportionalis quæsita.

[a] 4. sexti.

QVOD si prima, vel secunda linea data fuerit longior, quàm rectangulum, quod quidem vel propter spatij angustiam produci nequit, vel producere non libet, sumendæ erunt earum semisses, & harum semissium iterum dimidiatæ partes, & sic deinceps, donec partes habeantur rectangulo breuiores. Inuenta namque

que tertia proportionali hisce partibus, si ea toties multiplicetur, quoties illæ partes in totis lineis continentur, conficietur tertia proportionalis quæsita, [a] quòd partes cum pariter multiplicibus eandem habeant proportionem.

[a] 15. quinti.

DEINDE quando tribus rectis adiungenda est quarta proportionalis, si quidem prima est omnium maxima, seruandum est præceptum supra traditum ad vnguem, sicut patuit in rectis BO, OQ, BG, quibus quarta proportionalis inuenta est GI.

SI vero prima non sit maxima, maior tamen quàm secunda, vt si datæ sint tres rectæ BG, GI, BT, multiplicanda erit prima BG, in recta BE, donec habeatur BO, maior quàm tertia BT, vel æqualis: Et in ducta parallela OP, multiplicanda secunda GI, vsque ad Q, toties, quoties prima BG, vsque ad O, multiplicata fuit: vt in dato exemplo BO, OQ, triplæ sunt ipsarũ BG, GI. Ducta enim recta BQ (quæ ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. per I, transibit) secante parallelam TV, in X; [b] erit tribus BG, GI, BT, quarta proportionalis TX.

[b] 4. sexti.

AT si prima maxima non sit, sed minor quidem quàm secunda, maior autem quàm tertia, vt si datæ sint tres rectæ BG, GS, BK, sumenda erit secundæ GS, pars dimidiata, vel quarta, vel octaua, &c. donec pars occurrat, cuiusmodi est quarta pars GI, minor quàm prima linea BG. Nam ducta recta BI, secante parallelam KL, in M, erit KM, quarta pars quartæ proportionalis quæsitæ, eadem pars videlicet, quæ est GI, secundæ GS. [c] Cum enim sit, vt BG, prima ad GI, ita BK, tertia ad KM; erit quoque ex scholio propos. 22. lib. 5. Euclid. vt BG, prima ad quadruplam ipsius GI, hoc est, ad secundam GS, ita BK, tertia ad quadruplam ipsius KM; ideoque quadrupla ipsius KM, erit quarta proportionalis, quę inquiritur.

[c] 4. sexti.

SIC etiam, si prima non sit maxima, sed minor, quàm secunda & tertia, vt si tres rectæ datæ sint BG, GR, BT, accipienda erit secundæ GK, dimidiata pars, vel quarta, &c. quæ videlicet minor sit, quàm prima BG, qualis est GI, semissis secundæ GR. Quo facto, prima BG, & secundæ accepta pars GI, æqualiter multiplicandæ in BC, OP donec BO, inueniatur maior, vel æqualis tertiæ BT: vt in dato exemplo BO, OQ. triplæ sunt ipsarum BG, GI. Ducta enim recta BQ (quæ omnino per I, transibit, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid.) secante parallelam TV, in X, erit TX, talis pars quartæ proportionalis inueniendæ, qualis est GI, secundæ lineæ GR, nimirum in dato exemplo pars dimidiata. [d] Quia enim est, vt BG, prima ad GI, ita BT, tertia ad TX, erit etiam, ex scholio propos. 22. lib. 5. Euclid. vt BG, prima ad duplam ipsius GI, id est, ad secundam GR, ita BT, tertia ad duplam ipsius TX, ac proinde dupla ipsius TX, quarta proportionalis erit tribus datis BG, GR, BT.

[d] 4. sexti.

QVOD si prima, ac tertia longiores sint rectangulo, secandæ erunt ambæ bifariam, vel in quatuor partes æquales, &c. secunda intacta relicta. Nam ita erit pars primæ ad secundam, vt eadem pars tertiæ ad quartam inuentam. Si autem sola prima sit longior, diuidendæ erunt pariter prima & secunda, tertia intacta relicta: quia ita erit prima ad secundam, hoc est, vt pars primæ ad eandem partem secundæ, vt tertia ad quartam inuentam. Si denique sola tertia longior fuerit, ea sola diuidenda erit. Ita namque erit prima ad secundam, vt pars tertiæ ad eandem partem quartæ inuentam. Si ergo toties sumatur pars quartæ inuenta, quoties accepta pars tertiæ in tertia continetur, conflabitur tota quarta proportionalis, quæ quæritur.

SCHO-

SCHOLIVM.

SED totum hoc lemma hac alia ratione absoluemus, quæ quidē in Astrolabio, & plerisque alijs in rebus commodissima est, præsertim quando duabus rectis tertia proportionalis adinuenienda proponitur. Sit duabus rectis a, b, adiungenda tertia proportionalis. In recta quauis CD, sumatur prima a, æqualis CE, & per E, ducta ad CD, perpendiculari FG, sumantur EF, EG, secundæ b, æquales: Et per tria puncta F, C, G, circulus describatur ex centro H, secans CD, in D. Dico ED, tertiam esse proportionalem ad duas CE, EF, hoc est, ad duas a, b. Quoniam enim ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. EF, media proportionalis est inter CE, ED; erit vt CE, ad EF, ita EF, ad ED. Sumpta igitur d, ipsi ED, æquali, erit quoque vt a, ad b, ita b, ad d; ac proinde d, ipsis a, b, tertia proportionalis est. quod est propositum. Centrum autem H, inuenietur, si ex C, F, ad idem interuallum ex vtraque parte quatuor arcus describantur intersecantes sese in I, K; Et ex C, G, alij quatuor secantes sese in L, M. Nam rectæ IK, LM,

sē intersecabunt in H, centro, quod in scholio propos. 25. lib. 3. Euclid. demonstrauimus: eritque centrum H, in recta CD, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Euclid. Quod etiam inuenietur, si ductis rectis CF. CG, angulis FCE, GCE, æquales fiant CFH, CGH. Rectæ namque FH, GH, secabunt CD, in H, centro: propterea quod tres rectæ HF, HC, HG, æquales sunt. Nam HF, HG, [a] æquales sunt, propter duo latera EF, EH, æqualia duobus lateribus EG, EH, & angulos rectos ad E. [b] At vtrauis HF, HG, ipsi HC, æqualis est, ob angulos æquales ad C, F, vel C, G.

[a] 4. primi.
[b] 6. primi.

SIT rursum tribus rectis a, b, d, reperienda quarta proportionalis. In qualibet recta CD, abscindantur secunda b, & tertia d, æquales CE, ED, & per E, ducta recta FH, vtcunque, siue perpendiculari ad CD, siue non, sumatur prima a, æqualis EF. Et per tria puncta F, C, D, circulus describatur ex centro G, secans EH, in H. Dico EH, esse ipsis a, b, d, hoc est, ipsis EF, EC, ED, quartam proportionalem: adeo vt e, ipsi EH, æqualis, sit quæsita quarta proportionalis. [c] Quoniam enim rectangulum sub EF, prima, & EH, quarta, rectangulo sub EC, secunda, & ED, tertia, æquale est; [d] erit vt EF, prima

[c] 35. tertij.
[d] 16. sexti.

EF, prima ad EC, secundã, ita ED, tertia ad EH, quartam. quod est propositum. Centrum autẽ G, reperietur quoque hic, si ex F, D, ad idem interuallum ex vtraque parte quatuor arcus describantur se intersecantes in I, K: Et ex C, F, alij quatuor sese intersecantes in L, M. Recta namque IK, LM, in centro G, se mutuo diuident, vt in dicto scholio propos. 25. lib. 3. demonstratum est à nobis.

ALITER adhuc, si placet, totum Lemma expediemus hoc modo. Sit duabus rectis A, B, inuenienda tertia proportionalis, sitque primum A, prima maior. Sumpta recta EF, ipsi A, æquali, describatur circa eam ex medio puncto G, circulus EKF, in quo applicetur recta EK, ipsi B, æqualis, eidemque æqualis abscindatur EH, circa quam ex medio puncto I, circulus describatur ELH, secans EK, in L. Dico EL, tertiam proportionalem esse. Quoniam enim iunctæ rectæ FK, HL, per 9. lemma parallelæ sunt, quod circuli se mutuo tangant in E, ex scholio propos. 13. lib. 3 Eucl. erunt triangula EFK, EHL, æquiangula.[a] Igitur erit, vt EF, hoc est, vt A, ad EK, id est, ad B, ita EH, vel B, ad EL.

a 4. sexti.

SIT deinde duabus rectis D, C, inuenienda tertia proportionalis, sitque D, prima minor. Sumpta recta EH, secundæ maiori C, æquali, describatur circa eam ex puncto medio I, circulus ELH, in quo applicetur recta EL, primæ D, æqualis, ex qua producta abscindatur EK, ipsi EH, vel secundæ C, æqualis, anguloq; KEH, æqualis fiat EKG, [b] ita vt rectæ GE, GK, æquales sint. Descripto autem ex G, circulo per E, K, secante EH, productam in F; dico EF, esse tertiam proportionalem. [c] Erit enim vt prius, ita EL, vel prima D, ad EH, vel ad C, secundam, vt EK, vel C, secunda, ad EF.

b 6. primi.
c 4. sexti.

RVRSVS trib⁹ rectis A, B, C, quarum prima maior sit, quam secunda & tertia, inuenienda sit quarta proportionalis. Circa rectam EF, primæ A, æqualẽ circulus describatur EKF. Et circa rectam EH, secundæ B æqualẽ circul⁹ EHL, describatur; applicetur in priori circulo recta EK, tertiæ C, æqualis secans posteriorem circulum in L. Dico EL, esse quartam proportionalem.[d] Erit enim vt prius, ita EF, ad EK, vt EH, ad EL. Igitur permutando, vt EF, vel A, prima ad EH, vel ad B, secundam, ita EK, vel C, tertia ad EL.

d 4. sexti.

ITEM tribus rectis C, D, A, quarum prima maior sit, quàm secunda, minor autem, quàm tertia, sit inuenienda quarta proportionalis. Circa rectam EH, primæ C, æqualem describatur circulus ELH, in quo applicetur EL, secundæ D, æqualis. Et ex EH, producta, abscissa EF, tertiæ A, æquali, describatur circa eam circulus EKF, secans EL, productam in K. Dico EK, esse quartam proportionalem.[e] Erit enim vt prius,

e 4. sexti.

prius, ita EH, *vel* C, *prima, ad* EL, *vel ad* D, *secundam, vt* EF, *vel tertia* A, *ad* EK.

PRÆTEREA tribus rectis B, A, D, *quarum prima minor sit, quàm secunda, maior autem quàm tertia, inuenienda quarta proportionalis. Circa* EH, *prima B, æqualem describatur circulus* ELH, *in quo applicetur* EL, *tertia* D, *æqualis. Sumptaque in* EH, *producta, recta* EF, *secunda A, æquali, describatur circa eam circulus* EKF, *secans* EL, *productam in* K. *Dico* EK, *esse quartam proportionalem.* [a] *Erit enim vt prius, ita* EH, *ad* EL, *vt* EF, *ad* EK. *Igitur permutando, vt* EH, *hoc est, vt B, prima, ad* EF, *vel ad A, secundam, ita* EL, *vel* D, *tertia, ad* EK.

a 4. sexti.

DENIQVE tribus rectis D, C, B, *quarum prima sit minor, quàm secunda & tertia, inuenienda quarta proportionalis. Circa* E H, *secunda* C, *æqualem describatur circulus* E L H, *in quo applicetur* E L, *prima* D, *æqualis, ex qua producta abscindatur* E K, *tertia* B, *æqualis, anguloque* K E H, *æqualis fiat* E K G, [b] *ita vt recta* G E, G K, *æquales sint. Descripto autem ex* G, *per* E, K, *circulo secante* EH, *productam in* F; *dico* EF, *esse quartam proportionalem.* [c] *Erit enim vt prius, ita* E L, *vel prima* D, *ad* E H, *vel ad secundam* C, *vt* E K, *vel tertia* B, *ad* E F.

b 6. primi.
c 4. primi.

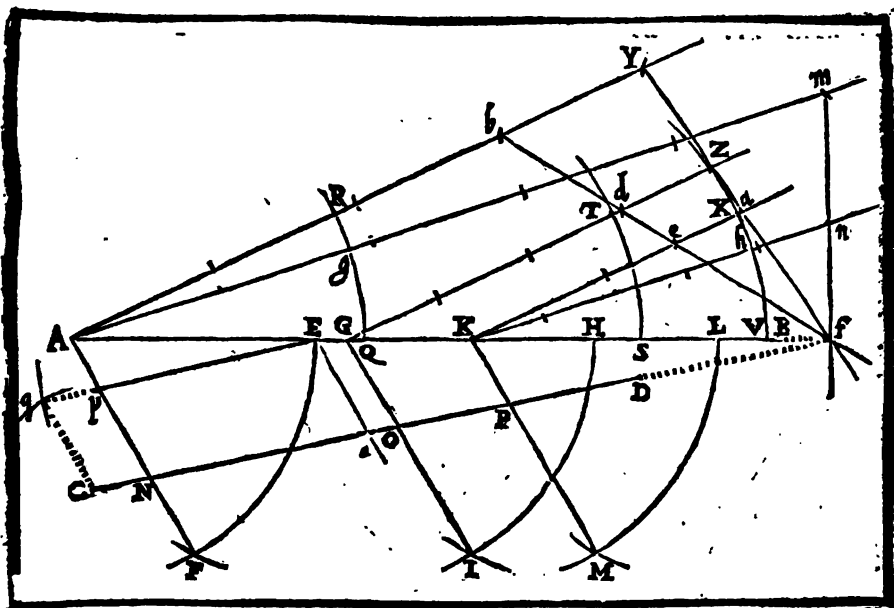
LEMMA XIII.

DATIS duabus rectis ad inuicem inclinatis, inuenire punctum, in quo conueniant, etiamsi neutra producatur.

MAGNVS est vsus huius lemmatis in Astrolabio, cum non raro duæ lineæ longius producendæ sint, vt punctum, in quo coeunt, habeatur, quod quidem propter obliquam earum intersectionem vix sine errore discerni potest. Quare hoc vtemur artificio. Sint duæ rectę AB, CD, quæ productæ coeant vere in f, puncto, quod tamen nos inuestigabimus, etiamsi rectæ AB, CD, non producantur. Si datæ rectæ sint nimis breues, vt si datæ essent AG, CN, producantur per lemma 11. quantumlibet vsque ad B, D, & inter eas ducantur duæ, vel tres, vel etiam plures parallelæ AF, GI, KM. quo enim fuerint plures, eo certius punctum f, reperietur. Hæ parallelæ nullo negocio ducentur, si ex diuersis centris A, G, K, in recta AB, assumptis eodem interuallo quolibet arcus describantur, EF, HI, LM. Ex his enim si æquales arcus abscindantur in punctis F, I, M. (Nos eodem interuallo, quo descripti sunt, eos abscidimus, ac si constitui deberent æquilatera triangula AEF, GHI, KLM, quod tamé necessarium nõ est) [d] erũt ductæ AF, GI, KM, ex cẽtris parallelæ, [e] ꝙ anguli ad A, G, K, æquales sint, ob æquales arcus EF, HI, LM; secabũtq; rectã CD, in N, O, P. Rursus per A, G, K, parallelæ ducantur acutos angulos cum AB, efficientes, quæ facile etiam ducentur hoc modo. Descriptis ex A, G, K, arcubus QR, ST, VX, eodem interuallo quantocunque, (quo autem fuerit maius, eo melius) resecentur arcus non valde magni æquales in punctis R, T, X. [f] Ductæ enim rectæ AR, GT, KX, parallelæ erunt, [g] quòd anguli æqualibus arcubus QR, ST, VX, insistentes in centris A, G, K, sint æquales. In his autem parallelis AR, GT, KX, accipiantur partes re-

d 28. primi.
e 27. tertij.
f 28. primi.
g 27. tertij.

ctis

ctis AN, GO, KP, æquales numero quotlibet vſque ad Y, Z, a. Recta etenim per hæc puncta ducta ſecabit vtramque AB, CD, productam in ſectionis puncto f: atque ita ſi alterutra earum, vel vtraque producatur, habebitur punctum f, ſatis exquiſite, etiamſi oblique ſeſe interſecent. Et ſi per alia puncta b, d, e, terminantia alias partes numero æquales ducatur recta, tranſibit ea per idem punctum f, atque ita magis exquiſite inuentum erit punctum interſectionis f; Immo hac ratione punctum f, habebitur, in quo conuenire debent datæ rectæ AB, CD, etiamſi productæ non ſint. Eadem ratione ſi vltra Y, Z, a, ſumantur aliæ partes ipſis AN, GO, KP, æquales, (Curandum autem eſt, vt tot numero æquales accipiantur, quot ſatis eſſe videbuntur, vt per extremitates ducta linea, non admodum oblique ſecet vtramque AB, CD, vel alteram earum) dabit recta per earum extrema puncta ducta idem punctum f. In figura ductæ ſunt aliæ duæ rectæ Am, Kn, inter ſe parallelæ propinquiores ipſi AB, per arcus æquales abſciſſos Qg, Vh, & in vtraque ſumptæ ſunt AN, KP, quinquies vſque ad m, n. Ita enim recta mn, in idem punctum f, incidet.

QVAMLIBET autem rectarum be, Ya, mn, cadere in punctum f, vbi vere rectæ AB, CD; ſeſe interſecant, ita demonſtrabimus. Quoniam [a] eſt vt Af, ad AN, ita Gf, ad GQ; erit permutando ut Af ad Gf, ita AN, ad GO. [b] Vt autem AN, ad GO, ita quoque eſt AY, ad Gz, quòd hæ ſint illarum æque multiplices. Igitur erit etiam, vt Af, ad Gf, ita AY, ad Gz; ac proinde ex ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Eucl. recta Yf, per Z, tranſibit, ideoque YZ, producta in f, incidet. Eademque ratio eſt de alijs.

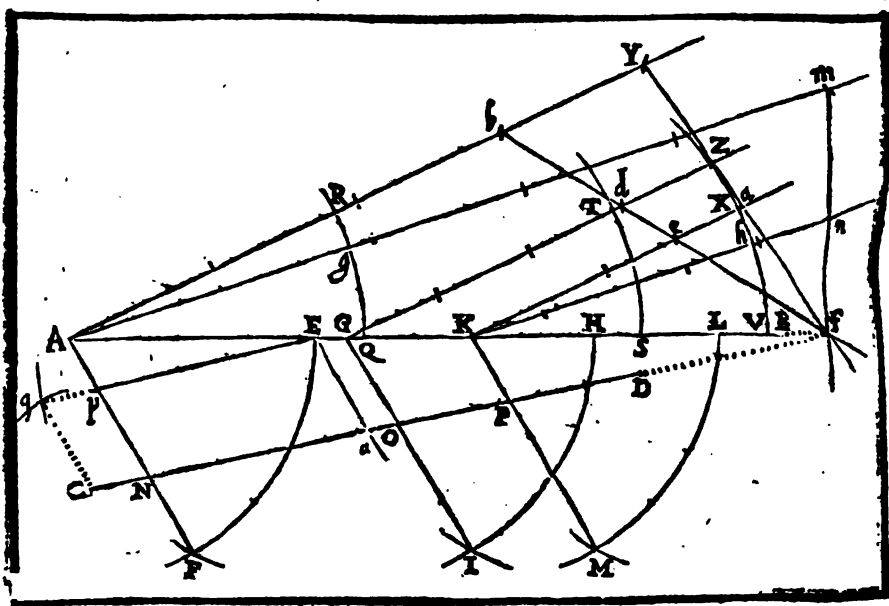
a 4. ſexti.
b 15. quinti.

F QVOD

QVOD si quando contingat, rectas datas esse tam parum inter se distantes, vt parallelæ inter ipsas sint nimis paruę, ac propterea incommode id, quod proponitur, effici possit, cuiusmodi sunt duæ AG, pE, ducenda erit vtcunque recta Ap, eaque producta aliquoties sumēda, vt V.g. ter vsq; ad N, ac per N, ipsi pE, parallela ducenda NO, inueniendumque punctum f, in quo conueniunt AG, NO, productę. Nam si, qualis pars est Ap, ipsius AN, talem partem ex Af, abscindas AE, conuenient AG, pE, in E; [a] propterea quòd parallela pE, proportionaliter secare debet latera AN, Af, &c.

[a] 4. sexti.

ALITER. Ducta recta AN, vtcunque ab extremo A, quæ ipsam CD, non valde oblique secet, ducatur ex quouis puncto E, rectæ AB, ipsi CD, parallela secans AN, in p: quæ facile hoc modo ducetur. Ducatur Eα, vtcunque secans CD, in α, & interuallo Eα, ex C, arcus describatur, quem in q, secet alius arcus ex E, ad interuallum αC, descriptus. Nam recta Eq, secans AN, in p, parallela erit ipsi CD; quòd quadrilaterum EαCq, sit ex scholio propos. 34. lib. 1. Euclid. parallelogrammum, ob latera opposita æqualia. [b] Quia igitur est, vt pA, ad AE, ita NA, ad Af; si tribus pA,

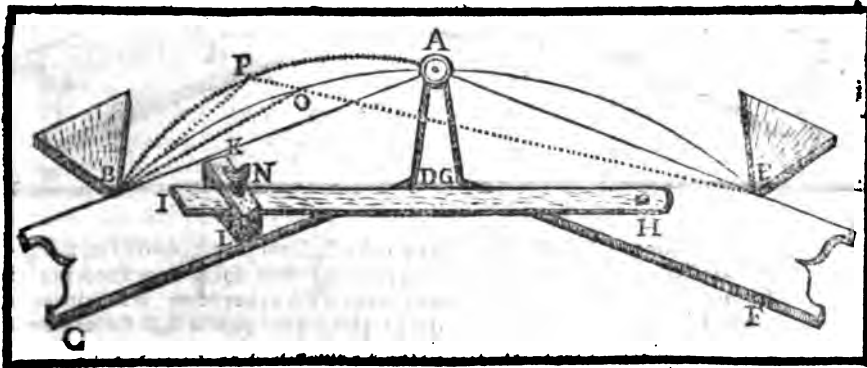
[b] 4. sexti.

AE, NA, inueniatur, per lemma præcedens, quarta proportionalis, eique equalis ex AB, abscindatur, initio facto à puncto A, incidemus in punctum f. Vel sic. [c] Quoniam est vt Ap, ad pN, ita AE, ad Ef, si tribus Ap, pN, AE, quarta inueniatur proportionalis Ef, dabit ea idem punctum f, translata in rectam AB, initio facto à puncto E.

[c] 2. sexti.

LEMMA

LEMMA XIIII.

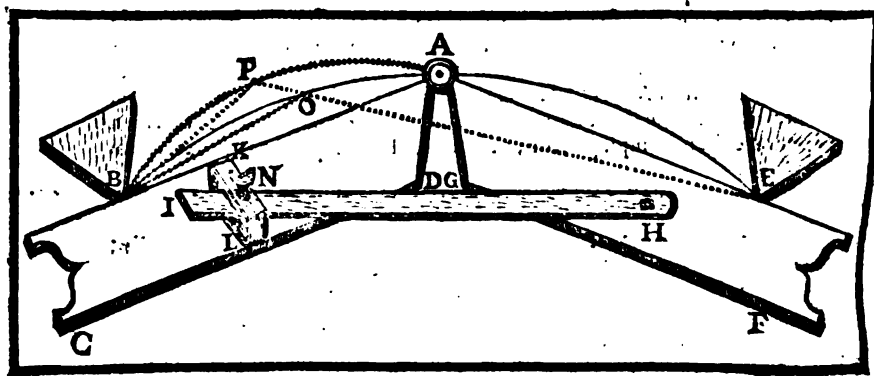
INSTRVMENTVM construere, quo per data tria puncta, etiamsi secundum lineam ferme rectam constituta sint, arcus circuli possit describi, siue auxilio circini.

IN Astrolabij constructione accidit nonnunquam, vt per tria puncta in rectam ferme lineam constituta arcus circuli describendus sit, quod circino vix, aut ægre fieri potest, propterea quod centrum eius circuli nimis procul à datis punctis abest, (quando enim centrum commode haberi potest, docuimus in scholio propos. 25. lib. 3. & in scholio propos. 5. lib. 4. Eucl. qua id ratione inueniendum sit) idcirco hoc loco structuram docebimus cuiusdam instrumenti, quo vel eum arcum describamus, vel certe inter data tria puncta reperiamus quotuis alia puncta, per quæ ille arcus transire debet. Construxit quidem simile instrumentum magna industria Guidus Vbaldus è Marchionibus Montis in planisphæriorum vniuersalium theorica, sed nos aliud aliquanto simplicius olim excogitaueramus, quod hic describendum censeo: Duæ ergo regulæ eiusdem & latitudinis & crassitiei ABCD, AEFG, quæ sint tantę longitudinis, quantam fere distantiam inter se habent duo extrema puncta, per quæ arcus est describendus, ita per circellum compingantur, vt latera AB, AE, producta per centrum

transeant, ipsæque regulæ circa idem centrum, tanquam cardinem, moueri queant, vt videlicet modo magis, modo minus dilatari possint, aut constringi, prout angulus BAE, debet esse magis aut minus obtusus: cuius rei causa rescecandæ sunt particulæ quædam prope centrum A, vt nimirum anguli fiant acuti DAB, GAE. Si enim anguli prope A, essent recti, conficerent latera AB, AE, vnam lineam rectam & regulæ ipsæ constringi non possent, vt continerent angulum obtusum BAE. Non est autem necesse, vt constringi possint ad angulum acutum efficiendum: quia quando rectæ proxima bina puncta connecten-

 tes

tes constituunt acutum angulum, facilius per scholium propos. 25. lib. 3. vel per scholium propos. 5. lib. 4. Euclid. quàm beneficio huius instrumenti, arcus circuli per ea puncta describitur. In centro autem A, promineat deorsum versus stylus quidam perexiguus & acutus ad arcus delineandos. Deinde in aliquo puncto *H*, regulæ A*EF*G, affigatur regula quædam exigua HI, ita vt circa H, circumuerti possit. Postremo in puncto alterius regulæ AC, quod constitutis lateribus AB, *AE*, in lineam rectam, tantum absit a puncto *H*, quanta est longitudo regulæ *HI*, affigatur rectangulum quodpiam solidum paruum æneum *K*L, vt circa dictum illud punctum possit etiam circumuolui, & regula H*I*, intra ipsum rectangulum immitti queat, & cochleola aliqua N, ita astringi, vt regulæ duæ AC, *AF*, immobiles persistant, hoc est, angulum BAE, non mutent.

DESCRIPTVRVS igitur hoc instrumento arcum per data tria puncta *B*, A, *E*, immittat regulam *H I*, in rectangulum *K*L, & stylum ex centro A, prominentem in puncto intermedio A, statuat, lateraque regularum AB, AE, ita dilatet, constringatur, vt omnino per reliqua duo puncta B, E, transeant: quibus ita constitutis, cochleola N, cóstringat regulam HI, vt regulæ AC, *AF*, angulum BA*E*, mutare nequeant. Nam si instrumentum sic paratum circumdu-

catur, vt latera *AB*, A*E*, semper per puncta B, E, transeant, (quod fiet, si in ipsis punctis B, E, firmentur anguli duorum triangulorum solidorum æneorum) describet stylus ex *A*, centro prominens arcum BA*E*; aut certe, si instrumentum mutet sępius situm, ita tamen vt latera transeant per puncta B, E, stylus idem imprimet inter A, & B, & inter A, & E, varia puncta, quæ decenter & congrue connexa arcum efficient BAE. Quòd autem ad hunc motum instrumenti stylus ex A prominens describat arcum circuli, ex eo liquet, quòd in eo arcu perpetuo idem angulus *B*AE, existat: quod quidem proprium est segmenti cuiusuis circuli, a vt Euclides demonstrauit. Nam si, verbi gratia, instrumento eum habente situm, vt stylus in O, ponatur, & latera sint OB, OE, dicat quis, arcum circuli per tria puncta B, A, *E*, descriptum (posse enim per quęuis tria puncta arcum describi, b demonstratum est ab Euclide, dummodo ea in recta linea non iaceant, sed rectæ ea coniungentes triangulum constituant) non transire per punctum O, secabit is necessario rectam EO, vel vltra O, productam, vel citra O: secet eam vltra O, in P, iungaturque recta BP. c Erit ergo angulus BPE, angulo BAE.

a 21. tertij.

b 5. quarti.

c 21. tertij.

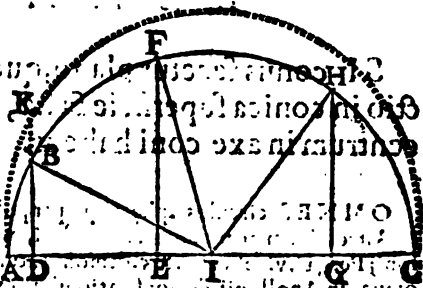
BAE, æqualis, cum ambo sint in eodem circuli segmento cer puncta B, P, A, E, descripto, Cum ergo & angulus BOE, eidem angulo BAE, æqualis sit, immo idem omnino, cum solum situm mutarit; erunt æquales inter se anguli BOE, BPE, externus & internus, quod est absurdum; a cum externus sit interno maior. Non ergo arcus secat EO, productam: eademque ratione eam neque citra O, secabit. Quocirca arcus per tria puncta B, A, E, descriptus per O, transibit; atque eadem de causa per omnia alia puncta, quæ per instrumentum inueniuntur, transibit.

a 16. pri. ...

LEMMA XV.

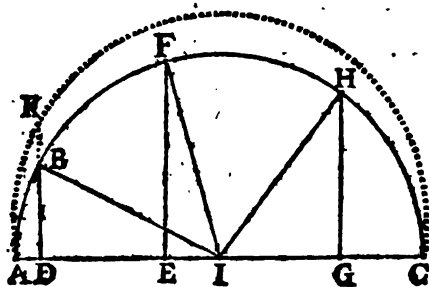
CVRVA linea, cui subtensa sit recta linea, & quadrata omnium perpendicularium ex punctis lineæ curuæ ad subtensam rectam demissarum æqualia sint rectangulis contentis sub segmentis eiusdem subtensæ factis à perpendicularibus, hoc est, omnes perpendiculares sint mediæ proportionales inter segmenta subtensæ ab ipsis factæ, semicirculus est, eiusque diameter recta illa subtensa, hoc est, semicirculus circa illam rectam subtensam descriptus curuæ datæ lineæ congruet, siue (quod idem est) per extrema puncta omnium perpendicularium transibit.

SIT curua quæpiam linea ABC, cui subtendatur recta AC, ad quam ex quotuis punctis curuæ B, F, H, deducantur perpendiculares BD, FE, HG, sitque tam quadratum ex DB, rectangulo sub AD, DC, æquale, quàm quadratum ex EF, rectangulo sub AE, EC; & quadratum ex GH, rectangulo sub AG, GC, & sic de omnibus alijs, quotquot perpendiculares ducantur: hoc est, cuiusuis perpendicularis quadratum æquale sit rectangulo sub segmentis rectæ AC, ab ea perpendiculari factis, siue (quod idem est) omnes perpendiculares sint mediæ proportionales inter segmenta rectæ AC, ab ipsis facta; a quia hac ratione erunt earum quadrata rectangulis sub segmentis æqualia. Dico ABC, esse semicirculum, eiusque diametrum AC, hoc est, semicirculum circa diametrum AC, ex eius puncto medio I, descriptum transire per omnia

a 17. sexti.

omnia

omnia puncta extrema perpendicularium, ita vt a curua linea ABC, non differat. Ductis enim rectis IB, IF, IH, ex I, puncto medio ad extrema puncta omnium perpendicularium; [a] quoniam rectangulum sub AD, DC, vna cum quadrato ex DI, æquale est quadrato ex AI; & ponitur ei rectangulo æquale quadratum ex DB; erunt quoque duo quadrata ex DI, DB, æqualia quadrato ex AI. [b] Est autem eisdem quadratis æquale quadratum ex IB. Igitur quadrata ex IA, IB, æqualia, ideoque & rectæ IA, IB, æquales erunt. Eadem ratione demonstrabuntur & IF, IH, & aliæ rectæ omnes ex medio puncto I, ad extremitates perpendicularium omnium ductæ eidem AI, ac proinde & inter se, æquales. Quare cum omnes rectæ ex I, in curuam lineam ABC, cadentes æquales sint, semicirculus erit ABC, eiusque diameter AC, ex definitione circuli; hoc est, semicirculus diametri AC, per omnia puncta extrema perpendicularium transibit, & à curua linea data non differet.

[a] 5. secundi.
[b] 47. primi.

K F H B A D E I G C

ALITER. Si semicirculus circa AC, ex eius medio puncto I, descriptus dicatur non transire, verbi gratia, per punctum B, secabit is perpendicularem DB, vel infra B, vel supra, vt in K; eritque propterea ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. DK, media proportionalis inter AD, DC, [c] ideoque quadratum ex DK, rectangulo sub AD, DC, æquale erit: Ponitur autem eidem rectangulo æquale quadratum ex DB. Quadrata igitur ex DK, DB, æqualia, ideoque & rectæ ipsæ DK, DB, æquales erunt, totum & pars. quod est absurdum. Transit ergo semicirculus diametri AC, per punctum B, eademque ratione per puncta F, H, & alia aliarum perpendicularium transibit.

[c] 17. sexti.

LEMMA XVI.

SI conus seceturplano, quod basi coni æquidistet, sectio in conica superficie facta, circumferentia circuli est, centrum in axe coni habens.

OMNES circulos sphæræ, qui per polum mundi australem non ducuntur, in Astrolabium proijci forma circulari, ex duabus propositionibus lib. 1. Apollonij Pergæi, videlicet 4. & 5, demonstratur, vt suo loco dicemus. Quia vero non omnes in Apollonij demonstrationibus exercitati sunt, libet vtramque illam propositionem hic inserere, præsertim quòd earum demonstrationes clarissimæ sunt, ne cogatur studiosus lector Apollonium ipsum, qui obscurissimus auctor est, propter duas tantummodo propositiones, easque faciles, adire. Nam propositio 1. & 3. eiusdem primi libri, quæ ad illas duas assumuntur demonstrandas,

ex ipsa

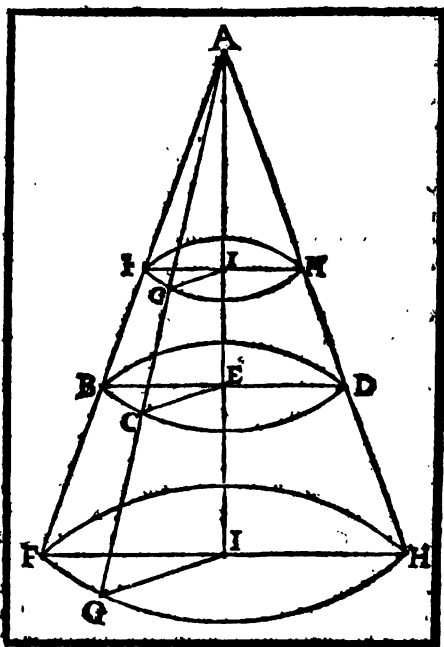
ex ipsa coni descriptione, quam ad defin. 20. lib. 11. Euclid. ex Apollonio attulimus, nullo negotio colliguntur. Nimirum (*Rectas lineas, quæ à vertice coni ad puncta, quæ in superficie conica sunt, ducuntur, in ipsa superficie coni existere,*) Item (*Si conus plano per verticem secetur, sectionem triangulum esse.*) Quia enim linea recta à vertice ad circumferentiam basis coni ducta, si circumferentiam eiusdem basis percurrat, vertice coni manente immoto, describit ex defin. superficiē conicam, ita vt omnia eius puncta tangat, perspicuum est, omnes rectas à vertice ad quælibet puncta in superficie ductas esse in ipsa superficie, cum partes aliquando fiant eius rectæ, quæ circa circumferentiam basis circumducitur in conicæ superficiei descriptione. Atque hinc alterum sequitur. Nam cum planum per coni verticem ductum [a] secet basem coni per lineam rectam, si ab extremitatibus huius rectæ ad verticem ducantur duæ rectæ, existent hę in superficie conica, vt diximus, eruntque propterea communes sectiones plani per verticem ducti, & conicæ superficiei. Quare triangulum cum illa recta in basi constituent, quod nimirum à plano secante efficitur. Quòd si planum secans per axem coni ducatur, appellatur triangulum illud factum, triangulum per axem. His positis, facile lemma propositum demonstrabitur.

[a] 3. vndecim

SIT conus siue rectus siue scalenus, cuius vertex A, & basis circulus BCD, & axis AE, cadens in E, centrum basis. Secetur conus plano, quod basi ęquidistet, faciente in conica superficie lineam FGH, siue hoc fiat supra basim, siue infra, cono videlicet producto. Dico lineam FGH, esse circumferentiam circuli, cuius centrum punctum I, in axe, vbi à plano secante diuiditur. Ducto enim per axem AE, plano faciente triangulum per axem ABD, secanteque planum secans per rectam FH, sumatur in linea facta FGH, quodlibet punctum G, per quod ex vertice A, recta ducatur AG, quæ cum sit in superficie coni, occurret basi in C. Ducatur rursus per rectas AI, AC, planum [b] faciens in basi BCD, & linea FGH, communes sectiones rectas EC; IG. Quoniam igitur plana parallela BCD, FGH, secantur tam plano trianguli ABD, quàm plano trianguli AEC; [c] erunt tam communes sectiones factæ BD, FH, quàm EC, IG, parallelę. [d] Igitur erit, vt AE, ad EB, ita AI, ad IF; & permutando, vt AE, ad AI, ita EB, ad IF. Eademque ratione erit, vt AE, ad AI, ita ED, ad IH, & EC, ad IG. [e] ac proinde erunt tres IF, IH, IG, tribus EB, ED, EC, proportionales, hoc est, erit vt EB, ad IF, ita ED, ad IH, & EC, ad IG; & permutando vt EB, ad ED, ita IF, ad IH, & vt ED, ad EC, ita

[b] 3. vndecim

[c] 16. vndec.
[d] 4. sexti.
[e] 11. quinti.

IH, ad

IH, ad IG. Cum ergo tres EB, ED, EC, à centro B, sint æquales; erunt quoque tres IF, IG, IH, æquales; atque eadem ratione omnes rectæ ex I, ad lineam FGH, ductæ demonstrabuntur æquales ipsis IF, IH. Circulus igitur est figura FGH, cuius centrum I, in axe coni AE.

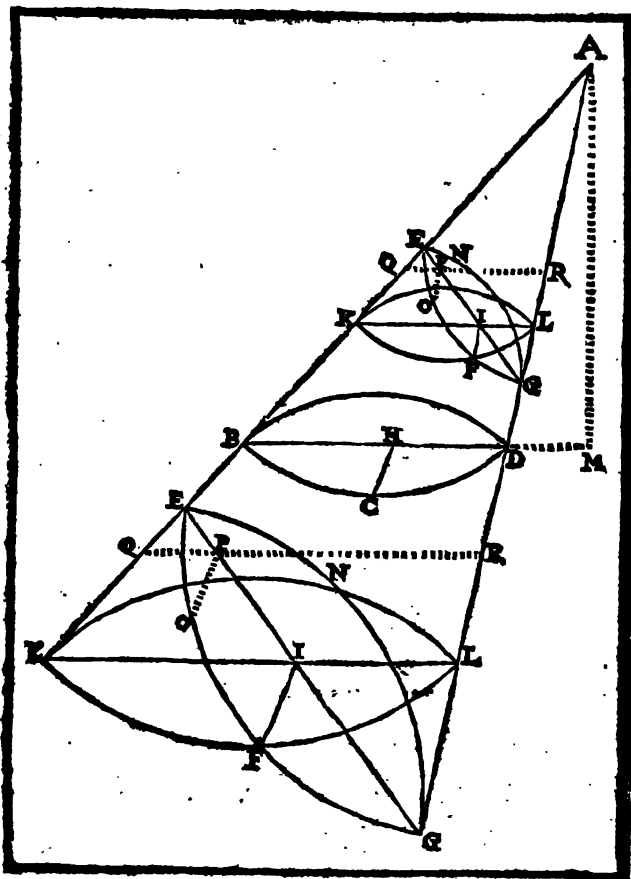
LEMMA XVII.

SI conus scalenus secetur plano per axem, quod ad basem rectum sit, seceturque altero plano ad triangulum per axem à priore plano factum recto, quod triangulum ex triangulo per axem abscindat simile quidem ipsi triangulo per axem, subcontrarie vero positum: sectio circulus est, cuius diameter est communis sectio trianguli per axem, & plani, quod ipsam sectionem in conica superficie effecit. Huiusmodi autem sectio vocetur subcontraria.

SIT conus scalenus, cuius vertex A, & basis circulus BCD, seceturque plano per axem ad basem recto (quod fiet, [a] si ex vertice A, ad planum basis demittatur perpendicularis AM. Planum enim per axem, & perpendicularem AM, ductum, [b] ad basem rectum erit) faciente triangulum per axem ABD. Secetur quoque idem conus altero plano ad triangulum per axem recto, faciente in conica superficie lineam EFG, abscindatque ex triangulo per axem triangulum ei simile AEG, & subcontrarie positum, siue hoc fiat supra basem, siue infra, hoc est, angulus AEG, æqualis sit angulo ADB, & angulus AGE, angulo ABD. Dico lineam EFG, circulum esse, eiusque diametrum EG, communem videlicet sectionem trianguli per axem, & plani facientis sectionem EFG. [c] Si namque ex quibuscunque punctis C, F, in circumferentia BCD, & linea EFG, sumptis ad triangulum per axem ABD, perpendiculares CH, FI, demittatur, [d] cadent hæ in rectas BD, EG, quæ communes sectiones sunt trianguli per axem, & planorum BCD, EFG, ad idem triangulum rectorum, [e] atque inter se parallelæ erunt. Ducta autem per I, recta KL, ipsi BD, parallela; quoniam duæ rectæ FI, KL, conuenientes in I, duabus rectis CH, BD, in H, conuenientibus sunt parallelæ; [f] erit quoque planum per FI, KL, ductum plano per CH, BD, ducto, id est, basi coni, parallelum; ac proinde ex præcedente lemmate, in superficie coni circulum faciet KFL, qui per punctum F, transibit, cum transire ponatur per rectam FI, punctumque F, in coni superficie existat, eiusque circuli diameter erit recta KL. Et quoniam FI, ad planum AKL, recta posita est; erit eadem ex definitione 3. lib. 11. Euclid. ad rectam KL, perpendicularis; ideoque media proportionalis inter segmenta KI, IL, ex scholio propositionis 13. lib. 6. Euclid. [g] ac proinde quadratum ex FI, rectangulo sub KI, IL, æquale erit. [h] Quoniam vero angulus EKI, angulo ABD, æqualis est, eidemque angulo ABD, æqualis ponitur angulus LGI; erunt inter se æquales anguli EKI, LGI. [i] Sed & anguli ad verticem

a 11. vndec.
b 18. vndec.
c 11. vndec.
d 38. vndec.
e 6. vndec.
f 15. vndec.
g 17. sexti.
h 29. primi
i 15. primi.

tem I, æquales sunt. Aequiangula ergo sunt triangula EKI, LGI; [a] atque idcirco erit, vt KI, prima ad IE, secundam; ita GI, tertia ad IL, quartam; [b] atque ob id rectangulum sub KI, IL, prima & quarta, rectangulo sub IE, GI, secunda ac tertia, æquale erit. Ostensum est autem rectangulo sub KI, IL, quadratum ex FI, æquale. Igitur & rectangulo sub IE, GI, idem quadratum ex FI, æquale erit. Similiter demonstrabimus, quadrata omnium perpendicularium à punctis lineæ EFG, in EG, cadentium æqualia esse rectangulis sub segmentis rectæ EG, à perpendicularib[9] factis. Igitur per lemma 15. semicirculus erit EFG, cuius diameter EG: Eademque ratione semicirculus demonstrabitur alia pars sectionis ENG. Tota ergo sectio EFGN, circulus est, cuius diameter EG quod est propositum.

[a] 4. sexti.
[b] 16. sexti.

PERSPICVVM autẽ est, sectionem EFGN, circulum esse, etiã si eius diameter basis diametrũ secet. Vt si coni basis statuatur circul[9] KFL, & sectio sit EFG. Eadem enim omnino erit demonstratio, nisi quòd quãdo punctum in linea EFG, sumptum est in communi sectione circumferentiæ KFL, & lineæ EFG, quale est F, non est ducendum aliud planum basi æquidistans, vt fiat circulus. Et tunc, quia vtrumque planum KFL, EFG, ad triangulum AKL, rectum est, [c] si ex F, vbi basis circumferentia lineam EFG, secat, ad ipsum perpendicularis deducatur, [d] cadet hæc in vtramque sectionem communem KL,

[c] 11. vndec.
[d] 38. vndec.

EG; atque adeò in punctum I, vbi communes ex sectiones se mutuo secant. Eritque, vt prius, quadratum ex FI, rectangulo sub EI, IG, æquale, &c.

QVOD si in linea facta EFG, accipiatur punctum quodlibet O, præter commune punctum sectionis F, demittenda erit perpendicularis OP, ac per P, ducenda QR, parallela ipsi KL, basi trianguli per axem, & denique per OP, QR, quæ ipsis FI, KL, æquidistant, ducendum planum, [a] quod parallelum erit basi coni KFL, ideoque circulum faciet, vt prius, &c.

a 15. vndec.

SCHOLIVM.

Quando diameter subcontrariæ sectionis diametro basis coni æqualis sit, & quãdo inæqualis.

DIGNVM autem obseruatione est, diametrum subcontrariæ sectionis posse æqualem esse diametro basis coni, & inæqualem; æqualem quidem, quando vnum latus trianguli per axem ad basem recti æquale est vni lateri trianguli subcontrariè positi, quod æquali angulo opponitur: inæqualem vero, quando eiusmodi latera inæqualia sunt, & cuius latus maius est, illius diametrum esse maiorem: nunquam tamen hasce diametros se mutuo posse diuidere bifariam. Sit enim in cono scaleno triangulum per axem ad basem rectum ABC, sitque latus AB, latere AC, maius, [b] ideoque & angulus ACB, maior angulo ABC. Sit autem triangulum ADE, triangulo ABC, simile, sed subcontrariè positum, & latus AD, lateri AC, æquale ponatur, quæ quidem æqualibus angulis AED, ABC, opponuntur. Dico diametros BC, DE, esse æquales. Quoniam enim in triangulo ACB, duo anguli A, ACB, duobus angulis A, ADE, in triangulo ADE, æquales sunt, qui quidem æqualibus lateribus AC, AD, adiacent; [c] erunt quoque tam latera AB, AE, quàm BC, DE æqualia. quod est propositum. Eadem ratione, si ponantur æqualia latera AB, AE, ostendemus tam latera AC, AD, quàm BC, DE, æqualia esse.

b 18. primi.

c 26. primi.

SIT rursus triangulo per axem AGH, simile, & subcontrariè positum ADE, & latus AG, maius latere AE, vel AH, maius quàm AD. Dico diametrum GH, maiorem esse diametro DE. Sumpta enim recta AB, æquali ipsi AE, vel AC, æquali ipsi AD, ductaque BC, vel CB, ipsi GH, parallela; erunt diametri BC, DE, æquales, vt demonstratum est. [d] Et quia est, vt AG, ad GH, ita AB, ad BC; estque AG, maior quàm AB; [e] erit quoque GH, maior quàm BC, hoc est, quàm DE, quæ ostensa est æqualis ipsi BC. Eodem pacto, si triangulo per axem ABC, simile sit, & subcontrariè positum AIK, & latus AI, maius latere AC, vel AK, maius quàm AB; ostendemus diametrum IK, maiorem esse diametro BC. Nam sumpta recta AD, æquali ipsi AC, vel AE, æquali ipsi AB, ductaque DE, vel ED, ipsi IK, parallela; erunt diametri BC, DE, æquales, vt ostensum est. [f] Et quia est, vt AI, ad IK, ita AD, ad DE; estque AI, maior quàm AD; [g] erit quoque IK, maior quàm DE, hoc est, quàm BC, quam ipsi DE, ostendimus æqualem.

d 4. sexti.
e 14. quinti.
f 4. sexti.
g 14. quinti.

DICO

DICO præterea, diametros BC, DE, siue æquales sint, siue inæquales, nunquam se mutuo secare bifariam, sed vel vtramque secari non bifariam, vel si altera earum bifariam secetur, alteram non bifariam secari. Secent enim sese in F, & sint primum æquales diametri BC, DE. Et quoniam tam AB, AE, quàm AD, AC, æquales sunt, alioquin non essent æquales BC, DE, vt demonstrauimus; erunt quoque reliquæ BD, CE, æquales. Quòd si neutra ipsarum BC, DE, bifariam secetur, perspicuum est, eas se mutuo bifariam non secare: Si vero altera earum, nimirum BC, dicatur secari bifariam, secabitur altera DE, non bifariam. Quoniam enim triangula BDF, ECF, æquiangula sunt, [a] quòd anguli ad verticem F, æquales sint, & anguli B, E, æquales ponantur, ob subcontrariam sectionem, ac proinde & reliqui D, C, sint æquales; [b] Erit vt DB, ad BF, ita CE, ad EF. Cum ergo BD, ipsi EC, ostensa sit æqualis; [c] erit & BF, ipsi EF, æqualis; atque idcirco & reliqua CF, reliquæ DF, æqualis erit. [d] Est autem BF, maior quàm DF, quòd angulus BDF, angulo DBF, maior sit, [e] quia & BCE, ipsi BDF, æqualis, maior est angulo ABC, externus interno. Igitur & EF, ipsi BF, æqualis, maior erit, quàm DF. Non ergo DE, in F, bifariam secatur. Eodem modo si dicatur DE, secta bifariam in F, ostendemus BC, secari non bifariam in F. [f] Erit enim vt CE, ad EF, ita DB, ad BF. Cum ergo CE, sit ipsi DB, æqualis; [g] erit quoque EF, ipsi BF, æqualis, ac proinde & reliqua FD, reliquæ FC, æqualis erit. [h] Est autem EF, maior quàm FC, quia & angulus ECF, angulo CEF, maior est, [i] quòd & angulus BDE, ipsi ECF, æqualis maior sit angulo ABD, externus interno. Igitur & BF, ipsi EF, æqualis, maior erit quàm CF. Non ergo BC, in F, secatur bifariam.

Diametrum subcontrariæ sectionis, & diametrũ basis coni nunquam se mutuo bifariam secare.

a 15. primi. b 4. sexti. c 14. quinti. d 19. primi. e 16. primi. f 4. sexti. g 14. quinti. h 19. primi. i 16. primi.

DEINDE sint inæquales diametri GH, DE, sitque GH, maior. Si igitur neutra earum secetur bifariam, liquet eas se mutuo non bifariam secare. Si vero altera earum, nimirum GH, secta sit bifariam in L, secta erit altera DE, non bifariam. Quia enim GH, maior ponitur quàm DE, [k] erit quoque AG, maior quàm AE, & AH, maior quàm AD, [l] cum sit, vt GH, ad AG, ita DE, ad AE; & rursus vt GH, ad AH, ita DE, ad AD. Cum ergo ex maiore AG, auferatur minor AD, & ex minore AE, maior AH erit reliqua DG, maior quàm reliqua HE. [m] Et quoniam est vt DG, ad GL, ita HE, ad EL; & rursus vt DG, ad DL, ita HE, ad HL: Est autẽ DG, ostensa maior quàm HE; [n] erit quoq; GL, maior quã EL, & DL, maior quàm LH, hoc est, quàm GL, quæ ipsi LH, ponitur æqualis. Igitur cũ DL, maior sit quàm GL, et GL, maior quàm LE, vt ostensum est, erit multo maior DL, quàm LE. Non ergo bifariam secta est DE, in L. Pari ratione si DE, dicatur secari bifariam in L, secabitur GH, in L, non bifariam. Ostendemus enim, vt prius, GL, maiorem esse quam EL, & DL, maiorem quàm LH, hoc est, EL, quæ ipsi DL, ponitur æqualis, maiorem esse quàm LH. Igitur cum GL, maior sit quam EL, & EL, maior quàm LH, vt ostensum est, multo maior erit GL, quàm LH. Non ergo bifariam in L, secta est GH.

k 14. quinti. l 4. sexti. m 4. sexti. n 14. quinti.

NEQVE vero prætereundum est, quando diametri æquales sunt, cuiusmodi ponuntur BC, DE, neutram earum diuidi posse in F, bifariam. Cum enim ostensum sit, tunc BF, ipsi EF, & DF, ipsi CF, esse æqualem, si vtrauis rectarum BC, DE, dicatur secta bifariam in F, erunt omnes quatuor partes BF, EF, CF, FD, æquales. Vtraque ergo diuisa est bifariam, quod fieri non posse, supra demonstrauimus.

Quando diameter subcontrariæ sectionis æqualis est diametro basis coni, neutram diuidi bifariam.

SED & hoc sine magno labore demonstrabimus, nimirum quando vna diametrorum diuiditur bifariam, eam esse minorem, alteram vero maiorem. Secta enim sit IK, bifariam in N. Dico GH maiorem esse quàm IK. Si namque maior non est, erit vel æqualis, vel minor. Sit primum, si fieri potest, æqualis. Ergo vt proxime demonstrauimus, neutra diametrorum bifariam diuiditur. quod est contra hypothesim, quippe cũ IK, secta ponatur in N, bifariã. Sit deinde si fieri potest GH, minor quàm IK. [o] Et quia est, vt GH, ad GA, ita IK, ad AK; Itẽ vt GH, ad AH, ita IK, ad AI; Et GH,

Quando diameter sectionis subcontrariæ inæqualis est diametro basis coni, & altera earum secatur bifariam, alteram esse maiorem.

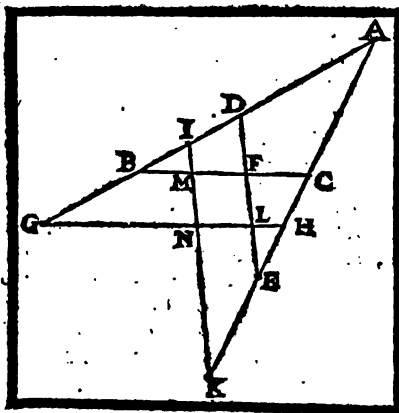
o 4. sexti.

 ponitur

a 14. quinti. b 4. sexti. c 14. quinti. d 16. primi. e 19. primi.

ponitur minor quàm IK, a erit quoque AG, minor quàm AK, & AH, minor quàm AI. Quare cum ex minore AG, auferatur maior AI, & ex maiore AK, minor AH; erit reliqua GI, minor quàm reliqua HK. b Quoniam vero est, vt GI, ad IN, ita HK, ad HN: Item vt GI, ad GN, ita HK, ad KN; & GI, minor est ostensa, quam HK; c erit quoque IN, minor quàm HN, & GN, minor quàm KN. Itaque quia GN, minor est quàm KN, hoc est, quàm IN, & IN, minor quàm HN, erit multo minor GN, quàm NH. d Et quia angulus GIN, maior est angulo AKI, hoc est, angulo IGN; e erit GN, maior quam IN. Ergo NH, quæ maior ostensa est quàm GN, multo maior erit quam NK, quæ ipsi IN, æqualis ponitur; atque idcirco tota GH, maior erit quã IK. Posita autem est ab aduersario GH, minor quàm IK. Minor ergo est & maior GH, quàm IK, quod est absurdum. Est igitur GH, maior quàm IK. Vbi vides, rectam GH, hoc ipso, quòd minor ponitur quàm IK, demonstrari maiorem esse quàm IK: quod argumentandi genus etiam adhibuit Euclid. propos. 12. lib. 9. & Theod. propos. 12. lib. 1.

f 4. sexti. g 18. primi. h 16. primi.

VEL postquam probatum est, reliquam GI, reliqua HK, minorem esse, ita procedemus. f Quoniam est vt GI, ad GN, ita HK, ad KN; est autem GI, ostensa minor quàm HK, erit quoque GN, minor quàm KN, hoc est, quàm IN, quæ ipsi KN, posita est æqualis. g Ergo angulus GIN, minor erit angulo IGN. h Sed externus angulus GIN, maior est interno opposito AKI, hoc est, angulo IGN. Idem ergo angulus GIN, & minor, & maior est eodem angulo IGN, quod est absurdum. Non ergo minor est GH, quàm IK: sed neque æqualis est ostensa. Igitur maior. quod est propositum.

EODEM pacto, si GH, dicatur bifariam secta esse in N, demonstrabimus IK, esse maiorem. Si enim maior non est, erit vel æqualis, vel minor. Sit primum, si fieri potest, IK, ipsi GH, æqualis. Ergo, vt paulo ante demonstrauimus, neutra diametrorum GH, IK, bifariam diuiditur. quod est absurdum. Ponitur enim GH, diuisa in N, bifariam. Sit deinde, si fieri potest, IK, minor quàm GH.

i 4. sexti. k 14. quinti. l 4. sexti. m 18. primi. n 16. primi.

i Quia igitur est, vt IK, ad AK, ita GH, ad AG; Item vt IK, ad AI, ita GH, ad AH: Ponitur autem IK, minor quam GH; k erit quoque AK, minor quàm AG, & AI, minor quàm AH. Quocirca cum ex minore AK, detrahatur maior AH; & ex maiore AG, minor AI; erit reliqua HK, minor quàm reliqua GI. l Quoniam autem est, vt HK, ad HN, ita GI, ad IN, estque HK, minor ostensa quàm GI; erit quoque HN, hoc est, GN, minor quàm IN. m Igitur angulus GIN, minor erit angulo IGN, hoc est, angulo HKN, externus interno opposito. quod est absurdum. n Est enim externus interno opposito maior. Non ergo minor est IK, quam GH; sed neque æqualis est ostensa. ergo maior est. quod est propositum.

o 4. sexti. p 14. quinti.

VEL sic. Quoniã HK, minor est ostensa quàm GI; o estque vt HK, ad KN, ita IG, ad GN; p erit quoque KN, minor quàm GN. Igitur quia KN, minor est quam GN, hoc est, quàm HN; & HN, minor est quàm IN, vt paulo ante ostendimus; erit

KN,

KN, multo minor quàm IN. [a] *Et quoniam angulus externus KHN, maior est interno opposito AGH, hoc est, angulo HKN;* [b] *erit KN, maior quàm HN. Cũ ergo IN, maior sit ostensa quàm NK; erit IN, multo maior quàm HN, hoc est, quàm GN. Tota igitur IK, maior est quã tota GH. Posita est autẽ IK, ab aduersario minor quã GH. Minor ergo est, & maior eadem IK, quàm GH. quod fieri non potest. Non est ergo IK, minor quàm GH: sed neque æqualis, vt ostendimus. Igitur maior. Vbi vides eundem modum argumentandi, quo vsus est Euclid. propos. 12. lib. 9. & Theod. lib. 1. propos. 12.*

[a] 16. primi.
[b] 19. primi.

ITAQVE quando diametri sunt æquales, neutra bifariam diuiditur, quando vero inæquales sunt, diuidi potest bifariam minor, maior autem nunquam.

DENIQVE facili negotio demonstrabimus, quando minor diameter bifariam secatur, (quæ sola diuidi potest bifariam, vt ostensum est) maiorem partem maioris diametri semper vergere ad eam partem, vbi cum latere trianguli per axem minorem angulum facit. Secetur enim IK, bifariam in N, ac propterea GH, maior sit. Dico partem GN, maiorem esse parte NH. [c] *Erit enim GH, ad AG, vt IK, ad AK. Cum ergo GH, maior sit quàm IK;* [d] *erit etiam AG, maior quàm AK. Eodem modo erit AH, maior quàm AI. Quocirca cum ex maiore AG, detrahatur minor AI, & ex minore AK, maior AH; erit reliqua GI, maior quàm reliqua HK.* [e] *Est autem GI, ad IN, ita KH, ad HN; item vt GI, ad GN, ita HK, ad KN. Cum ergo GI, maior sit quàm HK;* [f] *erit quoque IN, maior quàm HN, & GN, maior quàm KN, hoc est, quàm IN. Quamobrem cum GN, maior sit quàm IN, & IN, maior quàm NH; erit multo maior GN, quàm NH.*

Quando diameter subcontrariæ sectionis inæqualis est diametro basis coni, & minor diuiditur bifariam; maiorem partem maioris vergere ad minorem angulũ trianguli per axem, quem illa diameter cũ latere eiusdem trianguli facit.

[c] 4. sexti.
[d] 14. quinti.
[e] 4. sexti.
[f] 14 quinti.

SIC etiam si dicatur GH, secta bifariam in N, erit, vt ostensum est, IK, maior, maiorque erit eius pars NK, quàm IN. quod eodem modo demonstrabitur. [g] *Quia enim est, vt IK, ad AK, ita GH, ad AG: Item vt IK, ad AI, ita GH, ad AH. Cum ergo IK, maior sit quàm GH;* [h] *erit quoque AK, maior quàm AG, & AI, maior quã AH. Quia ergo ex maiore AK, demitur minor AH, & ex minore AG, maior AI, erit reliqua HK, maior quàm reliqua GI.* [i] *Quoniam vero est, vt HK, ad HN, ita GI, ad IN, & vt HK, ad KN, ita GI, ad GN: Est autem HK, maior quam GI;* [k] *erit quoque HN, maior quàm IN, & KN, maior quàm GN, hoc est, quàm NH. Itaq; cum KN, maior sit quàm NH, & NH, maior quam IN; erit multo maior KN, quàm IN. Verum ergo est, maiorem partem maioris diametri vergere semper ad angulum minorem, quem cum latere trianguli per axem facit, cuiusmodi sunt anguli G, K.*

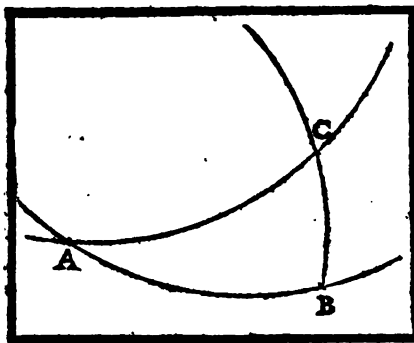
[g] 4. sexti.
[h] 14. quinti.
[i] 4. sexti.
[k] 14. quinti.

LEMMA XVIII.

QVAM proportionem habet sinus totus ad sinum maximæ declinationis Eclipticæ ab Aequatore, eandem habet sinus rectus arcus Eclipticæ inter quodvis eius punctum, & proximũ punctum æquinoctiale interiectus ad sinum rectum declinationis eiusdem illius puncti Eclipticæ ab Aequatore.

SIT in superficie sphæræ segmentum Aequatoris AB, & aliud Eclipticæ AC, secans illud Aequatoris in A, vt angulus A, sit angulus maximæ declina-

tionis

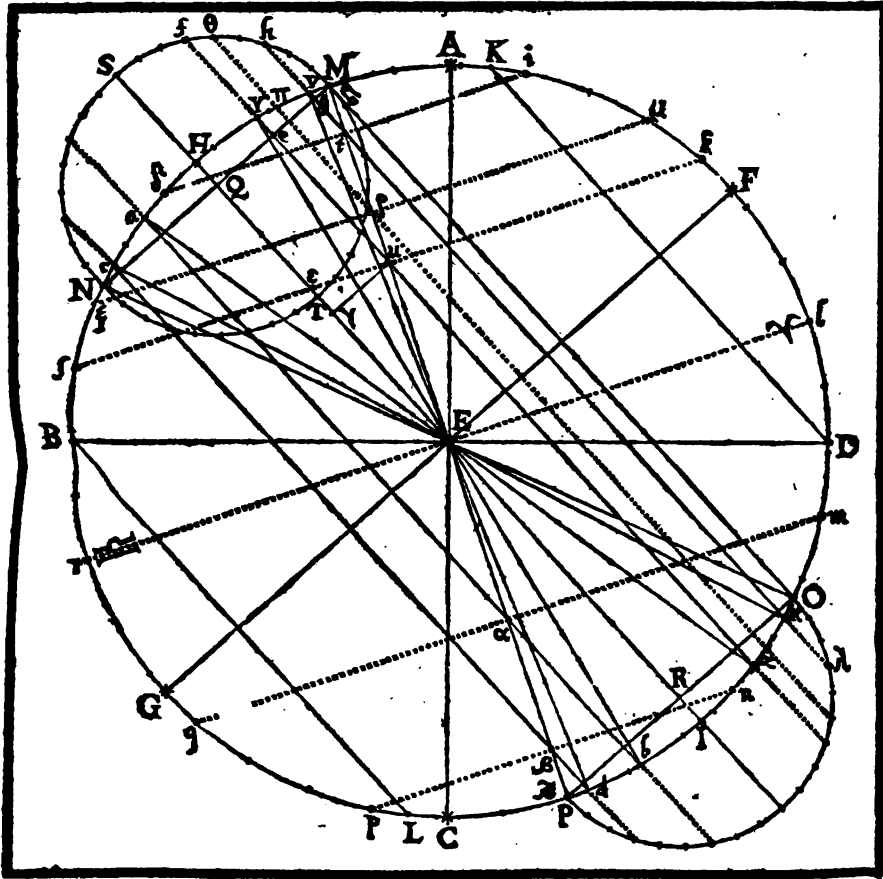
tionis Eclipticæ ab Aequatore, quem videlicet metitur arcus Coluri solstitiorum ex polo A, descripti interceptus inter primum punctum Cancri, vel Capricorni, & Aequatorem. Per quodcunque autem punctum Eclipticæ C, intelligatur descendere ex polo mundi siue Aequatoris, circulus maximus declinationis secans Aequatorem in B: eritque angulus B, rectus, ex propos. 15. lib. 1. Theod. ac propterea arcus CB, declinationem puncti C, ab Aequatore metitur. Dico ergo, vt est sinus totus ad sinum anguli A, maximæ declinationis Eclipticæ, ita esse sinum arcus Eclipticæ AC, inter assumptum punctum Eclipticæ C, & punctum æquinoctiale A, proximum interiecti, ad sinum arcus CB, qui arcus est declinationis puncti C, ab Aequatore. Quoniam enim ex propositione 41. nostrorum triangulorum sphæricorum est, vt sinus arcus AC, ad sinum anguli recti oppositi B, hoc est, ad sinum totum (recto enim angulo debetur quadrans, vt ad defin. 6. nostrorum triangulorum sphæricorum diximus, ac proinde eius sinus erit sinus toti quadranti respondens) ita sinus arcus CB, ad sinum anguli oppositi A; erit conuertendo, vt sinus totus ad sinum arcus A C, ita sinus anguli A, ad sinum arcus CB: Et permutando, vt sinus totus ad sinum anguli A, maximæ declinationis, ita sinus arcus AC, Eclipticæ ad sinum arcus CB, declinationis puncti C. quod est propositum.

LEMMA XIX.

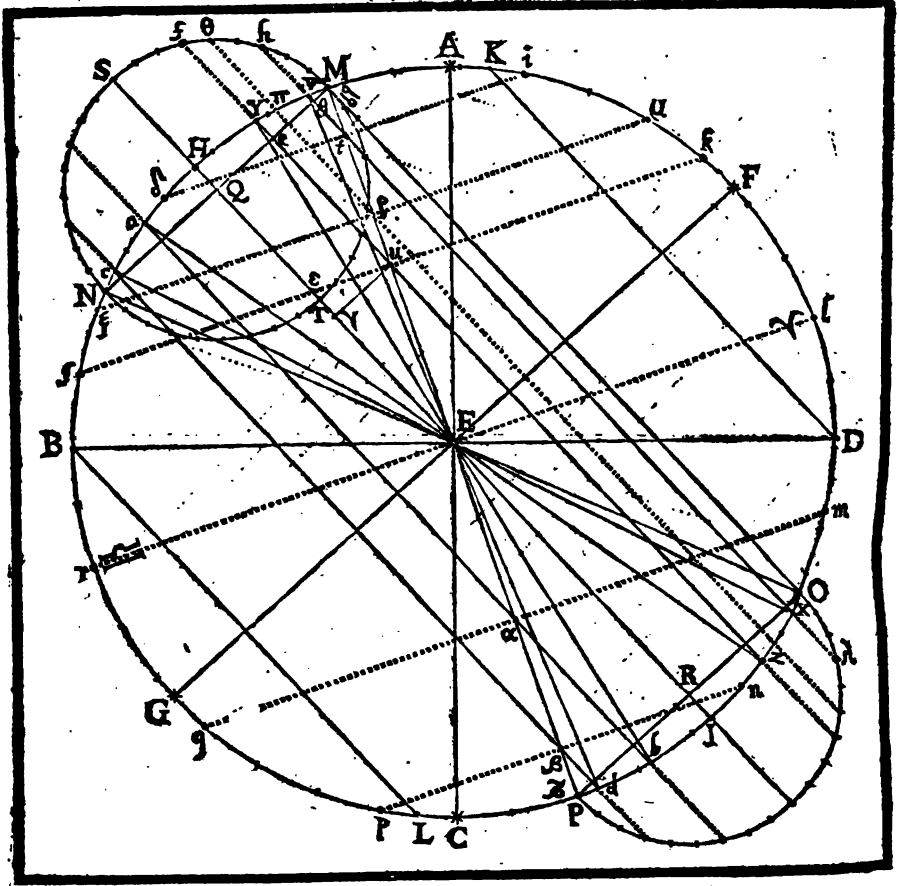
ANALEMMA ad datam poli altitudinem quamcunque describere.

EST Analemma figura quædam circularis, quæ circa centrum mundi intelligitur descripta in plano Meridiani, vel cuiusuis alterius circuli maximi per mundi polos ducti, continens communes sectiones, quas plana aliorum circulorum sphæræ (præcipue vero Aequatoris, eiusque parallelorum, Eclipticæ, Horizontis, Verticalis, & paralleli cuiusque eorum, &c.) in Meridiano, vel alio illo circulo maximo faciunt. Huius autem constructionem, quam in Gnomonica propos. 1. lib. 1. tradidimus, libenter hoc loco repetimus, ob insignem eius vtilitatem in circulis sphæræ in Astrolabio describendis: præsertim quòd descriptionem parallelorum Aequatoris per Eclipticæ puncta ductorũ longe facilius hic ex præcedenti lemmate demonstrabimus, ea videlicet ratione, quam in scholio propos. 1. lib. 1. Gnomonices insinuauimus.

SIT ergo in plano Meridiani circulus ABCD, circa centrum mundi E, descriptus

ſcriptus, cuius & Horizontis ſectio communis ſit recta BD. Supputata autem altitudine poli illius loci, pro quo Analemma conſtruitur, à punctis D, & B, in diuerſas partes vſque ad F, G, ducatur diameter FG, quæ axis mundi erit, cum angulus DEF, in centro ſit angulus altitudinis poli, quem axis cum Horizonte conſtituit. Deinde ducatur diameter AC, ad Horizontem BD, perpendicularis, quæ communis ſectio erit Meridiani, ac Verticalis primarij. Quia enim Me-

ridianus, Verticaliſque ad Horizontem recti ſunt; [a] erit eorum communis ſectio ad eundem perpendicularis, ac propterea ex definitione 3. lib. 11. Euclid. perpendicularis quoque erit ad lineam Horizontalem BD, in centro E, per quod omnes hi circuli maximi ducuntur. Igitur AC, ad BD, perpendicularis communis ſectio eſt Meridiani ac Verticalis, & A, vertex capitis, ſiue polus Horizontis ſuperus, atque C, polus eiuſdem inferus. Rurſus ducatur ad axem FG, diameter perpendicularis HI; quod fiet, ſi arcubus DF, BG, æquales ſumantur AH, CI:

[a] 19. vndec.

AH, CI. Ita enim, additis communibus arcubus FA, GC, erunt toti quadrantes DA, BC, totis arcubus FH, GI, æquales; ideoque & hi arcus quadrantes erunt, & proinde anguli FEH, GEI, recti, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. Erit autem HI, communis sectio Meridiani & Aequatoris. Cum enim axis FG, per polos Aequatoris F, G, incedens rectus sit, ex propos. 10. lib. 1. Theod. ad Aequatorem, transeatque per centrum sphæræ E; erit ex definitione 3. lib. 11. Euclid.

idem axis FG, ad communem sectionem Meridiani & Aequatoris in centro E, perpendicularis; ac proinde HI, ad FG, perpendicularis, communis erit sectio Meridiani & Aequatoris. Quod si per D, B, Aequatori HI, parallelas agamus DK, BL, erunt hæ, communes sectiones Meridiani, & parallelorum, qui sunt omnium semper apparentium, semperque latentium maximi; quandoquidem Meridianus Aequatorem, & dictos parallelos secans, [a] sectiones communes facit parallelas, & parallelus quidem maximus semper apparentium Horizontem in D, tangit,

a 16. vndec.

D, tangit, maximus vero semper occultorum eundem *Horizontem* tangit in B Atque hæc lineamenta Analemmatis alia atque alia fiunt in variis poli altitudinibus, prout videlicet angulus altitudinis poli DEF, variatur.

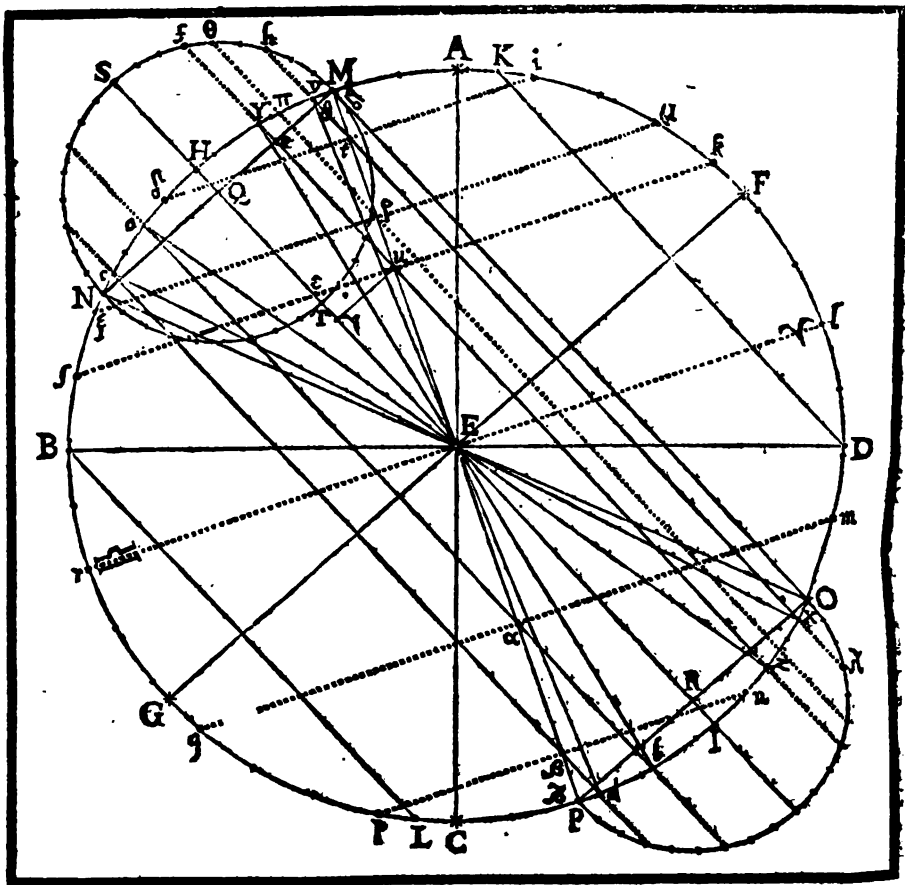
VT autem parallelos Aequatoris, siue Solis, qui per initia signorum, & singula Eclipticæ puncta ducuntur, habita ratione declinationis cuiusuis paralleli ab Aequatore, describamus, qua quidem in re totus labor atque industria construendi Analemmatis ponitur, propter declinationes horum parallelorum, quæ vix sine errore supputari possunt ab Aequatore HI, hinc inde, ob minuta & secunda, quæ gradibus declinationum adhærent, (Hæ etenim declinationes, si exquisite computari possent hinc inde à punctis H, I, nulla esset difficultas in diametris parallelorum ducendis) vtemur artificio à veteribus magna industria excogitato, quo ex maxima Solis, siue Eclipticæ declinatione cognita, omnium parallelorum Solis per puncta Eclipticæ transeuntium diametri, eorumque declinationes, Geometrice, & quidem perquàm accurate inueniuntur, quod eiusmodi est. Ex punctis H, I, Aequatoris in vtramque partem numeretur maxima Solis, Eclipticæue declinatio, ex doctrina lemmatis 3. vsque ad M, N, & O, P, Nos hic ponimus maximam hanc declinationem continere grad. 23. min. 30. Iunctis autem rectis MN, OP, quæ ab HI, in Q, R, bifariam secantur, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. ob æquales arcus HM, HN, RO, RP, describatur ex Q, circa MN, circulus MSNT. Hoc in 12. partes æquales diuiso, per doctrinam lemmatis 2. ducantur per bina puncta à punctis T, S, æqualiter distantia rectæ VX, YZ, ab, cd, quæ ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt inter se, & ipsi HI, quòd æquales arcus in circulo MSNT, intercipiant. Magis exquisite hę ducentur, si ex R, circa OP, semicirculus describatur, & in sex partes æquales secetur. Ita enim habebuntur pro singulis lineis terna puncta, bina quidem in circulo MSNT, & singula in semicireulo circa OP, descripto. Dico has parallelas, diametros esse parallelorum Solis, per signorum initia ductorum, hoc est, arcus HY, HV, &c. esse declinationes eorum graduum Eclipticæ, qui tot gradibus à principio ♈, & ♎, absunt, quot gradus in arcub⁹ circuli MSNT, inter ST, diametrum, & dictas parallelas intercipiuntur, ita vt HY, sit declinatio ♉, & ♍: HV, ♊, & ♌: HM, : Ha ♋, ♏, & ♓: Hc, ♐, & ♒, & HN, ♑: ac proinde ductæ diametri Vd, Yb, &c. sint diametri Eclipticæ, positis signorum initijs in Meridiano, quemadmodum MP, NO, eiusdem Eclipticæ diametri sunt, constitutis initijs ♋, & ♑, in Meridiano. Huius autem rei demonstratio perfacilis est.

> *Declinationes omnium punctorum Eclipticæ quo pacto Geometrice reperiantur.*

QVONIAM enim ex lemmate 5. est vt EM, sinus totus circuli ABCD, ad MQ, sinum totum circuli MSNT, hoc est, ad sinum maximæ declinationis, ita sinus arcus eiusdẽ circuli ABCD, qui, verbi gratia, arcui Sf, circuli MSNT, similis est, ad eQ, sinum arcus Sf: Est autem & ex præcedente lemmate, vt sinus totus EM, ad sinum maximæ deelicationis MQ, ita sinus eiusdem illius arcus Eclipticæ ABCD, qui arcui Sf, similis est, (sumi enim pôt hic circulus pro Ecliptica, cum Meridiano sit æqualis) ad sinũ declinationis eiusdẽ arcus Eclipticæ, qui arcui Sf, similis est; erit eQ, sinus declinationis illius arcus Eclipticæ, qui arcui Sf, similis est. Cum ergo eQ, sinus sit arcus Meridiani HY, erit HY, arcus declinationis extremi puncti illius arcus Eclipticæ ab æquinoctio inchoati, qui arcui Sf, similis est: atque ita de cæteris. Eodem enim prorsus modo demonstrabimus, gQ, sinum esse declinationis extremi puncti illius arcus Eclipticæ ab æquinoctio numerati, qui arcui Sh, similis est, &c.

Declinationes omnium punctorum Eclipticæ quo pacto aliter reperiatur.

VERVM commodissime etiam eosdem arcus declinationum inueniemus, siue parallelos Solis ducemus, hac alia ratione. Sumatur circulus ABCD, pro Ecliptica, diuidaturque in 12. figu ra æqualia in punctis i, k, l, m, n, P, p, q, r, ſ, ♌, M, ita vt l, sit principium ♈; k, ♉; i, ♊; M, ♋; ♌, ♌; ſ, ♍; r, ♎; q, ♏; p, ♐; P, ♑; n, ♒; m, ♓. Deinde ductis rectis per bina puncta ab M, vel P, æque rmota, quæ ex schol. propos. 27. lib. 3. Eucl. parallelæ sunt, seca-

bitur diameter Eclipticæ MP, in punctis t, u α, β, per quæ ductæ ipsi HI, parallelæ, (quæ facile ducentur, si segmentis parallelarum kſ, i♌, inter puncta u, t, & diametrū HI, interceptis, in alijs parallelis æqualia segmento accipiantur, v. g. si segmēto us, parallelæ KS, in alijs parallelis i♌, lr, mq, np, æqualia segmēta accipiātur, initio semper facto à recta HI. Ita enim plura puncta habebimus, per quę parallelę ipsi HI, ducēdę sunt.) dabūt diametros parallelorū Solis per signorum initia ductorū, veluti prius. Quod facile demonstrabimus in hunc modum.

QVO-

QVONIAM est, vt EM, sinus totus ad MQ, sinum maximæ declinationis, ita Eu, sinus arcus Eclipticæ lk, principium ♉, terminantis ad uy: (ducta uy, parallela ipsi MQ, vel perpendiculari ad HI,) Est autem & ex lemmate præcedente, vt EM, sinus totus ad MQ, sinum maximæ declinationis, ita Eu, sinus arcus Eclipticæ principium ♉, terminantis ad sinum declinationis principij ♉; erit uy, sinus declinationis principij ♉; ac proinde arcus HY, cuius sinus est uy, declinationem metietur principij ♉, &c. Eademque de cæteris est ratio. Hę autem declinationes inuentæ in omnibus poli eleuationibus eædem sunt, neq; vnquàm mutatur, nisi prius maxima Solis declinatio mutata inueniatur. Habita namque ratione maximæ declinationis HM, inuentæ sunt aliorum Eclipticæ punctorum declinationes HY, HV, &c.

Declinatio cuiusuis puncti Eclipticæ quo pacto Geometrice reperiatur.

LIQVET ex his, qua ratione inuenienda sit declinatio cuiusuis puncti Eclipticæ dati. Nam si datum punctum sit inter ♈, & ♋, numerabimus eius distantiam ab ♈, in circulo MSNT, à puncto S, versus M: si vero inter ♎, & ♋, fuerit, numerabimus eius distantiam à ♎, ex puncto T, versus M: si autem inter ♈, & ♑, ab S, versus N; si denique inter ♎, & ♑, ex T, versus N, distantiam eius, quam à proximo puncto æquinoctij, nimirum ab ♎ habet, numerabimus. Parallela enim ipsi HI, ducta ex fine numerationis, erit diameter paralleli illius puncti dati, secabitque arcum MN, in declinatione quæsita. Vt si detur gradus 10. ♉, qui 40 gradibus ab ♈, versus ♋, abest, numerabimus gradus 40. à puncto S, versus M, vsque ad θ, & per θ, ipsi HI, parallelam agemus θπ, pro diametro paralleli Aequatoris, qui per 10. gradum ♉. transit, eiusque declinatio erit Hπ. Hanc eandem alia ratione sic reperiemus. Quando punctum datum est inter ♈, & ♋, supputabimus eius distantiam, quam ab ♈, habet, a puncto l, versus M: si vero inter ♎, & ♋, à puncto r, versus M, distantiam eius, quam à ♎, habet, numerabimus: Si autem inter ♈, & ♑, à puncto l, versus P: si denique inter ♎, & ♑, à puncto r, versus P, eius distantiam à proximo æquinoctij puncto, nimirum a ♎, numerabimus. Nā si à fine numerationis ipsi lr, parallelā agemus, secabitur MP, diameter Eclipticæ in puncto, per quod parallela ducta ipsi HI, erit diameter paralleli per punctum in Ecliptica datum transeuntis, &c Vt si detur idem gradus 10. ♉, numerabimus gradus 40. (Tantum enim punctum datum ab ♈, versus ♋, abest) à puncto l, versus M, vsque ad μ, & per μ, ipsi lr, parallelam ducemus μξ, (quod facile fiet, si arcui lμ, æqualem abscindemus rξ.) quæ ipsam MP secet in ρ. Parallela enim ipsi HI, per ρ, ducta, erit diameter paralleli quæsiti, &c. veluti prius.

SCIENDVM quoque est, segmentum diametri Horizontis BD, inter MO, NP, diametros parallelorum ♋, & ♑, positum à parallelis intermediis ita diuidi, vt recta MN, vel OP, ab eisdem diuisa est. Nam segmentum semidiametri ED, inter E, & parallelam MO, sectum est, vt recta EM, secta est; [a] propterea quòd parallelæ lineæ diuidunt latera trianguli proportionaliter. Cum ergo eandem ob causam recta EM, secta sit, vt diuisa est MQ; erit dictum segmentum diuisum, vt MQ, recta diuisa est. Non aliter diuisum erit segmentum diametri EB, inter E, & parallelam NP, vt diuisa est recta NQ; propterea quòd sectum est, vt recta EN, & hæc, vt recta NQ. Igitur totum segmentum diametri Horizontis BD, inter parallelas MO, NP, sectum erit, vt recta MN, diuisa est à parallelis. quod est propositum.

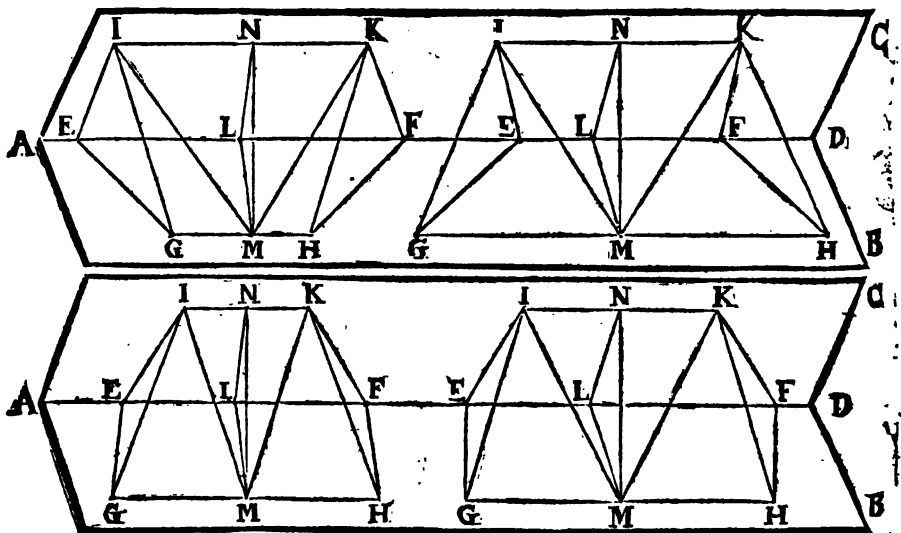
[a] 2. sexti.

IAM vero, qua ratione aliorum circulorum siue maximorum, siue non maximorum diametri, siue communes cum Meridiano sectiones in Analemmate descri-

describantur; & quomodo Analemma pro quibusdam circulis interdum in alio circulo maximo, etiam non per mundi polos ducto, construatur, in progressu Astrolabij, cum id vsus postulauerit, propriis locis docebimus.

LEMMA XX.

SI duo plana se mutuo secent, & in vno eorum ad duo puncta communis sectionis duæ rectæ cum ea internos duos angulos qualescunque constituant æquales, & in altero ad eadem duo puncta duæ aliæ rectæ cum eadem sectione communi efficiant quoque internos duos angulos æquales qualescunque: constituent duæ hæ posteriores rectæ cum duabus prioribus duos angulos æquales.

DVO plana AB, AC, secent sese per lineam rectam AD, & in duobus punctis quibuscunque E, F, communis sectionis constituti sint in plano AB, duo æquales interni anguli GEF, *HFE*, qualescunque, hoc est, siue acuti, siue recti,

siue obtusi; & in iisdem punctis in plano AC, sint constituti duo alij anguli interni qualescunque æquales IEF, KFE. Dico angulos GEI, HFK, æquales esse. In prima figura omnes anguli sunt acuti; in secunda obtusi; in tertia priores duo ob-

duo obtusi, & duo posteriores acuti; in quarta denique priores duo recti, & duo posteriores acuti. In omnibus tamen hisce casibus, & aliis eadem semper erit demonstratio. Sint enim æquales inter se tam rectæ EG, FH, quam rectæ EI, FK, iunganturque GH, IK, quæ ipsi EF, parallelæ erunt. Quoniam enim duo anguli GEF, HFE, æquales sunt, si vterque sit acutus, conuenient rectæ EG, FH, productæ ad partes G, H, [a] constituentque triangulum Isosceles. Cum ergo recta GH, secet latera proportionaliter, quod EG, FH, æquales sint, ac proinde & reliquæ lineæ vsq; ad concursum; [b] erunt EF, GH, parallelæ. Si autem anguli GEF, HFE, sint obtusi, conuenient rectæ GE, HF, productæ ad partes E, F, quòd anguli illis deinceps fiant acuti supra rectam EF, constituentque eodem modo triangulum Isosceles, cuius basis GH. [c] Latera enim supra basim EF, æqualia erunt: Ergo additis æqualibus EG, FH, fient quoque latera supra GH, æqualia. Cum igitur recta EF, secet ea latera proportionaliter, auferens ex vtraque partes æquales; [d] parallelæ erunt EF, GH. Si denique vterque angulus GEF, HFE, sit rectus, [e] erunt rectæ EG, FH, parallelæ. Cum ergo sint & æquales; [f] erunt quoque EF, GH, æquales ac parallelæ. Eadem ratione ostendemus EF, IK, parallelas esse; [g] ac proinde & GH, IK, inter se parallelæ erunt. Diuisa autem EF, bifariam in L, excitentur in planis AB, AC, ad EF, perpendiculares LM, LN, quæ ipsas GH, IK, secabunt quoque bifariam. Si enim anguli æquales GEF, HFE, sint acuti, ita vt EG, FH, productæ versus G, H, faciant triangulum Isosceles, erit ex scholio propos. 26. lib. 1. Euclid. recta ex angulo ducta ad punctum L, medium basis, ad EF, perpendicularis, ideoque cum LM, coincidet. Cum ergo eadem recta, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. secet rectas EF, GH, in partes proportionales, secta quoque erit GH, in M, bifariam. Si vero anguli GEF, HFE, sint obtusi, ita vt GE, HF, productæ vltra EF; constituant triangulum Isosceles, cuius basis EF, vel GH; erit rursus ex schol. propos. 26. lib. 1. Euclid recta ex angulo ad L, punctum medium basis EF, ducta, ad EF, perpendicularis; ideoque producta cum LM, coincidet. Cum ergo ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. eadem recta secet rectas EF, GH, in partes proportionales, secta quoque erit GH, bifariam in M. Si denique anguli GEF, HFE, sint recti, erunt EH, EM, FM, parallelogramma rectangula, [h] ideoque latera opposita æqualia, hoc est, GM, ipsi EL, & HM, ipsi FL, æquale. Cum ergo EL, FL, sint æqualia, erunt quoque GM, HM, æqualia. Non aliter ostendemus rectam IK, in N, sectam esse bifariam.

QVIA vero recta EL, ad duas LM, LN, sese in L, tangentes perpendicularis est; [i] erit eadem EL, (ducta recta MN,) ad planũ trianguli LMN, recta. [k] Igitur & vtraq; GM, IN, ad idem planum recta erit; ideoq; ex defin. 3. lib. 11. Eucl. vtraq; GM, IN, ad rectam MN, in eodem plano existẽtem perpendicularis erit. Iunctis igitur rectis GI, IM, MK, KH, [l] quę omnes vna cũ MN, in eodẽ sunt plano parallelarũ GH, IK, quoniã duo latera IN, NM, duobus lateribus KN, NM æqualia sunt, angulosq; cõtinent ęquales, nimirũ rectos, vt ostendimus; [m] erũt & bases IM, KM, & anguli IMN, KMN, ęquales, ideoq; & ex rectis reliqui GMI, HMK, ęquales erũt. Cũ ergo duo latera GM, MI, duob[us] lateribus HM, MK, sint ęqualia, angulosq; cõtineant æquales, vt monstratum est; [n] erunt & bases GI, HK, ęquales. Deniq; cum latera EG, EI, lateribus FH, FK, ęqualia sint, & basis GI, basi HK; [o] erunt quoque anguli GEI, HFK, æquales. quod est propositum.

ATQVE hęc demonstratio vniuersalis est in omnibus casibus, siue angulus inclinationis planorum MLN, obtusus sit, siue acutus, siue rectus, vt perspicuum est.

[a] 6. primi.
[b] 2. sexti.
[c] 6. primi.
[d] 2. sexti.
[e] 28. primi.
[f] 33. primi.
[g] 9. vndec.
[h] 34. primi.
[i] 4. vndec.
[k] 8. vndec.
[l] 7. vndec.
[m] 4. primi.
[n] 4. primi.
[o] 8. primi.

QVOD

QVOD si tam duo anguli GEF, HFE, quam duo IEF, KFE, recti fuerint, facilior erit demonstratio. Quia enim tunc anguli GEI, HFK, sunt anguli inclinationis plani AC, ad planum AB, ex definitione 6. lib. 11. Euclid. ipsi inter se æquales erunt.

LEMMA XXI.

SI in diametris circulorum æqualium puncta sumantur æqualiter à centris remota, ab eisque rectæ egrediantur vsque ad circumferentias constituentes cum diametris ad easdem partes æquales angulos; rectæ illæ & æquales erunt, & arcus abscindent æquales. Et si lineæ sint æquales, constituent rectæ illæ cum diametris æquales angulos ad easdem partes, abscindentque rursus æquales arcus. Si denique arcus æquales abscindantur ad easdem partes, erunt quoque rectæ illæ æquales, constituentque cum diametris ad partes easdem angulos æquales.

HOC idem demonstrauimus propositione penultima scholij propos. 29. lib. 3. Euclid. quando punctum in diametro assumptum est intra circulum; sed quia eo etiam indigemus in ijs, quæ sequuntur, quando punctum est acceptum in diametro producta extra circulum, libuit id vniuersaliter hoc loco demonstrare. Sint ergo circuli æquales ABC, DEF, quorum centra G, H; diametri AC, DF; & sumantur primum intra circulos puncta I, K, æqualiter distantia à centro, hoc est, rectæ GI, HK, sint æquales: ducanturque rectæ vtcunque IB, KE, facientes vel angulos CIB, FKE, vel AIB, DKE, æquales. Dico & rectas IB, KE, & tam arcus abscissos CB, FE, æquales esse, quàm arcus AB, DE. Ductis enim rectis GB, HE, ex centris, si quidem anguli GIB, HKE, ponantur æquales; erunt duo latera GI, GB, circa angulum IGB, duobus lateribus HK, HE, circa angulum KHE, æqualia, & angulus I, angulo K, æqualis, qui quidem æqualibus lateribus GB, HE, opponuntur. Est autem reliquorum GBI, HEK, vterque recto minor; [a] quòd ductæ rectæ AB, CB; DE, FE, faciant angulos ABC, DEF, in semicirculis rectos, quorum illi partes sunt. Igitur ex ijs, quæ ad finem lib. 1. Euclid demonstrata sunt à nobis, & rectæ IB, KE, & anguli IGB, KHE, æquales sunt in centris; [b] ideoque & arcus CB, FE, ac proinde & ex semicirculis reliqui AB, DE, æquales erunt. Si vero anguli CIB, FKE, æquales ponantur; erunt etiam reliqui GIB, HKE, ex duobus rectis ([c] Tam enim duo anguli ad I, quam duo ad K, duobus sunt rectis æquales) inter se æquales. Quare, vt iam ostensum est, erunt & rectæ IB, KE, & tam arcus CB, FE, quam arcus AB, DE, æquales.

[a] 31. tertij.
[b] 26. tertij.
[c] 13. primi.

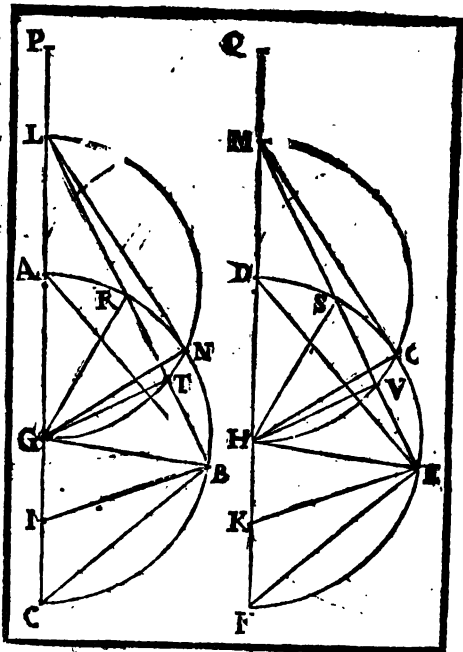
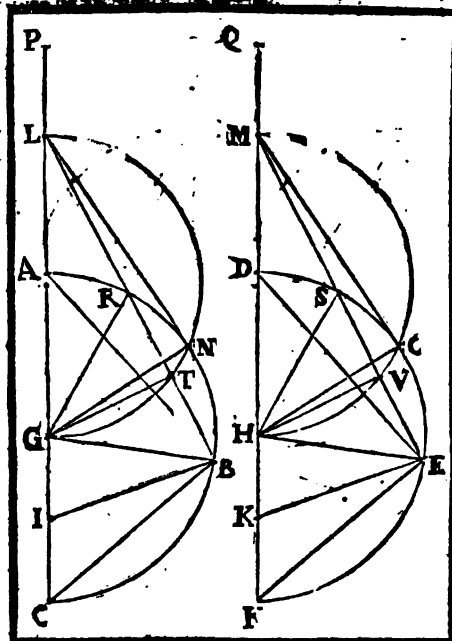
DEINDE accipiantur puncta A, D, in extremitatibus diametrorum, à quibus rectæ eductæ AB, DE, angulos æquales efficiant CAB, FDE, vel LAB, MDE. Dico rursus rectas AB, DE, & tam abscissos arcus CB, FE, quam arcus AB,

AB,DE, æquales esse. Si enim anguli CAB, FDE, æquales sint; [a] erunt quoque arcus CB, FE, ac propterea ex semicirculis reliqui AB, DE æquales; [b] ideoque & rectæ AB, DE, æquales inter se erunt. Si vero anguli LAB, MDE, ponantur æquales, erunt quoque ex duobus rectis reliqui CAB, FDE, æquales. Quare, vt iam demonstratum est, erunt & tam arcus CB, FE, quam arcus AB, DE, & rectæ AB, DE, æquales.

[a] 26. tertij.
[b] 29. tertij.

POSTREMO accepta sint puncta L, M, in diametris productis extra circulos æqualiter à centris distantia, ita vt rectæ GL, HM, sint æquales: Et ducantur rectę LN, MO, facientes angulos æquales CLN, FMO, vel PLN, QMO, abscindentesque arcus AN, DO, vel CN, FO. Dico rectas LN, MO, & tam arcus AN, DO, quàm arcus CN, FO, esse æquales. Aut enim altera rectarum, nimirum LN, tangit circulum in N, aut non tangit. Si tangit, tanget & recta MO, circulum in O. Nam si anguli CLN, FMO, ponantur æquales, & MO, non tangat circulum, [c] ducatur tangens MS, iungántúrque rectæ GN, HS, [d] quæ facient angulos GNL, HSM, rectos. Quia igit duo latera GN, GL, circa angulũ LGN, duobus lateribus HS, HM, circa angulũ MHS, æqualia sunt, & lateribus æqualibus GL, HM, opponuntur anguli ęquales GNL, HSM; vtpote recti, reliquorum aũt LGN, MHS, vterque recto minor est; ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Euclid. erunt ex iis, quæ ad finem lib. 1. Euclid. demonstrauimus, anguli quoque GLN, HMS, æquales: Est autem eidem angulo GLN, per hypothesim, æqualis angulus HMO: Igitur anguli quoq; HMS, HMO, æquales erunt, pars & totum; quod est absurdum. Tangit ergo recta MO, circulũ in O. Iunctis ergo rectis GN, HO; [e] erunt anguli GNL, HOM, recti & ęquales. Ponuntur autẽ & anguli GLN, HMO, æquales: Igitur & reliqui LGN, MHO, ęquales erunt, ex coroll. 1. propos. 32. lib. 1. Eucl. Quare cũ duo latera GN, GL, duobus lateribus HO, HM, æqualia sint, angulosq; continent æquales, vt ostensum est; [f] erunt etiã bases LN, MO, æquales. Item & arcus AN, DO, ob ęquales angulos AGN, DHO, ad centra; ideoq; & ex semicirculis reliqui arcus CN, FO, [g] æquales erunt. Quod si æquales ponantur anguli PLN, QMO, erunt etiam ex duobus rectis reliqui CLN, FMO, æquales. Quare, vt iam demonstratum est, & tam arcus AN, DO, quam arcus CN, FO, & rectæ LN, MO, tangentes æquales erunt.

[c] 17. tertij.
[d] 18. tertij.
[e] 18. tertij.
[f] 4. primi.
[g] 26. tertij.

SI vero duæ rectæ LR, MS, vel LB, ME, faciant vel angulos CLR, FMS, vel PLR, QMS, aut CLB, FME, vel PLB, QME, æquales, non tangant autem LR, vel LB,

LB, circulum, sed secet in R, vel B, ducta tangente LN, cadet LR, vel LB, citra tangentem LN, facietque angulum CLR, vel CLB, minorē angulo CLN. Quia vero ducta tangēte MO, anguli GLN, HMO, æquales sunt, vt proxime demonstratū est, angulus autem FMS, angulo CLR, vel angulus FME, angulo CLB, ponitur æqualis, erit quoq; angulus FMS, vel FME, minor angulo FMO, ac proinde recta MS, vel ME, citra tangentē MO, cadet. Secabit ergo vtraq; LR, MS, vel vtraq; LB, ME, circulum proprium duobus punctis R, B, & S, E, inter quæ posita sunt puncta contactuū N, O. Sumantur ergo primū puncta R, S, citra cōtactus, & anguli GLR, HMS, ponantur æquales. Dico & rectas LR, MS, & tam arcus AR, DS, quàm arcus CR, FS, æquales esse. Iunctis enim rectis GR, HS; quoniam duo latera GR, GL, circa angulū LGR, duobus lateribus HS, HM, circa angulū MHS, æqualia sunt, & anguli GLR, HMS, æqualibus lateribus GR, HS, oppositi, æquales ponuntur, reliquorū autem angulorum GRL, HSM, vterq; recto maior est, [a] quòd tā GRL, maior sit recto angulo GNL, quàm HSM, angulo recto HOM; erūt ex iis, quæ demōstrauimus ad finē lib. 1. Eucl. & rectę LR, MS, & anguli LGR, MHS, æquales. [b] Igitur & arcus AR, DS, ideoq; & ex semicirculis reliqui CR, FS, ęquales erūt. Quòd si ęquales ponant anguli PLR, QMS, erunt quoq; ex duobus rectis reliqui GLR, HMS, æquales. Quare, vt iam est ostensum, erunt & rectæ LR, MS, & tam arcus AR, DS, quàm arcus CR, FS, æquales.

a 21. primi.

b 26. tertij.

SVMANTVR deinde pūcta B, E, vltra cōtactus, & anguli GLB, HME, ponantur æquales. Dico rursus & rectas LB, ME, & tā arcus AB, DE, quàm arcus CB, FE, æquales esse. Iūctis enim rectis GB, HE, erit vterque angulus GBL, HEM, recto minor. Descriptis namq; circa æquales rectas GL, HM, semicirculis, qui per contactus N, O, transibunt ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. ob rectos angulos ad N, O, secabuntq; rectas LB, ME, in T, V; si iungantur rectæ GT, HV, [c] fient anguli GTL, HVM, in semicirculis recti. [d] Cū ergo tā GTL, angulo GBL, quā HVM, angulo HEM, maior sit, externus interno; erit tàm GBL, quàm HEM, recto minor: quod etiam ex eo constat, quòd rectæ in B, E, cum GB, HE, rectos angulos constituentes, circulos tangāt in B, E, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Hinc enim fit, vt secātes rectæ LB, ME, cum eisdem GB, HE, acutos angulos efficiāt. Quoniam igitur duo latera GB, GL, circa angulum LGB, duobus lateribus HE, HM, circa angulum MHE, æqualia sunt, & anguli GLB, HME, lateribus æqualibus GB, HE, oppositi, ponuntur æquales, reliquorum autem angulorum GBL, HEM,

c 31. tertij.

d 16. primi.

HEM, vterque recto minor est ostensus; erunt ex demonstratis à nobis ad finem lib. 1. Euclid. & rectæ LB, ME, & anguli LGB, MHE, æquales; a Igitur & arcus AB, DE, atque idcirco & ex semicirculis reliqui CB, FE, æquales erunt. Quod si ponantur æquales anguli PLB, QME, erunt etiam ex duobus rectis reliqui CLB, FME, æquales. Quare vt demonstratum iam est, erunt & rectæ LB, ME, & tam arcus AB, DE, quàm arcus CB, FE, æquales.

a 26. tertij.

DEINDE æquales sint rectæ IB, KE, vel AB, DE, vel LN, MO, vel LR, MS, vel denique LB, ME. Dico & angulos ad I, K, vel ad A, D, vel ad L, M, & tam arcus CB, FE, vel CN, FO, vel CR, FS, quam arcus AB, DE, vel AN, DO, vel AR, DS, esse æquales. Quia enim duo latera GI, GB, duobus lateribus HK, HE, æqualia sunt, & basis IB, basi KE, æqualis ponitur; b erunt quoque anguli IGB, KHE, æquales. c Igitur & arcus CB, FE, ideoque & semicirculorum reliqui AB, DE, æquales erunt. Item quia duo latera IG, IB, duobus lateribus KH, KE, æqualia ponuntur, & basis GB, basi KE, æqualis est; d erunt quoque anguli GIB, HKE, ideoque & duorum rectorum reliqui CIB, FKE, æquales erunt. Rursus quia rectæ AB, DE, ponuntur æquales, e erunt arcus quoque AB, DE, ac proinde & semicirculorum reliqui CB, FE, æquales. f Igitur & anguli CAB, FDE, & propterea duorum rectorum quoque reliqui LAB, MDE, æquales erunt. Denique quia tria latera GB, GL, LB, tribus lateribus HE, HM, ME, æqualia sunt, erunt ex coroll. propos. 8. lib. 1. Eucl. anguli quoque GLB, BGL, angulis HME, EHM, æquales. g Igitur & arcus AB, DE, ob angulos æquales BGL, EHM, ad centra æquales erunt, ac propterea rectorum quoque reliqui anguli PLB, QME, & semicirculorum reliqui arcus CB, FE, æquales erunt. Non aliter ostendemus & angulos ad L, M, & arcus AN, DO, & CN, FO, & AR, DS, & CR, FS, & AB, DE, & denique CB, FE, esse æquales.

b 8. primi.
c 26. tertij.
d 8. primi.
e 28. tertij.
f 27. tertij.
g 26. tertij.

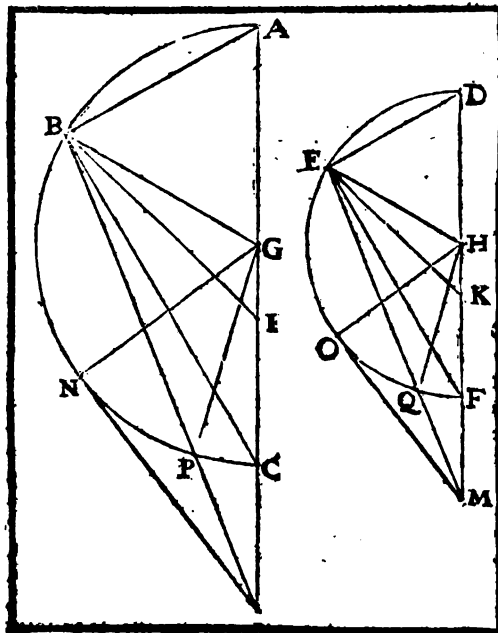
TERTIO sint æquales arcus CB, FE, a rectis IB, KE, abscissi. Dico rectas etiam IB, KE, & angulos ad I, K, æquales esse. h Erunt enim anguli CGB, FHE, æquales, ob arcus æquales CB, FE. Quia igitur duo latera GI, GB, duobus lateribus HK, HE, sunt æqualia, angulosque continent æquales; i erunt quoque bases IB, KE, æquales, nec non & anguli GIB, HKE; ideoque & ex duobus rectis reliqui CIB, FKE. Quod si æquales sint arcus AB, DE, ab eisdem rectis IB, KE, abscissi, erunt quoque ex semicirculis reliqui CB, FE, æquales. Ergo, vt iam est ostensum, & rectæ IB, KE, & anguli ad I, K, æquales erunt. Sint rursus arcus æquales CB, FE, à rectis AB, DE, abscissi. Dico rectas quoque AB, DE, & angulos ad A, D, æquales esse. Erunt enim reliqui etiam arcus AB, DE, ex semicirculis æquales, k ideoque & rectæ AB, DE, æquales erunt. Item ob arcus æquales CB, FE, l anguli CAB, FDE, ideoque & ex duobus rectis reliqui LAB, MDE, æquales erunt. Quod si æquales sint arcus AB, DE, ab eisdem rectis AB, DE, abscissi, erunt etiam ex semicirculis reliqui CB, FE, æquales. Ergo, vt proxime demonstrauimus, erunt rursus rectæ AB, DE, & anguli ad A, D, æquales. Præterea sint arcus AN, DO, æquales abscissi a rectis LN, MO. Dico has rectas, & angulos ad L, M, æquales esse. m Erunt enim anguli NGL, OHM, æquales, propter æquales arcus AN, DO. Igitur quia duo latera GN, GL, duobus lateribus HO, HM, æqualia sunt, angulosque complectũtur æquales, n erunt & bases LN, MO, & anguli GLN, HMO, atque idcirco & ex duobus rectis reliqui PLN, QMO, æquales erunt. Eadem ratione ostendes rectas LR, MS, æquales esse, & angulos ad L, M, si æquales sint arcus abscissi AR, DS, & sic de cæteris.

h 27. tertij.
i 4. primi.
k 29. tertij.
l 27. tertij.
m 27. tertij.
n 4. primi.

SCHOLIVM.

QVOD si in diametris circulorum inæqualium puncta sumantur similiter à centris remota, ita vt eorum distantiæ à centris eandem proportionem habeant, quam semidiametri, & ab eis punctis rectæ egrediantur constituentes cum diametris ad easdem partes angulos æquales; abscindentur ab eis arcus similes. Et si arcus abscissi sint similes ad easdem partes, constituent rectæ abscindentes cum diametris ad partes easdem angulos æquales.

IN circulis enim inæqualibus ABC, DEF, quorum centra G, H, sumantur in diametris duo puncta I, K, similiter distantia à centris, hoc est, ita sit IG, ad KH, vt GC, ad HF, & permutando, ita IG, ad GC, vt KH, ad HF; constituanturque anguli æquales GIB, HKE. Dico tam arcus BC, EF, quàm AB, DE, similes esse. Iunctis enim rectis GB, HE; quoniam anguli I, K, æquales sunt, & latera circa angulos G, H, in triangulis BGI, EHK, proportionalia, & reliquorum angulorum B, E, vterque recto minor, quòd partes sint rectorum, quos recta CB, AB; FE, DE, in semicirculis efficiunt; a erunt anguli BGI, EHK, in centris æquales. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus BC, EF, similes sunt; ideoque & ex semicirculis reliqui AB, DE, similes erunt, ex lemmate 6.

a 7. sexti.

EADEM ratione, si ad puncta C, F, similiter à centris distantia, cum per semidiametros distent, fiant anguli æquales GCB, HFE, ostendemus tam arcus BC, EF, quàm AB, DE, similes esse. Iunctis enim rectis GB, HE; erunt rursum in triangulis BCG, EFH, anguli C, F, æquales, & latera circa angulos G, H, proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum B, E, vterque recto minor sit, quòd partes sint rectorum, quos recta CB, AB; FE, DE, constituunt in semicirculis;

micirculis: [a] erunt anguli G, H, in centris æquales. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus B C, E F, similes sunt, &c. Quod breuius sic demonstrabitur. Quoniam æquales sunt anguli A C B, D F E, erunt ex prædicto scholio, arcus A B, D E, similes; ideoque & ex semicirculis reliqui B C, E F, per lemma 6. similes erunt.

[a] 7. sexti.

NON aliter, si puncta L, M, similiter distent à centris, fiantque æquales anguli G L B, H M E, demonstrabimus similes esse & arcus B C, E F, & A B, D E, & C P, F Q, & A P, D Q, & B P, E Q. Iunctis enim rectis G B, H E; erunt rursum in triangulis B G L, E H M, anguli L, M, æquales, & circa G, H, latera proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum B, E, vterque sit minor recto; (Nam iunctis rectis G P, H Q; erunt anguli B, P; E, Q, in Isoscelibus B G P, E H Q, acuti, ex coroll. 3. propos. 17. lib. 1. Euclid.) [b] erunt tam anguli G, H, quàm B, E, æquales. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus B C, E F, ideoque per lemma 6. & ex semicirculis reliqui A B, D E, similes erunt. Et quia anguli B, E, æquales sunt ostensi, erunt quoque P, Q, in Isoscelibus B G P, E H Q, ([c] cum illis æquales sint) æquales; ac proinde & reliqui anguli B G P, E H Q, æquales erunt, quibus demptis ex æqualibus B G L, E H M, reliqui etiam P G L, Q H M, æquales erunt; ac propterea ex scholio propos. 22 lib. 3. Euclid. arcus C P, F Q, ideoque per lemma 6. & ex semicirculi reliqui A P, D Q, similes erunt, à quibus si demantur similes A B, D E, reliqui B P, E Q, per lemma 6. similes quoque erunt.

[b] 7. sexti.

[c] 5. primi.

QVOD si quando contingat, rectarum angulos æquales constituentium vnam, verbi gratia, L N, circulum tangere, tanget & altera M O, circulum. Nam tangente L N, circulum A B C, si ducatur M O, tangens circulum D E F, erit angulus G L N, angulo H M O, æqualis. Iunctis enim rectis N G, O H; [d] erunt anguli N, O, recti, & æquales. Cum ergo circa angulos N G L, O H M, latera sint proportionalia, & reliquorum angulorum L, M, vterque recto minor, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Euclid. [e] erunt & anguli G, H, & L, M, æquales. Ex quo fit, si L N, circulum tangat, nullam ex M, duci posse, præter tangentem M O, quæ angulum ad M, angulo ad L, æqualem constituat, cum omnis talis angulus vel maior foret angulo H M O, vel minor.

[d] 18. tertij.

[e] 7. sexti.

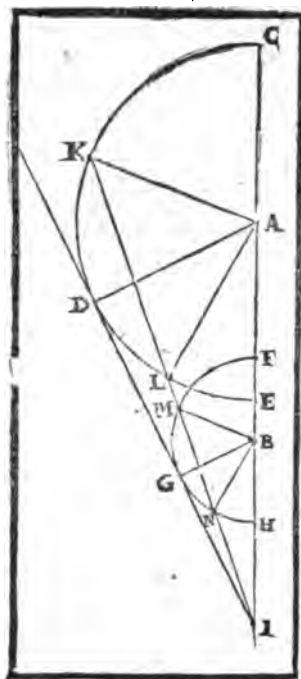
SED sint iam arcus similes B C, E F, & puncta I, K, similiter distantia à centris. Dico ductis rectis B I, E K, angulos I, K, æquales esse. Iunctis namque rectis B G, E H; erunt ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. anguli G, H, æquales. Cum ergo & latera circa eosdem sint proportionalia; [f] æquiangula erunt triangula B G I, E H K, & anguli I, K, æquales.

[f] 6. sexti.

EODEM pacto æquales quoque erunt anguli C, F, & L, M, etiam, siue similes ponantur arcus B C, E F, siue C P, F Q. quod est propositum.

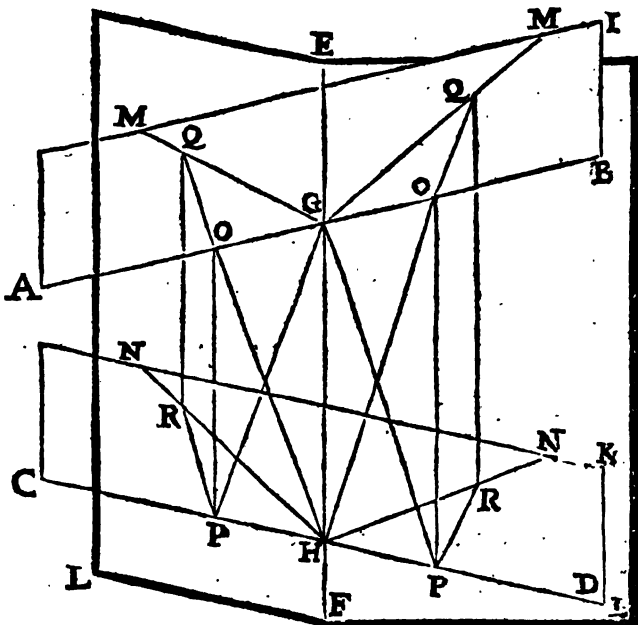
COROLLARIVM.

EX his inferre licet & hoc theorema. Si ex duobus centris A, B, in eadem recta existentibus describantur duo circuli CDE, FGH, ea conditione, vt extra vtrumque accipi possit punctum I, similiter à centris distans, id est, vt eadem sit proportio I A, ad I B, quæ semidiame-

tri AE, ad semidiametrum BH, & permutando eadem IA, ad AE, quæ IB, ad BH; Recta linea ID, tangens vnum circulorum, tanget & alterum, & recta IK, vtrumque secans abscindet arcus similes EK, HM, CK, FM, &c. Quia enim circuli inæquales sunt, & punctum I, instar duorum similiter à centris abest, fit vt ducta recta ID, tangente circulum CDE, recta IG, faciens angulum BIG, æqualem angulo AID, hoc est, eundem, tangat quoque circulum FGH, similesque sint arcus DE, GH. Sic etiam ducta recta IK, si ducatur recta IM, faciens angulum FIM, æqualem angulo CIK, hoc est, eundem, efficitur vt arcus KE, MH, &c. similes sint, vt in scholio proximo demonstratum est. Hoc tamen corollarium demonstrari poterit iisdem viis, quibus scholium demonstratum est, vt constat, si rectæ iungantur, vt in figura apparet.

LEMMA XXII.

SI in plano subiecto inter duas rectas cadat transuersa recta linea faciens cum illis angulos internos ex vtraque parte inter se æquales, siue omnes recti sint, siue duo obtusi, & duo acuti; in rectis autem illis duabus plano subiecto insistant duo plana ad angulos rectos: planum per transuersam lineam ductum vtcunque faciet cum planis rectis communes sectiones, lineas rectas, quæ cum datis duabus rectis in plano subiecto angulos continebunt æquales.

IN subiecto plano sint duæ rectæ AB, CD, inter quas in transuersum cadat recta LF, faciens tã internos angulos HGB, GHD, quã internos HGA, GHC, inter se æquales, siue rectos, siue duos obtusos, & acutus duos. Sint autem primum

rum HGB, GHD, obtusi, & HGA, GHC acuti, & in rectis AB, CD, insistant ad planum subiectum duo plana recta AI, CK: Per rectam quoque EF, transuersam ducatur planum EL, vtcunque inclinatum ad planum subiectum siue ad partes B, D, siue ad partes A, C, secans plana recta AI, CK, per rectas GM, HN. Dico tam angulos BGM, DHN, quàm angulos AGM, CHN, inter se æquales esse. Sumptis namque rectis æqualibus GO, HP, uersus eam partem, in quam planum EL, ad subiectum planum est inclinatũ, ita tamen, vt ex parte acutorum angulorum AGH, CHG, abscindantur ante concursum linearum GA, HC, vt vtrobiq; eadẽ semper sit demonstratio; iungantur rectæ OP, GP, OH. Quia igit duo latera GH, GO, duobus laterib' HG, HP, æqualia sunt, angulosque continent æquales ex hypothesi;

[a] erunt triangula GHO, HGP, æqualia. [b] Igitur rectæ GH, OP, parallelæ sunt. In plano deinde AI, ducatur ex O, ad AB, communem sectionem plani AI, & plani subiecti perpendicularis OQ, quæ ex definitione 4. lib. 11. Euclid. recta erit ad planum subiectum; ideoque ex definitione 3. eiusdem lib. angulus GOQ, rectus erit. Producatur autem OQ, donec in Q, secet GM, communem sectionem plani EL, & plani AI. Secabit autem eam omnino, cum in eodem plano AI, existant, & anguli QOG, OGQ, sint duobus rectis minores, quippe cum planum EL, ponatur inclinatum ad planum subiectum, ac proinde angulus OGQ, acutus sit. Nam si rectus foret, esset GQ, ex defin. 4. lib. 11. Euclid. ad planum subiectum recta; [c] ac proinde & planum EL, per rectam GQ, ductum ad subiectum planum esset rectum. quod non ponitur. In plano quoque CK, ducatur ex P, ad CD, communem sectionem plani CK, & plani subiecti perpendicularis PR, quæ similiter ad planum subiectum recta erit, & producta cum HN, communi sectione plani EL, & plani CK, conueniet in R. Iuncta autem recta QR, in plano EL, in quo puncta Q, R, existunt; si per GH, concipiatur duci planum æquidistans plano OR, (potest autem duci, cum GH, ipsi OP, ostensa sit parallela.

[a] 4. primi.
[b] 39. primi
[c] 18. vndec.

parallela. Ita enim fit, vt planum per G H, ductum tamdiu circumuolui possit circa rectam GH, donec parallelum fit plano OR, per rectam OP, ducto) erunt cõmunes sectiones GH, QR, factæ in planis illis parallelis à plano EL, per rectas GH, QR, ducto parallelæ. Cum ergo eidẽ GH, sit ostensa parallela OP; [a] erunt quoque OP, QR, inter se parallelæ. [b] Sed & OQ, PR, ad planum subiectum rectæ inter se parallelæ sunt. Parallelogrammum ergo est OR; [c] ac proinde latera opposita OQ, PR, æqualia erunt. Quoniam igitur duo latera OG, OQ, duobus lateribus PH, PR, æqualia sunt, angulosque continent æquales, vtpote rectos; [d] erunt anguli quoque OGQ, PHR, æquales, quod est propositum.

[a] 9. vndec. [b] 6. vndec. [c] 34. primi. [d] 4. primi.

IAM vero si quando planum EL, ad subiectum planum fuerit rectum, cum etiam plana AI, CK, ad idem recta ponantur; [e] erunt quoque communes sectiones horum & illius, nimirum rectæ GM, HN, ad subiectum planum perpendiculares, atque idcirco per defin. 3. lib. 11. Euclid. tam anguli MGA, MGB, quàm anguli NHC, NHD, recti erunt, ac proinde omnes quatuor inter se æquales.

[e] 19. vndec.

QVOD si recta EF, ad duas AB, CD, fuerit perpendicularis; [f] erunt AB, CD, parallelæ; ac proinde ex scholio propos. 18. lib. 11. Eucl. plana recta AI, CK, parallela quoque erũt. [g] Igitur sectiones GM, HN, in illis factæ à plano EL, parallelæ erunt. [h] Quare anguli BGM, DHN, æquales erunt.

[f] 28. primi. [g] 16. vndec. [h] 10. vndec.

LEMMA XXIII.

PLANVM in sphæra per alterutrum polorum mundi, & alterutrum polorum circuli cuiusuis obliqui maximi, vel ad Aequatorem recti, vtcunque ductum, abscindit tam ex Aequatore & circulo illo maximo obliquo, vel recto, quàm ex quolibet parallelo Aequatoris, & parallelo circuli illius maximi obliqui, vel recti, (qui tamen æqualis sit parallelo Aequatoris, & qui tanto interuallo ab assumpto suo polo absit, quãto parallelus Aequatoris ab assumpto mundi polo distat) duos arcus æquales, inter planum secans, & circulum maximum per assumptos duos polos descriptum interceptos.

SED quia circulus ille maximus per mundi polos, & polos alterius circuli maximi descriptus binis in locis singulos circulos ex assumptis duobus polis descriptos secat; vt sciamus, à quibusnam duabus sectionibus arcus æquales abscissi incipiant, consideranda hæc sunt. Quando planum secans ducitur per polum mundi australem, & polum circuli alterius maximi superiorem, (Quia enim alter hic circulus maximus, quando obliquus est, pro Horizonte alicuius regionis sumi potest, erit eius polus ab australi polo

remotior,

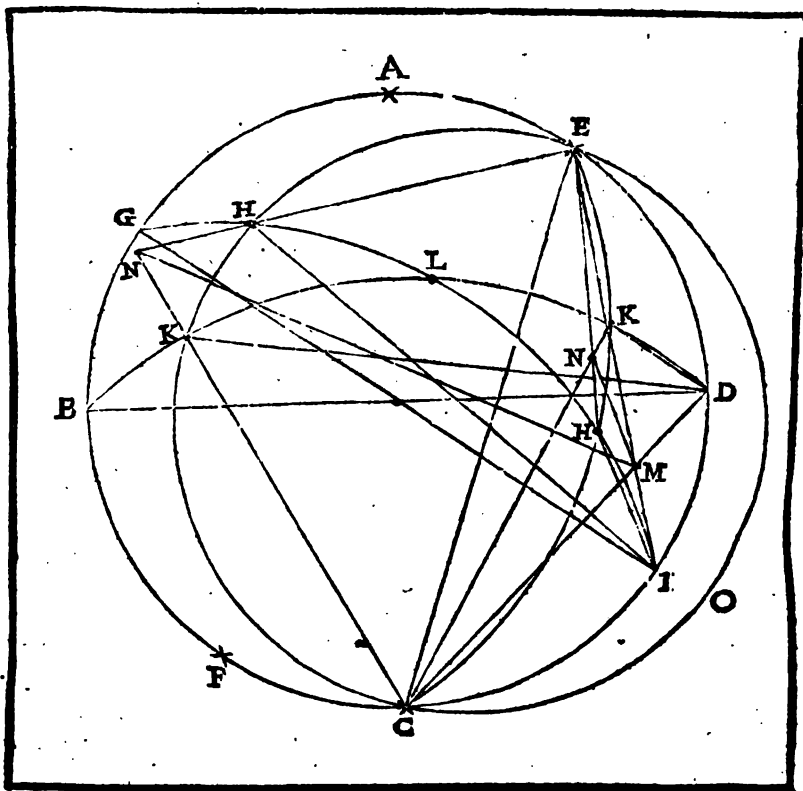
remotior, superior, instar verticis siue Zenith, & alter inferior, instar Nadir, qui nimirum polo australi propior est: quando autem alter hic circulus ad Aequatorem rectus est, ita vt sit Horizon quidam rectus, alteruter polorum eius accipi potest pro superiore, siue pro Zenith. Ex quo etiam fit, vt semicirculus maximi circuli per polos mundi, & polos alterius circuli transeuntis, inter polos mundi conclusus, in quo superior polus, siue Zenith continetur, dicatur superior, alter vero, in quo inferior polus existit, siue Nadir, inferior vocetur:) & arcus abscissus ab Aequatore, vel eius parallelo incipit à semicirculo superiore, inchoandus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione eius cum maximo circulo per polos ducto australi: si vero arcus abscissus ab Aequatore, vel eius parallelo, incipiat à semicirculo inferiore, inchoandus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione boreali. Quãdo autem planum secans ducitur per po'um mundi australem, & polum alterius circuli maximi inferiorem, & arcus abscissus in Aequatore, vel eius parallelo, incipit à semicirculo superiore, inchoandus erit arcus illi æqualis abscissus in altero circulo maximo, vel eius parallelo, à sectione boreali: ab australi vero, si arcus Aequatoris, vel eius paralleli, incipiet à semicirculo inferiore. Sectio porrò borealis, australisue sumenda est respectu polorum alterius circuli maximi obliqui, vel recti.

IN sphæra sit circulus maximus ABCD, per mundi polos A, C, & polos E, F, circuli maximi obliqui cuiuscunque GHI, ductus, sitque ex polo alterutro mundi descriptus Aequator BKD, secans obliquum in L, eruntque quadrantes LB, LD, LG, LI. Quoniam enim circulus maximus ABCD, per polos maximorum circulorum BLD, GLI, ducitur, [a] transibit vicissim eorum vterque per ipsius polos, ac proinde L, polus erit circuli ABCD; [b] ideoque LB, LD, LG, LI, quadrantes erunt. Primum autem per polum australem mundi C, & E, polum circuli obliqui remotiorem, (quia enim circulus maximus GHI, obliquus ponitur ad Aequatorem, non distabunt eius poli ab huius polis quadrante, ita vt eius poli sint B, D: [c] alioquin circulus obliquus trãsiret per polos Aequatoris A, C; [d] ideoque rectus esset ad Aequatorem, quod pugnat cum hypothesi. Igitur vnus polus, nimirum F, vicinior erit polo mundi C, alter vero E, remotior) ducatur planum quodpiam, [e] faciens in sphęrę superficie circulum CHE, [f] & cum plano circuli maximi ABCD, communem sectionem rectam CE: Secetque hic circulus CHE, primum Aequatorem & circulum maximum obliquum in punctis K, H, quæ vel existant in quadrantibus LD, LI, vel in quadrantibus LB, LG, hoc est, arcus abscissi DK, IH, sint vel quadrante minores, vel maiores. Dico arcus DK, IH; Item BK, GH, (Nam DK, in Aequatore incipit à semicirculo superiore CDA, & IH, in circulo obliquo à sectione australi I: At vero BK, initium sumit in Aequatore à semicirculo inferiore CBA, & GH, in obliquo circulo à sectione boreali G.) æquales esse Ductis enim rectis CD, EI, quæ se inter secabunt in M, cum sint in plano maximi circuli ABCD, punctumque I, inter C, & D, existat; [g] Quoniam CD, EI, quadrantes sunt; ablatoque propterea arcu communi

[a] schol. 15. 1 Theod.
[b] coroll. 16. 1. Theod.
[c] coroll. 16. 1. Theod.
[d] 15. 1. Theo.
[e] 1. 1. Theod.
[f] 3. vndec.
[g] coroll. 16. 1. Theod.

a 27.tertij. b 6.primi. c 16.1.Theo. d 28.tertij.

communi DI, reliqui arcus CI, ED, æquales; a erunt anguli CEI, ECD, æquales; b ideoque & rectæ EM, CM, æquales erunt. Rursus ducatur in plano circuli CHE, rectæ CK, EH, quæ æquales erunt, c cum sint latera quadratorum in circulis maximis descriptorum; d ideoque & arcus CK, EH, æquales; & ablato communi arcu HK, quando circulus CHE, secat quadrantes LD, LI, quod tunc punctum H, sit inter C, & Aequatorem, vel addito communi arcu HK, quando cir

e 27. tertij. f 6. primi.

culus CHE, secat quadrantes LB, LG, quòd tunc punctum H, sit vltra Aequatorem; æquales fient quoque vel reliqui arcus, vel conflati CH, EK; e ac proinde & anguli CEH, ECK, æquales erunt. atque hinc rectæ CN, EN, (Nam rectæ CK, EH, necessario coibunt, quod vterque angulorum equalinm CEH, ECK, recto minor sit, vt probabimus) f æquales etiam erunt. Rectas autem CK, EH, coire, quando circulus CHE, quadrantes LD, LI, secat, perspicuum est, cum se mutuo in plano eius circuli secent, propterea quod punctum H, est inter

puncta

puncta C, & K: At vero easdem rectas CK, EH, quando circulus CHE, quadrantes LB, LG, secat, coire, hoc est, angulos æquales CEH, ECK, esse minores duobus rectis, ita manifestum erit. Quoniam circulus CHEO, non maximus est, cum puncta K, H, per quæ ducitur, non sint in circulo maximo ABCD, qui solus maximus est inter omnes circulos per puncta C, E, non per diametrum opposita descriptos, (Per duo namque puncta in sphæra non per diametrum opposita vnus tantum circulus maximus describi potest, [a] vt ex Theodosio constat) Vel certe si maximus esset, [b] secaret circulum ABCD, bifariam in E, C. quod est absurdum, cum bifariam secetur in A, C; [c] auferet vtraque recta CK, EH, ex circulo CHEO, maiorem arcum, quam vt similis sit arcui, quam vtraque earum ex maximo circulo aufert: Aufert autem vtraque ex maximo circulo quadrantem, [d] quod vtraque lateri quadrati in maximo circulo descripti sit æqualis. Igitur vterque arcus CK, EH, quadrante maior erit. [e] Rursus quia recta CE, ex circulo eodem CHEO, maiorem arcum aufert, quam vt similis sit arcui CDE, quem ex maximo circulo ABCD, eadem recta CE, abscindit: Est autem arcus CDE, quadrante maior, [f] quod CD, quadrans sit. Igitur arcus COE, multo maior erit quadrante, ac proinde si adiiciantur duo arcus CK, EH, quadrante etiam maiores ostensi; erunt toti arcus EOCK, COEH, semicirculo maiores singuli; [g] atque idcirco vterque angulus ECK, CEH, cum in illis segmentis maioribus existant, recto minor erit. Quocirca duæ rectæ CK, EH, extra sphæram coibunt in N, propter duos angulos ECK, CEH, duobus rectis minores.

[a] 20.1.Theo.
[b] 11.1.Theo.
[c] lemma 6. 3.Theod.
[d] 16.1.Theo.
[e] lemma 6. 3.Theod.
[f] coroll. 16. 1.Theod.
[g] 31.tertij.

ITAQVE ductis rectis MN, DK, IH; quia latera CM, CN, lateribus EM, EN, ostensa sunt æqualia, basisque communis est MN; [h] erunt anguli MCN, MEN, æquales in triangulis CMN, EMN, quæ quidem extra plana circulorum CHE, ABCD, existunt. Quocirca in triangulis CDK, EIH, quoniam latera CD, CK, lateribus EI, EH, sunt æqualia, [i] quòd omnia latera sint quadratorum in maximis circulis descriptorum; angulosque æquales comprehendunt DCK, IEH, vt ostendimus; [k] erunt bases quoque DK, IH, æquales; [l] atque idcirco & arcus DK, IH, æquales erunt, siue ij minores sint quadrante, siue maiores, hoc est, siue circulus CHE, existat citra punctum L, siue vltra. Reliqui igitur ex semicirculis BK, GH, æquales quoque erunt.

[h] 8.primi.
[i] 16.1.Theo.
[k] 4. primi.
[l] 28. tertij.

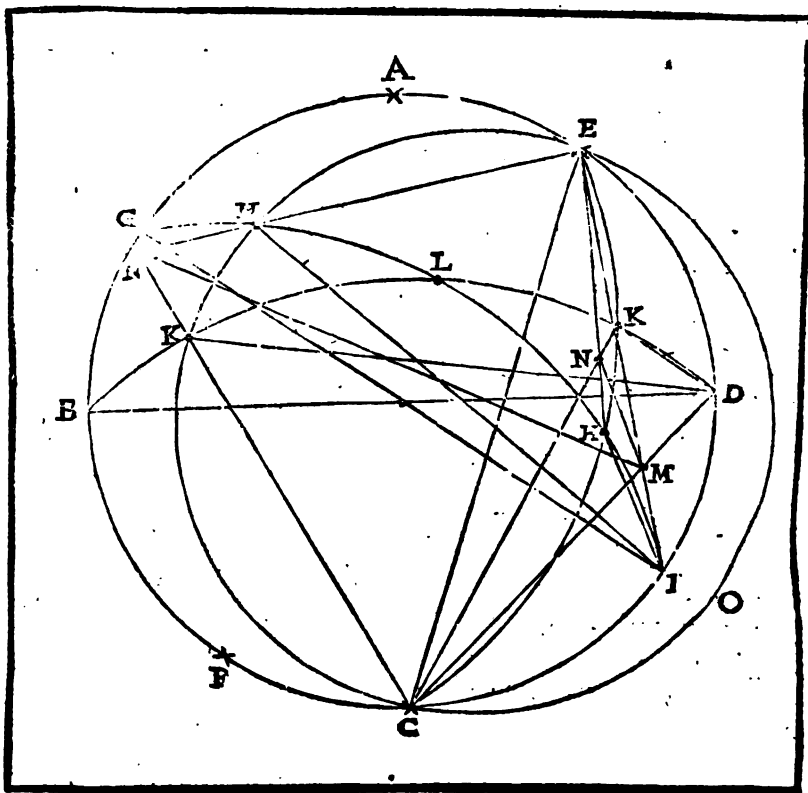
CAETERVM angulos MCN, MEN, ex quibus quidem tota vis demonstrationis pendet, probabimus esse æquales, etiamsi non constet, rectas CH, EH, productas conuenire in puncto N, hoc modo. Quoniam planum circuli CHE, planum circuli ABCD, secat per rectam CE, suntque tam in hoc æquales ostensi duo interni anguli CEI, ECD, quam in illo duo interni CEH, ECK: erunt per lemma 20. anguli quoque DCK, IEN, æquales: Quare, vt prius, [m] ostendentur æquales bases DK, IH; [n] ac proinde & arcus DK, IH, ideoque & ex semicirculis reliqui BK, GH, æquales erunt.

[m] 4. primi.
[n] 28. tertij.

ET quia ostensi sunt quadrantes LD, LI, si demantur æquales arcus DK, IH, vel ab his quadrantes tollantur LD, LI, erunt quoque arcus LK, LH, intercepti inter planum secans & punctum K, intersectionis Aequatoris cum circulo obliquo, æquales.

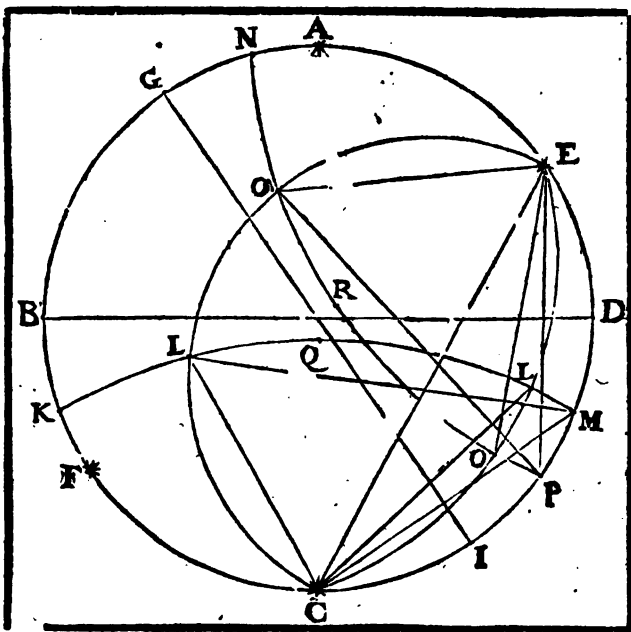
QVOD si circulus CHE, transeat per L, punctum, vbi se intersecant Aequator & circulus obliquus GHI, perspicuum est, arcus abscissos

DL, IL, æquales esse, cum sint ostensi quadrantes. Sic etiam si idem circulus CHE, transeat per alterum etiam polum mundi A, liquido constat, & arcus DLB, ILG, & LB, LG, æquales esse. Erit enim tunc circulus CHE, idem qui ABCD, maximus, ac proinde semicirculi erunt DLB, ILG, & LB, LG, quadrantes.

SEQVITVR etiam ex his, quoscunque duos circulos per C,

E, ductos intercipere in Aequatore, & circulo maximo obliquo arcus æquales. Cum enim quilibet abscindat arcus æquales vsque ad puncta D, I, vel vsque ad puncta B, G; si minores ex maioribus auferantur, reliqui arcus inter duos circulos intercepti erunt quoque æquales. Ita erunt arcus KLK, HLH, æquales inter duos circulos CHKE, CKHE. Nam arcus æquales DK, IH, ex æqualibus DKLK, IHLH, ablati relinquunt æquales KLK, HLH, atque ita de cæteris.

EADEM

EADEM prorsus demonstratio adhibebitur in alijs duobus semicirculis Aequatoris, & circuli maximi obliqui, ex altera parte maximi circuli ABCD Nam ex illis quoque planum quodcunque per polos C, E, ductum abscindet arcus æquales inter planum ipsum, & circulum maximum ABCD, vel alterum punctum sectionis Aequatoris, & circuli obliqui interceptos.

RVRSVS in sphæra sit circulus maximus ABCD, per polos mūdi A, C, & polos E, F, circuli cuiusuis maximi obliq, ductus, sitq; diameter Aequatoris BD; circuli obliqui, GI, vt supra. Ex polis autem C, E, supra assumptis describantur eodem interuallo duo circuli æquales KLM, NOP, [a] quorum ille Aequatori, hic vero circulo obliquo parallelus erit: qui duo paralleli vel se mutuo secabunt, vt in prima figura, vel nullomodo se intersecabūt, quod duobus modis fieri potest Aut enim circuli ex polis C, E, descripti sunt citra maximos circulos, quibus æqui distant, vt in 2. figura, aut vltra, vt in 3. figura. Ian per polos C, E, ducatur planum quodpiam vtcunque, [b] faciens in sphæræ superficie circulū CLE, & cum plano circuli maximi ABCD, communem sectionem, rectam CE: Secetque hic circulus vtrumque parallelum in punctis L, O, quomodocunque inclinatus sit ad maximum circulum ABCD, hoc est, siue angulus inclinationis versus segmentum CDE, sit acutus, siue rectus, siue obtusus. Dico tam arcus abscissos ML, PO, quam KL, NO, esse æquales. Nam ML, incipit à semicirculo superiore, & PO, a sectione australi: At vero KL, a semicirculo inferiore, & NO, a sectione boreali, vt in propositione dictum est, fieri debere. Ductis enim rectis CL, CM, EO, EP, [c] quæ omnes æquales sunt ex polis ad parallelos æquales, iunctisque rectis LM, OP; [d] erunt tam arcus CM, EP, in circulo ABCD, quàm arcus CL, EO, in circulo CLE, æquales; ablatisque communibus arcubus MP, LO, quando paralleli se intersecant, vt in prima figura, vel quando non se intersecant, sed tamen existunt vltra

a 2. Theo.

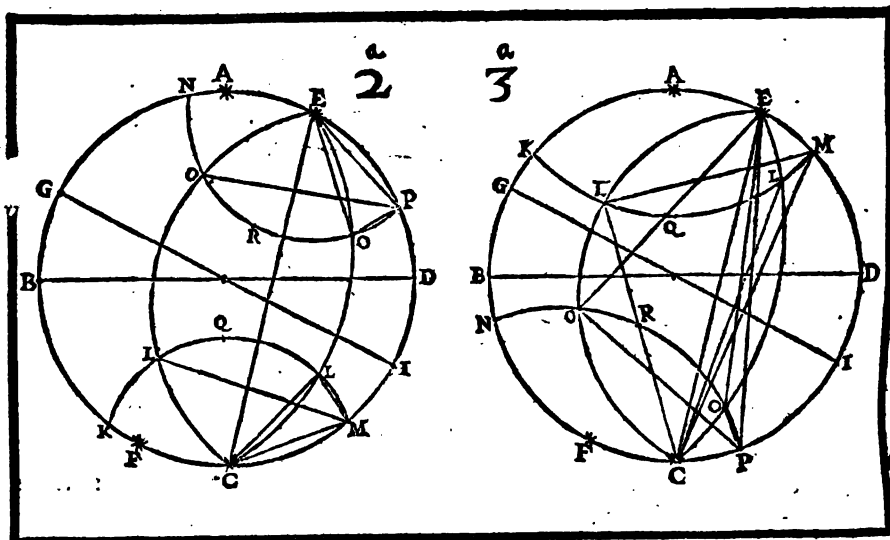
b 1. 1. Theo.

c schol. 21. 1 1. Theod.

d 28. tertij.

 circulos

circulos maximos, quibus æquidistant, vt in tertia figura: vel iisdẽ arcubus MP, LO, additis, quando non se mutuo secant, sed tamen existunt citra circulos maximos, quibus æquidistant, vt in secunda figura; erunt quoque tam reliqui arcus, vel conflati CP, EM, quàm CO, EL, æquales; [a] ac proinde tam interni anguli CEP, ECM, in plano maximi circuli A B C D, insistẽte arcubus æqualibus CP, EM, quam anguli interni CEO, ECL, in plano circuli CLE, illud per rectam CE, secante insistentes æqualibus arcubus CO, EL, inter se æquales erunt. Igitur per lemma 20. anguli quoque LOM, OEP, erunt æquales: [b] Sunt autem & latera CL, CM, EO, EP, ipsos comprehendentia, æqualia: [c] Igitur & bases LM, OP, æquales erunt; [d] ideoque & arcus ML, PO, æquales erunt, ac proinde & ex semicirculis reliqui KL, NO.

[a] 27. tertij.
[b] schol. 21, 1 Theod.
[c] 4. primi.
[d] 28. tertij.

QVOD si semicirculi parallelorum KLM, NOP, secentur bifariam in quadrantes in punctis Q, R, erunt quoque arcus LQ, OR, inter planum secans CLE, & terminos quadrantum Q, R, intercepti æquales, cum sint complementa æqualium arcuum ML, PO, vel arcuum æqualium KL, NO.

PERSPICVVM etiam est, si circulus CLE, transeat per alterum etiam mundi polum A, ita vt cum maximo circulo A B C D, coincidat, arcus abscissos MLK, PON, æquales esse; [e] quippe qui semicirculi sint. Sic etiam si idem circulus auferat ex vno parallelo quadrantem, auferet quoque ex altero quadrantem, cum necessario æqualem arcum auferat, vt demonstratum est. Item duo quicunque circuli per C, E, ducti intercipient arcus æquales parallelorum, vt paulo ante de Aequatore, & circulo maximo obliquo dictum est.

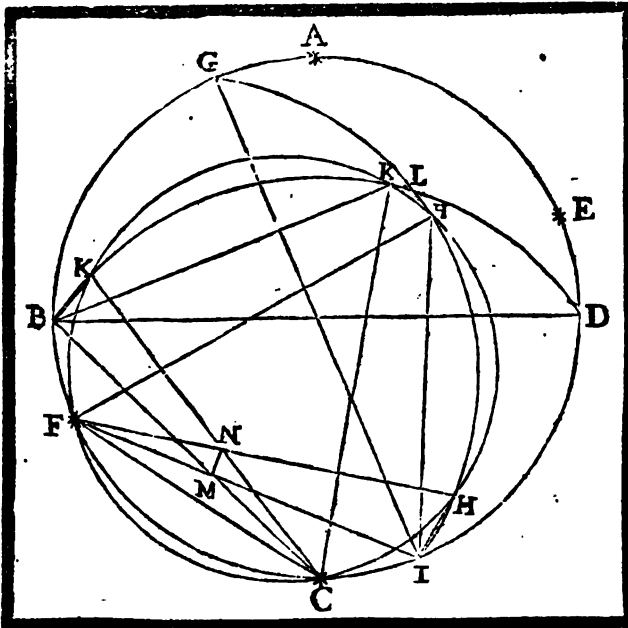
[e] 15. 1. Theo.

IDEM

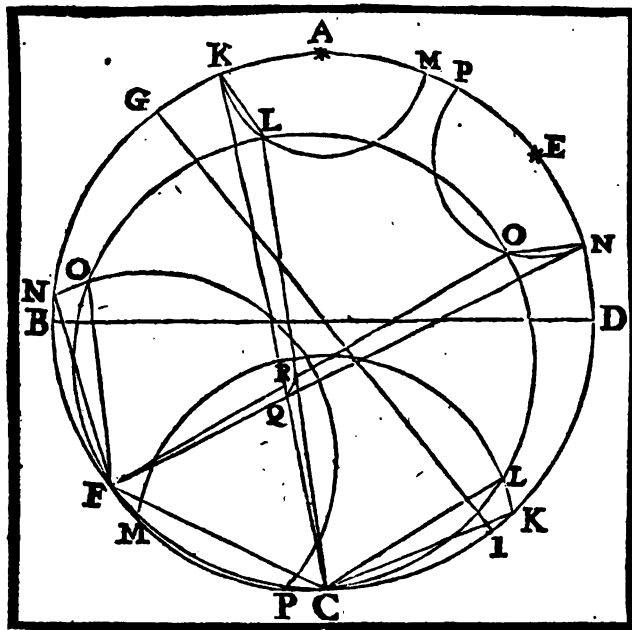
IDEM prorsus continget in reliquis duobus semicirculis parallelorum, ex altera parte circuli maximi ABCD. Eadem enim omnino est demonstratio in illis, atque in his, vt patet.

DEINDE per eundem mundi polum C, & polum F, circuli obliqui GHI, propinquiorem ducatur planum aliquod, [a] faciens in superficie sphæræ circulum CHF, [b] & cum plano maximi circuli ABCD, communem sectionem, rectam CF, secetque hic circulus CHF, primum Aequatorem, & circulum obliquum maximum in punctis K, H, vbicunque hoc contingat. Dico arcus abscissos BK, IH; Item DK, GH, (Nam BK, incipit à semicirculo inferiore, & IH, à sectione australi; at vero DK, à semicirculo superiore, & GH, à sectione boreali, vt in propositione præcipitur.) esse æquales. Ductis enim rectis CB, CK, FI, FH, BK, IH: [c] Quoniam CB, FI, quadrantes sunt, ideoque æquales; ablato communi arcu CF, reliqui arcus BF, IC æquales quoque erunt. [d] Igitur anguli BCF, IFC, æquales erūt. Rursus quia in circulo CHF, rectæ CK, FH, æquales sunt, [e] cum sint latera quadratorum in maximis circulis BKD, GHI, descriptorū; [f] erūt arcus quoq; CFK, FCH, æquales, ablatoq; communi arcu CF,

a 1. 1. Theo.
b 3. undec.
c coroll. 16. 1. Theod.
d 27. tertij.
e 16. 1. Theo.
f 28. tertij.

reliqui arcus FK, CH, æquales etiam erunt. [g] Igitur anguli quoq; KCF, HFC, æquales erunt. Itaq; quia planum circuli CHF, secat planū circuli ABCD, per rectam CF; suntq; tam in hoc æquales interni duo anguli BCF, IFC, quam in illo duo interni anguli KCF, HFC, æquales, vt demonstratum est; erunt quoque per lemma 20. anguli BCK, HFI, æquales. Quod etiā hoc modo, quādo tā rectę CB, FI, se in M, secant, quàm rectę CK, FH, in N, ostendes. Quia tā anguli BCF, IFC, quam anguli KCF, HFC, ostensi sunt æquales; [h] erunt tam rectę CM, FM, quam rectę CN, FN, inter se æquales. Ducta ergo recta MN, cū duo latera CM, CN, duobus lateribus FM, FN, ęqualia sint, basisque MN, communis, [i] erunt quoque anguli MCN, MFN, ęquales. Itaque in triangulis CBK, FIH, quoniam latera

g 27. tertij.
h 6 primi.
i 8. primi.

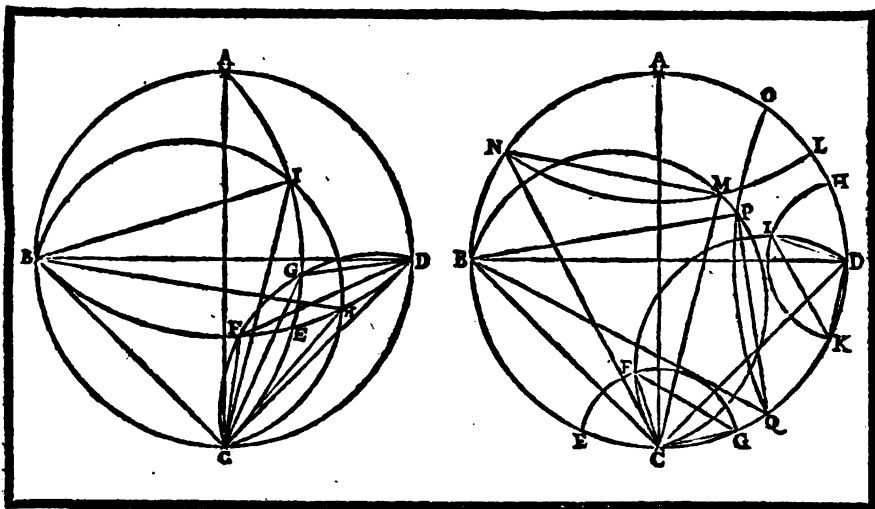
a 15.1.Theo. latera CB, CK, lateribus FI, FH, æqualia sunt, a quod omnia sint latera quadratorum in maximis circulis descriptorum; angulosque comprehendunt æquales, b 4.primi. BCK, IFH, vt ostendimus; b erunt quoque bases BK, IH, æquales: c atque idcirc 28.tertij. co & arcus BK, IH, æquales erũt; ac proinde & ex semicirculis reliqui DK, GH æquales erunt, &c.

RVRSVS ex eisdem polis assumptis C, F, vicinis descripti sint vno eodemque interuallo duo circuli æquales KLM, NOP, siue citra Aequatorem, & circulum maximum obliuum, siue vltra: Et per eosdem polos C, F, planum ducatur, d 1.1. Theo. d faciens in superficie sphæræ circulum CLOF, & cum maximo circulo ABCD, communem sectionem, rectam CF. Secet autem hic circulus factus circulos ex polis C, F descriptos in L, O. Dico tam arcus KL, NO, quam ML, PO, æquales esse; quorum KL, incipit à semicirculo superiore, & NO, à sectione boreali in parallelis citra maximos circulos; in alijs autem prior a semicirculo inferiore, & posterior a sectione australi incipit. Item ML, incipit à semicirculo inferiore, & PO, à sectione australi, in parallelis citra maximos circulos; in aliis autem incipit ML, à superiore semicirculo, & PO, à sectione boreali; vt in propositione præcipitur. Ductis enim

e schol. 21.1 Theod. rectis CK, CL, FN, FO, e quę omnes inter se ęquales sunt ex polis proprijs ad circulos æquales: f Quoniam tam arcus CK, FN, in circulo ABCD, ob rectas f 28.tertij. æquales CK, FN, quam arcus CI, FO, in circulo CLOF, ob æquales rectas CL, FO, æquales sunt; addito communi arcu CF, in vtroque circulo, quando circuli KLM, NOP, sunt citra maximos circulos, vel quando sunt vltra eosdem, ablato eodem arcu CF, erunt quoque tam conflati, vel reliqui arcus FK, CN, in circulo ABCD, quàm FL, CO, in circulo CLOF, æquales; ideoque & tam reliqui ex circulis totis FAK, CAN, in circulo ABCD, quàm FOL, CLO, in circulo g 27.tertij. CLOF, ęquales erunt. g Igitur tam interni anguli KCF, NFC, insistentes arcubus æqualibus FAK, CAN, circuli ABCD, quàm interni LCF, OFC, insistentes

ęqualibus

æqualibus arcubus FOL, CLO circuli CLOF, æquales erunt; ac proinde per lemma 20. anguli quoque KCL, NFO, æquales erunt. Quod hoc etiam modo ostendes, quando tam rectæ CK, FN, quàm CL, FO, se interſecant in Q. R, vt accidit, quando circuli KLM, NOP, vltra maximos circulos exiſtunt. Quoniam tam anguli KCF, NFC, quàm LCF, OFC, ſunt oſtenſi ęquales; [a] erunt tam rectæ CQ, FQ quam CR, FR, æquales inter ſe. Ducta ergo recta QR, cum duo latera CQ, CR, duobus lateribus FQ, FR, æqualia ſint, baſisque QR, communis, [b] erũt quoque anguli QCR, QFR, æquales. Itaque in triangulis CKL, FNO, [c] quia latera CK, CL, lateribus FN, FO, æqualia ſunt, anguloſque continent æquales KCL, NFO, vt oſtenſum eſt; [d] erunt baſes etiam KL, NO, æquales, [e] atque idcirco & arcus KL, NO, abſciſsi ęquales erunt, ideoque & ex ſemicirculis reliqui ML, PO, ęquales erunt, &c.

[a] 6. primi.
[b] 8 primi.
[c] ſchol. 21. 1 Theod.
[d] 4. primi.
[e] 28. tertij.

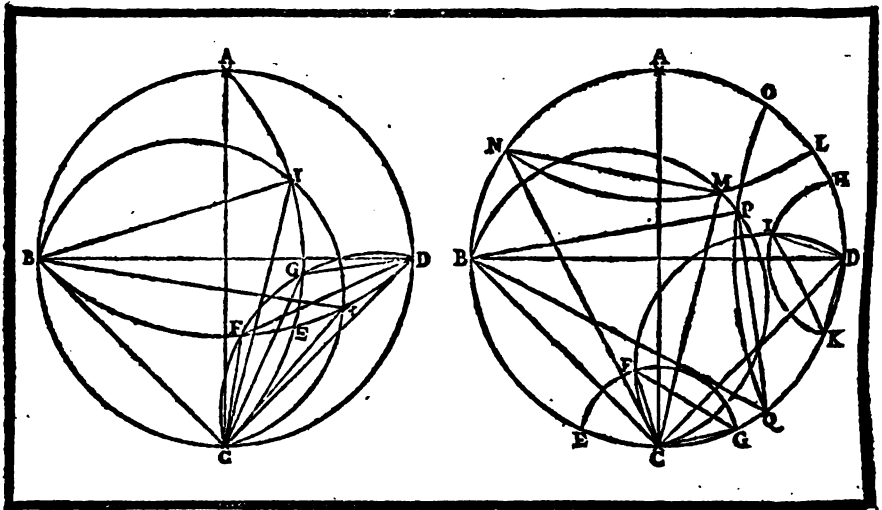
SED demonſtremus iam hoc idem Lemma, quando alter circulorum ad

Aequatorem rectus eſt: Sit circulus maximus ABCD, per A, C, polos mundi, ſiue Aequatoris BED, & per B, D, polos circuli maximi AEC, ad Aequatorem recti deſcriptus, vt in hac priori figura; ducaturque primum per polum auſtralem mundi C, & per polum circuli AEC, ſuperiorem D, planum, faciens in circulo ABCD, rectam CD, & in ſphæra circulum CFGD, qui Aequatorem ſecet in F, & circulum AEC, in G. Dico arcus abſciſſos DF, CG, vel BF, AG, æquales eſſe; quorum DF, initium ſumit à ſemicirculo ſuperiore, & CG, à ſectione auſtrali: At vero BF, à ſemicirculo inferiore, & AG, a ſectione boreali, vt faciendum eſſe in propoſ. præcepimus. Ductis enim rectis CF, DG, FD, GC, erunt CF, DG, ęquales, [f] cum ſint latera quadratorum in circulis maximis deſcriptorũ; [g] ideoque

[f] 16. 1. Theo.
[g] 28. tertij.

que

que & arcus CF,DG, æquales erunt; additoque communi arcu FG, vel ablato, si circulus CFGD. citra punctum E, maximos circulos secaret; erunt quoque arcus CFG, DGF, æquales; [a] ac propterea & anguli CDG, DCF, æquales erunt in plano circuli CFGD. Quapropter cum duo latera CF, CD, duobus lateribus DG, DC, æqualia sint, ([b] quod CF, DG, latera sint quadratorum in circulis maximis descriptorum, latus autem CD, commune) angulosque contineant æquales DCF, CDG, vt demonstratum est; [c] erunt quoque bases DF, CG, æquales. [d] Immo rectæ DF, CG, æquales sunt, propter arcus DGF, CFG, æquales circuli CFGD. [e] Igitur & arcus DF, in Aequatore, & CG, in circulo AEC; ac propterea & ex semicirculis reliqui BF, AG, æquales erunt. quod est propositum.

[a] 27. tertij. [b] 16. 1. Theo. [c] 4. primi. [d] 29. tertij. [e] 28. tertij.

DVCATVR deinde per eundem polum australem mundi C, & per polum circuli AEC, inferiorem B, planum, faciens in circulo ABCD, rectam CB, & in

sphæra circulum CHIB, qui secet Aequatorem in H, & circulum AEC, in I. Dico rursum arcus abscissos BH, CI, vel DH, AI, æquales esse; quorum BH, in Aequatore incipit à semicirculo inferiore, & CI, a sectione australi: At vero DH, à semicirculo superiore, & AI, a sectione boreali, vt propositio præcipit. Ductis enim rectis CH, BI, BH, CI, erunt CH, BI, æquales, [f] cum sint latera quadratorum in maximis circulis descriptorum. [g] Igitur arcus CH, BI, æquales erunt; additoque communi arcu HI, vel ablato, quando nimirum circulus CHIB, circulos secat citra E, toti quoque, vel reliqui arcus CHI, BIH, æquales erunt; [h] ac propterea & anguli CBI, BCH, ipsis insistentes ad peripheriam æquales erunt in plano circuli CHIB. Quocirca cum duo latera CH, CB, duobus

[f] 16. 1. Theo. [g] 28. tertij. [h] 27. tertij.

bus lateribus BI, BC, æqualia sint, (a Nam CH, BI, latera sunt quadratorum in circulis maximis descriptorum, & latus BC, commune) complectanturq; angulos æquales BCH, CBI, vt ostendimus, b erunt quoque bases BH, CI, æquales: c Immo rectæ BH, CI, æquales sunt, propter æquales arcus BIH, CHI, circuli CHIB. d Igitur & arcus BH, CI, in Aequatore, & circulo AEC; atque idcirco & ex semicirculis reliqui DH, AI, æquales erunt. quod est propositum.

a 16. 1. Theo.
b 4. primi.
c 26. tertij.
d 28. tertij.

RVRSVS ex C, polo australi, & D, polo superiori alterius circuli maximi, sint descripti paralleli æquales EFG, HIK, ac per eosdem polos ductum planum faciat in circulo ABCD, rectam CD, in sphæra autem circulum CFID, qui parallelos secet in F, I, vt in posteriori figura. Dico iterum arcus abscissos GF, KI, vel EF, HI, esse æquales; quorum GF, incipit à superiore semicirculo, & KI, à sectione australi: At vero EF, à semicirculo inferiore, & HI, à sectione boreali, vt vult propositio. Ductis enim rectis CF, CG, GF, DI, DK, KI; e erunt CF, CG, DI, DK, inter se æquales. f Igitur & arcus CF, DI, æquales erunt; additoque communi arcu, FI, vel ablato, si opus sit; arcus quoque CI, DF, æquales fient; g ideoque & anguli CDI, DCF, ipsis insistentes æquales erunt in plano circuli CFID. h Eodem modo æquales erunt arcus CG, DK; ac proinde & ex quadrante CD, reliqui DG, CK, æquales erunt; i atque idcirco æquales etiam erunt anguli DCG, CDK, in plano circuli ABCD. Igitur per lemma 20. anguli quoque FCG, IDK, æquales erunt: Sunt autem & latera ipsos comprehendentia inter se æqualia obtensa. k Igitur & bases FG, IK; l ac proinde & arcus FG, IK, vna cum residuis EF, HI, ex semicirculis, æquales erunt.

e schol. 21. 1 Theod.
f 28. tertij.
g 27. tertij.
h 28. tertij.
i 27. tertij.
k 4. primi.
l 28. tertij.

AD extremum ex polo australi C, & B, polo inferiore alterius circuli maximi ad Aequatorem recti, describantur paralleli æquales LMN, OPQ, & per eosdem polos planum ductum faciat in circulo ABCD, rectam CB, in sphæra autem circulum CPMB, parallelos secantem in M, P. Dico arcus quoque abscissos NM, QP, vel LM, OP, esse æquales; quorum NM, à semicirculo inferiore, & QP, à sectione australi incipit: At vero LM, a semicirculo superiore, & OP, à sectione boreali, vti res postulat, quemadmodum in propositione dictum est. Ductis namque rectis CM, CN, BP, BQ, MN, PQ, m quarum priores quatuor inter se æquales sunt; n erunt arcus CM, BP, æquales, ablatoque communi arcu MP, vel addito, si quando res postulauerit; reliqui quoque æquales erunt CP, BM. o Igitur æquales erunt anguli ipsis insistentes CBP, BCM, in plano circuli CPMB. p Eadem ratione æquales erunt arcus CN, BQ, & ablato communi quadrante BC, vel addito, si opus fuerit, arcus quoque BN, CQ, æquales erunt; q ac propterea & anguli BCN, CBQ, æquales inter se erunt in plano circuli ABCD. Quocirca cum in planis circulorum APMB, ABCD, sese in recta BC, secantibus duo anguli CBP, CBQ, duobus angulis BCM, BCN, æquales existant; erunt per lemma 20. æquales quoque anguli PBQ, MCN. Cum ergo comprehendantur lateribus æqualibus, vt ostendimus; r erunt etiam bases æquales MN, PQ. s Igitur & arcus MN, PQ, ideoque & ex semicirculis reliqui LM, OP, æquales erunt. quod est propositum.

m schol. 21. 1 Theod.
n 28. tertij.
o 27. tertij.
p 28. tertij.
q 27. tertij.
r 4. primi.
s 28. tertij.

SCHOLIVM.

Alia demonstratio totius lemmatis.

CAETERVM quia lemma hoc ex præcipuis vnum est, cum mirificum vsum habeat in diuidendis circulis Astrolabij in gradus, libet illud alia ratione demonstrare, vt eius veritas magis perspicua fiat. Sit igitur rursum in sphæra circulus maximus ABCD, per A, C, polos mundi, vel Aequatoris BKD, & E, F, polos cuiusuis circuli maximi obliqui GKI, descriptus; Centrum sphæræ, & omnium maximorum circulorum H; Axis Aequatoris AC; circuli obliqui axis EF, qui axes, [a] cum ad suos circulos recti sint, perpendiculares erunt ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad diametros propriorum circulorum BD, GI, ita vt ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. quadrantes sint AB, BC, CD, DA; EG, GF, FI, IE. Describantur quoque ex polis C, F, quatuor paralleli, ex singulis bini, LMN, OPQ, RMS, TPV, qui æquales sint. Intelligatur autem primum duci planum per C, polum Aequatoris, & E, polum circuli obliqui à C, remotiorem, quod faciat in circulo ABCD, communem sectionem, rectam

[a] 12. 1. Theo.

CE; in superficie autem sphæræ circulum CabE, quando ad partes D, I, vergit, vel circulum Cb dv, quando vergit ad partes B, G. Prior autem circulus secet Aequatorem, & maximum circulum GKI, in Z, a; parallelos autem LMN, TPV, in g, h: At posterior circulus eosdem circulos secet in b, d; i, k. Et parallelos OPQ, SMR, in n, o; p, q. Dico arcus abscissos DZ, Ia, & BZ, Ga, æquales esse; quorum DZ, incipit à semicirculo superiore, & Ia, à sectione australi; At vero BZ, à semicirculo inferiore, & Ga, à sectione boreali. Item eadem de causa æquales esse arcus Db, Id, vel Bb, Gd, in Aequatore, & maximo circulo obliquo. Similem ob causam dico in parallelis LMN, TPV, æquales esse arcus Ng, Vh, vel Lg, Th: Itemque Ni, Vk, vel Li, Tk: Ac denique in parallelis OPQ, SMR, arcus Qn, RO, vel On, SO: Item Qo, Rq, vel Op, Sq. Iuncta enim recta DI, quoniam quadrantes EI, CD, æquales sunt; dempto communi arcu DI, reliqui DE, IC, æquales quoque erunt. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. parallelæ erunt CE, ID; [b] anguli que propterea HXY, HYX.

[b] 29. primi.

HYZ, angulis HID, HDI, externi internis, æquales erunt. [a] Cum ergo hi æquales sint in Isoscele HDI; erunt quoque illi æquales; [b] ideoque & recta XH, YH, æquales erunt, hoc est, puncta Y, X, à centro H, æqualiter distabunt. Faciant quoque plana circulorum CahE, CbdE, in Aequatore sectiones, rectas YZ, Yb: in circulo vero maximo obliquo GDI, rectas Xa, Xd: & in parallelis LMN, TPV, OPQ, SMR, rectas eg, ei; fh, fk; rnp, sq.

[a] 5. primi. [b] 6. primi.

ITAQVE quoniam in rectas BD, GI, in plano circuli ABCD, existentes incidit recta CE, faciens angulos HXY, HYX, æquales, & in rectis BD, GI, insistunt plana circulorum BKD, GKI, [c] quæ sunt ad planum circuli ABCD, recta: communes sectiones YZ, Xa; Yb, Xd, planorum CahE, CbdE, per CE, ductorum cum Aequatore, & circulo maximo obliquo, facient cum diametris BD, GI, in punctis Y, X, æquales angulos DYZ, IXa; DYb, IXd, ex præcedenti lemmate 22. Cum ergo puncta Y, X, à centro H, æqualiter distent, vt ostensum est, abscindent ex lemmate 21. eædem communes illæ sectiones YZ, Xa; Yb, Xd, ex circulis BKD, GKI, arcus æquales DZ, Ia; Db, Id: Item BZ, Ga, Bb, Gd.

[c] 15. 1. Theod.

RVRSVS iuncta recta LT; [d] quoniam rectæ ex polis C, E, ad puncta L, T, circulorum æqualium æquales sunt; [e] æquales erunt arcus CL, ET; ac propterea ex schol. propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt TL, CE; [f] ideoque anguli Nef, Vfe, angulis NLT, VTL, externi internis, æquales erunt. [g] Sunt autem anguli NLT, VTL, æquales, quod arcus NT, LV, quibus insistunt, æquales sint. ([h] Quoniam enim arcus TV, LN, quos diametri TV, LN, circulorum æqualium subtendunt, æquales sunt; addito communi arcu NV, toti arcus NT, LV, æquales fient.) Igitur & anguli Nef, Vfe, æquales inter se erunt. Præterea quia in triangulis ELf, Cme, anguli E, C, æquales sunt, ob Isosceles CHE, & anguli l, m, recti, ([k] quod axes EF, CA, recti sint ad eorum circulos, ideoque & ad eorundem diametros ex defin. 3. lib. 11. Euclid.) & rectæ quoque El, Cm, sinus versi arcuum æqualium ET, CL, æquales, vt ad definitiones sinuum demonstrauimus; [l] erunt etiam lf, me, æquales; ideoque puncta f, e, à centris l, m, æqualiter distabunt.

[d] schol. 21. 1 Theod. [e] 28. tertij. [f] 29. primi. [g] 27. tertij. [h] 28. tertij. [i] 5. primi. [k] 10. 1. Theo. [l] 26. primi.

ITAQVE quoniam in rectas LN, TV, in plano circuli ABCD, existentes incidit recta CE, faciens angulos Nef, Vfe, æquales; & in rectis LN, TV, insistunt plana circulorum LMN, TPV, [m] quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt: communes sectiones eg, fh; ei, fk, planorum CahE, CbdE, per CE, ductorum cum parallelis LMN, TPV, facient cum diametris LN, TV, in punctis e, f, angulos æquales Neg, Vfh; Nei, Vfk, ex antecedente lemmate 22. Cum ergo puncta e, f, à centris m, l, æqualiter distent, vt ostensum est; communes illæ sectiones eg, fh; ei, fk, abscindent ex circulis LMN, TPV, æquales arcus Ng, Vh; Ni, Vk: Item Lg, Th; Li, Tk, ex lemmate 21.

[m] 15. 1. Theo.

DENIQVE iuncta recta QR, [n] quoniam & toti arcus AE, FC, ob angulos AHE, FHC, in centro æquales, cum sint ad verticem, æquales sunt, [o] & AQ, FR, ablati æquales quoque, [p] quòd rectæ AQ, FR, ex polis A, F, ad circulos æquales cadentes ad Q, R, sint æquales; erunt etiam reliqui arcus EQ, CR, æquales; ac propterea ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt CE, QR. Igitur rectæ OQ, SR, productæ, cum secent ipsam QR, in Q, R, secabunt quoque eius parallelam CE, productam in r, s; [q] angulique OQR, SRQ, angulis Ors, Ssr, externi internis, æquales erunt. [r] Sunt autem anguli OQR, SRQ, æquales, quod arcus OR, SQ, quibus insistunt, æquales sint. ([s] Quoniam enim arcus RS, QO, quos diametri RS, QO, æqualium circulorum subtendunt, æquales sunt; addito arcu communi OS, toti arcus OR, SQ, æquales fient.) Igitur & anguli Ors, Ssr, æquales erunt. Præterea quia in triangulis rtC, suE, anguli r, s, æquales sunt ostensi, & anguli

[n] 26. tertij. [o] 28. tertij. [p] schol. 21. Theod. [q] 29. primi. [r] 27. tertij. [s] 28. tertij.

a 10.1. Theo. t, u, recti, (a quod axes AC, FE, recti sint ad eorum circulos, ideoque ad eorundem diametros, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.) & latera quoque Ct, Eu, aequalia; (Nam cum, ut ad b 26. primi. definitiones sinuum demonstrauimus, sinus versi At, Fu, arcuum aequalium AQ, FR, aequales sint, erunt quoque reliquae partes Ct, Eu, diametrorũ AC, FE, aequales.) b erunt quoque recta r t, s u, aequales, ideoque puncta r, s, à centris t, u, aequaliter distabunt.

ITAQVE quoniam in rectas Or, Ss, in plano circuli ABCD, existentes incidit recta rs, hoc est, CE, producta, faciens angulos Ors, Ssr, aequales; & in rectis Or, c 15.1. Theo. Ss, insistunt plana circulorum OPQ, SMR, c quae ad planum circuli ABCD, recta sunt; communes sectiones rnp, soq, plani CbdE, per CE, ducti cum planis circulorum OPQ, SMR, facient, per praecedens lemma 22. cum diametris OQ, SR productis in punctis r, s, angulos aequales Orn, Sso, vel Orp, Ssq. Cum ergo puncta r, s, à cẽtris t, u, aequaliter distent, vt ostendimus; cõmunes illae sectiones rnp, soq. abscindent ex circulis OPQ, SMR, aequales arcus Qn, Ro; QP, Rq: Item Oo, Sa; Op, Sq, ex lemmate 21.

QVOD si quando contingat, communem sectionem rn, quam planum per CE, ductum cum circulo OPQ, facit, tangere circulum OPQ, tanget quoque altera sectio communis so, circulum SMR, vt in lemmate 21. demonstrauimus. Quocirca planum illud per CE, ductum tanget vtrumque circulorum OPQ, SMR. Puncta autem contactuum inuenientur, si circa diametros OQ, SR, circuli describantur, & ex r, s, ad eos ducantur tangentes lineae.

INTELLIGATVR deinde duci planum per C, polum Aequatoris, & F, polum circuli obliqui ei propinquiorem, quod faciat in circulo ABCD, communem sectionem, rectam CF, in superficie autem sphaerae circulum CabdZF, qui Aequatorem secet in Z, b; circulum maximum obliquum GKI, in a, d; parallelum LMN, in f; SMR, in h; parallelum OPQ, in i, k; parallelum denique TPV, in l, m. Dico arcus abscissos (initio semper facto in Aequatore, eiusque parallelis, à superiore semicirculo, & in maximo circulo

circulo obliquo, eiusque parallelis, à sectione boreali; Aut in illis à semicirculo inferiore, & in his à sectione australi, veluti propositio faciendum esse praescripsit.) BZ, Ia; Bb, Id; DZ, Ga; Db; Gd, in Aequatore, & circulo obliquo maximo GKI. Item Lf, Rh, Nf, Sb, in parallelis LMN, SMR: Ac tandem Oi, Vl; Ok, Vm; Qi, Tl; Qk, Tm, in parallelis OPQ, TPV, inter se esse aequales. Iuncta enim recta BI, quoniam quadrantes BC, FI, aequales sunt; dempto arcu communi CF, reliqui quoque arcus BF, CI, aequales erunt. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. parallela erunt BI, CF; ac propterea rectae HB, HI, secantes ipsam BI, secabunt quoque productae eius parallelam CF productam in Y, X, [a] angulique propterea HBI,

HIB, anguli HYX, HXY, externi internis, aequales erunt. [b] Sunt autem HBI, HIB, in Isoscele HBI, aequales. Igitur & HYX, HXY, aequales erunt; [c] atque idcirco & rectae HY, HX, aequales erunt, hoc est, puncta Y, X, à centro H, aequaliter distabunt. Faciat quoque planum circuli CabdZF, in Aequatore sectionem communem rectam YZb; in circulo GKI, rectam Xad; in parallelis LMN, SMR, rectas ef, gh; & in parallelis OPQ, TPV, rectas nik, plm.

[a] 29. primi.
[b] 5. primi.
[c] 6. primi.

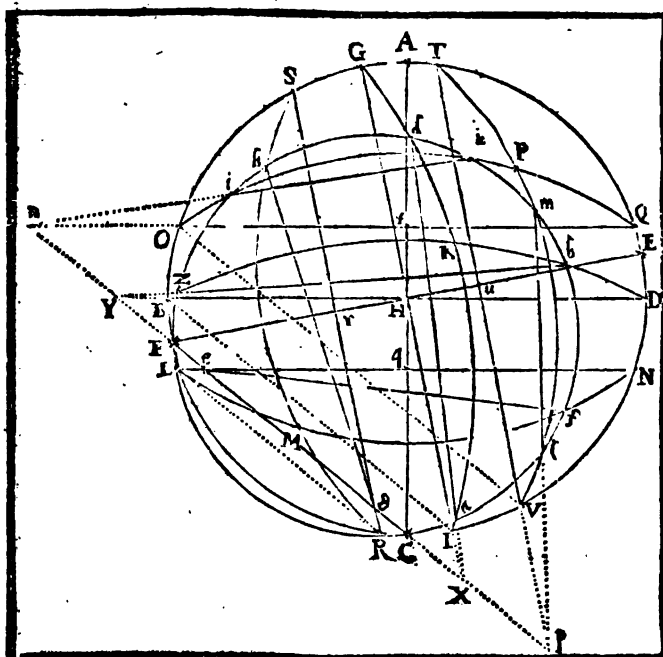
ITAQVE quoniam in rectas DY, GX, in plano circuli ABCD, existentes incidens recta XY, hoc est, CF, producta, facit angulos aequales HYX, HXY: Et in rectis DY, GX, insistunt plana circulorum BKD, GKI, [d] quae ad planum circuli ABCD, recta sunt: communes sectiones YZb, Xad, plani circuli CabdZF, per CF, ducti cum planis circulorum BKD, GKI, facient cum diametris DB, GI, productis in punctis Y, X, aequales angulos DYb, GXd, ex lemmate 22. praecedente. Cum ergo puncta Y, X, à centro H, aequaliter distent, vt ostendimus, abscindent eaedem communes sectiones YZb, Xad, per lemma 21. ex circulis BKD, GKI, aequales arcus BZ, Ia; Bb, Id. Item DZ, Ga; Db, Gd.

[d] 15. 1. Theod.

RVRSVS iuncta recta LR, [e] quoniam recta ex polis C, F, ad puncta L, R, circulorum

[e] schol. 21. 1. Theod.

a 28.tertij. lorum æqualium cadentes, sunt æquales; a erunt quoque arcus CL, FR, æquales; demptoque communi arcu LR, reliqui CR, FL, æquales erunt. Igitur ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. parallelæ erunt CF, RL; b propterea que anguli Neg, Sge angulis NLR, SRL, externi internis, æquales erunt. c Sunt autem NLR, SRL, æquales, quòd arcus NR, SL, quibus insistunt, æquales sunt. (d Quoniam enim arcus NL, SR, quos diametri NL, SR, circulorum æqualium subtendunt, æquales sunt; ablato arcu communi LR, reliqui arcus NR, SL, æquales quoque erunt.) Igitur & anguli Neg, Sge, æquales inter se erunt. Præterea quia in triangulis eqC, grF, anguli q, r, recti sunt, (e quòd axes CA, FE, recti sint ad eorum circulos, ideoque & ad eorundem diametros, ex definitione 3. libri 11. Euclid.) & anguli e, g, ostensi æquales, atque rectæ Cq, Fr, sinus versi arcuum æqualium CL, FR, æquales quoque, ut ad definitiones sinuum demonstrauimus; f erunt quoque rectæ eq, gr, æquales; ideoque puncta e, g, à centris q, r, æqualiter distabunt.

b 29.primi.
c 27.tertij.
d 28.tertij.
e 10.1. Theo.

f 26 primi.

ITAQVE quia in rectas LN, RS, in plano circuli ABCD, existentes, incidens recta CF, facit æquales angulos geN, egS: Et in rectis LN, RS, insistunt plana circulorum LMN, RMS, g quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt: communes sectiones ef, gh, quas planum circuli CabdZF, per CF, ductum in planis circulorum LMN, RMS, facit, constituent cum diametris LN, RS, in punctis e, g, angulos æquales feN, hgS, ex præcedente lemmate 22. Cum ergo puncta e, g, à centris q, r, æqualiter distent, ut ostendimus; abscindent eædem communes sectiones ef, gh, per lemma 21. ex circulis LMN, RMS, arcus æquales Lf, Rh: Item Nf, Sh.

g 15.1. Theo.

DENIQVE iuncta recta OV, quoniam quadrantes CD, FA, æquales sunt; & arcus quoq; ablati DV, GO, æquales; (h Nam arcus EV, AO, toti æquales sunt, i quod rectæ ex polis E, A, ad puncta V, O, circulorum æqualium cadentes, sint æquales. k Sunt autem

h 28.tertij.
i schol. 21. 1 Theod.
k 27.tertij.

autem & arcus ED, *AG, æquales, ob angulos EHD, GHA, qui æquales remanent, dempto communi AHE, ex duobus rectis* EHG, *AHD. Igitur & reliqui arcus DV, GO, æquales erunt.) erunt quoque reliqui arcus CV, FO, æquales; atque idcirco ex scholio propos. 27. lib. 3* Euclid. *parallelæ erunt CF, OV: ac propterea rectæ QO, TV, secantes ipsam OV, secabunt quoque productæ eius parallelam productam CF, in n, p;* [a] *ac proinde anguli QOV, TVO, angulis Qnp, Tpn, externi internis, æquales erunt.* [b] *Sunt autem anguli QOV, TVO, æquales, quòd arcus QV, TO, quibus insistunt, æquales sint. (* [c] *Quoniam enim arcus TV, QO, quos diametri TV, QO, circulorum æqualium subtendunt, æquales sunt; dempto communi arcu QT, reliqui arcus QV, TO, æquales erunt.) Igitur & anguli Qnp, Tpn, æquales erunt. Præterea quia in triangulis ntC, puF, anguli t, u, recti sunt, (* [d] *quòd axes CA, FE, recti sint ad eorum circulos, atque idcirco & ad eorundem diametros, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.) & anguli n, p, ostensi æquales, atque insuper rectæ Ct, Fu, æquales; (Nam cum, vt ad definiones sinuum demonstrauimus, sinus versi At, Eu, arcuum æqualium AO, ET, æquales sint; erunt quoque reliquæ partes Ct, Fu, diametrorum AC, FE, æquales.)* [e] *erunt quoque rectæ nt, pu, æquales; ideoque puncta n, p, à centris t, u, æqualiter distabunt.*

a 29. primi.
b 27. tertij.
c 28. tertij.
d 10. 1. Theo.
e 26. primi.

ITAQVE cum in rectas Qn, Tp, in plano circuli ABCD, existentes incidens recta np, hoc est, CF, producta faciat angulos Qnp, Tpn, æquales: In rectis autem Qn, Tp, insistant plana circulorum OPQ, TPV, [f] *quæ ad planum circuli ABCD, recta sunt: communes sectiones nik, plm, quas planum circuli CabdZF, per CF, ductum in planis circulorum OPQ, TPV, facit, constituent cum diametris QO, TV, productis in punctis n, p, æquales angulos Qnk, Tpm, ex præcedente lemmate 22. Cum ergo puncta n, p, à centris t, u, æqualiter distare sit demonstratum; abscindent eædem communes sectiones nik, plm, per lemma 21. ex circulis OPQ, TPV, arcus æquales Oi, Vl; ok, Vm; Item Qi, Tl; Qk, Tm.*

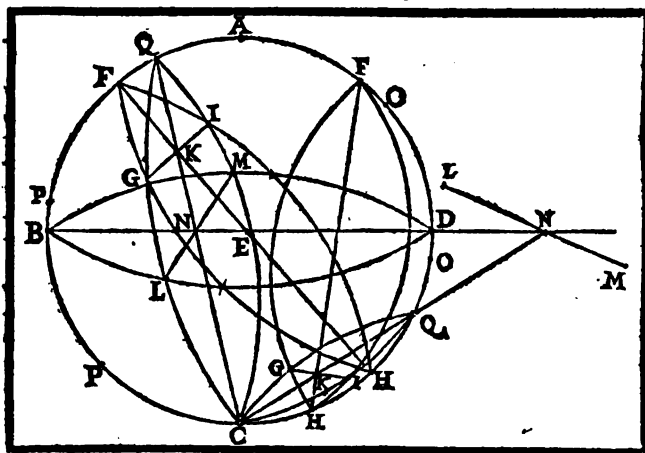
f 15. 1. Theo.

QVOD si quando contingat, sectionem communem YZb, quam planum per CF, ductum cum Aequatore facit, tangere Aequatorem BKD, *tanget quoque altera sectio communis Xad, circulum obliquum GKI, vt in lemmate 21. demonstrauimus. Quocirca tunc planum per CF, ductum tanget vtrumque circulorum maximorum BKD, GKI. Puncta autem contactuum reperientur, si circa diametros BD, GI, circuli describantur, & ad eos ex Y, X, lineæ tangentes ducantur. Pari ratione, si quando communis sectio nik, quam idem planum per CF, ductum cum circulo OPQ, facit, contingat ipsum circulum OPQ, tanget quoque altera sectio communis plm, circulum TPV, vt in lemmate 21. ostensum est. Quare tunc planum per CF, ductum continget vtrumque circulorum OPQ, TPV. Puncta vero contactuum inuenientur eodem modo, si circa diametros OQ, TV, circuli describantur, & ex punctis n, p, rectæ lineæ ducantur, quæ eos tangant.*

HAEC posterior porrò demonstratio facile, si libuerit, accomodabitur etiam ad circulum maximum, qui ad Aequatorem rectus sit, eiusque parallelos: Sed nos breuitatis causa priore demonstratione contenti sumus, quæ locum etiam habet in circulis ad Aequatorem rectis, vt ostensum est.

LEMMA XXIIII.

SI in sphæra sit circulus obliquus siue maximus, siue non maximus, & per quoduis punctum diametri ipsius, quam circulus maximus per eius polos, & polos mundi ductus facit, ad ipsam diametrum perpendicularis linea ducatur: Planum per vtrumuis polorum mundi & illam perpendicularem ductum faciet in plano Aequatoris communem sectionem, rectam lineam perpendicularem ad Aequatoris diametrum, quam idem ille circulus maximus per dictos polos ductus facit.

IN sphæra ABCD, cuius centrum E, sit circulus obliquus quicunque, hoc est, non per mundi polos ductus siue maximus, siue non maximus FGHI: Et per A, C, polos mundi, & O, P, polos circuli obliqui, ducatur circulus maximus ABCD, qui[a] quoniam obliquum circulum secat bifariam, & ad angulos rectos, faciet communem sectionem, diametrum circuli obliqui FH, ad quam per punctum quodlibet K, perpendicularis ducatur GKI: Per hanc autem, & polum mundi C, ducatur planum faciens in superficie sphæræ circulum CGQI, in Aequatoris vero plano BLDM, etiam producto extra sphæram, si opus fuerit, rectã LM, quæ diametrum eius BD, etiam productam, si necesse sit, ab eodẽ circulo maximo ABCD, factã secet in N. Dico LM, esse ad BD, etiam productam, si fuerit opus, in N, perpendicularem.[b] Quoniam enim circulus obliquus FGHI, ad circulum ABCD, rectus est; erit per defin. 4. lib. 11. Eucl. recta GKI, quæ ad FH, communem sectionem horum circulorum ducta est per-

[a] 15. 1. Theo.

[b] 15. 1. Theo.

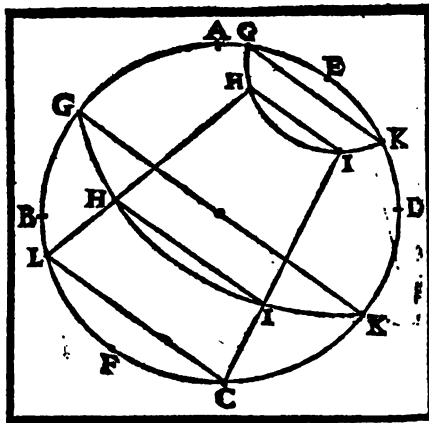
est perpendicularis, ad planum eiusdem circuli ABCD, perpendicularis. [a] Igitur & planum, in quo circulus CGQI, existit, per GI, ductum ad eundem circulum ABCD, rectum erit. [b] Quoniam igitur planum Aequatoris BLDM, ad planum circuli ABCD, rectum est, cum per eius polos ducatur; (Quoniam enim ABCD, per Aequatoris polos A, C, ducitur, transibit vicissim Aequator per illius polos, ex schol propos. 15. lib. 1. Theod.) & est ostēsum quoq; planū circuli CGQI, rectum ad eiusdem circuli ABCD, planum; [c] erit quoque LM, communis sectio plani Aequatoris, & plani circuli CGQI, ad eiusdem circuli ABCD, planum recta; ideoq; ex defin. 3. lib. 11. Eucl. eadē recta LM, ad diametrum Aequatoris BD etiam productam, si opus sit, in N, perpendicularis erit. quod est propositum.

[a] 18. vndec.
[b] 15. 1. Theo.
[c] 19. vndec.

LEMMA XXV.

SI in sphæra per polos mundi, & polos cuiusuis circuli obliqui maximi, eiusque parallelorum, maximus circulus ducatur, in quo ex alterutro mundi polo agatur diametro circuli obliqui parallela, & per hanc, planum vtcunque extendatur: Erunt duo arcus tam circuli maximi obliqui, quàm cuiuslibet parallelorum ipsius, inter circulum maximum per polos mundi, & circuli obliqui ductum, & planum secans intercepti æquales inter se.

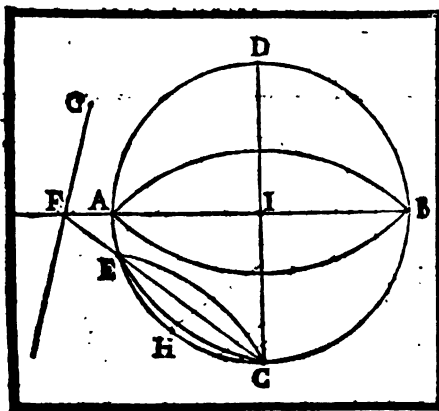
IN sphæra sit maximus circulus ABCD, per mundi polos A, C, & polos E, F, circuli maximi obliqui GHIK, & eius paralleli cuiuscunque GHIK, ductus; [d] ac proinde vtrumque bifariam secans, ita vt in vtroque semicirculus sit GHIK, & diameter GK, cui in eodem circulo maximo parallela per polum mundi C, agatur CL; per quam planum vtcunque ductum sit CLHI, secans vel circulum maximum obliquum, vel eius parallelum per rectam HI. Dico tam in illo, quàm in hoc, æquales esse arcus GH, KI, inter planū secans, & maximum circulū ABCD, interceptos. Si enim per rectā CL, cogitetur ductū planum circulo GHIK, parallelum; [e] erūt sectiones factę à plano CLHI, videlicet rectæ CL, HI, parallelæ: Ponitur autem & diameter GK, eidem CL, parallela. Igitur & GK, HI, parallelæ inter se erunt; [f] ac propterea ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. arcus intercepti GH, KI, æquales erunt.

[d] 15. 1. Theo.
[e] 16. vndec.
[f] 9. vndec.

EX quo fit, arcus etiam inter quæcunque duo plana per CL, ducta interceptos, æquales esse. Nam quodlibet abscindit arcus æquales inter ipsum & circulum maximum ABCD, interceptos. Si ergo minores ex maioribus demantur, reliqui inter duo plana intercepti æquales erunt.

EADEM hæc demonstratio in reliquos quoque semicirculos ex altera parte circuli maximi ABCD, quadrat, vt perspicuum est.

LEMMA XXVI.

SI circulus in sphæra per alterutrum polorum mundi transeat, erit eius diameter ex illo polo ducta perpendicularis ad communem sectionem plani eius circuli, & plani Aequatoris.

IN sphæra sit Aequator AB, cuius poli C, D, & circulus quicunque CE, per polum C, ductus, cuius planum in plano Aequatoris faciat communem sectionem rectam FG, (concurret enim cum Aequatore, cum ei non sit parallelum) ducaturque ex polo C, diameter circuli CE, occurrens communi sectioni FG, in F. Dico CF, ad FG, perpendicularem esse. [a] Per polum enim H, circuli CE, & C, polum Aequatoris ducatur circulus maximus CHEADB, [b] qui vtrumque secabit bifariam, & ad angulos rectos; ac proinde per diametrum CE, hoc est, per rectam CF, transibit. Vtrumque ergo planum, tam circuli CE, quàm Aequatoris, vicissim rectum erit ad planum maximi circuli CHEADB; [c] ac propterea & eorum communis sectio FG, ad idem planum perpendicularis erit, hoc est, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam CF. quod est propositum.

a 20. 1. Theo.

b 15. 1. Theo.

c 19. vndec.

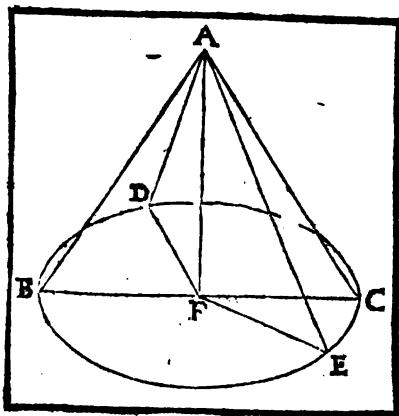
QVANDO circulus per polum C, ductus, est maximus qualis est ABCD, perspicuum est, eius diametrum CD, ad AB, communem sectionem dati circuli, & Aequatoris esse perpendicularem. Cum enim diameter CD, circuli maximi per polos ducti, sit axis; [d] axis autem ad Aequatorem sit rectus, transeatque per centrum sphæræ I; erit ex defin. 3. lib. 11. Euclid. eadem diameter CD, ad AB, communem sectionem circuli CADB, & Aequatoris, (Hæc enim sectio diameter est Aequatoris, [e] cum circuli maximi se mutuo bifariam secent) perpendicularis.

d 10. 1. Theo.

e 11. 1. Theo.

LEMMA XXVII.

IN cono recto omnes rectæ à vertice ad circumferentiam basis ductæ sunt inter se æquales: In scaleno vero cono inæquales, minima quidem, quæ ad extremum basis trianguli per axem, quod ad basem coni rectum est, ducitur ex parte anguli inclinationis axis, maxima autem, quæ ad alterum extremum basis eiusdem trianguli per axem ducitur: Et quæ propinquior est minimæ, remotiore semper minor est. Duæ vero tantum æquales erunt ad vtramque partem minimæ, vel maximæ.

SIT primum conus rectus ABC, cuius basis circulus BDCE, & axis ad basem rectus AF, in centro F; ducanturque quotuis rectæ ex vertice A, ad circumferentiam basis AB, AC, AD, AE. Dico eas omnes esse æquales. Ductis enim ex F, centro rectis FB, FC, FD, FE; quoniam latera AF, FB, lateribus AF, FD, æqualia sunt, angulosque continent æquales, quod omnes anguli ad F, quos facit axis AF, recti sint, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. [a] erunt quoque bases AB, AD, æquales. Non aliter ostendetur AD, vel AB, ipsi AC, vel AE, æqualis. Eademque de cæteris est ratio.

[a] 4. primi.

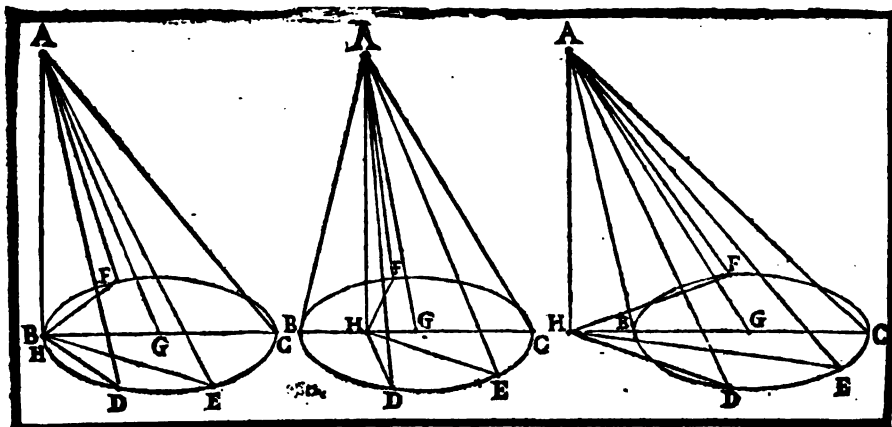
DEINDE sit conus scalenus ABC, cuius basis circulus BDECF, axis AG, obliquus ad basem versus B, sitque triangulum per axem ABC, ad basem rectum, & á vertice A, demittatur perpendicularis AH; [b] quæ in BC, cadet, hoc est, vel in punctum B, vel inter B, G, vel extra basem. Demittantur autem à vertice A, quotuis rectæ AB, AD, AE, AC, quarum AB, AC, in extrema B, C, diametri basis BC, cadant. Dico omnium minimam esse AB, maximam AC, & AD, minorem quàm AE, &c. Iunctis enim rectis HD, HE, erunt ex defin. 3. lib. 11. Eucl. omnes anguli, quos perpendicularis AH, cum rectis HD, HE, HC, & cum alijs per H, ductis facit, recti. In prima ergo figura perspicuum est, perpendicularem AH, vel AB, minimam esse omnium, quæ ex A, in circumferentiam basis ducuntur. [c] cum minor sit quam AD, & quàm AE, & quàm AC, & quàm quæuis alia, quippe quæ in rectangulis triangulis opponatur acutis angulis, aliæ vero recto angulo. In alijs autem duabus figuris, [d] quoniam HB, minima est rectarum ex H, in circumferentiam cadentium, erunt duo quadrata rectarum HB, HA, mi-

[b] 38. vndec.

[c] 19. primi.

[d] 7. vel 8. tertij.

nora duobus quadratis tam rectarum HD, HA, [a] quàm rectarum, HE, HA, & quàm rectarum HC, HA. [a] Est autem quadratum rectæ AB, æquale duobus quadratis rectarum HB, HA; & quadratum rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA; & quadratum rectæ AE, duobus quadratis rectarum HE, HA; & quadratum rectæ AC, duobus quadratis rectarum HC, HA. Igitur & quadratum rectæ AC, minus erit tam quadrato rectæ AD, quàm quadrato rectæ AE, & quam quadrato rectæ AC; ac proinde & recta AB, minor erit qualibet rectarum AD, AE, AC, & sic de cæteris. Minima ergo omnium est AB.

[a] 47. primi.

DEINDE, [b] quia in omnibus figuris recta HC, est omnium ex H, in circumferentiam cadentium maxima; erunt duo quadrata rectarum HC, HA, maiora duobus quadratis tam rectarum, HE, HA, quàm rectarum HD, HA: [c] Est autẽ quadratum rectæ AC, duobus quadratis rectarum HC, HA, & quadratum rectę AE, duobus quadratis rectarum HE, HA, & quadratnm rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA, æquale. Igitur & quadratum rectæ AC, maius erit tam quadrato rectæ AE, quàm quadrato rectæ AD; ac proinde & recta AC, maior erit quàm AE, & quàm AD. Et quia maior etiam est, quàm AB, quòd AB, ostensa sit minima omnium. Igitur AC, est omnium maxima.

[b] 15. vel 7. vel 8. tertij.
[c] 47. primi.

RVRSVS, [d] cum HD, minor sit quàm HE, erũt duo quadrata rectarũ HD, HA, minora duobus quadratis rectarum HE, HA. [e] Est autem quadratum rectæ AD, duobus quadratis rectarum HD, HA, & quadratum rectæ AE, duobus quadratis rectarum HE, HA, æquale. Igitur & quadratum rectæ AD, quadrato rectæ AE, minus erit; ideoque recta AD, minimæ AB, propinquior, minor erit remotiore AE, & sic de cæteris.

[d] 15. vel 7. vel 8. tertij.
[e] 47. primi.

POSTREMO sumatur arcus BF, arcui BD, æqualis, iungaturq; recta HF, quę rectę HD, æqualis erit; in prima quidẽ figura, ex propos. 29. lib. 3. Eucl. in 2. vero ex vltima propos. scholij eiusdem propos. vel ex lemmate 21. supra demonstrato; in tertia denique ex eodem lemmate 21. Ducta ergo recta AF, quoniã latera AH, HF, lateribus AH, HD, æqualia sunt, anguloſq; continent rectos, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. [f] erũt quoq; bases AF, AD, æquales. Qđ aũt nulla alia hisce possit esse ęqualis, pspicuũ est, cũ oĩs recta ex A, ducta inter D, & C, vel inter F, & C, maior sit quã AD, vel AF; inter B, aũt & D, vel F, minor, vt demonstratũ est.

[f] 4. primi.

LEMMA

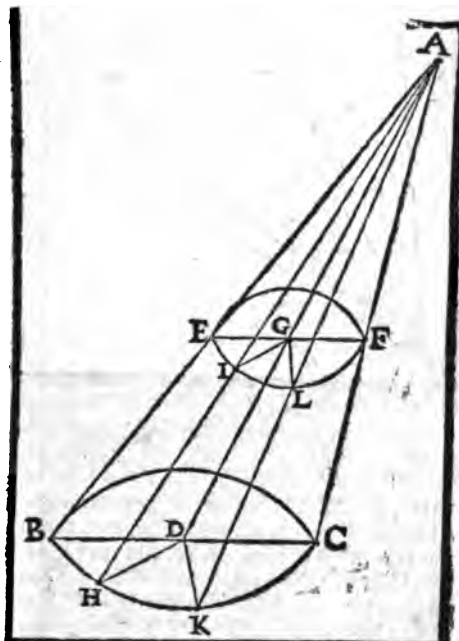
LEMMA XXVIII.

SI in cono sit circulus basi æquidistans, rectæ lineæ ex vertice in superficie conica ductæ auferent ex base, & circulo æquidistante arcus similes.

IN cono ABC, siue recto siue scaleno, circulus EF, æquidistet basi BC; & ex vertice A, ducantur duæ rectæ vtcunque AH, AK, ad circumferentiam basis, secantes circumferētiam circuli EF, in I, L. Dico arcus HK, IL, similes esse. Ducto enim axe AD, secante planum circuli EF, in puncto G, quod per lemma 16. centrum erit circuli EF, ducatur per rectas AD, AH, planum secans circulos BC, EF, parallelos per rectas DH, GI; Itē per rectas AD, AK, ducatur aliud planum secās eosdem circulos per rectas DK, GL. [a] Erūtq; rectæ DH, DK, rectis GI, GL, parallelæ. [b] Igitur anguli HDK, IGL, ad centra æquales erūt; ideoq; ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus HK, IL, similes erunt. Eadem ratione similes quoque erunt tam arcus BH, EI, quā arcus CK, FL, [c] quòd tàm rectæ DB, DH, rectis GE, GI, quàm rectæ DC, DK, rectis GF, GL, parallelæ sint; [d] ac proinde tā anguli BDH, EGI, quā CDK, FGL, ad centra æquales sint.

[a] 16. vndec.
[b] 16. vndec.
[c] 16. vndec.
[d] 10. vndec.

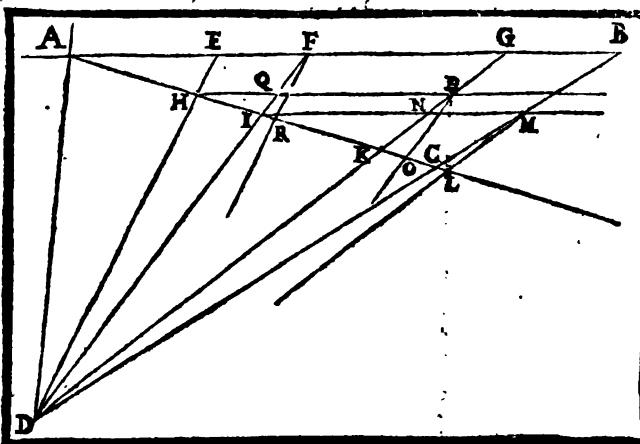
IDEM sequitur, si basis coni statuatur circulus EF, & infra eam circulus illi parallelus BC, vt ex demonstratione constat.

ITAQVE si alteruter circulorum EF, BC, in partes æquales diuidatur, & ex vertice A, per diuisionum puncta rectæ emittautur, secabitur alter quoque circulus in partes æquales.

LEMMA XXIX.

SI duæ rectæ lineæ se mutuo contingant in vno puncto, & à quouis puncto extra ipsas in eodem plano plures

rectæ

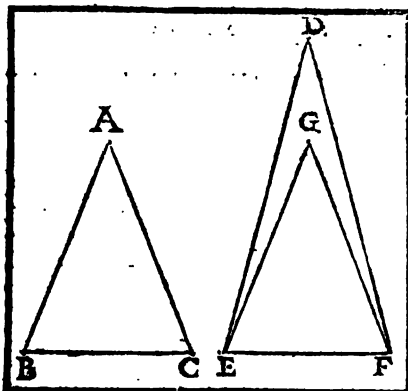
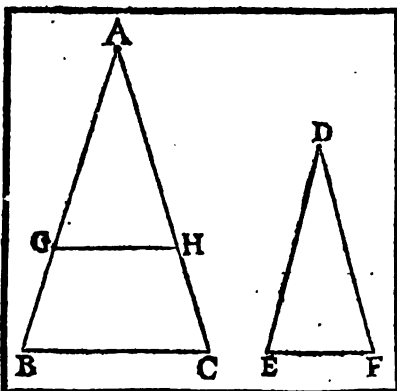
rectæ ducantur, quæ eas secent; Habebunt segmenta remotioris lineæ ab assumpto puncto, versus punctum sectionis linearum propositarum progrediendo, maiorem proportionem, quàm segmenta lineæ propioris.

DVAE rectæ AB, AC, sese contingāt, vel secent in A, & ex puncto D, quotuis rectæ ducantur, DA, DE, DF, DG, DB, vtramque secantes. Dico maiorem proportionē esse BG, ad GF, quā CK, ad KI, & maiorem GF, ad FE, quàm KI, ad IH, & maiorem FE, ad EA, quàm IH, ad HA. Ducta enim per I, ipsi AB, parallela IM, secāte rectas DB, DG, in M, N, ducatur per M,

ipsi DG, parallela ML, quæ rectam AC, productā secabit in L. Cum enim MD, conueniat in A, cadet ML, ipsi ND, parallela extra triangulum DMN. Quoniā igitur est, vt BG, ad GF, ita MN, ad NI, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. [a] & vt MN, ad NI, ita LK, ad KI; erit quoque vt BG, ad GF, ita LK, ad KI. [b] Habet autem LK, ad *KI*, maiorem proportionem, quàm C*K*, ad *KI*. *I*gitur & BG, ad GF, maiorem proportionē habebit, quàm C*K*, ad KI. Eodem pacto, si per H, ducatur ipsi AB, parallela HP, secans DG, DF, in P, Q, & per P, agatur ipsi DF, parallela PO, secans AK, productam in O; erit vt GF, ad FE, ita PQ, ad QH, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. [c] Et vt PQ ad QH, ita OI, ad IH. Igitur erit quoque vt GF, ad FE, ita OI, ad *I*H. [d] Habet autem OI, ad IH, maiorem proportionem, quàm *KI*, ad *IH* Maiorem ergo proportionem habebit quoque GF, ad FE, quàm *KI*, ad *I*H. Atque ita agendum erit in cæteris segmentis, si plura fuerint, donec ad vltima duo FE, EA, ventum fuerit. Tunc enim non ducenda est per A, ipsi AB, parallela, sed solum per F, ducenda FR, ipsi DE, parallela secans *AI*, productam in R. [e] Erit enim rursus, vt FE, ad EA, ita RH, ad HA. [f] Habet autem RH, ad HA, maiorem proportionem, quam *IH*, ad HA. *I*gitur & FE, ad EA, maiorem proportionem habebit, quàm *IH*, ad HA, quod est propositum.

[a] 2. sexti.
[b] 8. quinti.
[c] 2. sexti.
[d] 8. quinti.
[e] 2. sexti.
[f] 8. quinti.

LEMMA XXX.

SI duo triangula Iſoſcelia baſes habeant æquales, latera verò vnius maiora ſint lateribus alterius: minora latera maiorem angulum continebunt. Et ſi vnius latera lateribus alterius maiora ſint, angulumque contineant maiorem: illius baſis baſe huius maior erit.

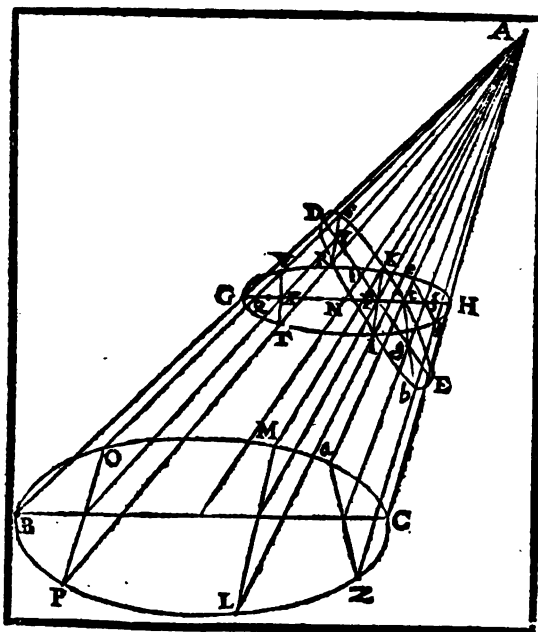
DVO triangula *Iſoſcelia* ABC, DEF, habeant baſes BC, EF, æquales, ſed latera DE, DF, maiora ſint lateribus AB, AC. Dico angulum A, angulo B, maiorem eſſe. [a] Deſcribatur enim ſupra baſem EF, triangulum EGF, triangulo ABC, æquilaterum, & æquiangulum, cadetque punctum G, intra triangulum DEF. Nam ſi extra caderet, vel rectæ EG, FG, includerent rectas ED, FD; [b] atque ita eſſent latera GE, GF, hoc eſt, AB, AC, maiora lateribus DE, DF, quod eſt contra hipotheſim; vel altera earum ſecaret alteram ipſarum DE, DF, atque ita vnus angulorũ GEF, GFE, eſſet maior vno angulorũ DEF, DFE, & alter minor. [c] Cum ergo DEF, DFE, ſint æquales; eſſet anguli GEF, GFE, inæquales, quod eſt abſurdũ, [d] cũ inter ſe ſint æquales. Idem ſequeretur ſi punctum G, diceretur cadere in alterutram rectarum DE, DF. Neque vero dici poteſt, ipſum cadere in D. Eſſent enim tunc latera DE, DF, lateribus AB, AC, æqualia, quod cum hypotheſi pugnat. Cadit ergo punctum G, intra triangulum DEF; [e] ideoque angulus G, hoc eſt angulus A, angulo D, maior erit, quod eſt propoſitum.

[a] 23. primi.
[b] 21. primi.
[c] 5. primi.
[d] 5. primi.
[e] 21. primi.

SINT rurſus *Iſoſcelis* ABC, duo latera AB, AC, maiora duobus lateribus DE, DF, angulusque A, maior angulo D. Dico baſem BC, baſe EF, maiorẽ eſſe. Abſciſsis enim rectis AG, AH, æqualibus ipſis DE, DF; erit ducta GH, ipſi BC, parallela. [g] Ergo vt AB, ad BC, ita AG, ad GH: Eſt autẽ AB, maior, quàm AG. [h] Igitur & BC, maior erit quàm GH. Item cum latera AG, AH, lateribus DE, DF, ſint

[f] 2. ſexti.
[g] 4. ſexti.
[h] 14. quinti.

a 24. primi. DF, sint æqualia, angulusque A, maior angulo D; erit basis GH, maior base EF. Est autem BC, ostensa maior, quàm GH. Multo ergo maior erit BC, quàm EF, quod est propositum.

LEMMA XXXI.

SI in cono scaleno circulus sit basi subcontrarie positus, rectæ lineæ ex vertice in superficie conica ductæ, quarũ vna sit latus trianguli per axẽ ad basem recti, auferent ex base, & circulo illo arcus dissimiles. Et si in vno auferãtur duo arcus oppositi æquales, auferentur in altero duo arcus inęquales, maior quidem versus angulum minorem triãguli per axem, minor vero versus angulum maiorem.

IN cono ABC, scaleno triangulum per axem sit ABC, ad basem BC, rectum, & circulus subcontrariæ sectionis DE, cuius diametro DE, diuisa bifariam in F, ducatur per F, basi BC, parallela GH, per quam planum ducatur ad triangulũ per axem rectum, vel basi coni parallelum, faciẽs per lẽma 17. circulũ GIHK, qui circulum subcontrariæ sectionis secet in I, K; ducanturque primum duæ rectæ AL, AM, per I, K, cõmunes sectiones circulorum DIE, GIH, secantes basem in L, M. Dico tam arcus BL, DI, quàm BM, DK, & quàm CL, EI, & quã CM, EK, dissimiles esse. Secent enim plana circulorũ DE, GH, sese per rectã LK,

b 19. vndec. c 38. vndec. Et quoniam vterque circulus ad triangulum ABC, rectus est; b erit quoque cõmunis eorum sectio IK, ad idem triangulum recta; c cadetque propterea tam in DE, communem sectionem circuli DIEK, & trianguli ABC, quàm in GH, communem sectionem circuli GIHK, & eiusdem trianguli ABC, ac propterea per punctum F, vbi communes hæ sectiones se mutuo diuidunt, transibit; facietque ex defin 3. lib. 11. Euclid. angulos DFI, GFI, rectos. Quia vero diameter DE, secta est bifariam in F, erit diameter GH, maior, eiusque pars maior FG, versus

mino-

minorem angulum AGH, verget, vt in scholio lemmatis 17. demonstrauimus, proptereaque centrum circuli GIHK, in recta FG, existet, quod sit N. Igitur segmentum IGK, maius erit semicirculo. Est autem IDK, semicirculus, quod F, centrũ sit circuli DIEK. Igitur tã arcus IGK, IDK, quàm IHK, IEK, dissimiles sunt; & IGK, maior, quàm vt similis sit arcui IDK, at IHK, minor, quàm vt arcui IEK, similis sit. Et quia semicirculi IDK, IEK, bifariam secantur in D, E, quod ex penultima propositione scholij propos. 27. lib. 3. Euclid. ob angulos rectos ad F, quatuor arcus DI, IE, EK, KD, quadrãtes sint; Item arcus IGK, IHK, secti sunt bifariam in G, H. Nam recta NF, diuidens rectam IK, ex centro N, ad angulos rectos, [a] secat eandem bifariam. Igitur & arcus IHK, bifariam secabitur ex propos. vltima scholij propos. 27. lib. 3. Euclid. ac proinde & reliqui arcus GI, GK, ex semicirculis æquales erunt. Igitur & arcus GI, GK, semisses arcus IGK, maiores sunt, quàm vt similes sint arcubus DI, DK, qui semisses sunt arcus IDK; at HI, HK, semisses arcus IHK, minores, quàm vt similes sint arcubus EI, EK, qui semisses sunt arcus IEK. Et quoniam arcus BL, BM, CL, CM, arcubus GI, GK, HI, HK, similes sunt, ex lemmate 28. erunt eodem modo arcus BL, BM, CL, CM, arcubus DI, DK, EI, EK, dissimiles.

a 3. tertij.

DVCATVR deinde alia recta AP, ad circumferentiam basis secans subcontrariam sectionem in R, & circulum GH, in T: & ex R, demittatur ad diametrum DE, perpendicularis RY, quæ producta secet circumferentiam ex altera parte in S, ducaturque ex A, per S, recta AS, secans circumferentiam basis in O, & circulum GH, in V. Dico arcus quoque BP, BO, arcubus DR, DS, & arcus CP, CO, arcubus ER, ES, dissimiles esse. Quoniam enim RS, per defin. 4. lib. 11. Euclid. perpendicularis est ad triangulum ABC, quòd perpendicularis sit ducta ad DE, communem sectionem trianguli ABC, & circuli DRE, qui ad illud triangulum rectus est; [b] erit quoque triangulum ARS, per RS, ductum ad idem triangulum ABC, rectum, facietque in circulo GH, communem sectionẽ TV, secãtem GH, diametrum in X. Quia ergo tam planum circuli GH, quàm trianguli ARS, rectum est ad triangulum ABC; [c] erit etiam communis eorum sectio TXV, ad idem perpendicularis; ideoque ex defin. 3. lib. 11. Euclid. anguli ad X, recti erunt; [d] atque adeo vtraque RS, TV, secta erit bifariam in Y, X, propterea; vterque arcus RDS, TGV, ex vltima propos. scholij propos. 27. lib. 3. Euclid. sectus quoque erit bifariã; ac proinde & tam reliqui arcus ER, ES, quam HT, HV, ex semicirculis æquales erunt. Iam vero si ducatur recta ex A, ad X, ipsa transibit per Y. Cum enim ea recta in plano trianguli ABC, existens rectã DE, in eodem triangulo existentem, & existens in triangulo quoque ATV, rectam RS, in eodem existentẽ secet, solum vero punctum Y, rectæ RS, in triangulo ABC, existat, (quia RS, ad illud triangulum perpendicularis est.) per punctũ Y, transibit omnino. Quare ducta recta AN, ad N, centrum circuli GH, secante semidiametrũ DF, in i; erit ex lemmate 29. maior proportio GX, ad XN, quàm DY, ad Yi: [e] Habet autem DY, ad Yi, maiorẽ proportionem, quàm ad YF. Igitur multo maiorẽ habebit GX, ad XN, quã DY, ad YF. [f] Si ergo secetur GN, in Q, vt sit GQ, ad QN, sicut DY, ad YF; cadet punctũ Q, inter G, & X. Nã si caderet vltra X, esset multo maior proportio GQ, ad QN, quàm GX, ad XN; quod tunc GQ, maior foret, quàm GX, & QN, minor quàm XN. Et quoniam per lemma 7. si per Q, duceretur ad GH, perpendicularis, vel ipsi TV, parallela, abscinderetur arcus arcui RDS, similis; erit arcus TGV, maior, quam vt similis sit arcui RDS; ideoque & semisses GT, GV, maiores sunt, quàm vt similes sint semissibus DR, DS; atque idcirco reliqui arcus ex semicirculis HT, HV, minores erunt,

b 18. vndec.

c 19. vndec.

d 3. tertij.

e 8. quinti.

f 10. sexti.

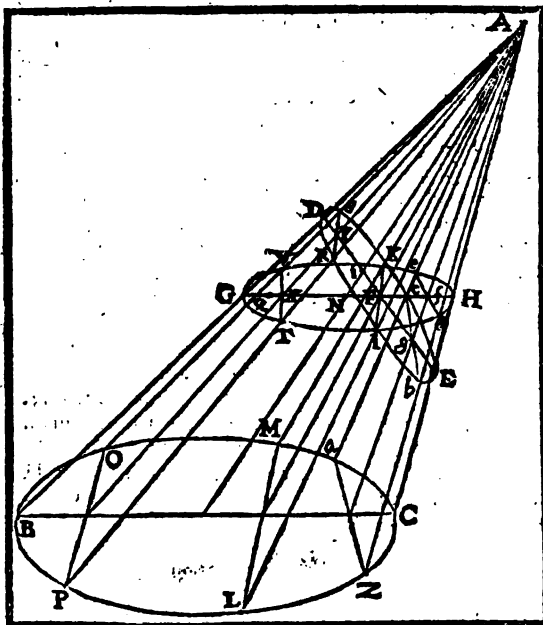
N quàm

quàm vt ſimiles ſint reliquis arcubus ER, ES, ex ſemicirculis. Quia vero ex lemmate 28. arcus BP, BO, CP, CO, arcubus GT, GV, HT, HV, ſimiles ſunt; erunt arcus BP, BO, CP, CO, eodẽ modo arcubus DR, DS, ER, ES, diſsimiles. Eodẽ pacto oſtẽdemus, vbicunq; perpendicularis TV, ſemidiametrũ GN, ſecet, & perpẽdicularis RS, rectã Di, arcũ à perpẽdiculari TV, abſciſſum eſſe maiorẽ, quã vt ſimilis ſit arcui, quẽ tũc perpẽdicularis RS, abſcindit, &c. Quòd ſi perpẽdicularis TV, tranſeat per centrũ N, ac proinde perpẽdicularis RS, per punctũ i, manifeſtũ eſt, arcum per illã abſciſſum, maiorẽ eſſe, quàm vt ſimilis ſit arcui per hanc abſciſſo, cum illa ſemicirculus ſit, hic vero ſemicirculo minor. Eademq; ratione, ſi perpendicularis TV, ſecet GF, vltra N, centrũ & citra F, ac propterea perpẽdicularis RS, ſemidiametrũ DF, vltra i, & citra F, auferetur ex circulo GH, arcus ſemicirculo maior, & ex circulo DE, minor, atque idcirco ille maior erit, quàm vt huic ſimilis ſit. Contrarũ accidet, ſi ex parte alterius ſemicirculi IEK, recta quæcunque ex vertice A, ducatur Ab, ſecans circulum GH, in d, & demittatur bg, ad DE, perpendicularis ſecans circumferentiam ex altera parte in c, puncto, per quod ex vertice A, recta emittatur ſecans circulum GH, in e. [a] Erit enim hoc triangulum Abc, rectum ad triangulum ABC, quia nimirũ ducitur per rectam bg, ad triangulum ABC, perpẽdicularem; facietq; cũ circulo GH, ſectionẽ rectã de, quæ ſecet GH, in f. Quia ergo tam planum circuli GH, quã trianguli Abc, rectum eſt ad triangulũ ABC; [b] erit eorum communis ſectio de, perpẽdicularis quoq; ad triangulum ABC; ideoq; ex defin. 3. lib. 11. Euclid. & ad rectam GH, in f. [c] Secatur ergo vtraque bc, de, bifariam in g, f; atq; idcirco ex vltima propoſitione ſcholii propoſ. 27. lib. 3. Euclid. vterq; arcus bEc, dHe, bifariam ſecabitur in E, H: & ducta recta Ag, tranſibit per punctum f. Eadem enim prorſus hic eſt demonſtratio, quę in triangulo ARS; quia recta Ag, exiſtens in vtroque plano tam trianguli ABC, quàm trianguli Abc; ſecat vtramque rectam GH, de, in illis planis exiſtentem; ac propterea in earum communi ſectione f, quod ſolum punctum f, rectæ de, ad triangulum ABC, perpendicularis, ſit in triangulo ABC. Quamobrem per lemma 29. maior erit proportio Eg, ad gF, quàm Hf, ad fF: [d] Sed proportio Hf, ad fF, maior eſt, quàm ad fN. Igitur multo maior erit proportio Eg, ad gF, quàm Hf, ad fN; atque idcirco

a 18. vnde.

b 19. vndé.

c 3. tertij.

d 8. quinti.

circo arcus bEc, maior erit, quàm vt similis sit arcui dHe; quod ostendetur, quemadmodum probatum est, arcum TGV, esse maiorem, quàm vt arcui RDS, similis sit, propterea quòd maior erat proportio GX, ad XN, quàm DY, ad YF. Igitur & semisses Eb, Ec, maiores erunt, quàm vt similes sint semissibus Hd, He; ideoque reliqui arcus Db, Dc, ex semicirculis minores erunt, quàm vt reliquis arcubus Gd, Ge, ex semicirculis similes sint. Quoniam autẽ productis rectis Ab, Ac, ad basem, arcus Cz, Ca, Bz, Ba, arcubus Hd, He, Gd, Ge, ex lemmate 28. similes sunt; erunt illi eodem modo arcubus Eb, Ec, Db, Dc, dissimiles.

CAETERVM ex parte semicirculi IEK, à rectis ex vertice A, eductis auferri maiores arcus ex eo, quàm vt similes sint arcubus ex base BC, abscissis, hoc est, arcubus ex circulo GH, abscissis, cum hi ex lemmate 28. similes sint arcubus basis; facile hoc etiam modo demonstrabimus. Ducta vtcunque recta bc, ad diametrum DE, perpendiculari, demittantur ex vertice A, rectæ Ab, Ac, secantes circulum GH, in d, e, iungaturque recta d e. [a] Et quoniam IK, bc, parallelæ sunt, ob angulos rectos ad F, g; duci poterunt per ipsas duo plana parallela. Intelligatur ergo per IK, ductum planum triangulo Abc, parallelum; [b] facietque in hisce planis parallelis planum circuli GIHK, sectiones parallelas IK, d e. Cum ergo bc, eidem IK, sit parallela ostensa; [c] erunt etiam bc, d e, parallelæ. Igitur triangulum Ade, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Euclid. triangulo Abc, simile erit. [d] Quare erit vt A b, ad bc, ita Ad, ad d e. Cum ergo Ab, maior sit, quàm Ad; [e] erit quoque bc, maior quàm d e. Quocirca cum circulus DE, minor sit circulo GH, quod diameter DE, minor sit ostensa, quàm diameter GH; auferet bc, maior linea ex minore circulo DE, maiorem arcum bEc, quam vt similis sit arcui dHe, quem minor linea d e, ex maiore circulo GH, aufert; ex ijs, quæ in lemmate propos. 6. lib. 3. Theod. demonstrauimus. Igitur & semisses Eb, Ec, maiores erunt, quàm vt similes sint semissibus Hd, He. Vterque enim arcus bEc, dHe, bifariam sectus est in E, H, ex vltima propos. scholii propos. 27. lib. 3. Euclid. Nam diameter DE, secat rectam bc, per constructionem ad angulos rectos; [f] Item diameter GH, secat d e, ad angulos rectos, ob parallelas IK, d e, quarum IK, ad angulos rectos secatur à GH, vt supra ostendimus, propterea quod IK, communis sectio circulorum DE, GH, ad triangulum ABC, rectorum, recta est ad idem triangulum; ac proinde & ad rectam GH, perpendicularis, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. [g] ac proinde & bifariam vtraque bc, d e, secabitur. Quocirca cum arcubus Hd, He, similes sint arcus Cz, Ca, ex lemmate 28. erunt quoque arcus Eb, Ec, maiores, quàm vt similes sint arcubus Cz, Ca, & ex semicirculis reliqui Db, Dc, minores, quàm vt sint reliquis Bz, Ba, ex semicirculis similes.

a 28. primi.
b 16. vndec.
c 9. vndec.
d 4. sexti.
e 14. quinti.
f 29. primi.
g 3. tertij.

EX his omnibus constat, quemlibet arcum vtriusuis circuli interceptum inter latus trianguli per axem longius, & rectam quamcumque ex vertice demissam, maiorem esse, quàm vt similis sit arcui alterius circuli inter easdem rectas intercepto, vsque ad finem semicirculi. Ita enim demonstratum est, arcus BP, BL, BZ, maiores esse, quàm vt arcubus DR, DI, Db, similes sint: Item arcus Eb, EI, ER, maiores, quàm vt similes sint arcubus CZ, CL, CP; eademque ratio est de cæteris. Itaque si semicirculus DIE, secetur in singulos gradus, complectetur arcus semicirculi BLC, respondens vni gradui semicirculi DIE, plus quam vnum gradum: Et arcus respondens duobus gradibus, maior erit duobus gradibus: Et arcus respondens tribus gradibus, maior erit tribus gradibus; atque ita deinceps vsque ad finem vtriusque semicirculi DIE, BLC, initio semper facto à punctis D, B, in arcubus. Sic

etiam, si semicirculus CLB, in suos gradus secetur, erunt ordine singuli arcus semicirculi E*I*D, initio semper facto à punctis E,C, maiores quam 1.2.3.4.5.6. &c. gradus.

POSTREMO sint arcus oppositi æquales DR, Ec, ducanturque rectæ ARP, Aca, secantes circulum *GH*, in T,e. Dico arcus BP, Ca, inæquales esse, maiorem quidem BP, minorem vero Ca. Sumptis enim aliis duobus arcubus DS, Eb, æqualibus ipsis DR, *Ec*, iungantur rectæ RS, bc, & per S, b, ducantur duæ rectæ AS, Ab, secantes basim in O,Z, & circulum *GH*, in V,d, iunganturque rectæ TV, de. Eruntque, vt paulo ante demonstrauimus, bc, de, parallelæ. Nam cum arcus Eb, *Ec*, æquales sint; erunt & reliqui bi, c*K*, ex semicirculis æquales. *I*gitur ex scholio propos. 27. lib 3. Euclid. *IK*, bc, parallelæ sunt. Quocirca si per *IK*, intelligatur duci planum triangulo Abc, per bc, ducto parallelum, a faciet in his planis parallelis planum circuli *GH*, sectiones parallelas *I*K, de. Cum ergo bc, eidem *IK*, ostensa sit parallela; b erunt etiam bc, de, parallelæ. Eodem modo parallelæ erunt *R*S, TV, ac proinde tam triangula Abc, Ade, quàm ARS, ATV, similia erunt, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Euclid. Sunt autẽ Abc, ARS, *I*soscelia, quod ex lemmate 27. tã Ab, Ac, æqualiter distantes à maxima AE, quã AR, AS, æqualiter distantes à minima AD, æquales sint. *I*gitur & Ade, ATV, *I*soscelia sũt. Et quoniã latera AR, AS, minora sunt lateribus Ab, Ac, ex lemmate 27. c basis autem RS, basi bc, æqualis, ob arcus æquales RDS, bEc; erit per lemma 30. præcedens, angulus RAS, maior angulo bAc. Cum ergo per lemma 27. latera AT, AV, maiora sint lateribus Ad, Ae; erit per præcedens lemma 30. basis TV, base de, maior; ac propterea ex scholio propos. 28. lib. 3. Eucl. arcus T*G*V, maior erit arcu d*H*e. Quia vero TV, ostensa est parallela ipsi *I*K, & *GH*, secat ipsam *I*K, ad angulos rectos; d secabitur quoq; TV, ad angulos rectos, & bifariã in X: ac proinde ex vltima propos. scholij propos. 27. lib. 3. Eucl. arcus quoque T*G*V, bifariam secabitur in *G*. Eademq; ratione & arcus d*H*e, erit in *H*, sectus bifariam. Cum ergo arcus T*G*V, sit ostensus maior arcu dHe; erũt & semisses *G*T, *G*V, semissibus *H*d, *H*e, maiores. Sed his quatuor arcubus similes sunt, ex lẽmate 28. quatuor arcus B*P*, BO, CZ, Ca. *I*gitur & BP, BO, maiores sunt, quàm CZ, Ca. Pari ratione, si arcus BP, Ca, æqua-

a 16. vndec.

b 9. vndec.

c 19. tertij.

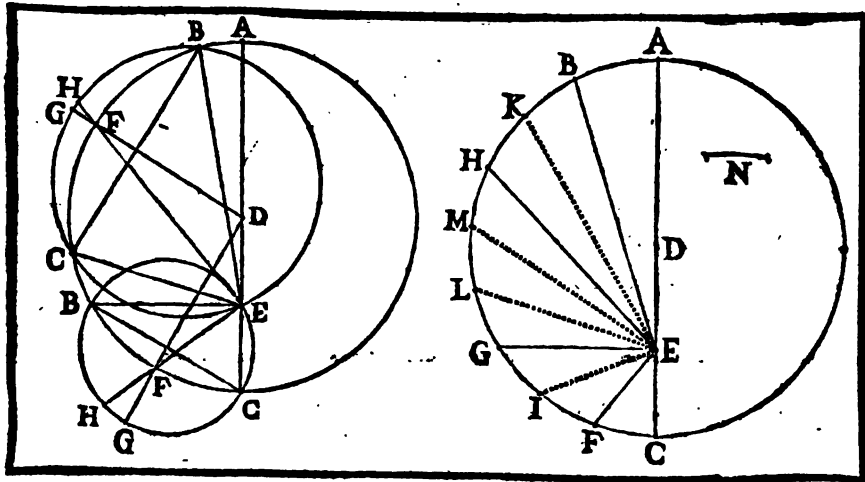
d 29. primi.

Ca, æquales ponantur, ostendemus Ec, maiorem quàm DR, Nam facta eadẽ constructione, erit angulus dAe, maior angulo TAV, & basis bc, maior bases RS, &c.

ITAQVE singuli arcus semicirculi BLC, à B, vsque ad L, quod punctum respondet puncto I, in quadrante DI, maiores sunt singulis arcubus æqualibus respondentibus à C, vsque ad L. Nam arcus circumferentiæ CL, æquales sunt arcubus circumferentiæ CM, qui arcubus circumferentiæ BL, opponuntur, minoresque sunt ostensi arcubus circumferentiæ BL. Sic etiam singuli arcus semicirculi EID, ab E, vsque ad punctum, quod medio puncto semicirculi CLB, respondet, maiores sunt singulis arcubus respondentibus æqualibus à D, vsque ad idem punctum, quod medio puncto semicirculi CB, respondet.

LEMMA XXXII.

SI in diametro circuli, præter centrum, punctum quodpiam sumatur, & ex eo rectæ educantur, quæ in circumferentia circuli duos arcus ęquales intercipiant: Erunt anguli ab ipsis comprehensi inæquales, maiorque erit ille, cuius lineę à centro lõgius absunt. Et si rectæ ductæ cõtineãt angulos æquales, erunt arcus intercepti inæquales, maiorque erit ille, cuius lineæ centro propinquiores sunt.

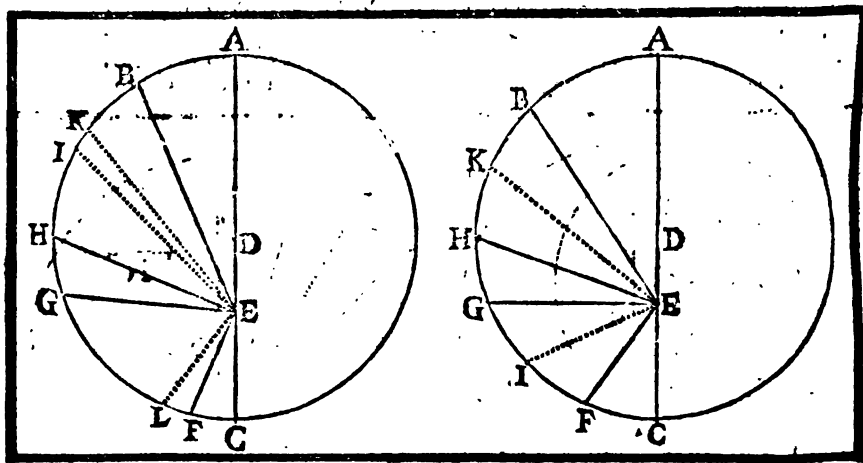
IN circulo ABC, cuius centrum D, in diametro AC, ex puncto E, præter centrum, primum tres rectæ EC, EF, EB, egrediantur intercipientes duos arcus continuos æquales CF, FB, siue eorum initium C, sit in extremo diametri, siue non. Dico angulum CEF, angulo FEB, esse maiorem. Ducta enim chorda

CB, [a] describatur circa triangulum BCE, circulus, qui circulum ABC, secabit in B, C, [b] cum eum in duobus illis punctis tangere nequeat. Ducta iam recta DF, & pro-

a 5. quarti.
b 13. tertij.

& producta, donec circulum BCE, secet in G; quoniam arcus BFC, sectus est bifariam in F, secabitur quoque recta BC, bifariam, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. Igitur & arcus BGC, per idem scholium, in G, sectus erit bifariam. Producta ergo recta EF, donec arcum BGC, secet in H; erit arcus BG, hoc est, CG, maior arcu BH. Multo ergo maior erit arcus CH, arcu BH. Igitur ex scholio propos. 27. lib 3. Euclid. angulus CEH, angulo BEH, maior erit. quod est propositum.

DEINDE quatuor rectæ EF, EG, EH, EB, intercipiant duos arcus æquales non continuos FG, HB, quorum alter totus sit extra alterum, vt in secunda figura. Dico rursus, angulum FEG, maiorem esse angulo HEB. Aut enim intermedius arcus GH, vtrique arcui FG, HB, commensurabilis est; aut incommensurabilis. Sit primum commensurabilis; & sit eorum maxima mensura communis N, singulique arcus FG, GH, HB, diuidantur in partes ipsi N, æquales, nimirum FG, HB, in binas FI, IG; HK, KB: & GH in tres GL, LM, MH. Ductis igitur rectis EI, EL, EM, EK; erit, vt iam demonstratum est, angulus FEI, maior angulo IEG, quod arcus FI, IG, æquales sint continui; & eadem de causa angulus IEG, maior quàm GEL, & hic maior quàm LEM, & hic maior quã MEH, & hic maior quàm HEK; & hic maior quàm KEB, & sic deinceps, si fuerint plures arcus æquales. Multo ergo maior erit angulus FEI, angulo HEK, & IEG, maior quam KEB; ac proinde & totus angulus FEG, toto angulo HEB, maior erit. quod est propositum.

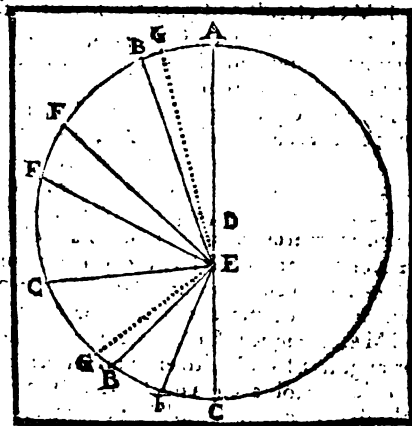
SED iam sit arcus intermedius GH, vtrique arcui FG, HB, incommensura-

bilis, vt in tertia figura. Si igitur angulus FEG, maior non est angulo HEB, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum, si fieri potest, minor; & ex maiore angulo HEB, auferatur angulus HEI, angulo FEG, æqualis: atque ex lemmate 2. propos. 8. lib 3. Theodos. inueniatur arcus HK, maior quidem quàm HI, minor vero quàm HB, & arcui intermedio GH, commensurabilis. Et quia arcus FG, arcui HB, ponitur æqualis, erit arcus FG, maior quam HK. Abscisso ergo arcu

GL,

GL, æquali ipsi *HK*, ductaque recta EL; quoniam arcus LG. HK, non continui sunt æquales, & intermedius arcus G*H*, est vtrique commensurabilis, ex constructione, erit, vt proxime demonstratum est, angulus LEG, maior angulo *H*E*K*. Ergo multo maior angulo *H*EI. Cum ergo ex constructione, angulus *H*EI, ablatus sit angulo *F*EG, æqualis; erit quoq; angulus LEG, maior angulo *F*EG, pars toto. quod est absurdum. Non ergo minor est angulus FEG, angulo *H*EB.

SIT deinde, si fieri potest, angulus FEG, angulo *H*EB, æqualis, vt in quarta figura; sectisque arcubus *F*G, *H*B, æqualibus bifariam in I, K, ducantur rectæ EI, EK. Quoniam ergo tam continui arcus *H*K, KB, semisses arcus HB, quàm arcus continui FI, IG, semisses arcus FG, æquales sunt; erit, vt supra demonstrauimus, angulus *H*EK, maior semisse anguli *H*EB. Eadem ratione angulus FEI, maior erit angulo IEG, ideoque angulus IEG, minor semisse anguli *F*EG. Cum ergo anguli FEG, *H*EB, ponantur æquales; erit IEG, minor quàm *H*EK. quod est absurdum. Cum enim arcus IG, HK, semisses arcuum æqualium FG, *H*B, æquales sint, & non continui, si quidem intermedius G*H*, est illis commensurabilis, erit angulus *F*EG, maior angulo *H*EK, vt demonstratum est; si vero incommensurabilis, non poterit angulus IEG, minor esse angulo *H*EK, vt paulo ante demonstratum etiam est. Non ergo angulus FEG, angulo *H*EB, æqualis est: sed neque minor est ostensus. Maior ergo est. quod est propositum.

AD extremum quatuor rectæ E*F*, EG, *E*I, E*H*, intercipiant arcus æquales FG, I*H*, habentes partem communem IG, vt in proxima quarta figura. Dico rursus, angulum *F*EG, maiorem esse angulo *IEH*. Nam cum æquales sint arcus FG, I*H*, ablato communi IG, erit reliquus FI, reliquo G*H*, quoque æqualis. Ergo vt ostendimus, angulus FEI, angulo *GEH*, maior erit: additoque communi angulo IEG, totus quoque angulus FEG, toto angulo *I*EH, maior erit. quod est propositum.

SED iam rectæ EC, *E*F, E*B*, constituant in E, angulos æquales C*E*F, F*E*B, siue continuos, siue non continuos, vt in quinta figura. Dico arcum BF, maiorem esse arcu *F*C. Si enim non est maior, sit primum æqualis. Ergo vt iam demonstratum est, erit angulus C*E*F, angulo *F*EB, maior. quod est contra hypothesim. Sit deinde, si fieri potest, arcus BF, minor arcu FC, fiatque *F*G, ipsi FC, æqualis. Igitur vt iam ostensum est, erit angulus C*E*F, maior angulo FEG. Multo ergo maior angulo FEB. quod est contra hypothesim. Cum ergo arcus BF, non sit æqualis, nec minor arcu FC; erit omnino maior. quod est propositum.

ITAQVE theorematis huius posterior pars, quam proxime demonstrauimus, multo vniuersalior est propositione vltima scholij propos. 29. lib. 3. Eucl. vbi solum probatum est, si duo anguli C*E*F, F*E*B, sint æquales, initio facto à

puncto

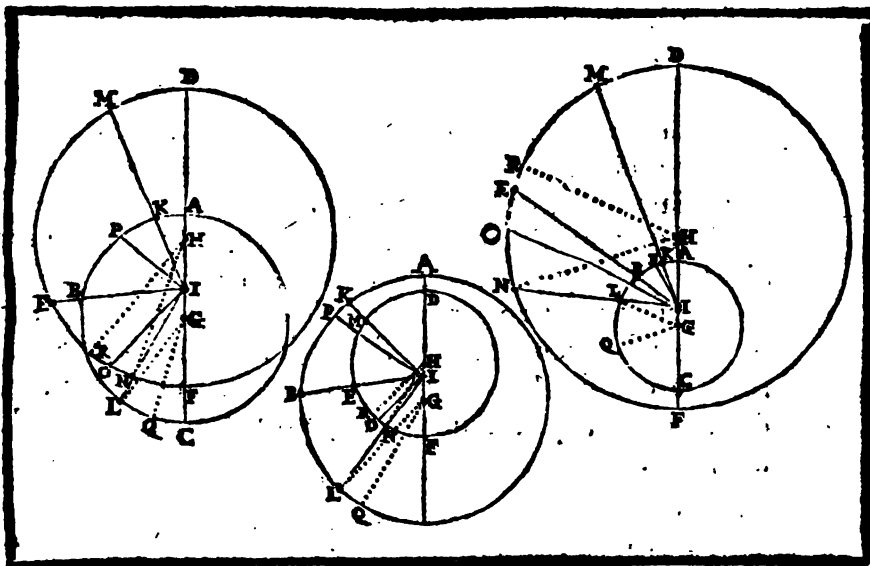
puncto diametri C, arcum BF, arcu FC, maiorem esse: quod tamen hic demonstratum est de quotlibet angulis, & arcubus siue continuis, siue non continuis, & siue vnus eorum initium sumat à diametro, siue non.

LEMMA XXXIII.

SI in circulis se mutuo secantibus, vel non secantibus, diuersa tamen centra habentibus, punctum quodpiam in communi eorum diametro per vtrumque centrum ducta, præter centra sumatur, quod & inter vtrumque centrum, & intra vtrumque circulum existat: Rectæ lineæ ab eo puncto eductæ secantes vtriuslibet circulorum circumferentiam in arcus æquales, secabunt alterius circumferentiam in arcus inæquales, maiorque semper erit ille, cuius lineæ centro propinquiores sunt: Arcus item quilibet illius circuli, cuius centrum est inter assumptum punctum, eiusque circumferentiam, interceptus inter communem diametrum, & quamlibet rectam ex eodem puncto eductam, si minor est semicirculo, maior est, quàm vt similis sit arcui alterius circuli inter easdem rectas intercepto.

DVO circuli ABC, DEF, se mutuo secent, vel si non se intersecant, habeant centra diuersa, & G, sit centrum circuli ABC, at *H*, centrum circuli DEF. Diameter communis sit DC, per centra G, *H*, transiens. Ex puncto autem I, inter vtrumque centrum, & intra vtrumque circulum, cadant quotuis lineæ IK, IB, *IL*, intercipientes in circulo ABC, arcus æquales KB, BL, productæ autẽ, si opus est, secent circulum DEF, in M, *E*, N. Dico arcus ME, EN, inæquales esse, maiorem quidem ME, & minorem EN. Si namque arcus ME, maior non est arcu EN; erit vel æqualis, vel minor. Sit primum, si fieri potest, æqualis. *E*rgo per lemma præcedens, angulus NIE, maior erit angulo EIM. Sed per idem lemma, propter arcus æquales KB, BL, angulus *K*IB, hoc est, EIM, maior est angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Idem ergo angulus NIE, maior est angulo E*I*M, & minor. quod est absurdum. Non ergo arcus M*E*, arcui *E*N, æqualis est. Sit deinde, si fieri potest, arcus M*E*, minor arcu EN. Abscisso ergo arcu EO, æquali ipsi M*E*, ductaque recta O*I*; erit per idem lemma præcedens, angulus OI*E*, maior angulo EIM. Multo ergo maior erit angulus NI*E*, angulo *E*IM. Sed per idem lemma, ob arcus æquales KB, BL, angulus KIB, hoc est, *E*IM, maior est angulo BIL, hoc est, angulo N*I*E. *I*dem ergo angulus NIE, maior est, & minor, eodem angulo *EI*M. quod est absurdum. Non ergo arcus M*E*, arcu *E*N, minor est: Sed neque æqualis, vt ostensum est. *I*gitur maior.

EADEM

EADEM ratione, si æquales ponantur arcus ME, EN, erit arcus LB, maior arcu BK. Si enim non est maior, sit primum, si fieri potest, æqualis. Ergo per lemma præcedens, angulus KIB, hoc est, EIM, maior erit angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Sed per idem lemma, ob arcus æquales ME, EN, angulus NIE, maior est angulo EIM. Idem ergo angulus NIE, maior est, & minor, eodem angulo EIM. quod est absurdum. Non ergo arcus LB, arcui BK, æqualis erit. Sit deinde, si fieri potest, arcus BL, minor arcu BK. Abscisso ergo arcu BP, æquali ipsi LB, ductaq; recta PI; erit per idem lemma præcedens, angulus PIB, maior angulo BIL. Multo ergo maior erit angulus KIB, hoc est, EIM, angulo BIL, hoc est, angulo NIE. Sed per idem lemma, ob æquales arcus ME, EN, angulus NIE,

maior est angulo EIM. Idem ergo angulus NIE, maior est, & minor eodem angulo EIM. quod est absurdum. Non ergo arcus LB, minor est arcu BK: Sed neque æqualis, vt ostendimus. Igitur maior.

DICO rursus arcus DM, DE, DN, maiores esse, quàm vt similes sint arcubus AK, AB, AL. Item arcus CL, CB, CK, maiores, quã vt similes sint arcubus FN, FE, FM Ducta enim recta HN, ex centro H, agatur ei parallela GQ, ex centro G. [a] Quoniã igitur anguli DHN, AGQ, ad cẽtra æquales sunt, externus & internus; erunt ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus DN, AQ, similes. Maior ergo est MN, quàm vt similis sit arcui AL, qui pars est arcus similis AQ. Eodemque modo ostendes DE, DM, maiores esse, quàm vt similes sint arcubus AB, AK.

RVRSVS ducta recta GL, ex centro G, agatur ei parallela HR, ex centro H. [b] Quia igitur anguli CGL, FHR, ad centra æquales sunt, externus & internus; erunt ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus CL, FR, similes. Maior ergo est

a 29. primi.

b 29. primi.

O CL, quàm

CL, quàm vt arcui FN, qui ipsius FR, pars est, similis sit. Eademque ratione erunt CB, CK, maiores, quàm vt ipsis FE, FM, similes sint.

PERSPICVVM autem est, propositionem hanc veram esse, siue arcus in vtroque circulo continui sint, siue non continui. Id quod ex antecedenti lemmate apparere potest.

LEMMA XXXIIII.

SI circulus circulum bifariam secet, vel non bifariam, aut nullo modo secet, & per centra ad rectam per eadem centra eiectam ducantur duæ diametri perpendiculares: Rectæ duæ lineæ egredientes ex puncto rectæ per centra eiectæ, per quod transit recta, quæ extrema duarum diametrorum ductarum coniungit, & quod in vtroque circulo existit, facientesque cum recta vtrique diametro æquidistante ex vtraque parte, vel cum recta per centra transeunte, angulos æquales, intercipient in vtroque circulo arcus similes: Ipsa quoque recta vtrique diametro æquidistans ex vtroque circulo alternos arcus similes abscindet. Et contra si duæ rectæ arcus similes intercipiant, constituent cum eadem recta æquidistante ad vtrasque partes angulos æquales.

SECET circulus ABCD, circulũ EFGH, bifariã, vel non bifariã, aut nullo modo secet; sintque eorum centra I, K, per quę recta eijciatur AIKG, & per eadẽ ad AG, perpendiculares educantur BID, FKH, quarũ posterior cadet in cõmunes sectiones circulorũ F, H, quãdo vnus alterũ bifariã secat, vt cõtingit in prima & secunda figura, cũ hæc diameter FH, sit omno ad AG, perpendicularis. Quia enim cum recta IK, ex cẽtro I, secans rectã FH, in circulo ABCD, bifariã in K, (quod K, cẽtrũ sit circuli EFGH,) a secat eandẽ ad angulos rectos; erit diameter FH, ad eandẽ AG, perpendicularis. Ducta autẽ recta BH, secet eandem AG, in L, puncto existente in vtroq; circulo, ex quo ad eandẽ AG, perpendicularis erigatur LM, secans circulum EFGH, in N: ac tandem ad L, fiant duo anguli æquales; MLO, MLP; ac proinde ex rectis reliquos OLA, PLG, secetq; recta LO, circulũ EFGH, in Q; recta vero LP, circulum ABCD, in R. Dico & arcus alternos CM, EN, vel AM, GN, quos perpendicularis LMN, abscindit, & arcus OR, QP, inter duas rectas LO, LP, esse similes. b Quoniam enim BD, FH, ad AG, perpendiculares parallelæ sunt, c erunt anguli alterni IBL, KHL, æquales: Sunt autem & recti BIL, HKL, d & anguli BLI, HLK, ad verticem æquales. Aequiangula igitur sunt triangula BIL, HKL. e Erit igitur vt BI, ad IL, ita HK, ad KL. Est autem ML ipsi

a 3. tertij.
b 28. primi.
c 29. primi.
d 15. primi.
e 4. sexti.

ipsi BI, & NK, ipsi HK, æqualis. Igitur erit quoque vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Quoniam igitur in triangulis MIL, NKL, anguli recti ILM, KLN, æquales sunt, & latera circa angulos MIL, NKL, proportionalia, vt ostendimus, reliquorum autem angulorum M, N, vterque minor est recto, ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Euclid. [a] erunt ipsa triangula æquiangula, angulosque MIL, NKL, ad centra æquales habebunt. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus CM, EN, similes sunt; ac proinde ex semicirculis reliqui AM, GN, similes quoque erunt, ex eodem scholio. quod est secundum.

[a] 7. sexti.

IVNGANTVR rectæ IO, KP, IR, KQ. Et quoniam in triangulis ILO, KLP, anguli ILO, KLP, æquales sunt, (Cũ enim MLI, MLK, recti sint, & MLO, MLP, æquales, ex hypothesi; erunt etiam reliqui ILO, KLP, æquales.) & latera circa angulos LIO, LKP, proportionalia, (Erat enim in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Cum ergo OI, ipsi MI, & PK, ipsi NK, sit æqualis; erit quoque, vt OI, ad IL, ita PK, ad KL,) reliquorum autem angulorum IOL, KPL, vterque recto minor est, [b] quòd ductæ rectæ AO, CO; EP, GP, in semicirculis faciant angulos rectos, quorum illi partes sunt; [c] erunt ipsa triangula æquiangula, angulosque LIO, LKP, habebunt æquales.

[b] 31. tertij.
[c] 7. sexti.

RVRSVS quia in triangulis ILR, KLQ, anguli ILR, KLQ, æquales sunt, (cum enim æquales positi sint MLR, MLQ, additis rectis æqualibus MLI, MLK, toti ILR, KLQ, æquales fiunt;) & latera circa angulos LIR, LKQ, proportionalia, (Erat enim in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Cum ergo RI, ipsi MI, & QK, ipsi NK, sit æqualis; erit quoque vt RI, ad IL, ita QK, ad KL.) reliquorum autem angulorum IRL, KQL, vterque recto minor est, [d] quòd ductæ rectæ AR, CR; EQ, GQ, faciant in semicirculis angulos rectos quorum illi partes sunt; [e] erunt triãgula ipsa æquiangula, angulosque LIR, LKQ, æquales habebunt. Ostensi sunt autem & æquales toti anguli LIO, LKP. Ablatis igitur æqualibus LIR, LKQ, reliqui OIR, QKP, æquales etiam erunt in centris I, K; ac proinde ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus OR, QP, similes erunt. quod est primum.

[d] 31. tertij.
[e] 7. sexti.

VERVM intercipiant iam rectę LO, LP, arcus similes OR, QP. Dico angulos

 gulos

gulos OLM, PLM, æquales esse. Pōductis enim OL, PL, vsque ad T, V. iungantur rectæ OR, QP; IS, KT; IV, KX. Et quia triangula quatuor IOS, IRV, KQT, KPX, Isoscelia sunt; [a] erunt bini anguli in singulis æquales. Quoniam vero in triangulis OIL, TKL, [b] anguli ad verticem L, æquales sunt, & latera circa angulos OIL, TKL, proportionalia, (erat enim in triangulis MIL, NKL, vt MI, ad IL, ita NK, ad KL. Cum ergo OI, ipsi MI, & TK, ipsi NK, sit æqualis; erit quoque vt OI, ad IL, ita TK, ad KL) reliquorum autem angulorum IOL, KTL, vterq; minor recto est, [c] quod ductę rectæ AO, CO; ET, GT, angulos in semicirculis faciant rectos, quorum illi partes sunt; [d] erũt triangula ipsa æquiangula, æqualesque habebunt angulos LIO, LKT, & IOL, KTL. Erat autē angulo IOL, æqualis angulus ISL, & angulo KTL, angulus KQL, ꝑpter Isoscelia IOS, KQT. Quatuor ergo anguli IOL, ISL, KQL, KTL, æquales inter se sunt. Eadem prorsus ratione ostendemus quatuor angulos IVL, IRL, KXL, KPL, æquales esse inter se.

a 5. primi.
b 15. primi.
c 31. tertij.
d 7. sexti.

IAM vero, [e] quoniam angulus PKT, in centro K, vel certe spatium ad centrum K, insistens arcui PGT, vt in secunda figura, duplum est anguli PQT, ad circumferentiam; estque angulus PKT, vel spatium ad K, arcui PGT, insistens, æquale tribus angulis PLT, LPK, LTK, ([f] quòd tam PKG, duobus PLK, LPK, quàm TKG, duobus TLK, LTK, æqualis sit.) erunt quoque tres hi anguli simul PLT, LPK, LTK, dupli anguli PQT. [g] Sed rursus angulus PLT, æqualis est duobus LOR, LRO. Igitur quatuor anguli LOR, LRO, LPK, LTK, simul dupli quoque erunt eiusdem anguli PQT. Cum ergo paulo ante ostensus sit angulo LTK, æqualis angulus IOL; erit totus angulus IOR, vna cum LRO, LPK (sumpto IOL, pro LTK) duplus eiusdem anguli PQT.

e 20. tertij.
f 32. primi.
g 32. primi.

PRAETEREA quoniam triangula Isoscelia OIR, QKP, angulos habent ęquales I, K, in centris, ob positos similes arcus OR, QP; [h] erunt reliqui duo vnius æquales reliquis duobus alterius, ac ꝑpterea quatuor anguli IOR, IRO, KPQ, KQP, æquales inter se erunt; ideoque duo IOR, IRO, dupli erunt anguli KQP. Quare cum tres anguli IOR, LRO, LPK, proxime ostensi sint dupli anguli PQT: sint autem nunc quoque duo IOR, IRO, ablati ex tribus IOR, LRO, LPK, ostēsi dupli anguli KQP, ablati ex PQT; [i] erunt quoq; reliqui IRL, LPK, simul

h 32. primi.
i 5. quinti.

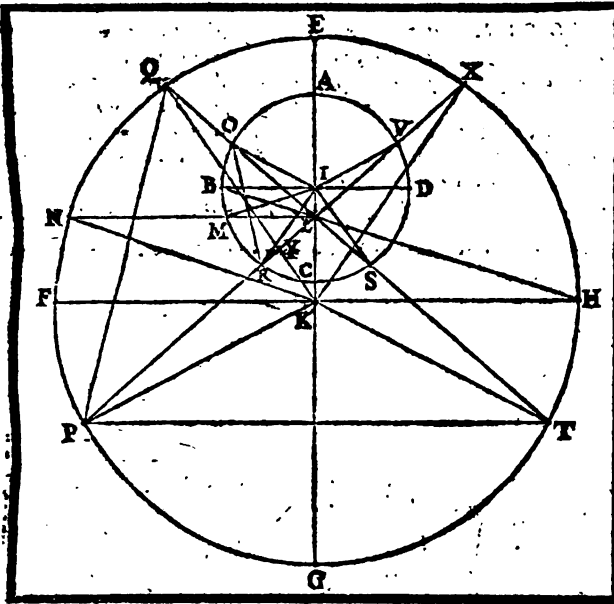
simul dupli reliqui KQL. Sunt autem supra ostensi æquales PRL, LPK. Igitur LPK, solus ipsi KQL, æqualis erit. Cum ergo ipsi KQL, æqualis sit ostensus KTL, erunt quoque KPL, KTL, inter se æquales.

AD extremum iuncta recta PT, [a] erunt anguli KPT, KTP, æquales. Si igitur addantur ad æquales KPL, KTL, vel certe auferantur, vt in secunda figura, æquales quoque erunt vel toti, vel reliqui LPT, LTP; [b] ideoque & rectæ LP, LT, equales erunt, ac proinde, cum duo latera LP, LK, duobus lateribus LT, LK, sint, æqualia, & basis KP, basi KT, æqualis; [c] erit angulus quoque PLK, angulo TLK, æqualis. [d] Cum ergo angulus TLK, angulo OLI, ad verticé æqualis sit; æquales inter se erũt anguli OLI, PLK: ac ppterea & ex rectis reliqui OLM, PLM, equales erũt. q͠ erat propositũ.

a 5. primi.

b 6. primi.

c 8. primi.

d 15. primi.

CAETERUM non est prætereundum hoc loco, cum anguli OIR, QKP, ad centra I, K, æquales sint, ob positos arcus similes OR, QP; vtrilibet eorum æqualem esse angulum OLP, quem rectæ OL, PL, arcus similes abscindentes cõstituunt. Secent enim sese PL, QK, in Y. Et quoniã angulus LPK, angulo KQL, ostensus est æqualis: [e] sunt autem & anguli PYK, QYL, ad verticem æquales; erunt ex coroll. 1. propos. 32. lib. 1. Euclid. reliqui etiam anguli PKQ, PLO, in triangulis PKY, QLY, æquales. Eodem modo ostendetur idem angulus PLO, angulo OIR, æqualis.

e 15. primi.

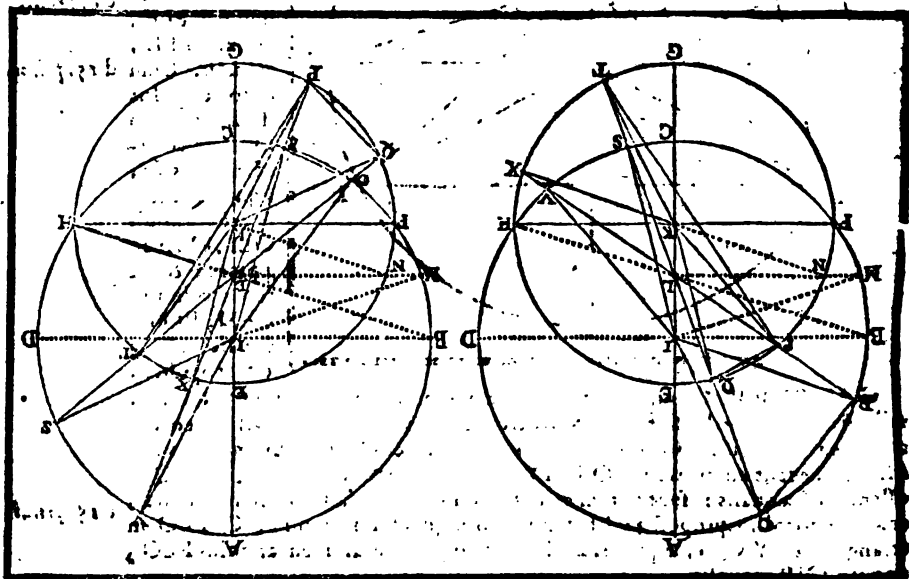
QVOCIRCA si vterque angulorum æqualium OLM, PLM, insistat arcui semissis vnius gradus in circulo, qui ex centro L, describeretur, ita vt totus angulus OLP, arcui vnius gradus insistat; insistent quoque anguli illi æquales OIR, QKP, arcubus vnius gradus: Et si angulus OLP, insistat duobus gradibus, erunt arcus OR, QP, binorũ graduum, &c. Itaque duci possunt ex L, duę rectæ abscindentes arcus similes OR, QP, qui gradus contineant, quotquot quis iusserit: si nimirum constituantur anguli æquales OLM, PLM, quorum quilibet complectatur dimidiatum numerum graduum, qui imperantur.

HAEC autem demonstratio, vt vides, locum habet in omnibus casibus, siue centrum maioris circuli sit intra minorem, vt in prima figura; siue extra,

vt in

vt in secunda, & tertia, siue etiam in ipsa circumferentia minoris. Item siue altera linearum OL, PL, cadat infra diametrum FH, vt in prima figura, & tertia, siue vtraque supra eam diametrum, vt in secunda figura, dummodo ex vtraque parte perpendicularis LM, æquales cum ea angulos constituant.

SCHOLIVM.

QVEMADMODVM autem recta LA, cum qualibet alia ex L, egrediente auferunt arcus dissimiles ex vtroque circulo, vt in antecedente lemmate demonstratum est, ita quoque duæ rectæ quæcunque ex L, supra perpendicularem LM, vel infra eandem cadentes auferunt ex eisdem duobus circulis arcus dissimiles, vt facile ex his, quæ hoc lemmate demonstrata sunt, colligi potest, vt in his duabus figuris apparet. Si namque duæ rectæ OL, PL, siue supra perpendicularem LM, siue infra, abscindere dicantur arcus similes OR, QP, & eadem constructio fiat quæ prius, ostendemus eodem prorsus modo, angulos OLI, PLK, æquales inter se esse: quod est absurdum, cum vnus acutus sit,

& alter obtusus. Solum igitur arcus similes inter duas rectas intercipi possunt inter duas rectas, quæ æquales angulos cum LM, vtrinque faciunt, hoc est, quarum vna supra LM, & altera infra cadit.

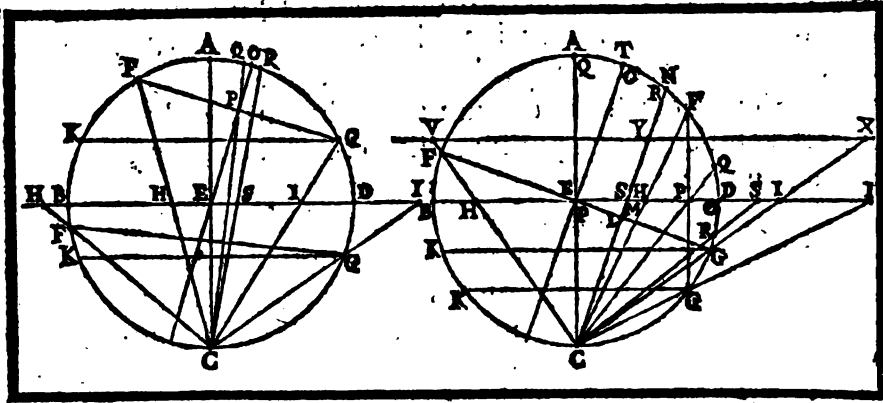
LEMMA XXXV.

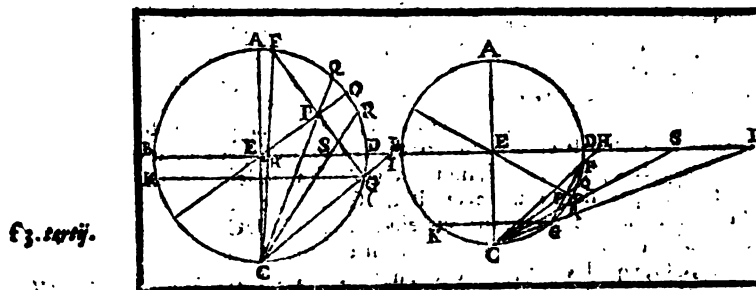
SI in circulo duæ diametri sese ad angulos rectos secent, & in eodem recta ducatur ad vtramque diametrum inclinata,

inclinata, vel vni earum parallela; ab vno autem extremo alterutrius diametrorum per extrema rectæ lineæ inclinatæ, vel ab extremo diametri illius, cui recta æquidistans est, extendantur duæ rectæ triangulum constituentes, cuius basis est recta inclinata, vel illa parallela: Altera diameter abscindet ex huius trianguli lateribus triangulum simile, sed subcontrarie positum. Et si recta inclinata per centrum transeat, recta ex eodem diametri extremo ad eam ducta perpendicularis basem trianguli ab altera illa diametro abscissi bifariam secabit, ipsaque perpendicularis semissi eiusdem basis æqualis erit. Si vero recta per centrum non transeat, siue inclinata sit, siue vni diametrorum parallela, & ad eam ducatur diameter perpendicularis, atque per punctum vbi rectam illam secat, ex eodem illo extremo diametri recta ducatur vsque ad circũferentiam, ac tandem arcui inter hoc punctum circumferentiæ, & diametrum perpendicularem postremo loco ductam, arcus ex altera parte æqualis abscindatur: Recta ex dicto illo extremo diametri ad terminum huius arcus ducta, secabit quoque basim trianguli ab altera illa diametro abscissi bifariam.

SECET sese in circulo ABCD, cuius centrum E, duæ diametri AC, BD, ad rectos angulos, sitque ad vtramque inclinata recta FG, siue citra centrum, vel vltra existat, vt in prima figura, siue per centrum transeat, vt in secunda figura, siue non sit inclinata, sed vni diametrorum, verbi gratia, ipsi AC, parallela, vt in eadem secunda figura; siue denique tota inclinata sit ex vna parte diametri AC, vt in tertia, & quarta figura: quod duobus modis fieri potest. Aut enim ea alteram diametrum BD, secat, vt in tertia, aut non secat, vt in quarta figura. Atque ex puncto C, per extrema F, G, duæ rectæ extendantur CF, CG, constituentes triangulum CFG, secantesque diametrum BD, in H, I. Dico triangulum abscissum CHI, triangulo CFG, simile esse, sed subcontrarie positum, hoc est, angulum CHI, angulo CGF, & angulum CIH, angulo CFG, esse æqualem, &c. Ducta enim GK, diametro BD, parallela, erunt arcus BK, DG, æquales, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. Si igitur ex quadrantibus æqualibus BC, DC, demantur, vel quando GK, est vltra diametrum BD, addantur; erunt quoque reliqui arcus, vel conflati CK, CG, æquales[a]. Ideoque, & anguli CGK, CFG, illis insistentes ad circumferentiam æquales erunt. Est autem angulo CGK, angulus CIH, internus externo, æqualis[b]. Igitur & anguli CIH, CFG, æquales erunt. Cũ ergo angulus FCG, vtrique triangulo sit cõmunis; erunt ex coroll. 1. propos. 32. lib. 1.

a 27. tertij.
b 29. primi.

a 4. sexti. 32.lib.1.Euclid. triangula CHI, CFG, æquiangula; a ac propterea latera circa æquales angulos habebunt proportionalia, ideoque similia erunt, sed subcontrarie posita.

DVCATVR iam ex eodem puncto C, ad rectam inclinatam FG, per centrum transeuntem (vt in secunda figura) perpendicularis CL, secās basem HI, in M, quod facile fiet hoc modo. Sumatur arcui CG, arcus GN, æqualis, ducaturque recta CN. Hæc enim ad FG, in L, perpendicularis erit. Recta namque EL, ex centro secans arcum CN, bifariam in G, secabit quoque ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. rectam CN, bifariam. b Igitur & ad angulos rectos. Dico basem HI, trianguli abscissi CHI, sectam esse in M, bifariam, rectamque CM, vtriq; semissi MI, MH, æqualē esse. c Quoniā enim angulus FCG, in semicirculo rectus est, & ex eo ad FG, basem triāguli rectāguli CFG, demissa est perpendicularis CL; d erit angulus GCL, angulo CFG, & angulus FCL, angulo CGF, æqualis. Sed angulo CFG, angulus CIH, & angulo CGE, angulus CHI, ostensus est æqualis. Igitur tam anguli GCL, CIH, quam anguli FCL, CHI, æquales erunt, e Quare tam latus IM, lateri CM, in triangulo MCI, quàm latus HM, eidem lateri CM, in triangulo MCH, æquale erit; ac proinde & rectæ MI, MH, æquales erunt, & vtrique earum æqualis CM, quod est propositum.

b 3. tertij.
c 31. tertij.
d 8. sexti.
e 6. primi.

RVRSVM ducatur ad FG, (in aliis etiam figuris) non per centrum transeū tem diameter perpendicularis EO, f quæ ipsam FG, bifariam secabit in P, puncto, per quod ex eodem puncto C, recta emittatur secans circumferentiam in Q, & arcui OQ, æqualis sumatur arcus OR, ac tandem ex eodem puncto C, per R,

f 3. tertij.

per R, recta ducatur secãs HI, basem trianguli abscissi in S. Dico basẽ HI, in S, sectã esse bifariam. Quoniã enim triãgula CFG, CIH, similia ostensa sunt, sed subcontrarie posita, habentia angulos æquales F, I; Sunt aũt in triangulis CFP, CIS, [a] anguli quoque FCP, ICS, æquales, ob arcus æquales FQ, GR. (Nam cum æquales sint arcus OF, OG, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucli. quod recta FG, secta sit bifariam in P; si demantur æquales OQ, OR, reliqui etiam FQ, GR, æquales erunt.) Igitur & triangula CFP, CIS, æquiangula erunt. [b] Quocirca erit, vt FG, ad FC, ita IH, ad IC, & vt FC, ad FP, ita IC, ad IS. Igitur ex æqualitate, (vt in apposita formula apparet) erit quoque, vt FG, ad FP, ita IH, ad IS. Est autem FG, ipsius FP, dupla. Igitur & IH, ipsius IS, dupla erit, ac proinde IH, in S, bifariam secabitur. quod est propositum. Immo si ad rectam FG, per centrum transeuntem ducatur diameter ET, perpendicularis, & arcui TA, æqualis sumatur TN, (Ducta enim est etiam CA, per E, punctum intersectionis diametri perpendicularis ET, cum FG,) secabit recta CN, basem HI, bifariam quoque in M. quod eadem ratione probabitur, vt patet, si pro A, sumatur litera Q, & O, pro T, & R, pro N, & S, pro M, & P, pro E, vt in secunda figura apparet. Diligenter autem attendendum est, (ne confusio fiat in triangulis priorum duarũ figurarum, quæ assumũtur, propter easdẽ literas repetitas) vt eæ semper literæ accipiantur, quę propriis triangulis debentur. In duabus figuris posterioribus non est hoc periculum. Hoc idem, quod posterius dixi de recta FG, per centrum ducta, nullo negotio colligi potest ex superiore demonstratione, quando probatum est, perpendicularẽ CL, bifariã secare HI, in M. Quoniã enim totus arcus CDA, totius arcus DA, & ex toto CDA, ablatus AN, ex toto DA, ablati AT, duplus est, ex cõstructione; [c] erit quoque totius CDA, reliquus CN, ex toto DA, reliqui DT, duplus. Cũ ergo DT, ipsi CG, æqualis sit; (Nam ex quadrantibus GT, CD, dempto cõmuni arcu GD, reliqui arcus DT, CG, ęquales erunt.) erit quoque arcus CN, arcus CG, duplus: sed quando arcus CG, duplicatur vsque ad N, recta CN, ad FG, perpendicularis est, diuiditq; HI, bifariam, vt supra demonstratũ est. Igitur quando arcui TA, æqualis sumitur TN, recta quoq; CN, bifariam secabit HI, in M, cum ex hoc sequatur reliquum arcum CN, sectum esse bifariam in G, vt demonstratum est.

FG,	IH,
FC,	IC,
FP,	IS,

[a] 27. tertij.
[b] 4. sexti.
[c] 5. quinti.

QVANDO recta inclinata FG, per centrum transit, vt in secunda figura, demonstrabimus triangulũ CHI, abscissum triangulo CFG, esse simile, sed subcõtrarie positum, etiamsi parallela G, ducta nõ sit, hoc modo. [d] Quoniã angulus FCG, in semicirculo rectus est, atq; ex eo demissa perpendicularis CE, ad basem trianguli CHI; [e] erit angulus HCE, angulo CIH, & angulus ICE, angulo CHI, æqualis. [f] Est autem angulo HCE, æqualis angulus CFG, (Ambo enim insistunt arcubus AF, CG, [g] qui ęquales sunt, propter angulos ad verticẽ in cẽtro E, æquales AEF, CEG, [h] & angulo ICE, angulus CGF, ęqualis, quod ambo insistant arcubus AG, CF, [i] qui æquales sunt, ob angulos AEG, CEF, ęquales ad verticẽ E, in centro. Igitur & anguli CIH, CFG, & CHI, CGF, ęquales erũt; estque angulus FCG, cõis. Igitur æquiangula sunt triãgula CHI, CFG, & subcontrarie posita.

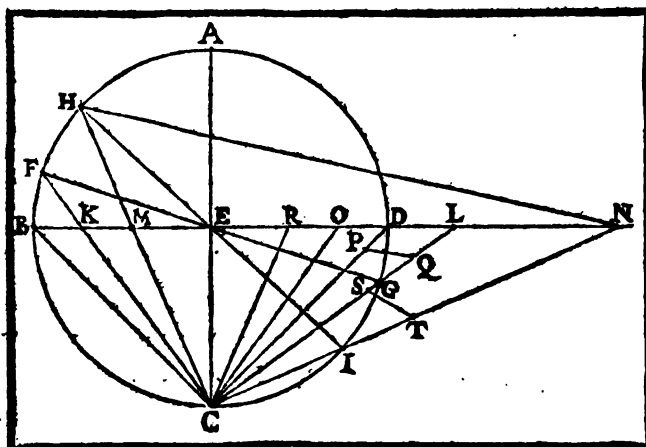
[d] 31. tertij.
[e] 8 sexti.
[f] 27. tertij.
[g] 26. tertij.
[h] 27. tertij.
[i] 26. tertij.

COROLLARIVM.

EX ijs quæ hoc loco demonstrata sunt, colligitur, si in quouis circulo duæ diametri sese ad rectos angulos secantes ducantur, rectam lineam, quæ ad aliquam aliam diametrum obliquam perpendicularis ducitur ab extremo

vtriusuis diametrorum sese ad angulos rectos secantium, diuidere bifariã segmentum cuiusuis lineæ rectæ alteri diametro æquidistantis interceptum inter rectas ex eodem illo puncto extremo per terminos diametri obliquæ ductos. Vt si in circulo ABCD, secunda figura ductis duabus diametris sese ad rectos angulos secantibus AC, BD, ex puncto extremo CL, diametri AC, ad quamlibet obliquam diametrum FG, ducatur perpendicularis CL: dico eam productam secare bifariam in Y, segmentum VX, cuiusvis recta VX, alteri diametro BD, æquidistantis, inter rectas CF, CG, interiectum. Quoniam enim ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. est vt HM, ad MI, ita VY, ad YX, estq; HM, ipsi MI, æqualis, vt ostensum est; erit quoque VY, ipsi YX, æqualis. Eademque ratio est de quacunque alia linea æquidistante ipsi BD, siue ea vltra BD, quantouis interuallo distans ducatur, siue citra BD.

LEMMA XXXVI.

SI in circulo duæ diametri sese ad rectos angulos secent, & in eodẽ aliæ duæ diametri ad illas inclinatæ ducãtur, ab vno autẽ extremo alterutrius diametrorũ priorum per extrema posteriorũ binæ rectæ extẽdantur: Erũt rectæ ex altera priorum diametrorum à binis rectis abscissæ maiores diametro circuli, ipsęq; inter se erunt quoq; inęquales, maior videlicet illa, cuius diameter inclinata maiorẽ angulum cum altera illa diametrorum priorum cõstituit.

IN circulo ABCD, cuius cẽtrũ E, secent se se ad rectos angulos duę diametri AC, BD, & in eodẽ sint duæ diametri ad illas inclinatæ FG, HI, atque ex puncto extremo C, tam per extrema F, G, rectę CF, CG, extendantur secantes BD, in K, L, quam per extrema H, I, rectę CH, CI, secantes eandem BD, in M, N. Dico vtramq; rectam abscissam KL, MN, maiorem esse

esse diametro BD, ipsasq; inter se inæquales, & MN, maiorem quam KL. Iunctis enim rectis CB, CD, & sumpta recta EO, æquali ipsi EK, iungatur recta CO. Et quoniã duo latera EB, EC, duobus lateribus ED, EC, æqualia sunt, angulosque cõtinent æquales, vtpote rectos; [a] erunt etiã bases CB, CD, æquales. Eadẽ ratione æquales erunt rectæ CK, CO, propterea quod & duo latera EK, EC, duobus lateribus EO, EC, æqualia sunt, angulosq; æquales, rectos videlicet, continent. [b] Quia vero in triangulo ECO, externus angulus DOC, interno recto OEC maior est, & propterea in triãgulo COD, angulus ODC, recto minor, quod [c] ambo COD, ODC, duobus rectis minores sint; [d] Erit recta CD, maior, quã recta CO. Eademq; ratione CL, maior erit quã CD; propterea quod in triãgulo ECD, angulus quoq; externus LDC, interno recto DEC, maior est, ideoq; in triangulo CDL, angulus DLC, recto minor, cum ambo CDL, DLC, sint duobus rectis minores. Abscindatur recta CP, ipsi CO, hoc est, ipsi CK, & CQ, ipsi CD, hoc est, ipsi CB, æqualis, iungaturq; recta PQ. Quoniam igitur duo latera CP, CQ, duobus lateribus CK, CB, æqualia sunt, [e] angulosq; continent æquales PCQ, KCB, quod æqualibus arcubus DG, BF, insistant; ([f] Sunt enim hi arcus æquales, cum eis insistant in centro anguli ad verticem æquales.) [g] erunt triangula PCQ, KCB, æqualia; ac proinde triangulum DCL, cuius triangulum PCQ, pars est, maius erit triangulo KCB. [h] Est autem, vt triangulum DCL, ad triangulum KCB, ita basis DL, ad basem BK. Igitur & basis DL, base BK, maior erit: additaque communi recta KD, tota KL, maior fiet, quàm tota BD. Non aliter demonstrabimus MN, maiorem esse eadem BD.

a 4. primi.
b 16. primi.
c 17. primi.
d 19. primi.
e 27. tertij.
f 26. tertij.
g 4. primi.
h 1. sexti.

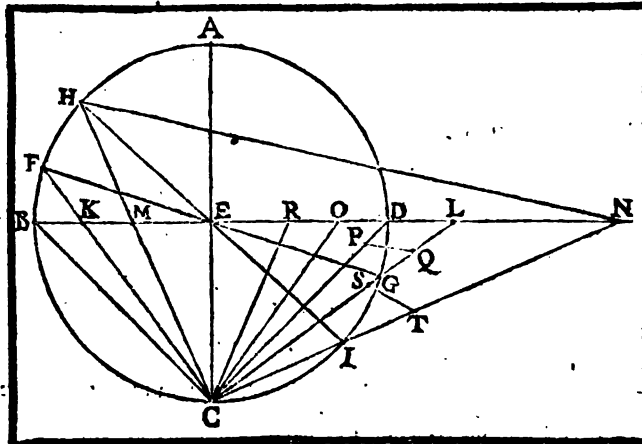
DEINDE rectæ EM, accipiatur æqualis ER, iungaturq; recta CR, quæ ostendetur ipsi CM, æqualis, quemadmodũ CO, ipsi CK, ostensa est æqualis. Cũ enim duo latera EC, EM, duobus lateribus EC, ER, sint æqualia, continentque angulos rectos æquales; [i] erũt bases CM, CR, æquales. [k] Quia vero in triãgulo ERC, angulus externus LRC, interno recto REC, maior est, ideoq; in triangulo LRC, angulus RLC, maior recto, [l] cũ ambo LRC, RLC, duobus rectis minores sint; [m] erit recta CL, maior quàm CR. Eademq; ratione maior ostendetur CN, quàm CO. propterea quod in triangulo EOC, externus angulus NOC, interno recto OEC, maior quoq; erit, ideoq; in triangulo CON angulus CNO, minor recto. Abscindatur CS, ipsi CR, hoc est, ipsi CM, & CT, ipsi CO, hoc est ipsi CK, æqualis, iungaturq; ST. Quoniã igitur duo latera CS, CT, duobus lateribus CM, CK, æqualia sunt, [n] angulosq; cõtinẽt æquales SCT, MCK, cũ insistãt arcubus GI, FH, [o] qui æquales sunt ob angulos ad verticem in centro æquales; [p] erunt triangula SCT, MCK, æqualia: atque idcirco triangulum LCN, cuius triangulum SCT, pars est, maius erit triangulo MCK. [q] Est autem vt triangulum LCN, ad triangulum MCK, ita basis LN, ad basem KM. Igitur & basis LN, base KM, maior erit; additaque communi recta ML, tota MN, maior fiet, quàm tota KL. quod est propositum.

i 4. primi.
k 16. primi.
l 17. primi.
m 19. primi.
n 27. tertij.
o 26. tertij.
p 4. primi.
q 1. sexti.

PORRO tam rectam KL, quàm MN, maiorem esse diametro BD, vel FG, vel HI, hac etiam ratione demonstrari poterit. Concipiatur animo conus scalenus, cuius vertex C, & basis circulus circa diametrum FG, ad planum trianguli CFG, rectus, quẽ conum secet aliud planum ad idem triangulum per axẽ CFG, rectum abscindens triangulum CKL, quod per præcedens lemma subcontrarie positum est, sed simile triangulo per axem CFG: ac proinde hoc posterius planum per lemma 17. in cono circulum faciet, cuius diameter KL. Et quia diameter FG, diuisa est bifariam in centro E; erit diameter KL, maior, secabiturq; in E, non bifariam, & maior eius portio erit EL, versus eam partem, vbi diameter

 KL, cum

KL, cum latere CG, trianguli per axem facit minorem angulum L, vt in scholio eiusdem lemmatis 17. demonstrauimus. Esse autem angulum L, minorem angulo K, perspicuum est. Quia enim angulus L, æqualis est angulo F, & angulus K, angulo CGF, ob subcontrariam sectionem; [a] Est autem angulus F, minor angulo CGF, quod & latus CG, minus sit latere CF, ex scholio propos. 29. lib. 3. Euclid. Erit quoque angulus CLK, minor angulo CKL. Eodem modo ostendemus rectam MN, maiorem esse diametro HI.

a 18. primi.

HOC idẽ demonstrabimus hoc modo. Iuncta recta HN; quoniã EN, maior est semidiametro ED, vel EH; [b] erit angulus EHN, maior angulo ENH. Est autem angulus CHI, æqualis angulo CNM, ob subcõtrariã sectionem, vt in præcedenti lemmate demonstratum est. Igitur totus quoque angulus CHN, maior erit toto angulo CNH; [c] ac proinde latus CN, latere CH, maius erit: quæ cũ, in subcontrarijs triangulis similibus CMN, CIH, opponantur æqualibus angulis CMN, CIH, vt in lemmate præcedente ostensum est; erit diameter subcontrariæ sectionis MN, maior diametro basis HI, coni scaleni ex ijs, quæ ad initium scholij lemmatis 17. demonstrauimus.

b 18. primi.

c 10. primi.

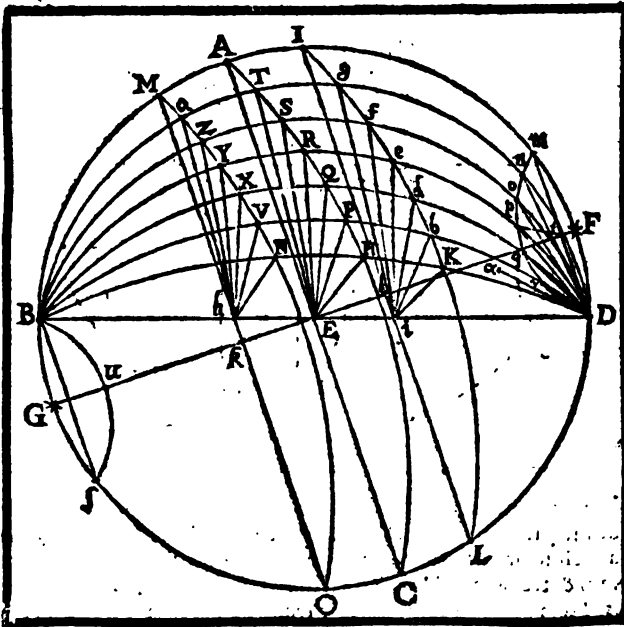
QVOD si ex maiore latere CN, minori CH, abscinderetur recta æqualis, & per punctum sectionis ipsi rectæ PN, parallela ageretur, vt abscinderetur aliud triangulũ subcontrariũ, esset tũ demũ basis huius trianguli basi HI, æqualis, vt ad initiũ scholij eiusdẽ lẽmatis 17. demõstrauimus: sed tũc neq; basis HI, neque basis subcõtrariæ sectionis bifariã diuideretur, vt ex iis, quæ in scholio eiusdem lẽmatis 17. demõstrata sunt à nobis, liquido cõstat. Sic etiã si minus latus CH, produceretur donec maiori CN, æquale fieret, & per extremũ punctũ basi HI, parallela ageretur, quæ esset basis alterius coni scaleni, esset tũ demũ etiam hæc basis æqualis basi trianguli subcõtrarij MN: sed tũc neutra etiã basium bifariã diuideretur. Quæ oĩa ex iis, quæ in scholio lẽmatis 17. demõstrauimus, colligi possũt. Quod de triãgulis subcõtrariis CHI, CNM, diximus, idẽ de subcõtrariis triangulis CFG, CLK, intelligendũ est. Eadẽ enim demonstratio adhibebitur, si recta FL, iungatur, vt manifestum est. Itaque quod lemma hoc proponit, diametrũ subcontrariæ sectionis KL, vel MN, semper esse maiorem base FG, vel HI, non est contrarium ei, quod in scholio lemmatis 17. demonstrauimus, nimirum fieri posse, vt interdũ bases triangulorũ subcontrariorũ æquales sint: quia cum hic semper basis coni FG, vel HI, bifariam secetur, fit vt basis subcontrarii trianguli necessario maior fiat, numquam autem æqualis, vt demonstratum est.

LEM-

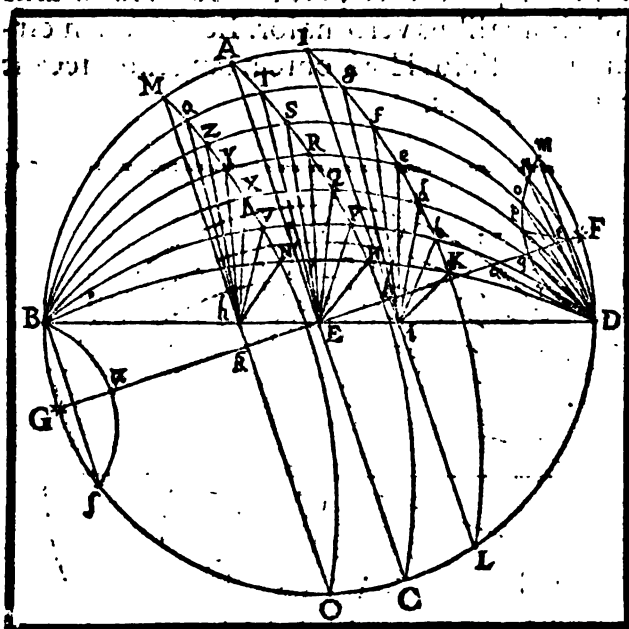
LEMMA XXXVII.

CIRCVLI positionum in sphæra obliqua boreali secantes arcum semidiurnum Aequatoris in partes æquales, secant arcus semidiurnos parallelorum in partes inæquales: Et in parallelis quidem australibus quælibet pars inter Meridianum & quemlibet circulum positionis minor est respectu proprij arcus semidiurni, quam eadem pars in Aequatore respectu arcus semidiurni Aequatoris; In borealibus vero maior. Iidem tamen circuli positionum parallelos Horizontem tangentes secant quoque in partes æquales.

IN sphæra ABCD, obliqua boreali, cuius cẽtrum E; Horizon obliquus BHD; axis mundi FG; Aequator AHC; parallelus borealis IKL; australis MNO; Meridian⁹ ABCD, per polos mundi, & Horizontis ductus. Diuiso autẽ quadrante Aequatoris AH, Orientali, vel Occidentali, in sex partes æquales in P, Q, R, S, T, a ducantur per diuisionum puncta & puncta B, D, vbi Meridianus Horizontem secat, circuli maximi positionũ secantes parallelos in V, X, Y, Z, a, b, d, e, f, g. Dico parallelos in partes inæquales esse diuisos, & arcus Ma, MZ, MY, MX, MV, minores partes esse respectu arcus semidiurni MN, quàm arcus AT, AS, AR, AQ, AP, respectu arcus semidiurni Aequa-

a 20.1. Theo.

Aequatoris AH: at arcus Ig, If, Ie, Id, Ih, maiores respectu arcus semidiurni IK. Sint enim BD, MO, AC, IL, communes sectiones, Horizontis, parallelorũ, ac Meridiani. [a] Et quoniam Meridianus Horizontem, omnesque parallelos secat bifariam; erunt BD, MO, AC, IL, Horizontis, ac parallelorum diametri, [b] axisque FG, per parallelorum centra k, E, l, transibit, eruntque MN, AH, IK, inter Meridianum & Horizontem, arcus semidiurni. Ductis autem ex h, E, i, punctis, vbi parallelorum diametri Horizontis diametrũ secant, rectis hN, EH, iK, hV, EP, ib, & ad reliqua diuisionum puncta; erunt hN, EH, iK, communes sectiones Horizontis ac parallelorum; [c] ac proinde parallelæ: At vero hV, EP, ib, communes sectiones circuli positionis BPD, & parallelorum; [d] ideoq; & inter se parallelæ, atque ita de cæteris dicendum est. [e] Erunt igitur tam sex anguli ad h, quàm sex ad i, constituti æquales sex ad E, constitutis. [f] Sunt autẽ omnes sex

a 15.1.Theo.
b 10.1.Theo.
c 16.vndec.
d 16.vndec.
e 10.vndec.
f 27.tertij.

ad E, inter se æquales, cum in centro E, insistant sex arcubus æqualib⁹ HP, PQ, &c. Igitur & omnes anguli tã ad h, quam ad i, æquales erũt: ac proinde ex lemmate 32. tam arcus Ma, aZ, &c. quàm arcus Ig, gf, &c. inæquales erũt, minor quidẽ Ma, quã aZ, & aZ, minor quã ZY, &c. at vero Ig, maior quam gf, & gf, maior quam fe, &c. Est ergo Ma, minor, quàm sexta pars arcus semidiurni MN, cum quælibet sequentium quinq; partium aZ, ZY, &c. maior sit, quàm Ma. Sic erit MZ, minor quàm tertia pars eiusdem arcus MN, quod vnaquæque duarum ZX, XN, maior sit quam MZ. Nam & tres anguli MhZ, ZhX, XhN, æquales sunt, cum eorum semisses sint æquales. Item arcus MY, minor erit semisse eiusdem arcus MN, cum YN, maior sit, quam MY, propterea quod & duo anguli MhY, YhN, æquales sunt, quippe quorum tertiæ partes æquales sunt. Pari ratione arcus MX, erit minor quàm duæ tertiæ partes eiusdem arcus MN, quòd XN, sit maior quam tertia pars, cum maior sit vtroque arcuum XZ, ZM. Denique MV, minor erit quàm quinque sextæ partes eiusdem arcus MN, quòd NV, maior sit quàm sexta pars, propterea quod

quòd maior est qualibet reliquarum quinque partium VX, XY, &c. E contrario erit Ig, maior quàm sexta pars arcus IK, cum maior sit qualibet sequentium quinque partium gf, fe, &c. Item If, maior erit quam tertia pars eiusdem arcus IK, cum maior sit qualibet duarum partium fd, dK. Nam & tres anguli IIf, fld, dlK, æquales sunt, cum eorũ semisses æquales sint. Rursus Ie, erit maior quàm semissis eiusdem arcus IK, quia maior est quàm eK, quòd & duo anguli Ile, elK, æquales sint, cum eorum tertiæ partes sint æquales. Præterea Id, maior erit quam duæ tertiæ partes eiusdem arcus IK, propterea quod dK, minor est tertia parte, cum minor sit vtroque arcuum df, fI. Denique Ib, erit maior quam quinque sextæ eiusdem arcus IK, quòd Kb, minor sit quàm sexta pars, quippe cum minor sit qualibet aliarum quinque partium bd, de. &c.

CONTRARIVM accidet in sphæra obliqua australi. Arcus enim abscissi à Meridiano, & circulis positionum, maiores erunt in parallelis australibus, & in borealibus minores, respectu arcuum semidiurnorum, quàm ijdem arcus in Aequatore, respectu arcus semidiurni Aequatoris.

SED iam iidem circuli positionum secent parallelum Dpm, qui Horizontem tangit in D, & cuius diameter Dm, in punctis n, o, p, q, r. Dico arcus mn, no, op, pq, qr, rD, æquales inter se esse, sicut in Aequatore. Ductis enim rectis Dn, Do, Dp, Dq, Dr, [a] quæ rectis ET, ES, ER, EQ, EP, parallelæ sunt; [b] erunt rursus quinque anguli mDn, nDo, oDp, pDq, qDr, quinq; angulis æqualibus AET, TES, SER, REQ, QEP, æquales; ideoque & inter se æquales erunt: [c] Quinque ergo arcus mn, no, op, pq, qr, æquales inter se erunt. Et quia ducta semidiametro tp, [d] angulus mtp, in centro duplus est anguli mDp, in circumferentia: Est autem angulus mDp, æqualis angulo AER, quòd eorum tertiæ partes sint æquales ostensi. Igitur angulus mtp, duplus quoque erit anguli AER. [e] Cum ergo angulus AEH, duplus quoque sit eiusdem anguli AER, quod & arcus AH, duplus sit arcus AR; æquales erunt anguli mtp, AEH; ideoque arcus mp, AH, similes, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. Cum ergo AH, sit quadrans, erit & mp, quadrans, ac proinde & pD, reliquus ex semicirculo quadrans erit. Est autem arcus op, tertia pars quadrantis mp, quod tres arcus mn, no, op, ostensi sint æquales. Igitur & arcus pq, qr, qui illis æquales sunt, tertiæ partes erunt quadrantis pD, ac proinde & reliquus rD, tertia pars erit eiusdem quadrantis pD; atque idcirco omnes sex arcus quadrantis mpD, æquales inter se erunt. quod est propositum.

VERVM postquam probatum est, quinque arcus mn, no, op, pq, qr, æquales esse, ostendemus etiam rD, illis esse æqualem, hoc modo. Sit Dα, communis sectio Horizontis & paralleli mpD, quæ ex defin. lib. 2. Theod. vtrumque circulum tanget, [f] eritque ipsi EH, parallela, [g] ac proinde angulus αDr, angulo HEP, ideoque & reliquis ad punctum D, æqualis erit. [h] Est autem angulus αDr, æqualis angulo in alterno segmento, qui arcui Dr, insistit. Igitur idem angulus arcui Dr, insistens quinque angulis rDq, qDp, pDo, oDn, nDm, æqualis erit, [i] ac proinde omnes sex arcus quadrantis mpD, æquales inter se erunt.

EADEM ratione demonstrabimus eosdem positionum circulos productos oppositum semicirculum tangentem Buf, secare in sex partes æquales.

a 16. vndec.
b 10. vndec.
c 26. tertij.
d 20. tertij.
e 33. sexti.
f 16. vndec.
g 10. vndec.
h 32. tertij.
i 26. tertij.

LEMMA XXXVIII.

IN ſphæra obliqua boreali circuli per horas inæquales Aequatoris, & cuiuſuis paralleli tranſeuntes, ſecant Meridianum ex parte auſtrali infra Horizontem, inter eundem Horizontem, & polum auſtralem; ex parte vero boreali ſupra Horizontem, inter eundem Horizontem, & polum Septentrionalem.

IN ſphæra obliqua boreali, cuius centrum E; Meridianus ABCD; axis mundi FG; Horizon BHD, Aequator AC; parallelus ſiue auſtralis, ſiue borealis SKT; arcus ſemidiurni AH, SK. [a] Ducatur per aliquam horam Aequatoris inæqualem L, & reſpondentem horam inæqualem paralleli M, circulus maximus LM. Dico eum ſecare Meridianum ex parte auſtrali inter B, & polum auſtralem G, infra Horizontem, nimirum in O; ex parte vero boreali inter D, & polum borealem F, ſupra Horizontem, nimirum in P. [b] Ducatur enim per idem punctum L, Aequatoris circulus poſitionis BLD, ſecans parallelum in N, & maximus circulus per polos mundi FLG, ſecans parallelum in Q. Quoniam igitur per lemma præcedens, arcus SN, in auſtrali parallelo minor eſt reſpectu arcus ſemidiurni IK, quam arcus AL, reſpectu arcus ſemidiurni AH, hoc eſt, quàm arcus SM, reſpectu arcus ſemidiurni eiuſdem SK; in boreali autem parallelo maior; cadet punctum M, in parallelo auſtrali infra N, in boreali vero ſupra. [c] Rurſus quoniam arcus AL, SQ, ſimiles ſunt, continebuntur tot horæ æquales in SQ, quot in AL: Continentur autem totidem horæ inæquales in SN, quot in AL, ſuntque horæ inæquales in parallelo auſtrali minores horis æqualibus, & in boreali maiores. Igitur in parallelo auſtrali punctum horæ inæqualis M, cadet ſupra punctum horæ æqualis Q, in boreali vero infra. Oſtenſum autem eſt idem punctum M, cadere infra N. in parallelo auſtrali, & in boreali ſupra. Igitur circulus LM, maximus horæ inæqualis, cum inter puncta N, Q, cadat, ſecabit Meridianum inter circulos BLD, FLG; ac proinde ex parte auſtrali eundem ſecabit infra Horizontem in puncto O, inter Horizontem & polum auſtralem G; ex parte autem boreali ſupra Horizontem in puncto P, inter Horizontem & polum borealem F. Eademque ratio eſt de alijs circulis horarum inæqualium.

a 20.1.Theo.

b 2.1.Theo.

c 10.2.Theo.

IN ſphæra obliqua auſtrali contrarium intelligas. Ibi enim circulus cu-

lus cuiuscunque horæ inæqualis secabit Meridianum infra Horizontem ex parte boreali, supra vero ex parte australi, semper tamen inter Horizontem & polum mundi.

LEMMA XXXIX.

CIRCVLI maximi transeuntes per horas inæquales Aequatoris, & duorum parallelorum oppositorum, non necessario per horas inæquales parallelorum intermediorum transeunt in sphæra obliqua.

REPETATVR figura antecedentis lemmatis. Et quoniam circulus maximus LM, transiens per inæqualem horam eandem Aequatoris & paralleli SKT, secat Meridianum ex parte australi B, infra Horizontem, vt in lemmate antecedente demonstratum est; secabit idem Horizontem ex eadem parte, in quam arcus semidiurni vergunt, in puncto R, ante punctum B. Describatur ergo parallelus australis VIX, cuius arcus semidiurnus VI, secet Horizontem inter B & R, & ei æqualis oppositus describatur YZ. Sumatur autem in arcu semidiurno VI, arcus Va, tot horarum inæqualium, quot in arcubus AL, SM, continentur. Quia vero circulus maximus per puncta a, L, descriptus transit per eandem horam inæqualem in parallelo opposito boreali YZ, vt in scholio propos. 10. lib. 1. Gnomonices demonstrauimus, non transibit idem circulus per eandem horam inæqualem M, in parallelo intermedio ST, quandoquidem maximus circulus per L, M, ductus non transit per a, sed Horizontem secat in R, nulloque modo parallelum VX, supra Horizontem secat; ac proinde à circulo per a, & L, ducto diuersus est.

QVOD si describantur circuli maximi per omnes sex horas arcus semidiurni Aequatoris & paralleli ST, secabunt iidem omnes Meridianum ex parte australi B, infra Horizontem, ac proinde Horizontem citra punctum B. Si igitur parallelus australis describatur, cuius arcum semidiurnum nullus eorum circulorum maximorum secet, & per sex horas inæquales huius arcus semidiurni, & Aequatoris, describantur maximi circuli, transibunt quidem ij, ex scholio propos. 10. lib. 1. Gnomonices, per sex horas inæquales paralleli borealis oppositi, sed nullo modo intermedium parallelum ST, in horis inæqualibus intersecabunt, quippe qui differant à circulis maximis, quos per horas inæquales Aequatoris, & paralleli ST, duci diximus; cum hi parallelum australem non secent supra Horizontem, ex constructione.

IDEM liquido constat in eleuatione poli grad. 66. $\frac{1}{2}$ vbi tropici Horizontem tangunt, & tropicus ♋, totus est supra Horizontem, & tropicus ♑, infra. Quoniam enim, vt in lemmate 37. demonstrauimus, circuli positionū transeunt in ea sphæra per horas inæquales Aequatoris, & parallelorum tangētium, ijdemque circuli positionum, ex eodem lemmate diuidūt aliorum parallelorum secantium intermediorum arcus semidiurnos inæqualiter, perspicuum est, ea in sphæra circulos maximos trāseuntes per horas inæquales Aequatoris, & vtriusque tropici, (in vno quidem per horas diurnas, & in altero per nocturnas) non transire per horas inæquales aliorum parallelorum intermediorum, quippe cum

Q horæ

horae inaequales diuidant arcus semidiurnos in partes aequales, quod non faciunt circuli positionum in parallelis intermedijs, vt dictum est.

RVRSVS in eadem sphaerae obliquitate, si per horas inaequales Aequatoris, & alicuius paralleli inter Aequatorem, & tropicum ♑, positi describantur circuli maximi, cadent omnes hi, ex lemmate 37. infra Horizontem, antequam Meridianum secent. Si igitur parallelus australis inter tropicum ♑, & Aequatorem describatur, qui Horizontem secet citra omnia illa puncta, per quae circuli illi maximi incedunt, & eius arcus semidiurnus in sex partes aequales diuidatur, transibunt maximi circuli per eas partes & horas inaequales Aequatoris ducti, per horas quoque inaequales oppositi paralleli borealis. Certum autem est, eosdem non transire per horas inaequales assumpti paralleli intermedij, cum circuli maximi per horas inaequales Aequatoris, & assumpti paralleli descripti, ab illis omnino differant; quippe qui arcum semidiurnum illius paralleli australis non secare positi sint.

SCHOLIVM.

Non dari circulos maximos, qui per horas inaequales omnium parallelorum transeant.

PERSPICVVM est ex omnibus his, in sphaera obliqua non posse dari circulos maximos, qui per horas inaequales omnium parallelorum transeant; hoc est, qui singulorum arcus diurnos in duodenas partes aequales partiantur: quod tamen omnes qui de horologiorum descriptione egerunt, pro certo accipiunt. Diuidunt enim omnes scriptores arcum diurnum ♋, vel ♑, in 12. partes aequales, atque certe inueniunt in vtroque tropico puncta horarum inaequalium, per quae puncta, & per horas in aequinoctiali lineas rectas ducunt pro lineis horarum inaequalium, perinde ac si huiusmodi lineae horas inaequales indicarent toto anni tempore, instar communium sectionum plani horologij, & circulorum maximorum per horas inaequales omnium parallelorum transeuntium. Et certe, vt verum fatear, res haec, cum eius demonstrationem non inuenirem, non paucos annos acriter me torsit, rogauique per literas complures Mathematicos tam in Italia, quam extra Italiam, vt me docerent, quanam ratione demonstrari posset, eosdem circulos maximos, qui per horas inaequales Aequatoris, & vtriusque tropici ducuntur, (Hoc namque fieri posse, demonstratum à nobis est in scholio propos. 10. lib. 1. Gnomonices) per horas inaequales aliorum parallelorum inter tropicos existentium transire. Sed nunquam id, quod desiderabam, impetrare potui, quamuis ex illis non defuerit, qui illud se demonstraturum mihi polliceretur: Verum necesse est, eum hallucinatum esse, quandoquidem à nobis, cum denuo eius rei demonstrationem inquireremus, hoc loco demonstratum est, id fieri nulla ratione posse.

Lineae horarum inaequalium in horologiis quid referant.

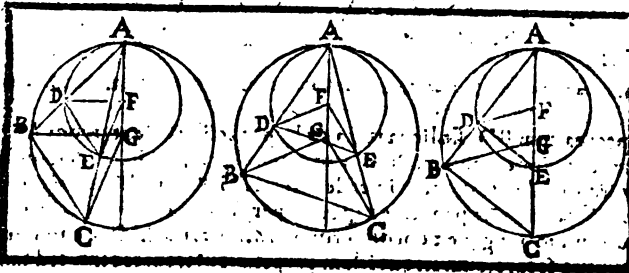
ITAQVE lineae horarum inaequalium in horologijs, quales etiam in Gnomonica nostra descripsimus, sunt tantummodo communes sectiones plani horologij, & maximorum circulorum, qui per horas inaequales Aequatoris, & vtriusque tropici, vel certe Aequatoris, & paralleli, cuius arcus diurnus 18. horas aequales, vel 6. continet. Atque ita si geometricè velimus loqui, non indicabunt vere horas inaequales, nisi cum Sol extiterit in Aequatore, vel in illis parallelis extremis, quorum beneficio descriptae sunt. Verum est, in ea sphaera, in qua poli altitudo grad. 45. non excedit, tam exiguum esse discrimen inter veras horas inaequales, & eas, quas dictae lineae indicant intra latitudinem tropicorum, vt eae lineae pro veris assumi possint sine errore, qui sub sensum cadere possit. At vbi altitudo poli maior est, quam grad. 45. non item: quia ibi maius discrimen apparet, & quo maior fuerit altitudo poli, eo maior differentia existit inter veras horas inaequales, & illas lineas: quemadmodum etiam eo minor diuersitas inter easdem erit, quo minor altitudo poli fuerit. Quae omnia ex ijs, quae demon-

strata

formae hoc loco à nobis sunt, colligi possunt. Quapropter ut veriùs horæ inæquales indicentur in horologijs, inuenienda erunt earum puncta in pluribus parallelis inter duos tropicos, ea arte, qua eadem in tropico utroque inuestigauimus, eaq; deinde puncta, quæ in linea recta non iacent, congruenter lineolis inflexis coniungenda, ut in hyperbolis, & alijs sectionibus conicis describendis fieri solet.

LEMMA XXXX.

SI in triangulo parallela vni lateri agatur; vel si productis duobus lateribus versus angulum ab eis comprehensum, tertio lateri ducatur parallela, vt duo fiant triangula: Circuli circum ea descripti se mutuo in angulo, vel puncto communi tangunt.

SIT primum in triangulo ABC, recta DE, lateri BC, parallela, describanturque circa triangula ABC, ADE, circuli ABC, ADE, quos dico mutuo se tangere in A, angulo cõmuni. Ductis enim ex centris F, G, ad bases triãgulorum binis rectis FD, FE; GB, GC, [a] quoniã tam angulus DFE, quàm BGC, anguli BAC, duplus est; erunt ipsi inter se æquales. Ergo & reliqui duo FDE, FED, reliquis duobus GBC, GCB, æquales erunt; ac propterea, [b] cum tam illi, quam hi inter se æquales sint; erit quilibet illorum cuilibet horum æqualis, ac proinde angulus FDE, angulo GBC, æqualis erit. [c] Est autẽ & totus angulus ADE, toti angulo ABC, externus interno, æqualis. Igitur & reliquus ADF, reliquo ABG, æqualis erit. [d] Est autem (ductis rectis FA, GA,) angulo ADF, angulus DAF, & angulo ABG, angulus BAG, in Isoscelibus ADF, ABG, æqualis. Igitur & anguli DAF, BAG, inter se æquales erunt; ac propterea recta AF, eadem erit, quæ AG, cũ eundem angulum faciant cum AB. Quare circuli habentes centra in eadem recta AG, & per idem punctum A, descripti, sese contingent in A, ex scholio propos. 13. lib. 3. Euclid.

a 20. tertij.

b 5. primi.

c 29. primi.

d 5. primi.

DEINDE productis lateribus BA, CA, versus angulum A, sit recta DE, basi BC, parallela, & circa triangula ABC, ADE, circuli describantur, quos dico se mutuo in A, tangere. Ductis enim ex centris F, G, ad bases triangulorum binis rectis FB, FC; GD, GE, [e] quoniam rursum tam angulus BFC, anguli BAC, quam angulus DGE, anguli DAE, duplus est; [f] suntque anguli BAC, DAE, ad verticem æquales; erunt quoque anguli BFC, DGE, inter se æquales, ac proinde & reliqui duo

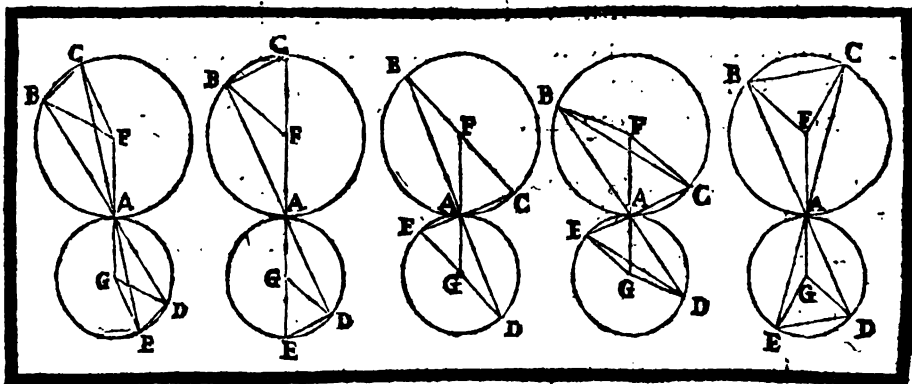
e 20. tertij.

f 15. primi.

a 5. primi. duo FBC, FCB, simul reliquis duobus GDE, GED, simul æquales erunt. a Cum ergo tam illi, quàm hi sint inter se æquales; erit quilibet illorum cuilibet horum æqualis, ac proinde angulus FBC, angulo GDE, æqualis erit. b Est autem (ductis rectis FA, GA,) & angulus ABC, angulo ADE, alternus alterno, æqualis. Igitur & reliquus ABF, reliquo ADG, in 1. 2. & 5. figura, vel totus toti, in 4. figura, æqualis erit. In 3. figura opus non est hoc discursu, vbi rectæ FB, FC; GD, GE, angulos non constituunt, sed in rectum sunt continuatæ: c anguli tamen ABF, ADG, æquales quoque erunt, cum sint alterni inter parallelas BC, DE. Itaque cum anguli ABF, ADG, æquales sint; d & ille angulo BAF, hic vero angulo DAG, æqualis; erunt quoq; anguli BAF, DAG, inter se æquales; ac pro-

b 29. primi.

c 29. primi.

d 5. primi.

pterea cum BD, sit linea recta ex hypothesi, efficient quoq; AF, AG, lineā vnam rectam, per ea, quæ ex Proclo ad propos. 15. lib. 1. Eucl. demonstrauimus. Igitur circuli habentes centra in eadem recta FG, & per idem punctum A, descripti, sese in A, cótingent, propterea q recta per A, ducta ad FG, perpendicularis vtrumq; circulum tangit, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Hinc enim fit, circulos se non mutuo secare, cum neque illam perpendicularem secent, sed tangant.

COROLLARIVM.

EX his, quæ ad calcem huius propos. demonstrata sunt, colligitur, duo circulos, qui ex duobus centris in eadem recta existentibus per idem punctum describuntur, se mutuo in eo puncto tangere exterius. Huiusmodi sunt duo circuli ABC, ADE.

LEMMA XLI.

PER data duo puncta circulum describere, qui datum circulum tangat. oportet autem duo puncta data vel

extra

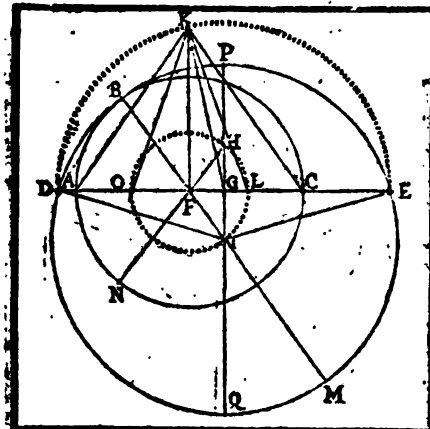
extra circulum datum exiſtere, vel intra; aut ſi vnum eſt in circumferentia, alterum eſſe in tali ſitu extra, vel intra circulum, vt recta per vtrumque punctum extenſa tranſeat per circuli centrum.

SIT datus circulus ABC, & primum extra eum data duo puncta D, E, per quę circulum oporteat deſcribere, qui circulum ABC, tangat. Iuncta recta DE, tranſeat primum per F, centrum dati circuli, ſeceturq; bifariam in G, puncto, è quo perpendicularis excitetur HGI, ad DE, in qua omnino erit circuli deſcribendi centrum, ex coroll. propoſ. 1. lib. 3. Euclid. quod ſic reperiemus. Deſcripto ex G, ſemicirculo DKE, ſecet eum in K, recta FK, ex centro F, ad DE, ducta perpendicularis, ductaq; ex K, ad alterutrũ extremorum diametri AC; vt ad A, recta KA. fiat angulo KAC, æqualis angulus AKL, ſecetq; KL, rectam DE, in puncto L, eritq; neceſſario FL, maior quàm FG, inter centrum, & punctum medium intercepta. Nam iũcta recta GK, cũ æqualis ſit ipſi GD, maior eſt, quàm GA. [a] Igitur in triãgulo AKG, angulus GAK, maior eſt angulo AKG; ac proinde & angulus AKL, qui ipſi KAL, factus eſt æqualis, maior eſt angulo AKG; ideoq; recta KL, vltra G, cadet inter G, & E, hoc eſt, FL, maior erit quã FG. Deſcripto ergo ex F, per L, arcu circuli ſecãte perpendicularẽ HI, in H, & I; erit I, cẽtrum circuli per D, E, trãſeuntis, & circulum ABC, tangentis ſupra rectam DE, at H, erit centrum circuli tangentis eũdem infra rectam DE. Ducta enim per F, I, recta BFIM, deſcribatur ex I, ad interuallum IB, circulus, qui ex ſcholio propoſ. 15. lib. 3. Euclid. circulum ABC, in B, tanget. Dico eundem per data puncta D, E, trãſire. Iunctis enim rectis ID, IE, quoniam FI, FL, æquales ſunt; additis æqualibus FB, FA, totæ æquales erunt IB, LA; ideoque [b] cũ LK, ipſi LA, æqualis ſit, ob æqueles angulos LAK, LKA; erunt quoq; rectæ LK, IB, æquales, atque earum quadrata æqualia. [c] Eſt autem quadratum rectæ LK, quadratis rectarum FK, FL, æquale, [d] & quadratum rectę IB, æquale rectangulo ſub BF, FM, vnà cũ quadrato rectæ FI, vel FL. Igitur & duo quadrata rectarũ FK, FL, æqualia ſunt rectangulo ſub BF, FM, vnà cum quadrato rectæ FL; ablatoq; communi quadrato rectæ FL, erit reliquum quadratum rectæ FK, reliquo rectangulo ſub BF, FM, æquale. [e] Sed quadratum rectæ FK. æquale quoque eſt rectangulo ſub DF, FE, quod FK, media proportionalis ſit inter DF, FE. ex ſcholio propoſ. 13. lib. 6. Euclid. Igitur & rectangulum ſub BF, FM. rectangulo ſub DF, FE. æquale erit. [f] Cũ ergo rectangulum ſub BF, FM. vnà cum quadrato rectæ FI, hoc eſt, cum quadratis rectarũ FG, GI, ([g] cum hæc illi ſint æqualia) æquale ſit quadrato rectæ IB; erit quoque rectangulum ſub DF, FE, vna cum quadratis rectarum FG, GI,

a 18. primi.
b 6. primi.
c 47. primi.
d 5. ſecundi.
e 17. ſexti.
f 5. ſecundi.
g 47. primi.

qua-

a 5. secundi. quadrato rectæ IB, æquale. a Atqui rectangulum sub DF, FE, vnà cum quadrato rectæ FG, æquale est quadrato rectæ DG. Igitur & quadratum rectæ DG, (quod iam pro rectangulo sub DF, FE, vnà cum quadrato rectæ FG, sumatur,) vnà cũ b 47. primi. quadrato rectæ GI, hoc est, quadratum rectæ ID, b (quod quadratis rectarum c 4. primi. DG, GI, æquale est,) quadrato rectæ IB, æquale erit; ac proinde & rectæ ID, IB, æquales erunt. c Cum ergo ID, IE, æquales quoque sint, quod duo latera DG, GI, duobus lateribus EG, GI, æqualia sint, angulosque contineant rectos æquales; erunt tres rectæ IB, ID, IE, æquales. Quare circulus ex I, per B, descriptus, tangensque circulum ABC, in B, vt dictum est, transibit per data puncta D, E. quod est propositum.

QVOD si ex K, ad alterum extremũ C, diametri circuli dati recta ducatur KC, anguloque DCK, æqualis fiat angulus CKO, secante recta KO, rectam DE, in O; erit FO, ipsi FL, æqualis, vt monstrabitur, atque idcirco, descripto ex F, per O, circulo, secabitur HI, in eodem centro I, atque idem propterea centrum semper inuenietur, siue ex K, ad A, siue ad C, recta ducatur, &c. Rectam autem FO, ipsi FL, æqualem esse, sic demonstrabitur. Quoniam duo latera AF, FK, duobus lateribus CF, FK, æqualia sunt, angulosque continent æquales, & rectos;

d 4. primi. d erunt & bases KA, KC, & tam anguli FAK, FCK, quàm FKA, FKC, æquales. Est autem angulo FAK, angulus AKL, & angulo FCK, angulus CKO, per constructionem, æqualis. Igitur & anguli AKL, CKO, æquales erunt; ac demptis æqualibus FKA, FKC, reliqui FKL, FKO, æquales erũt. Itaq; cum duo anguli F, K, trianguli FKL, duobus angulis F, K, trianguli FKO, æquales sint, quibus cõmune latus IK, e 26. primi. adiacet; e erunt latera FL, FO, æqualia. quod est propositum.

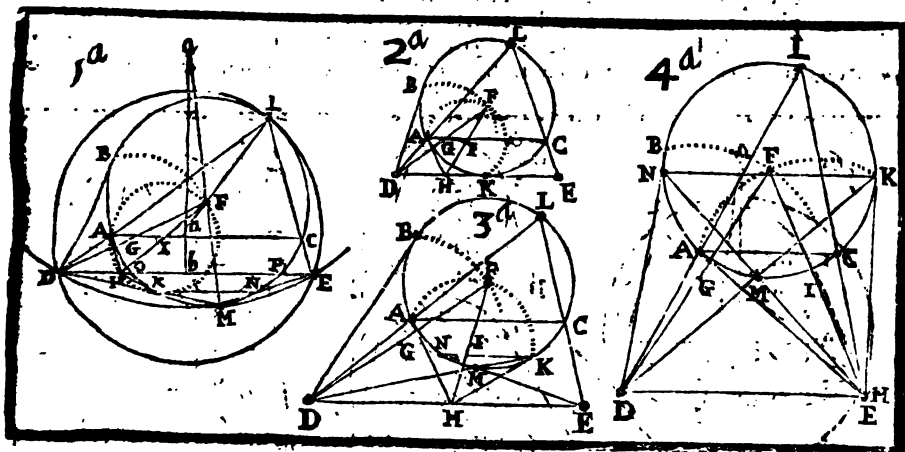
EODEM modo demonstrabimus, circulum ex H, descriptum ad interuallum rectæ ductę HEN, tangere circulum datum ABC, in N, transireque per data puncta D, E.

SI quando contingat centrum circuli dati, & punctum medium rectæ data duo puncta coniungentis, coincidere, vt si G, esset cẽtrum dati circuli DPEQ, facillimo negotio describemus circulum per duo puncta D, E, qui datum circulum contingat. Circulus enim per tria puncta D, P, E, (excitata prius ad DE, perpendiculari PQ.) descriptus tanget circulum DPEQ, in P, eundemq; tanget circulus per tria puncta D, Q, E, descriptus: atque vtriusque centrum in perpendiculari PQ, existet, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Euclid.

TRANSEAT deinde recta DE, non per F, centrum circuli dati ABC, sed vel eum secet vtcunque, vt in prima figura, vel tangat, vt in 2. vel tota sit extra, ita vt producta eum neque secet, neque tangat, vt in 3. 4. & 5. figura, vel denique ita sit extra, vt producta eum secet, aut tangat, vt in 6. & 7. figura. Iuncta recta DF, sectaque bifariam in G, describatur ex G, circa DF, circulus secans datum circulum in B, iungaturq; recta DB, quæ ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl.

datum

datum circulum tanget in B. Inuenta autem ipsis DE, DB, tertia proportionali DH, cadet punctum H, in prima figura extra circulum datum versus punctum D, ex quo tengens DB, ducta est. [a] Quoniam enim quadratum rectæ DB, rectãgulo sub DE, DH, æquale est; [b] nec non & rectangulo sub DP, DO; erit rectangulum sub DE, DH, rectangulo sub DP, DO, æquale. [c] Igitur erit vt DE, ad DP, ita DO, ad DH. Cum ergo DE, maior sit quàm DP, erit quoque DO, maior quã DH, ideóque punctum H, inter D, & O, erit. Pari ratione in secunda figura punctum H, inter D, & punctum contactus K, existet. Cum enim sit vt DE, ad DB, hoc est, ad DK, (est namque DK, ipsi DB, æqualis, ex coroll. 2. propos. 36 lib. 3. Euclid.) ita DB, vel DK, ad DH; sit autem DE, maior quàm DK; erit quoque DK, maior quàm DH. In tertia aũt figura idem punctũ H, est inter D, E, pũcta: In 4. idem, quod E ac proinde DB, DE, æquales: Et in 5. vltra punctũ E. Deniq; in 6. & 7. figura idẽ punctũ H, vltra circulũ existet: quod in 6. ita probatur. [d] Quoniã quadratũ rectæ DB, æquale est tã rectangulo sub DE, DH, [e] quã rectangulo sub DO, DP; erũt rectãgula sub DE, DH, & sub DO, DP, æqualia; [f] ac proinde

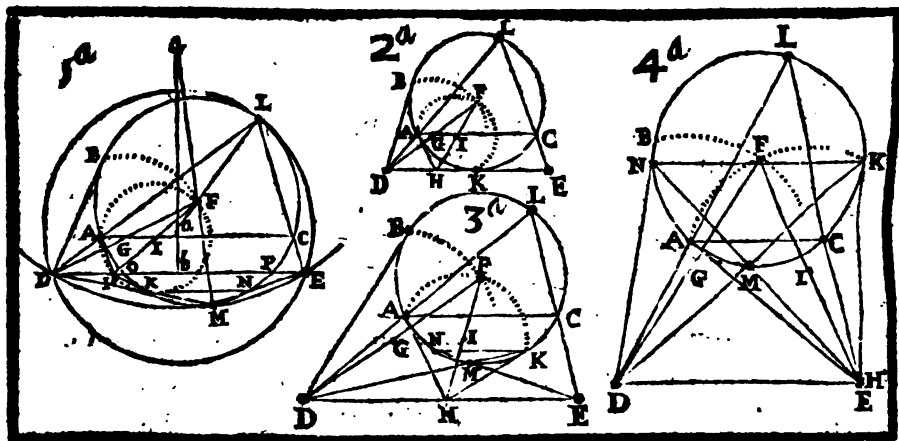
a 17. sexti.
b 36. tertij.
c 16. sexti.
d 17. sexti.
e 36. tertij.
f 16. sexti.

erit vt DE, ad DO, ita DP, ad DH. Cũ ergo DE, minor ponatur quàm DO; erit quoque DP, minor quàm DH, ideóque H, vltra P, erit. In 7. autem hæc erit demonstratio. Quoniam est vt DE, ad DB, hoc est, ad DA, (Est namque DA, ipsi DB, æqualis, ex coroll. 2. propos. 36. lib 3 Euclid.) ita DB, vel DA, ad DH; Est autem DE, minor quàm DA; erit quoque DA, minor quàm DH.

DEINDE iuncta recta HF, eaque secta bifariam in I, describatur ex I, circa FH, circulus secans datum circulum in A, K, punctis, per quæ si ex D, puncto dato, à quo tangens linea DB, ducta est, rectę ducantur DA, DK, secantes circũferentiam dati circuli in L, M; tãget circulus per tria puncta D, E, L, descriptus datum circulum in L, vt in prima figura, in qua circulus DL, descriptus est, apparet: Et circulus per tria puncta D, E, M, descriptus eundem continget in M, vt in 1. & 5. figura patet, vbi descripsimus circulum DE, M, centrum autem circuli tangentis est punctum a, in quo perpendicularis ba, rectam DE, bifariam secans rectam FL, vel FM, per F, centrum dati circuli, & punctum L, vel M, eiectam intersecat. Nam per coroll. propos. 1. lib. 3. Euclid perpendicularis ba, transit per centrum

centrum cuiusuis circuli per D.E, descripti, & in FL, necessario centrum circuli tangentis circulũ datum ABC, in L, existit, [a] cum recta per duo centra circulorum tangentiũ emissa cadat in contactum, Si namque centrum circuli tãgentis circulũ ABC, in L, nõ dicatur existere in recta FL, secabit recta ex centro illius ducta per F, cẽtrum dati circuli rectam FL, in F. Quare producta cadere nõ poterit in contactum L. quod est absurdum. Si ergo circulus per tria puncta D, E, L, descriptus tangere debet datum circulum in L, vt infra demonstrabitur, existet eius centrum in recta FL. Eademq; ratione centrum circuli per tria puncta D, E, M, descripti, tangentisq; datum circulum in M, vt in eadem prima figura apparet, existit in a, communi sectione perpendicularis ba, & recta MF. Contactus porro in L, est interior, at in M, exterior, exceptis figuris 1. & 6. In prima enim contactus in M, interior quoque est, & in 6. contactus in L, exterior. In secunda figura autem vnus tantum fit contactus, isque interior in L: Similiterq; in 7. figura vnus duntaxat contactus fit, isq; exterior in M. Non descripsimus tamen omnes circulos tangentes, vt confusio vitaretur, arbitrantes satis esse exemplum in 1. figura de circulis intus sese tangentibus in L, & alterum exemplum in 5. figura de circulo tangente exterius.

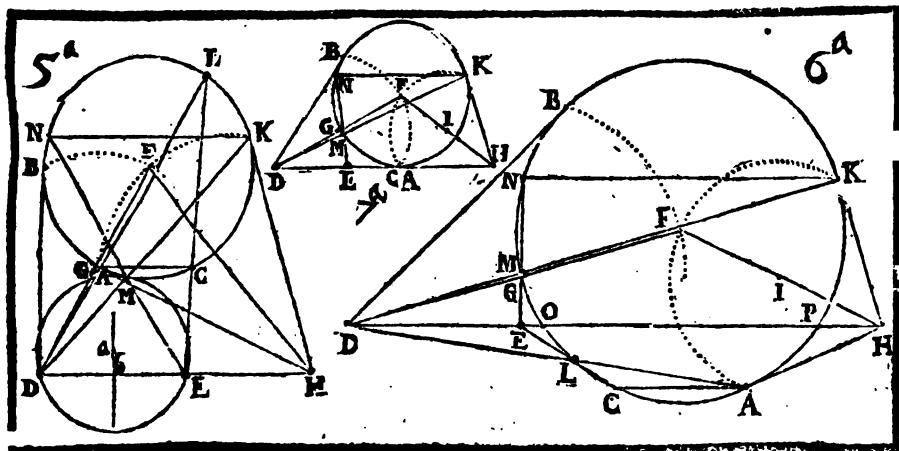
a 11. vel 12 tertij.

CAETERVM circulum per tria puncta D, E, L, descriptum tangere datum circulũ in L, sic demonstrabimus. Quoniam quadratum rectæ DB, [b] tam re-

b 17. sexti.

ctangulo sub DE, DH, [c] quàm rectangulo sub DL, DA, æquale est; erũt hæc duo rectãgula inter se æqualia. Igitur ex scholio propos. 36. lib. 3. Euclid. per quatuor puncta A, L, E, H, circulus describi poterit; ac proinde, ducta recta LE, secãte circumferentiam in C, (quod enim circulum necessario secet, ad finẽ in scholio demõstrabimus) iunctaq; recta AC, [d] duo anguli oppositi ALE, AHE, in quadrilatero ALEH, duobus rectis æquales erũt in prioribus tribus figuris: [e] Sunt autem & duo anguli AHD, AHE, duobus rectis æquales. Igitur duo illi hisce duobus æquales erunt, ablatoque communi AHE, reliqui ALE, AHD, æquales erunt. [f] Est autẽ & angulus HAC, angulo ALE, in alterno segmento æqualis; Nam rectæ HA, HK, circulum ABC, tangunt in A, K, ex scholio propos. 37. lib. 3. Eucl. Igitur idem angulus HAC, angulo AHD, alterno æqualis erit; ideoque

c 36. tertij.
d 22. tertij.
e 13. primi.
f 32. tertij.

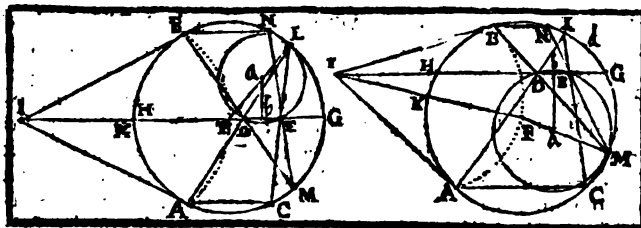
[a] ideoque parallelæ erunt AC, DE, Cum ergo circulus datus circa triangulum LAC descriptus sit, tanget circulus circa triangulum LDE, descriptus datũ circulum in L, ex præcedenti lemmate. Atque hæc demonstratio conuenit in priores tres figuras. In quarta figura hæc erit demonstratio. [b] Quoniam quadratum rectæ DB, ac proinde & quadratum rectæ DE, ipsi DB, æqualis, æquale est rectãgulo sub DL, DA, si circa triangulum LAE, circulus describatur, [c] tanget eum recta DE. in E, quandoquidem eundem recta DL, secat. [d] Igitur angulus DEA, angulo ALE, in alterno segmento æqualis erit. [e] Cum ergo & angulus EAC, eidem angulo ALE, in alterno segmento circuli dati sit æqualis, æquales erunt alterni anguli DEA, EAC; [f] atque idcirco DE, AC, parallelæ erunt. Quare vt prius, ex lemmate antecedente, circulus circa triangulum LDE, descriptus, circulum ABC, datum, & circa triangulum LAC, descriptum, tanget in L. In quinta figura demonstratio sic instituetur. Quoniam quadratum rectæ DB, [g] tam rectãgulo sub DE, DH, [h] quàm rectangulo sub DA, DL, æquale est, erunt duo hæc rectangula inter se æqualia. Igitur ex scholio propos. 36. lib. 3. Euclid. per quatuor puncta A, L, H, E, circulus describi poterit, [i] in quo anguli L, H, in eodem segmẽto, cuius chorda AE, æquales erunt: [k] Sed est & angulus HAC, angulo L, in alterno segmento dati circuli æqualis. Igitur alterni anguli HAC, AHD,

a 27. primi.
b 36. tertij.
c 37. tertij.
d 32. tertij.
e 32. tertij.
f 27. primi.
g 17. sexti.
h 36. tertij.
i 21. tertij.
k 32. tertij.

æquales erunt, [l] ideoq; parallelæ erũt DE, AC, &c. In sexta denique figura hoc modo idem concludemus. Quoniam quadratum rectæ DB, [m] tam rectãgulo sub DE, DH, [n] quàm rectangulo sub DL, DA, æquale est, erunt duo hæc rectangula æqualia inter se, ac proinde circa quatuor puncta E, H, A, L, per scholium propos. 36. lib. 3. Euclid. circulus poterit describi. [o] Igitur duo anguli oppositi HAL, HEL, in quadrilatero EHAL, duobus rectis æquales erũt. [p] Cũ ergo & duo anguli HEL, DEL, duobus sint rectis æquales, erũt his duobus duo illi æquales, ablatoque communi HEL, reliqui HAL, DEL, æquales erunt: [q] Est autem angulus HAL, angulo ACL; in alterno segmẽto dati circuli æqualis. Igitur & angulus DEL, eidem angulo ACL, alterno æqualis erit, [r] atque idcirco DE, AC, parallelæ erunt, &c.

l 27. primi.
m 17. sexti.
n 36. tertij.
o 22. tertij.
p 13. primi.
q 32. tertij.
r 27. primi.

EODEM fere modo ostendemus, circulũ per tria puncta D, E, M, descriptũ datum circulum tangere in M. In prima enim figura, quoniam quadratum rectæ DB, [a] tam rectangulo sub DE, DH, [b] quàm rectangulo sub DK, DM, æquale est, erunt hæc duo rectangula inter se æqualia; ideoq; circa quatuor puncta H, E, M, K, circulus poterit describi. Igitur in quadrilatero HEMK, ducta recta ME, secante circumferentiam in N, (quod enim necessario circulum secet, ad finẽ in scholio demonstrabimus.) iunctaq; recta KN, [c] duo anguli oppositi EMK, EHK, duabus rectis æquales erunt: [d] Sunt autem & duo EHK, DHK, duobus rectis æquales. Igitur hi duo duobus illis æquales erunt, demptoque communi EHK, reliqui EMK, DHK, æquales erunt; [e] Sed & angulus HKN, eidem angulo EMK, æqualis est in alterno segmento circuli dati. Igitur alterni anguli DHK, HKN, æquales erunt; [f] ideoque rectę DE, KN, parallelæ. Circulus ergo per D, E, M. descriptus datum circulum per K, N, M, descriptum tanget in M, ex præcedenti lemmate. In tertia autem figura, (Nam in secunda, sicuti & in septima, vnicus fit contactus in L, cum recta DE, circulum datum tangat) ita propositum ostendemus. Quoniam per quatuor puncta M, K, E, H, circulus describi potest, quod probabitur, vt in prima figura; [g] erunt in eodem segmento, cuius chorda recta MH, anguli MKH, MEH, æquales: [h] Est autẽ angulus HKM, angulo KNE, in altero segmento æqualis. Igitur anguli alterni MEH, KNE, æquales erunt, [i] ideoque rectæ DE, KN, parallelæ. Circuli igitur triangulis KMN, DME, circumscripti se mutuo in M, contingent, ex lemmate præcedente. In quarta figura sic. [k] Quoniam quadratum rectæ DB, hoc est, rectæ DE, rectangulo sub DK, DM, æquale est, si triangulo KME, circulus circumscribatur, [l] tanget eum recta DE; [m] ideoque angulus DEM, angulo EKM, in alterno segmento eiusdem illius circuli æqualis erit. [n] Cum ergo angulus EKM, angulo KNM, in alterno segmento dati circuli sit æqualis; erunt alterni anguli DEM, KNM, æquales, ideoque rectæ DE, KN, parallelæ, &c. In 5. & 6. denique figuris hoc modo. Quoniam per quatuor puncta M, K, H, E, circulus describi potest, vt in prima figura monstratum est; [o] erunt in quadrilatero MKHE, duo oppositi anguli K, E, duobus rectis æquales: [p] Sunt autem & duo anguli DEM, MEH, duobus rectis æquales. Igitur illi duo his duobus æquales erunt, demptoque communi MEH, reliqui DEM, HKM, æquales erunt. [q] At HKM, angulus angulo KNM, in alterno segmento dati circuli æqualis est. Igitur anguli alterni DEM, KNM, æquales erunt, [r] ideoque rectæ DE, KN, parallelæ, &c.

a 17. sexti.
b 36. tertij.
c 22. tertij.
d 13. primi.
e 32. tertij.
f 27. primi.
g 21. tertij.
h 32. tertij.
i 27. primi.
k 36. tertij.
l 37. tertij.
m 32. tertij.
n. 32. tertij.
o 22. tertij.
p 13. primi.
q 32. tertij.
r 27. primi.

IAM vero data sint duo puncta D, E, intra circulum, per quæ traiiciatur recta quantacunque DE, siue ea per cẽtrum dati circuli transeat, siue non. Tribus rectis DE, DG, DH,

inuenta sit quarta proportionalis DI. Et quoniam est, vt DE, ad DG, ita DH, ad

DH, ad DI; eſtque DE, minor quàm DG; erit quoque DH, minor quàm DI, ac proinde punctum I, extra circulum exiſtet. Ducta ex I, ad centrum F, recta IF, quando DE, extenſa non tranſit per centrum, eaque diuiſa bifariam in K, deſcribatur ex K, deſcribatur ex K, circa IF, circulus ſecans datum circulum in A, & B, iunganturque rectæ IA, IB, quæ ex ſcholio propoſ. 31. lib. 2. Euclid. circulum datum tangent in A, & B. Si igitur ex A, per D, recta ducatur AD, ſecans circumferentiam in L, tanget circulus per tria puncta D, E, L, deſcriptus datum circulum in L. Sic etiam recta ducta BD, circumferentiam ſecabit in M, puncto; in quo circulus per tria puncta D, E, M, deſcriptus datum circulum tanget in M. Eſt autem contactus hic ſemper interior. Demonſtratio hæc eſt. Ducta recta LE, ſecante circumferentiam in C, iungatur recta AC: Item ducta recta ME, ſecante circumferentiam in N, iungatur recta BN. Quia igitur eſt, vt DE, ad DG, ita DH, ad DI; [a] erit rectangulum ſub DE, DI, rectangulo ſub DG, DH, æquale: [b] Sed hoc æquale eſt rectangulo ſub AD, DL. Igitur & illud. Per quatuor ergo puncta A, I, L, E, circulus deſcribi poterit, ex ſcholio propoſ. 35. lib. 3. Euclid. [c] ac proinde anguli IAL, LEI, in eodem ſegmento illius circuli, cuius chorda recta IL, æquales erunt: [d] Eſt autem IAL, æqualis angulo ACL, in alterno ſegmento dati circuli. Igitur æquales erunt anguli LEI, ACL, externus & internus, [e] ideoque rectæ DE, AC, parallelæ erunt. Per lemma ergo antecedens circulus triangulo DEL, circumſcriptus circulum datum triangulo ACL, circumſcriptum tanget in L, vt in priori figura apparet; eſtque rurſus centrum in a, communi ſectione perpendicularis ba, rectam DE, bifariam ſecantis, & rectæ LF, ex puncto L, per centrum F, dati circuli ductæ.

a 16. ſexti.
b 35. tertij.
c 21. tertij.
d 32. tertij.
e 28. primi.

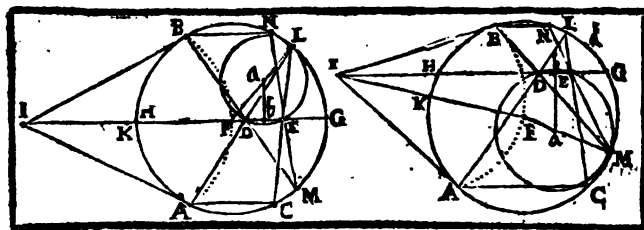
EODEM modo oſtendemus circulum per D, E, M, deſcriptum tangere datum circulum in M. Erit enim rurſus rectangulum ſub DE, DI, rectangulo ſub BD, DM, æquale. Igitur per quatuor puncta I, B, E, M, circulus deſcribi poterit, ex ſcholio propoſ. 35. lib. 3. Euclid. [f] ac proinde anguli IBM, MEI, in eodem ſegmento illius circuli, cuius chorda rectæ IM, æquales erunt. [g] Eſt autem IBM, æqualis angulo BNM, in alterno ſegmento dati circuli. Igitur anguli MEI, BNM, externus & internus, æquales erunt, [h] ideoque rectæ DE, BN, parallelæ. Per lemma ergo præcedens, circulus triangulo DEM, circumſcriptus circulum datum tanget in M, vt in poſteriori figura vides; vbi etiam centrum eſt in a, communi ſectione perpendicularis ba, & rectæ MF.

f 21. tertij.
g 28. primi.

QVOD ſi à puncto E, ſolutio problematis initium ſumat, inuenietur idem omnino punctum L, vel M. Nullum enim aliud abſoluere poteſt problema. Nam ſi fieri poteſt, inueniatur aliud punctum d, in poſteriori figura. Recta ergo d E, ſecabit circumferentiam infra punctum c, & recta d D, eandem ſecabit ſupra punctum A; ac proinde recta connectens puncta ſectionum ſecabit rectam AC, ideoque & eius parallelam DE, productam. Non ergo ei parallela erit, quod tamen requiritur ad problema, vt patuit, & liquido conſtat ex præcedente lemmate. Idem abſurdum conſpicietur in aliis figuris, ſi aliud punctum quàm L, vel M, dicatur inueniri, ſi à puncto E, ſolutio problematis incipiat.

ITAQVE vt problema propoſitum perficiatur, neceſſe eſt à duobus datis punctis duas rectas ducere ad aliquod vnum punctum circumferentiæ circuli

culi dati, ita vt recta coniungens duo puncta, in quibus duæ illæ rectæ circumferentiam secant, parallela sit rectæ data duo puncta connectenti. Ita enim vides, u.g. à punctis D, E, ad punctum L, duas rectas DL, EL, ductas secare circumferentiam in A, C, rectamque AC rectæ DE, parallelam esse. Item ex D, E, per punctum M, ductas duas rectas DM, EM, secare circumferentiam in B, N, in posterioribus duabus figuris proximis, in prioribus autem K, N, & tam rectã BN, quàm KN, rectæ DE, parallelam esse. Et quamquam punctum hoc L, vel M, inuestigauerimus ad finem lib. 6. Euclid. ex Pappo, visum tamẽ est, idem hoc loco docere, præsertim cum praxis hic tradita, quando duo puncta intra circulum data sunt, nonnihil discrepet ab illa, quam in Euclide præscripsimus.

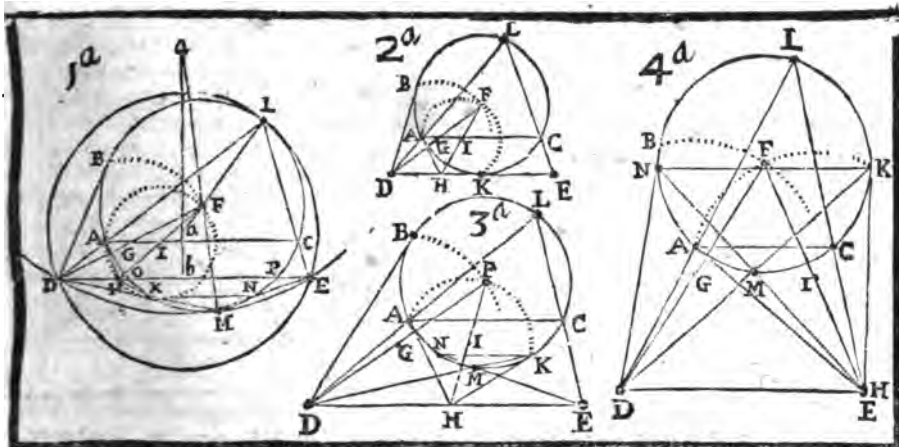
POSTREMO si vnum punctum datur in circumferentia, & alterum intra, vel extra circulum, ita vt recta per vtrumque extensa, per centrum circuli transeat, perspicuum est, si ex puncto medio rectæ duo data puncta connectentis circa illa circulus describatur, eum tangere datum circulum in dato puncto. Vt si in prima posteriorum duarum figurarum detur vnum punctum H, in circumferentia dati circuli ABC, & alterum D, intra circulum, ita vt recta DH, per centrum F, transeat, circulus ex medio puncto rectæ DH, per D, H, descriptus tanget datum circulum in H, ex scholio propos. 13. lib. 3. Euclid. Item si detur punctum G, in circumferentia, & I, extra circulum, ita vt rursus recta IG, transeat per F, centrum, circulus ex medio puncto rectæ

GI, per G, I descriptus tanget datum circulum in G, ex eodem scholio. Denique si punctum H, in circumferentia datum sit, & I, extra, ita vt recta IH, transeat quoque extensa per centrum F, circulus ex medio puncto rectæ HI, per H, I, descriptus tanget datum circulum in H. Nam recta per H, ducta perpendicularis ad IF, vtrumque circulum tanget, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Euclid. ac proinde iidem circuli in eodem puncto H, communi se contingent, quandoquidem neuter alterum intersecat, cum neuter rectam tangentem secet.

SCHOLIVM.

AT vero postquam in prioribus 7. figuris ex D, per A, ducta est linea DA, quæ necessario datum circulum ABC, secat cum HA, eundem tangat in A; demonstrabimus rectam LE, eundem circulum secare, hoc est, intra circulum ABC, cadere: quod in demonstratione assumebatur, hoc modo. Quoniam si problematis solutio à puncto E, incipiat, idem prorsus punctum L, inuenitur, vt ad calcem lemmatis ostensum est, linea autem recta à puncto assumpto, quod solutionis initium est, adducta, quæ

punctum

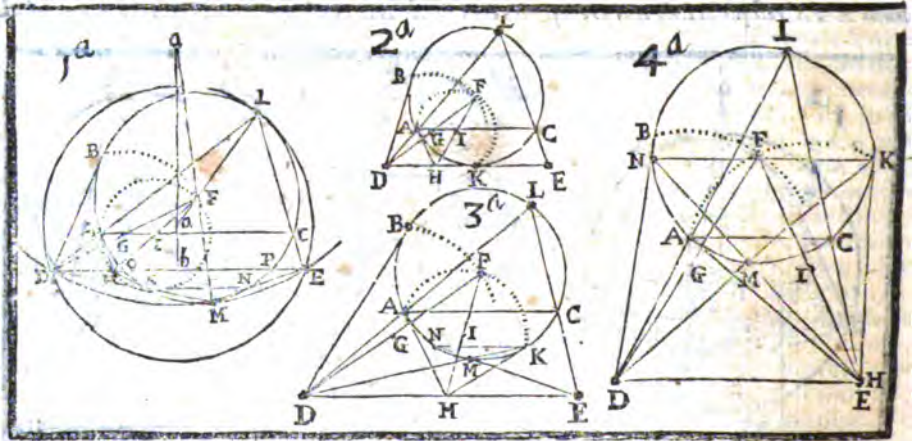
punctum L, offert, datum circulum secat, vt proxime de recta DA, diximus; liquido constat, rectam LE, eundem circulum secare, quandoquidem ab ea non differt, qua ex E, duceretur, si ab E, operationis initiũ fieret. Idemq; dicendum est de recta ME, quia si ab E, initium fiat, reperitur idem punctum M, &c. Quod tamen alio modo ita demonstrabimus. Ex puncto A, ipsi DE, parallela ducatur AC, secans circumferentiam dati circuli in C. Dico rectam LE, omnino per C, transire, proindeq; in L, & C, circulum secare, hoc est, intra circulum cadere. Nam quia per quatuor puncta A, L, E, H, circulus describi potest, vt ostendimus; [a] erunt oppositi duo anguli ALE, EHA, in quadrilatero ALEH, æquales duobus rectis: [b] Sunt autem & duo EHA, AHD, duobus rectis æquales. Igitur hi duo duobus illis æquales erunt, demptoque communi EHA, reliqui ALE, AHD, æquales erũt: [c] At AHD, alterno angulo HAC,

a 22. tertij.
b 13. primi.
c 29. primi.

æqualis est. Igitur & HAC, angulo ALE, æqualis erit. [d] Idem autem angulus HAC, æqualis est angulo ALC, (ducta recta CL,) in alterno segmento. Igitur anguli ALE, ALC, æquales sunt, ideoque recta LE, per C, transit, vt eundem angulum faciat cum AL, quem CL, cum eadem efficit, &c. Atque demonstratio hæc propria est primarum trium figurarum. In 4. autem, quoniam DE, tangit circulum circa tria puncta A, L, E, descriptum, vt probatum est; [e] erit angulus DEA, æqualis angulo ALE, in alterno segmento illius circuli. [f] Est autem idem angulus DEA, alterno EAC, æqualis. Igitur erit quoque EAC, angulo ALE, æqualis. [g] Cum ergo idem angulus EAC, æqualis sit angulo ALC, (ducta recta CL,) in alterno segmento, erunt anguli ALE, ALC, æquales. Coincidunt ergo rursum rectæ LE, LC, &c. In quinta vero figura, quoniam, vt ostensum est, circa quatuor puncta A, L, H, E, circulus describi potest; [h] erunt anguli ALE, AHE, in eodem segmento, cuius chorda AE, æquales: [i] Est autem angulo AHE, æqualis alternus HAC. Igitur angulus HAC, angulo quoque ALE, æqualis erit. [k] Cum ergo idem angulus HAC, æqualis sit angulo ALC, (ducta recta CL,) in segmento alterno, æquales erũt anguli ALE, ALC; atque idcirco rectæ LE, LC, sibi mutuo congruent, &c. Deniq; in 6. figura, (Nam in 7. punctum L, non habetur.) quoniam, vt monstratum est, per quatuor puncta A, L, E, H, circulus describi potest, [l] erunt duo oppositi anguli HAL, LEH, duobus rectis æquales, ideoque duobus LEH, LED, [m] qui æquales etiam sunt duobus rectis, æquales, demptoque communi LEH, reliqui

d 32. tertij.
e 32. tertij.
f 29. primi.
g 32. tertij.
h 21. tertij.
i 29. primi.
k 32. tertij.
l 22. tertij.
m 13. primi.

a 32. tertij. reliqui HAL, LED, aequales erunt. [a] Est autem angulus HAL, angulo ACL, in alterno segmento aequalis. Igitur & angulus LED, eidem angulo ACL, in eo segmento aequalis erit. [b] Cum ergo angulus LED, aequalis quoq; sit alterno angulo, quem

b 29. primi. EL, producta cum AC, facit, cadet EL, producta in C, punctum. Nam si caderet inter A, & C, vel ultra C, fieret semper externus angulus interno aequalis in triangulo, quod constituitur à recta CL, & segmento rectae EL, productae, & segmento rectae AC, intercepto inter punctum C, & illud, in quod EL, producta incidere dicitur: quod est

c 16. primi. absurdum. [c] Est enim externus interno opposito maior. Cum ergo EL, producta cadat in C, perspicuum est, LE, circulum secare in L, hoc est, intra circulum cadere.

EADEM fere ratione demonstrabitur, rectam ME, circulum secare in M, hoc est, intra circulum cadere. Ducta enim KN, ipsi DE, parallela, quae secet datum circulum in N, ostendemus rectam ME, transire per N, ac proinde intra circulum cadent, eumque secare in M, N. Quia enim in prima figura per quatuor puncta H, K, M, E,

d 22. tertij. circulus describi potest, ut ostensum est; [d] erunt in quadrilatero HKME, duo anguli op-

e 13. primi. positi EMK, KHE, duobus rectis aequales, ideoq; & duobus KHE, KHD. [e] qui duobus etiã rectis aequãtur aequales; ac dempto cõmuni KHE, reliqui EMK, KHD, aequales

f 29. primi. quoque erunt. [f] Est autem KHD, alterno HKN, aequalis. Ergo & HKN, angulo

g 32. tertij. EMK, aequalis erit. [g] Cum ergo & angulus HKN, angulo KMN, (ducta recta NM) in alterno segmento aequalis sit, aequales erunt anguli EMK, KMN; atque idcirco recta ME, per N, transibit, intraque circulum datum cadet. In 2. figura punctum M, non habetur. In 3. figura sic rem demonstrabimus. Quoniam, ut ostensum est, per

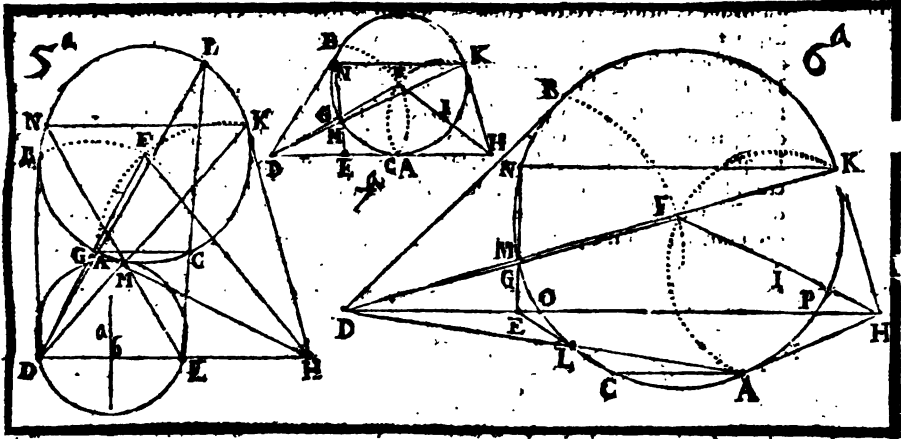
h 21. tertij. quatuor puncta H, E, K, M, circulus describi potest, [h] erunt anguli HEM, HKM, in eodem segmento illius circuli, cuius chorda HM, aequales. [i] Est autem angulus HKM,

i 32. tertij. angulo KNM, in segmento alterno aequalis. Igitur & angulus HEM, eidem angulo

k 29. primi. KNM, aequalis erit. [k] Cum ergo angulus HEM, angulo alterno, quem facit recta EM, producta cum KN, aequalis sit; erunt aequales anguli KNM, & angulus, quem EM, producta facit cum KN. Igitur EM, producta cadet in N. si enim caderet inter K, N. vel ultra N, fieret semper angulus externus interno opposito aequalis in triangulo constituto à recta MN, & segmento recta EM, productae, & segmento rectae KN, intercepto

l 16. primi. inter N, & punctum, in quod cadere dicitur EM, producta, quod est absurdum. [l] Externus

externus enim angulus interno opposito maior est. Cadit ergo EM, producta in N; ideoque intra circulum cadit auferens arcum MN. In 4. figura, quia, ut ostensum est, recta DE, tangit circulum circa E, K, M, descriptum, [a] erit angulus DEM, angulo EKM, in alterno segmento æqualis: [b] sed angulus EKM, angulo KNM, in alterno segmento æqualis est. Igitur & angulus DEM, angulo KNM, æqualis est: [c] Est autem idem angulus DEM, æqualis alterno angulo, quem cum KN, facit EN, producta. Igitur æqualis erit angulus KNM, angulo, quem EM, producta facit cum KN, ac proinde, ut paulo ante ostendimus, EM, producta in M, cadet. Denique in 5. 6. & 7. figura, quoniam circulus describi potest circa quatuor puncta H, E, M, K, [d] erunt oppositi duo anguli HEM, HKM, duobus rectis æquales, ideoque æqua-

a 32. tertij.
b 32. tertij.
c 29. primi.
d 22. tertij.

les duobus HEM, MED, quod hi etiam duobus rectis æquales sint. Dempto ergo communi HEM, reliqui HKM, MED, æquales erunt: [f] Est autem angulus HKM, angulo KNM, in segmento alterno, [g] & angulus MED, angulo alterno æqualis, quem EM, producta facit cum KN. Igitur æqualis erit angulus KNM, angulo huic alterno, atque idcirco, ut paulo ante monstratum est, EM, producta cadit in punctum N, &c.

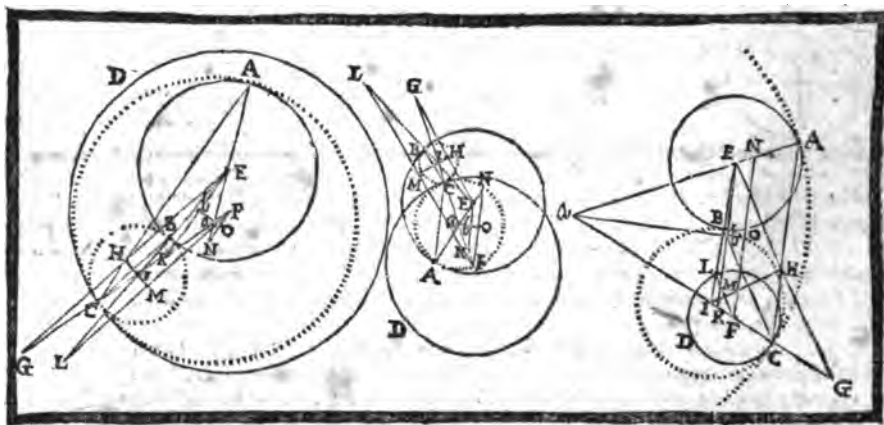
e 13. primi.
f 32. tertij.
g 29. primi.

EX his patet, aliter demonstrari posse, circulum per tria puncta D, E, L, vel D, E, M, descriptum, tangere datum circulum ABC, in L, vel M. Ducta enim AC, vel KN, ipsi DE, parallela, ostendemus, ut in hoc scholio, rectam LE, vel ME, cadere in punctum C, vel N. Igitur per lemma præcedens, circulus per D, E, L, vel D, E, M, descriptus datum circulum ABC, tanget in L, vel M. quod est propositum.

LEMMA XLII.

DATIS duobus circulis, per punctum in vnius circumferentia datum describere circulum, qui vtrumque datum tangat.

SINT

SINT duo circuli AB, CD, quorum centra E, F, siue vnus alterum includat, secetue, siue alter extra alterum totus sit positus: sitque primum per punctum C, in circumferentia CD, datum describendus circulus circulum AB, tangens. quod duobus modis fieri potest. Primum sic. Ex F, centro circuli, in quo datum est punctum, ducta semidiametro FC, ad punctum datum, in ea producta accipiatur CG, æqualis semidiametro alterius circuli, ad cuius centrum E, recta ducatur GE, quam bifariam & ad angulos rectos secet HI, secans FC, in I, & per I, ad E, centrum posterioris circuli recta ducatur secans circumferentiam eiusdem in B. Dico circulum ex I, per C, descriptum transire per B, ac proinde vtrumque circulum tangere in C, B, cum IC, IB, per eorum centra ducantur. Quoniam enim duo latera HE, HI, duobus lateribus HG, HI, æqualia sunt, angulosque continent rectos æquales; [a] erunt & bases IE, IG, & anguli HEI, HGI, æquales. Ablatis igitur æqualibus BE, CG, vt in prima, & tertia figura, vel ex æqualibus DE, CG, ablatis ipsis IE, IG, vt in 3. figura, reliquæ erunt æquales IB, IC. Igitur circulus ex I, per C, descriptus transibit per B, ac proinde vel ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. datos circulos ibidem tanget, si cum illis in eandem partem curuetur, vel quando in diuersas, ex coroll. superioris lemmatis 40. Et quia ostensi sunt anguli HEI, HGI, æquales, inuenietur centrum I, & punctum B, si ducta recta GE, angulo FGE, angulus GEI, fiat æqualis. Recta namque EI, secabit FG, in I, centro, & circulum in B, puncto contactus. Rursus quia ducta recta BC, triangula IGE, IBC, circa eundem, vel æquales angulos

a 4. primi.

ad verticem I, latera proportionalia habent, cum proportionem habeant æqualitatis: [b] ipsa æquiangula erunt; æqualesque habebunt angulos ICB, IGE. [c] Rectæ ergo CB, GE, parallelæ erunt. Quapropter si ductæ rectæ GE, per C, punctum datum agatur parallela CB, reperietur quoque punctum B, contactus.

b 6. sexti.
c 28. vel 27. primi.

DEINDE ita, quod propositum est, absoluetur. Ducta semidiametro FC, ad datum punctum, abscindatur ex ea versus centrum recta CK, semidiametro posterioris circuli æqualis; & iuncta recta KE, secetur bifariam & ad angulos rectos in b, per rectam ba, secantem FC, in a; ac tandem per a, & E, recta ducatur

catur secans posteriorem circulum in A. Dico circulum ex a, per datum punctum C, descriptum transire per A, ac proinde datos circulos in C, & A, contingere. Nam rursum [a] æquales erunt & rectæ aE, aK, & anguli aKE, AEK. Additis ergo æqualibus EA, KC, vt in prima & tertia figura, vel ipsis aE, aK, ablatis ex æqualibus EA, KC, vt in secunda figura, totæ, vel reliquæ aA, aC, æquales quoque erunt. Igitur, vt prius, circulus ex a, per C, descriptus transibit per A, datosque circulos in A, C, continget. Idemque centrum a, & punctum contactus A, reperietur, si ducta recta KE, angulo FKE, æqualis fiat angulus KEN. Immo & CA, ductæ rectæ KE, parallela dabit idem punctum contactus A. quod demonstrabitur, vt prius.

a 4. primi.

NON aliter res peragetur, si in circulo AB, datum sit punctum B, vel A. Nam ducta semidiametro EB, sumatur in ea producta recta BL, semidiametro alterius circuli æqualis, ductaque recta LF, secetur bifariam & ad angulos rectos in M, per rectam MI, secantem EL, in I. Ducta enim per I, & centrum F, recta dabit C, punctum contactus, & I, erit centrum circuli describendi, vt prius. Rursus namque [b] æquales erunt & rectæ IF, IL, & anguli IFL, ILF. Ablatis ergo IF, IL, ex æqualibus CF, BL, vt in prima figura, vel ex ipsis IF, IL, ablatis æqualibus CF, BL, vt in secunda figura, vel denique eisdem IF, IL, additis ad æquales CF, BL, vt in tertia figura, reliquæ quoque IB, IC, vel totæ, æquales erunt, &c.

b 4. primi.

SIC etiam, si ducatur semidiameter EA, & versus centrum E, abscindatur AN, semidiametro alterius circuli æqualis, iungaturque NF, quam ad rectos angulos, bifariamque secet in O, recta Oa, secans AN, in a; erit a, centrum circuli describendi, recta autem Fa, producta dabit punctum contactus C, &c.

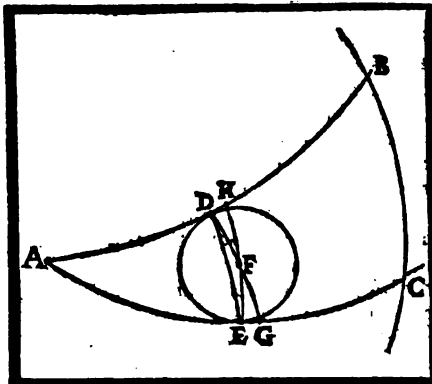
ITAQVE problema soluitur, si ducta semidiametro ex dato puncto ad proprium centrum, abscindatur ex ea, siue extra, siue intra circulum, recta æqualis semidiametro alterius circuli, & ad huius circuli centrum à termino rectæ abscissæ recta iungatur, quam alia recta secet bifariam, & ad angulos rectos, &c. quamuis non idem punctum contactus reperiatur, sed duo inter se diuersa, vt ex figuris manifestum est.

LEMMA XLIII.

SI in sphæra circulus duos maximos circulos ad easdem partes inter punctum sectionis, & circulum maximum per eorum polos ductum tangat, arcus duorum illorum circulorum maximorum inter puncta contactuum, & intersectionem circulorum, vel circulum maximum per eorum polos ductum intercepti, æquales sunt.

DVOS circulos maximos AB, AC, secantes se in A, tangat in D, & E, circulus DE, cuius polus F, & circulus BC, per polos circulorum AB, AC, ductus sit. Dico arcus AD, AE, vel BD, CE, æquales esse. Ducatur enim per D, & F, circulus maximus DF, secans AC, in G, & per E, & F, circulus maximus EF, secans AB, in H. Quia igitur arcus FD, FE, transeunt per polum circuli DE, & per con-

a 5.2.Theo. b 15.1.Theo.

tactus D, E; [a] transibit quoque FD, per polos circuli AB, & FE, per polos circuli AC; [b] ideoque anguli ad D, E, recti erunt: Sunt autem & anguli ad verticem F, æquales, ex propos. 6. nostrorum triang. sphær. Igitur cum trianguli DFH, duo anguli D, F, duobus angulis E, F, trianguli EFG, æquales sint, & adiacentes arcus FD, FE, ex polo æquales quoque; erit per propos. 20. nostrorũ triang. sphær. & arcus FH, FG, & anguli H, G, æquales: ac ppterea & toti arcus EH, DG, æquales erunt. Quocirca cum trianguli AEH, duo anguli E, H, duobus angulis D, G, trianguli ADG, æquales sint, arcusque EH, DG, illis adiacentes æquales; erunt per eandem propos. 20. nostrorum triang. sphær. & arcus AE, AD, æquales. Vel quia tres anguli in triangulo AEH, tribus angulis in triangulo ADG, æquales sunt; erunt per propos. 19. nostrorum triang. sphær. arcus etiam AE, AD, æquales: quibus ablatis ex quadrantibus AB, AC, (quoniam enim BC, per polos circulorum AB, AC, ducitur, transibunt vicissim hi per eius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. ac proinde A, polus erit circuli BC, ideoque ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. AB, AC, quadrantes erunt) reliqui arcus quoque CE, BD, æquales erunt. quod est propositum.

ALITER. Descripto per D, E, circulo maximo DE; erunt per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli FDE, FED, æquales in Isoscele DEF; quibus demptis ex rectis ADF, AEF, reliqui ADE, AED, æquales erunt. Igitur per propos. 9. nostrorum triang. sphær. arcus quoque DA, EA, æquales erunt, &c.

LEMMA XLIIII.

SI in sphæra circulus duos circulos non maximos æquales tangat, arcus duorum illorum circulorum non maximorum inter puncta contactuum, & circulum maximum per eorum polos ductum, vel punctum sectionis (quando se intersecant) interiecti, sunt æquales.

PVNCTA autem contactuum vergere debent in contrarias partes, si circuli æquales ad idem hemisphærium spectent, ad easdem vero, si ad diuersa hemisphæria pertineant. Ad idem autem hemisphærium spectare dico illos, qui ex polis propinquioribus citra maximos circulos ex eisdem polis descriptos describuntur: ad diuersa vero hemisphæria eos, qui ex polis remotioribus citra eosdem circulos maximos describuntur.

IN

IN sphæra ABCD, sint primum ex polis vicinioribus A, B, descripti duo circuli æquales non maximi EF, GH, secantes sese in I, quos tangat circulus KL, in K, L, punctis in contrarias partes vergentibus à puncto sectionis I, cum circuli ad idem hemisphærium spectent, quippe qui inter polos propinquiores A, B, & maximos circulos MN, OP, interijciantur. Dico arcus IK, IL, vel FK, HL, æquales esse. Per polos enim A, B, descripto circulo maximo ABCD, describatur per A, polum circuli EF, & Z, polum circuli tangentis KL, circulus maximus AZ, secans maximum MN, ex eodem polo A, descriptum in R, [a] qui per contactum K, transibit. Item per B, polum circuli GH, & Z, polum circuli tangentis describatur circulus maximus BZ, secans maximum OP, ex eodem polo B, descriptum in S, [b] qui etiam per contactum L, transibit. Quia igitur & arcus AK, BL, ex polis A, B, ad proprios circulos æquales, & arcus ZK, ZL, ex polo Z, ad circulum proprium KL, æquales sunt; erunt quoque reliqui arcus AZ, BZ, æquales; ac proinde per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli ZAB, ZBA, æquales erunt. Quocirca cũ latera AN, AR, lateribus BP, BS, æqualia sint, (quippe quæ omnia quadrantes sint, ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod.) angulosque contineant æquales, vt ostensum est; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases NR, PS, æquales: [c] Est autem arcui NR, arcus FK, & arcui PS, arcus HL, similis. Igitur & arcus FK, HL, similes inter se, ideoque æquales erunt, cum similes arcus æqualium circulorum æquales sint: quibus demptis ex æqualibus IF, IH, (quod autem hi arcus æquales sint, in scholio demonstrabimus.) reliqui quoque arcus IK, IL, æquales erunt.

a 4. 2. Theo.

b 4. 2. Theo.

c 10. 2. Theo.

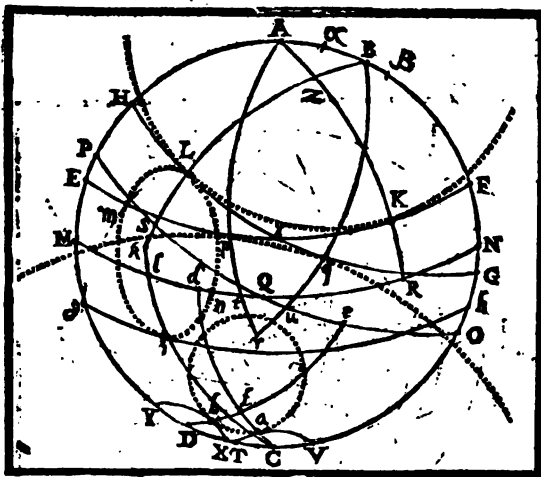
SIMILI ratione, si circulus pq, eosdem EF, GH, tangat in p, q, punctis in partes quoque contrarias vergentibus, ostendemus & arcus Ep, Gq, & Ip, Iq, esse æquales. Descripto enim rursum per A, polum circuli EF, & r, polum circuli tangentis pq, circulo maximo Ar, secante maximum MN, in t, [d] transeunteque per contactum p: Item descripto per B, polum circuli GH, & r, polum circuli tangentis pq, maximo circulo Br, [e] per contactum q, transeunte, secanteque maximum OP, in u: quoniam & arcus Ap, Bq, ex polis A, B, ad circulos æquales, & arcus rp, & rq, ex polo r, ad circulum pq, æquales sunt; erunt quoque toti arcus Ar, Br, æquales. Ergo per propos. 8. nostrorum triang. sphær. anguli rAB, rBA; ac proinde & ex duobus rectis reliqui rAM, rBN, æquales erunt. Quare cũ duo latera AM, At, duobus lateribus BO, Bu, æqualia sint, angulosque compre-

d 4. 2. Theo.

e 4. 2. Theo.

hendant æquales, erunt per propoſ. 7. noſtrorum triangulorum ſphær. & baſes Mt, Ou, æquales. Igitur, vt prius, arcus quoque tam Ep, Gq, quam Ip, Iq, æquales erunt.

IDEM concludetur, ſi duos circulos æquales TV, XY, ad idem hemiſphærium ſpectantes tangat circulus ab, in punctis a, b, à punctis T, X, in contrarias etiam partes vergentibus. Deſcriptis enim rurſum ex polis C, D, circulorum TV, XY, per f, polum tangentis circuli ab, maximis circulis Cf, Df, ſecantibus maximos MN, OP, in d, e, a tranſeuntibus per contactus a, b, erunt arcus Cf, Df, æquales, quod & Ca, Db, & fa, fb, æquales ſint. Igitur, vt ſupra, & anguli fCD, fDC, & arcus Md, Oe, atque idcirco & Ta, Xb, æquales erunt, &c.

a 4. 2. Theo.

SINT iam ex polis remotioribꝰ B, C, deſcripti duo circuli æquales GH, gh, ad diuerſa hemiſphæria ſpectantes, quos tangat circulus Lm i n, in L, i, punctis ad eaſdem partes vergentibus a maximo circulo ABCD, per eorum polos ducto. Dico rurſum arcus HL, gi, æquales eſſe. Deſcriptis enim ex polis B, C, per k, polum circuli tangentis Lm i n, maximis circulis Bk, Ck, ſecantibus maximos OP, MN, in S, l, b tranſeuntibusque per contactus L, i; erunt arcus toti Bk, Ck, æquales, quod & BL, Ci, kL, ki, æquales ſint. Ergo per propoſ. 8. noſtrorum triang. ſphær, anguli kBC, kCB; ac propterea & ex duobus rectis reliqui kBP, kCM, æquales erunt. Igitur, vt ſupra, arcus PS, Ml, æquales erunt, ideoque & illis ſimiles HL, gi, æquales erunt, &c.

b 4. 2. Theo.

SCHOLIVM.

ARCVS autem IF, IH, æquales eſſe, vt in demonſtratione aſſumebatur, ſic demonſtrabimus. Arcus circulorum æqualium EF, GH, à ſectione I, per F, H, vſque ad alteram ſectionem, minora ſegmenta ſunt ipſorum circulorum, & ſegmenta reliqua ab I, per E, G, vſque ad alteram ſectionem, maiora, vt mox oſtendemus. c Igitur tam minora, quam maiora ſegmenta, æqualia erunt, cum eandem habeant chordam ex I, ad alteram ſectionem ductam. d Cum ergo ſegmenta hæc bifariam ſecentur in F, H; E, G, à maximo circulo ABCD, per eorum polos ducto; erunt quoque tam arcus IF, IH, quam IE, IG, æquales. Quòd autem ſegmenta inter I, per F, H, vſque ad alteram ſectionem ſint minora, ita planum faciemus. Concipiatur diameter ſphæræ, ſeu circuli

c 28. tertij.

d 9. 2. Theo.

maximi

maximi ABCD, ducta per punctum, in quod cadit perpendicularis ex I, in planum circuli ABCD, demissa, quæ diameter secet circumferentiam in a: Et per hunc diametrum, & perpendicularem ex I, demissam intelligatur duci planum, a quod ad circulum ABCD, rectũ erit, facietque in sphæra semicirculum, qui per Q. transibit. Cũ enim circulus ABCD, transeat per A, B, polos maximorum circulorũ MN, OP, transibunt hi vicissim per illius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. atque idcirco Q, illius polus erit. b Cum ergo semicirculus ille ducatur per eiusdem polos, transibit per Q, polum circuli ABCD, ibique bifariam secabitur, cum ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. eius arcus a Q, usque ad a, quadrans sit: ac propterea idem semicirculus in I, diuidetur non bifariam. Igitur per theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. recta ducta Ia, erit omnium minima ex I, in circumferentiam ABCD, cadentium, & IF, minor quàm IG; ac propterea ex scholio propos. 28. lib. 3. Euclid. minor erit arcus IF, arcu IG; ideoque totus arcus ab I, per F, usque ad alteram intersectionem, minor erit toto arcu ab I, per G, usque ad alteram illam intersectionem, cum horum illi sint semisses, ut ostensum est.

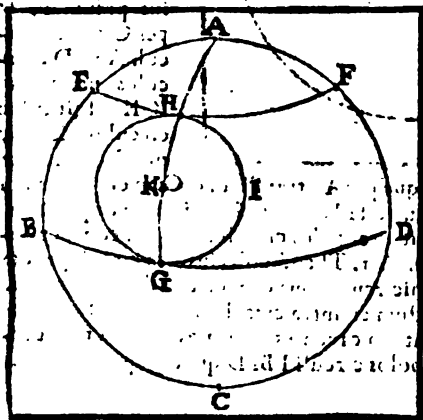
a 18. undec.

b 13. Theo.

SED arcus IF, IH, æquales esse, hac etiam ratione ostendi potest. Quoniam rectæ cadentes ex I, in polos A, B, æquales sunt, æqualiter distabunt A, & B, à puncto a, ita vt æquales sint arcus aA, aB. Nam si alius arcus, quàm aB, nimirum aß, æqualis esset arcui aA, esset quoque recta Iß, rectæ IA, æqualis, ex dicto theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. quod est absurdum. Nam per illud theorema IB, minor est, quàm Iß, ideoque minor quàm IA. Et quoniam æquales quoque sunt arcus AF, BH, si auferantur æquales Aa, Ba, reliqui aF, aH, æquales etiam erunt. Igitur per dictũ theor. 3. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. rectæ IF, IH, æquales erunt, c ideoque æquales quoque erunt arcus IF, IH. quod est propositum.

c 28. tertij.

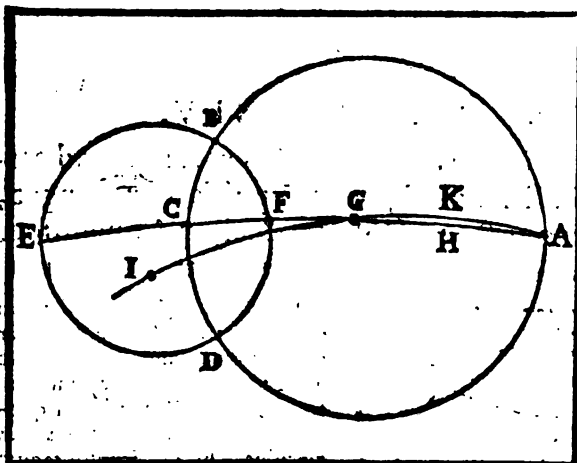
LEMMA XLV.

SI in sphæra circulus duos circulos parallelos ad easdem partes circuli maximi per eorũ polos ducti tangat, arcus eorũ inter puncta contactuum, & circulũ quemlibet maximum per eorũ polos ductum intercepti, similes sunt.

IN sphæra ABCD, sint duo circuli paralleli BD, EF, siue alter eorum sit maximus, siue neuter, & siue ad idem hemisphærium pertineant, siue ad diuersa, per quorum polos A, C, incedat maximus circulus ABCD, & ipsos tangat circulus GIH, in punctis G, H, ex eadem parte maximi circuli ABCD. Dico tam arcus BG, EH, quàm DG, FH, esse similes. Describatur enim per A, polum circulorum BD, EF, & K, polum tangentis circuli GIH, circulus maximus AK. Igitur maximus circulus AK, qui descriptus est per A, K, polos circulorum EF, GIH, sese contingen-

a 4.2.Theo. tangentium in H, transibit per contactum H: Sic etiam idem maximus circulus AK, qui per A, K, polos circulorum BD, GIH, se mutuo tãgentium ducitur, transibit per contactum G. Quia vero maximi circuli AB, AG, per polos circulorum parallelorum EF, BD, ducuntur, erunt arcus intercepti EH, BG, similes. quod est propositum. Quod si paralleli sint æquales, erunt quoq; arcus EH, BG, non solum similes, verum etiam æquales, propterea quod similes arcus æqualium circulorum æquales sunt.

LEMMA XLVI.

SI in sphæra duo circuli se mutuo secent, maximus circulus secans bifariam vnius segmentum, incedensque per eius circuli polos; transit quoque per alterius circuli polos.

IN sphæra duo circuli ABCD, EBFD, siue maximi, aut non maximi, siue vnus maximus, & alter non maximus, se mutuo secent in B, D, & maximus circulus EFGHA, transiens per G, polũ circuli ABCD, secet eius segmentum BAD, bifariam in A. Dico eundem circulũ maximum transire quoque per polũ circuli EBFD. Si enim non transit, ducatur per eius polum I, & per G, polum circuli ABCD, circulus maximus IGK. b Igitur hic circulus secabit omnia segmenta

b 9.2.Theo.

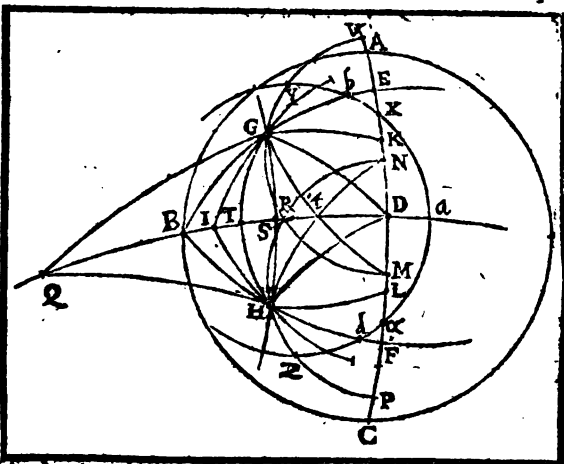
c 11.1.Theo.

dictorum circulorum bifariam, ideoque per A, transibit. c Cum ergo maximi circuli se mutuo secent bifariam, erunt GHA, GKA, semicirculi: atque idcirco punctum A, in circumferentia, erit alter polus circuli ABCD, cum per coroll. theorematis 1. scholii propos. 10. lib. 1. Theod. poli eiusdem circuli per diametrum opponantur, hoc est, per semicirculum maximi circuli distent inter se. quod est absurdum. Polus enim punctum est intra circulum in superficie sphæræ, à quo omnes rectæ in circumferentiam cadentes, æquales sunt. Transit ergo maximus circulus EFGHA, per polos circuli EBFD. quod est propositum.

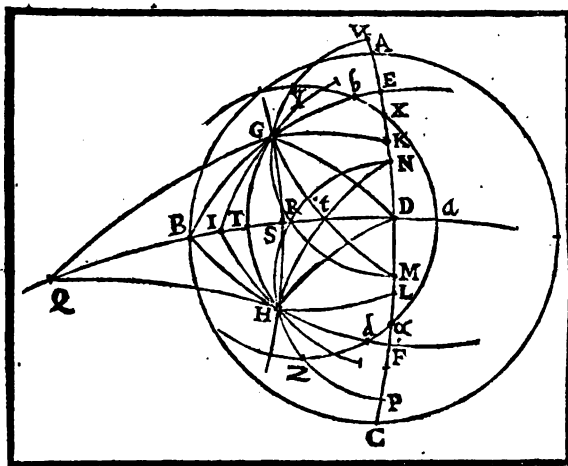
LEMMA XLVII.

SI in sphæra per polum cuiusuis circuli maximi ducantur tres maximi circuli constituentes duos angulos in polo æquales; circulus quicunque ex quolibet puncto medij circuli, vt polo, descriptus abscindit tam ex alijs duobus maximis circulis, quàm ex duobus circulis siue maximis, siue non maximis æqualibus, qui polos habent in primo circulo maximo à medio illo circulo maximo æqualibus interuallis distantes, arcus æquales ad easdem partes ab eodem primo circulo maximo inchoatos, in circulis tamen maximis vel non maximis æqualibus polos in primo illo circulo maximo habentibus, a punctis, quæ citra vel vltra polos eorum existunt.

IN sphæra ABC, per B, polum maximi circuli ADC, ducantur tres maximi circuli BD, BE, BF, facientes in B, angulos æquales EBD, FBD: Et primum ex assumpto polo *B*, in medio circulo BD, descriptus sit circulus non maximus GSH, secans circulos maximos BE, BF, in G, H. Dico arcus EG, FH, esse æquales. Quoniam enim ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. arcus BE, BF, quadrantes sunt, ideoque æquales; si demantur arcus BG, BH, a qui æquales inter se sunt, quod ductæ chordæ BG, BH, æquales etiã sint ex defin. poli, reliqui arcus EG, FG, æquales quoque erũt, quod est propositum.

a 28. tertij.

DEINDE ex alio polo I, assumpto in eodem medio circulo BD, descriptus sit circulus non maximus GSH, secans maximos circulos BE, BF, in G, H. Dico rursum, æquales esse arcus EG, FH. Ductis enim maximis circulis IG, IH, DG, DH, describatur ex D, polo, per G, circulus GTH, secans circulum GSH, in H, puncto, quod dico esse illud, in quo circulus BF, à circulo GSH, secatur. Concipiantur enim per H, punctũ intersectionis circulorum

rum GSH, GTH, & per B, I. ducti circuli maximi HB, HI. Quoniam igitur duo latera ID, DG, duobus lateribus ID, DH, æqualia sunt, & basis IG, basi IH, æqualis; (sunt enim tam arcus DG, DH, quàm IG, IH, æquales, cum cadant ex polis ad proprios circulos, erunt anguli GDI, HDI, æquales, ex propos. 18. nostrorum triang. sphær. Rursus quia duo latera BD, DG, duobus lateribus BD, DH, æqualia sunt, angulosque æquales continent, vt ostendimus; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases BG, BH, & anguli ad B, æquales; sed ex hypothesi, arcus BH, ductus ad intersectionem ipsius cum circulo GSH, facit angulum HBD, angulo eidem GBD, æqualem. Igitur hic arcus ab eo, qui per B, & intersectionẽ circulorũ GSH, GTH, ducitur, non differt, ne pars sit æqualis toti; ac proinde circuli GSH, GTH, in arcu BF, se intersecãt. Quocirca ostẽdemus, vt proxime factum est, in triangulis IGD, IHD, angulos IDG, IDH, æquales esse, cum tria latera tribus lateribus sint æqualia: atque hinc, in triangulis BGD, BHD, bases BG, BH, æquales esse ex propos. 7. nostrorum triang. sphær. Reliqui ergo arcus EG, FH, æquales quoque erunt. quod est propositum.

TERTIO ex alio polo Q assumpto in eodem medio circulo BD, descriptus sit circulus maximus GSH, secans maximos circulos BE, BF, in G, H. Dico rursum, arcus EG, FH, æquales esse. Descriptis enim per Q, G, & per Q, H, circulis maximis QG, QH, qui ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. quadrãtes sunt, erunt per propos. 25. nostrorũ triãg. sphær. anguli QGH, QHG, recti, ideoque QGB, QHB, acuti. Et quia anguli DBE, DBF, æquales ponuntur, erunt etiam ex duobus rectis reliqui GBQ, HBQ, æquales in triangulis QBG, QBH. Cũ ergo & duo latera BQ, QG, duobus lateribus BQ, QH, æqualia sint, & reliquorum angulorum BGQ, BHQ, vterque recto minor, vt ostensum est; erunt per propos. 24. nostrorum triang. sphær. & latera BG, BH, ideoque & reliqui arcus EG, FH, æquales. quod est propositum.

IAM vero ex polis K, L, vtcunque in maximo circulo ADC, assumptis æqualiter tamen à puncto D, distantibus, describantur duo æquales circuli siue maximi, siue non maximi, MGV, NHP. Primum autem ex polo B, circulus non maximus describatur GSH, hoc est, parallelus circuli maximi ADC, secans, vel tangens duos circulos in G, H. Dico tam duos arcus MG, NH, quàm duos VG, PH, esse æquales. Describatur enim ex polo D, per G, circulus GTH, secãs circulum GSH, in H, puncto, quod dico esse illud, in quo GSH, circulum

circulum NHP, secat. Ductis enim arcubus circulorum maximorum DG, DH, KG, LH; & BH: quoniam duo latera DG, DB, duobus lateribus DH, DB, æqualia sunt, & basis BG, basi BH, æqualis: (Nam tam DG, DH, quàm BG, BH, ex polis ad circumferentias propriorum circulorum æquales sunt) erunt per propos. 18. nostrorum triang. sphær. & anguli GDB, HDB, ac proinde & ex rectis reliqui GDK, HDL, æquales erunt. Igitur quia duo latera GD, DK, duobus lateribus HD, DL, æqualia sunt, cum poli K, L, ponantur æqualiter distare à D; angulosque continent æquales, vt ostendimus; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases KG, LH, æquales. Cum ergo KG, sit ex polo K, ad circunferentiam VGM, erit quoque LH, ex polo L, ad circumferentiam PHN, cum hæc circunferentia illi sit æqualis; ideoque punctum H, erit in circunferentia NHP, hoc est, in puncto, vbi a circulo GSH, secatur. Quapropter ostendemus, vt proxime factum est, in triangulis BDG, BDH, angulos D, æquales esse, ac proinde & ex rectis reliquos GDK, HDL: Atque hinc ex propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases KG, LH, & angulos K, L, æquales esse. Quoniam igitur, ductis maximis circulis MtG, NtH, duo latera KG, KM, duobus lateribus LH, LN, æqualia sunt, cum sint ex polis ad æquales circulos; angulosque continent æquales, vt ostensum est: erunt quoque bases MG, NH, æquales, ex propos. 7. nostrorum triang sphær. [a] atque idcirco & chordæ ductæ MG, NH, æquales erunt; [b] atque hinc & arcus MRG, NRH, æquales erunt. Cum ergo MGV, NHP, semicirculi sint, [c] quod maximus circulus ADC, per eorum polos ductus secet circulos bifariam; erunt quoque reliqui arcus VG, PH, æquales. quod est propositum.

a 29. tertij.
b 28. tertij.
c 15. 1. Theo.

EODEM prorsus modo propositum concludemus, si ex alio quouis polo I, vel Q, assumpto in circulo BD, circulus describatur GSH, etiamsi descriptus ex Q, maximus sit, ita vt QG, QH, quadrantes sint.

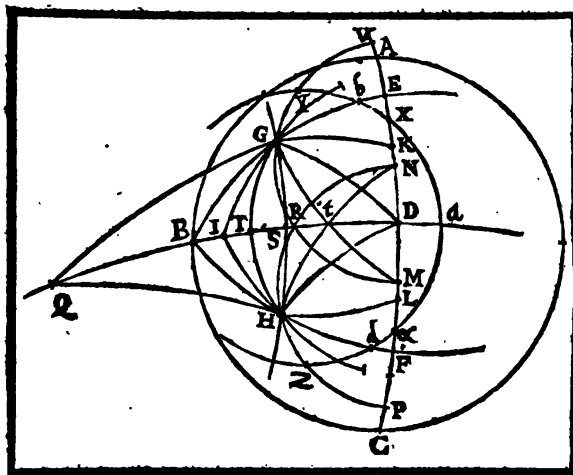
NON diuersa ratio fere erit, si ex D, polo circulus quilibet describatur GTH, secans maximos BE, BF, vel circulos ex polis K, L, descriptos in G, H. Descripto enim ex polo B, per G, circulo GSH, secante circulum GTH, in H, puncto, similiter ostendemus, illud esse in circulo BF. Ductis namque circulis maximis DG, DH, BH, erunt duo latera BD, BG; duobus lateribus BD, BH, æqualia, & basis DG, basi DH, æqualis, cum BD, arcus sit communis, & alij ex polis ad proprias circunferentias ducti. Igitur per propos. 18. nostrorum triang. sphær. anguli ad B, æquales erunt: Sed arcus BF, ex hypothesi facit etiã angulum FBD, angulo EBD, æqualem. Igitur arcus per B, & punctum H, intersectionis circulorum GTH, GSH, ab arcu BF, non differt. Ergo arcus BG, BH, ex polo ad circunferentiam GSH, æquales erũt, quibus demptis ex quadrantibus BE, BF, reliqui arcus EG, EH, æquales quoque erunt. quod est propositum.

RVRSVS ductis maximis circulis MtG, NtH, KG, LH; & descripto ex quouis polo I, in BD, assumpto circulo GSH, per G, secante circulum GTH, in H, monstrabimus, vt prius, punctum H, esse in circulo NHP. Nã ductis maximis circulis IG, IH, duo latera ID, DG, duobus lateribus ID, DH, æqualia sunt, & basis IG, basi IH, æqualis, quòd ID, sit arcus communis, & alij ex polis ad proprias circunferentias ducti. Igitur per propos. 18. nostrorum trang. sphær. anguli IDG, IDH, ideoque & ex rectis reliqui GDK, HDL, æquales erunt. Sunt autem & duo latera DG, DK, duobus lateribus DH, DL, æqualia. Nam DG, DH, arcus sunt ex polis circulorũ æqualiũ ad circunferentias, & DK, DL, sunt arcus positi æquales, nimirũ distantiæ polorũ K, L, à pũcto D. Igitur per propos. 7. nostrorũ triang. sphær. & bases KG, LH, æquales erũt. Cũ ergo KG, ducatur ex po

lo K, ad suam circunferentiam; ducetur quoque LH, ex polo L, ad suam circunferentiam, cum hæc illi sit æqualis, hoc est, punctum H, intersectionis circulorum GTH, GSH, in circulo NHP, existet. Quo posito, probamus ex propos. 18. nostrorum triang. sphær. angulos DKG, DLH, æquales esse, quod tria latera KG, KD, DG, tribus lateribus LH, LD, DH, æqualia sint. Quamobrem cum duo quoque latera GK, KM, duobus lateribus HL, LN, sint æqualia circa illos angulos, cum arcus sint ex polis K, L, ad circumferentias æquales; erunt per propos. 7. nostrorum triang. sphær. & bases MtG, NtH, æquales. a ideoque & ductæ chordæ MG, NH, æquales erunt, b ac proinde & arcus MRG, NRH, æquales erunt, &c. quod est propositum.

a 29. tertij.
b 28. tertij.

DEMONSTRATIO hæc locum habet, vt constat, siue circuli MGV, NHP, se mutuo secent, siue tangant in D, siue denique vnus totus extra alterum existat. Sed quando se tangunt in D, tam arcus DH, NH, quam DG, MG, coincidunt, atque ita breuior efficitur demonstratio.

QVOD si quando accidat, circulum ex polo vtcunque assumpto in circulo BD, descriptũ secare circulum ADC, qualis est circulus YXaZ, secans ADC, in X, a, erunt semper puncta sectionum X, a, à puncto D, æqualiter remota; c propterea quod circulus maximus BD, per polos circulorum ADC, YaZ, descriptus secat eorum segmenta XDa, Xa, bifariam in D, & a. Erunt autem rursum, vt demonstratum est, tam arcus Eb, Fd, quam arc⁹ MGY, NHZ, & VY, PZ, æquales. Itaque si eiusmodi circulus polum habẽs in BD, circulo maximo, transeat per alterum polorum K, vel per quodcunque punctum à polo K, remotum, trãsibit quoque per alterum polum L, vel per punctum, quod tanto interuallo absit à polo L, quanto illud alterum à polo K, abest, siue ea puncta à polis recedant versus D, siue versus A, C: quia hac ratione eiusmodi puncta à puncto D, semper sunt æque remota, vt patet.

c 9. 1. Theo.

VICISSIM circulus quicũq; YaZ, secans circulum maximum ADC, in punctis X, a, æqualiter distantibus à puncto D, ac proinde & à polis K, L, polos habet necessario in maximo circulo DB, per D, & polos circuli ADC, ducto. Quoniam enim circulus maximus DB, secat segmentum Xa, bifariam in D, transitque per eius polos, ex hypothesi, transibit idem quoque DB, per polos circuli YaZ, priorem secantis X, a, ex præcedenti lemmate 46.

CAETE-

CAETERVM quando circa polum B, parallelus maximi circuli ADC, describitur, abscindet is arcus æquales ex omnibus maximis circulis per B, ductis, etiamsi in B, angulos non constituant æquales; Itemque ex omnibus non maximis ęqualibus polos habentibus in maximo circulo ADC, etiamsi poli non ęqualiter distent à medio circulo BD. In maximis propositū facile sic concludemus. Cum enim omnes ducātur per polos parallelorum ADC, GSH, [a] erunt eorum arcus inter dictos parallelos, ęquales. In non maximis vero hæc erit demonstratio. Si ex punctis, in quibus à parallelo maximi circuli ADC, secantur, ad maximum circulum ADC, perpendiculares demittantur. [b] cadent eę in communes eorum sectiones cum maximo circulo ADC, hoc est, in eorum diametros: [c] (Cum enim maximus circulus ADC, per eorū polos ductus secet eos bifariam, erunt illæ cōmunes sectiones eorum diametri.) ac proinde sinus recti erunt arcuum abscissorum. Cum ergo perpendiculares illæ omnes sint inter se æquales. [d] (Quoniam enim omnes parallelę sunt, si per quaslibet duas planum ducatur, [e] fient communes eius cum planis parallelis ADC, GSH, sectiones parallelę; [f] ac proinde in parallelogrammo latera opposita ęqualia erunt, nimirum duę illę perpendiculares: & sic de cęteris) erunt quoque arcus, quorum sinus sunt, ęquales. quippe cum in circulis ęqualibus ęquales sinus habeant arcus ęquales, vt in definitionibus sinuum demonstrauimus.

a 10.1. Theo.
b 38. undec.
c 15.1. Theo.
d 6. undec.
e 16. undec.
f 34. primi.

LEMMA XLVIII.

SI ex eodem centro duo circuli descripti sint, & ex quotlibet punctis circumferentiæ interioris ad exterioris circumferentiam rectæ æquales ducantur; vna autem earum interiorem circulum tangere ponatur, tangent eundem & reliquæ. Et si plures lineæ interiorem circulum tangentes versus eandem partem ducantur, versus sinistram videlicet, aut dextram, ipsæ inter se æquales, & arcus inter binas comprehensi, similes erunt.

EX eodem centro A, descripti sint duo circuli BCDEF, GHIKL, & ex punctis G, H, I, rectę ęquales ducantur GB, HC, ID, quarum GB, circulum GHIKL, tangere ponatur. Dico & HC, ID, eundem tangere. Iunctis enim semidiametris GA, HA, IA, & BA, CA, DA; quoniam duo latera BG, GA, duobus lateribus CH, HA, ęqualia sunt, & basis BA, basi CA; [g] erunt & anguli AGB, AHC, ęquales: [h] Est autem AGB, rectus. Igitur & AHC, rectus erit; ac proinde, per coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. recta HC, circulum GHI, tanget in H, atque ita de cęteris.

g 8. primi.
h 18. tertij.

DVCTAE iam sint ad easdem partes quotuis tangentes BG, CH, DI, SM. Dico eas & ęquales esse, & tam arcus GH, BC, quam GI, BD, & GM, BS, similes esse. Iunctis enim eisdem semidiametris, secetur interior circulus in M, N, O, T, à semidiametris AB, AC, AD, AS. Et quoniam duo latera AB, AG, duobus lateribus

ribus AC, AH, ęqualia sunt; & anguli AGB, AHC, ęqualibus lateribus AB, AC, oppositi, ęquales, [a] quod recti sint; reliquorum quoq; angulorum B, C, reliquis lateribus ęqualibus AG, AH, oppositorum vterque recto minor. [b] quod tam duo G, B, quam duo H, C, duobus rectis sint minores Igitur per ea, quę ad finem lib. 1. Eucl. demonstrauimus, erunt etiam latera BG, CH, ęqualia, & anguli BAG, CAH, ęquales. Ex quo fit, [c] arcus quoque GM, HN, ęquales esse, & ablato communi HM, reliquos quoque GH, MN, esse ęquales: Cum ergo ex schol. propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus MN, arcui BC, similis sit; erit quoque arcus GH, eidem arcui BC, similis. Eodem pacto ostendes arcus GM, IO, esse ęquales, ideoque addito cōi MI, totos etiā GI, MO, ęquales esse: ac proinde cū MO, ipsi BD, similis sit, erit quoq; GI, eidē BD, similis. Nō secus mōstrabis arc⁹ GM, MT, ęquales esse. Cùm ergo MT, similis sit ipsi BS, erit quoq; GM, eidem BS, similis.

a 18. tertij.
b 17. primi.
c 26. tertij.

CAETERVM tangentes esse ęquales, ita facile etiam ostēdemus. Productis tāgentibus BG, DI, ad P, Q, erunt ex schol. propos. 18. lib. 3. Eucl. ipsę inter se ęquales, bifariamq; in G, I, pūctis contactuū secabuntur. Igitur semisses BG, DI, ęquales erunt; & sic de alijs. Hinc facile concludemus, [d] angulos GAB, IAD, ęquales esse, propterea quod latera AB, AG, lateribus AD, AI, ęqualia sunt, & basis BG, basi DI, ęqualis, &c.

d 8. primi.

QVOD si puncta contactuum G, K, per diametrum opponantur, vt semicirculus sit GIK, erit quoque BDE, semicirculus, hoc est, ipsi GIK, similis. Erit enim tam BD, ipsi GI, quā DE, ipsi IK, similis, vt mōstratum est; ac propterea per lemma 6. & totus BDE, toti GIK, similis erit. Quod tamen hac etiam ratione demonstrare licet. Iunctis rectis AB, AE, quoniam duo latera AB, AG, duobus lateribus AE, AK, ęqualia sunt, & basis BG, basi EK, ęqualis, vt ostensum est; [e] erunt anguli BAG, EAK, ęquales. Igitur ex ijs, quę ex Proclo ad propos. 15. lib. 1. Eucl. demonstrauimus, rectę AB, AE, vnam rectam conficient; ac proinde diameter erit BE, & arcus BDE, semicirculus. Vel sic. Propter angulos BAG, EAK, ęquales, [f] erunt arcus GM, KR, ęquales, additoque communi MK, toti arcus GMK, MKR, ęquales erunt. Sed ille est semicirculus, ergo & hic; atque idcirco diameter erit MAR, ideoque BDE, semicirculus.

e 8. primi.
f 26. tertij.

EADEM ratione, si puncta contactuum G, L, distent per arcum GKL, semicirculo maiorem; quoniam arcus KL, EF, ostensi sunt similes; si adiiciantur semicirculi KIG, EDB, erunt per lemma 6. similes quoque toti arcus GKL, BDF.

SCHO-

SCHOLIVM.

EFFICITVR ex hoc, si puncta contactuum circulum interiorem in partes æquales secent, exteriorem à tangentibus in partes quoque distribui æquales. Ita videtam arcus GH, HM, MN, quam BC, CS, SY, æquales esse.

ITAQVE si ducendæ sint plurimæ lineæ tangentes circulum GHIK, in punctis ipsum in partes æquales diuidentibus, vt in G, H, M, N, T, &c. ducenda erit vna, vt GB. Si namque ex A, quicumque circulus describatur secans GB, in B, diuidaturq; in æquales partes BC, CS, ST, &c. initio facto à puncto B, transibit tangens in H, per C; in M, per S; in N, per Y; in T, per Z, &c.

SED vt habeas bina puncta in exteriori circulo, per quæ tangentes sunt ducendæ, ducenda erit ex centro A, per vnam partium æqualium circuli GHIK, vt per M, secundam partem, recta AM, secans primam tangentem in B, & per B, ex A, circulus describendus, atque in totidem partes æquales distribuendus, (initio facto à B,) in quot partes circulus GHIK, sectus est, vt in proposita figura, in 12. partes æquales BC, CS, SY, YZ, Za, aE, EF, FP, PV, VX, Xb, bB. Nam cum ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. recta AX, secet arcum BXP, bifariam in X, continebuntur in toto arcu BXP, bis tot partes æquales, quot in BX, hoc est, in simili GM, continentur. Tangens igitur CP, ducitur per duo puncta B, P, terminantia quatuor partes æquales. Sic tangens CV, transibit per similia duo puncta C, V, cum tot partes in arcu BXP, quot in arcu CBV, contineantur, & C, terminet vnam partem; quod arcus BC, GH, similes sint ostensi. Idem dicendum est de tangentibus SX, Yb, FY, &c. Itaque singulæ tangentes per terna puncta hac ratione ducentur. Verum bina puncta cuiusuis tangentis in exteriori circulo vtcunque descripto inuenientur quoque, si ad interuallum rectæ GB, ex puncto contactus duo puncta in exteriori circulo notentur. Nam omnes tangentes æquales sunt, vt demonstratum est. Hac ratione interuallo GB, ex puncto contactus H, reperientur duo puncta C, V, & ex M, duo puncta S, X, &c.

LEMMA XLIX.

PAVCA quædam de declinationibus, latitudinibus ortiuis, ascensionibusq; rectis, & obliquis demonstrare.

1. SIT in prima figura Meridianus ABCD; Aequator AC; Horizon obliquus BD, secans Aequatorem in E: & per E, transeat Ecliptica FG, vt E, sit principium ♈, vel ♎; F, ♋: & G, ♑: sintque arcus Eclipticę EH, EI, ęquales, & per H, I, paralleli ducantur KL, MI, secantes Horizontem in L, & N; ac deniq; per L, N, H, I, & polos mundi O, P, circuli maximi declinationum ducātur OL, PN, OH, PI, secantes Aequatorem in Q, R, S, T. Dico parallelū KL transire per duo puncta Eclipticę equè remota à tropico puncto F. Quod idem de parallelo MI, dicendum est. Quoniā enim maximus circulus ABCD, per polos secat circulos FE, KL, sese in H, & in altero puncto ex alia parte Meridiani ABCD, secantes; a secabit idem eorum segmenta bifariam. Igitur alterum punctū sectionis ex alia parte Meridiani, in quo parallelus KL, Eclipticā secat, tantū abest à tropico puncto F, in Ecliptica, quantum ab eodem punctū H, abest; ac proinde parallelus KL, per duo puncta Eclipticę equaliter à tropico puncto F, remota transit. Eademq;

Parallelus quilibet per duo puncta ab alterutro puncto tropico æqualiter distantia transit.

a *9.2. Theo.*

ratione

tatione parallelus per I, & per aliud punctum ex alia parte Meridiani transit, quod æqualem cum puncto I, distantiam habet à puncto tropico G.

Duo paralleli per duo puncta Eclipticæ æqualiter ab alterutro puncto æquinoctiali, vel à duobus, aut etiã à duobus punctis tropicis distantia ducti declinationes habent æquales.

2. DEINDE dico, duos parallelos KL, MI, ab alterutro æquinoctiali puncto, vel à duobus, aut etiam à duobus punctis tropicis F, G, æqualiter distantes, declinationes habere æquales HS, IT. Quoniam enim in triangulis HES, IET, anguli S, T, recti sunt, & anguli ad verticem E, æquales, ex propos. 6. nostrorum triang. sphær. Ponuntur autem & arcus Eclipticæ EH, EI, rectis angulis oppositi, æquales: erunt per propos. 2 1. nostrorum triang. sphær. arcus etiã HS, IT, declinationum punctorum H, I, æquales. Atq; ita duo puncta H, I, Eclipticæ, ab eodem Aequinoctij puncto E, æque remota, vel paralleli per ea puncta ducti KL, MI, æquales habent declinationes. Quod si dentur puncta H, I, æqualiter distantia à tropicis punctis F, G, versus eandem sectionem E, vernalem, vel autumnalem, distabunt eadem ab E, æqualiter. Igitur vt proxime ostendimus, paralleli per ea ducti habent æquales declinationes. Si denique vnum punctum, v. g. H, ponantur distare à tropico puncto F, versus autumnale punctum E, alterum vero punctum eadem distantia remoueri à tropico puncto G, versus punctum vernale, ita vt priori per diametrum sit oppositum, sumemus aliud punctũ I, versus prius punctum E, autumnali, in eadẽ distantia à puncto G: habebuntque rursum puncta H, I, vt proxime ostendimus, æquales declinationes HS, IT. Et quia idem parallelus trãsit per I, & punctum respondens ex altera parte datum, vt Num. 1. demonstratum est, habentque omnia puncta eiusdem paralleli æquales declinationes, [b] quod omnes arcus maximorum circulorum per polos mundi ductorũ, cuiusmodi sunt declinationum circuli, inter quemuis parallelum & Aequatorem, sint æquales; habebũt quoque paralleli per H, & alterũ illud pũctũ Eclipticæ pũcto I, ex altera parte respondens, quod ipsi H, opponitur, declinationes æquales.

a 11. I. Theod.

b 10. 2. Theod.

Idem duo paralleli habent latitudines ortiuas æquales.

3. TERTIO dico, eosdẽ duos parallelos habere latitudines ortiuas EL, EN, æquales. Quoniam enim in triangulis ELQ, ENR, anguli Q, R, recti sunt, & anguli ad E, verticem ex propos. 5. nostrorum triang. sphær. æquales; Item & arcus declinationum LQ, NR, angulis æqualibus ad E, oppositi, ostensi sunt æquales; denique arcus EL, EN, rectis angulis æqualibus Q, R, oppositi semicirculum non conficiunt, cum quilibet sit quadrante minor, vtpote latitudo ortiua, quæ semper quadrante minor est; erunt per propos. 22. nostrorum triang. sphær. arcus quoque EL, EN, hoc est, latitudines ortiuæ, æquales.

4. QVAR-

4. QVARTO dico eosdem duos parallelos esse æquales. Cũ enim arcus EL, EN, inter ipsos, & Aequatorem interiecti, ostensi sint æquales, [a] erunt ipsi paralleli KL, MI, æquales.

Iidem duo paralleli æquales sũt. a 17. 2 Theod.

5. SEQVITVR ex his, quaterna semper puncta Eclipticæ, quorum bina opposita sint per diametrum; & bina à duobus pũctis æquinoctialibus, aut tropicis, aut ab eodem puncto æquinoctiali, vel tropico, æqualiter distantia, habere æquales declinationes, latitudinesque ortiuas. Huiusmodi puncta sunt initium ♉, initium ♍, initium ♏, & initium ♓, quorum priora duo à principio ♋, posteriora duo à principio ♑, æqualiter distant: item primum ac vltimum æquali interuallo absunt à principio ♈, & intermedia duo à principio ♎. Et quoniam per priora duo idem parallelus transit, & per posteriora duo vnus alius & idem parallelus, vt Num. 1. est demonstratum, habebunt tã illa duo, quàm hæc, declinationes, latitudinesque ortiuas æquales, vt ostendimus Num. 2. & 3. Sed vt ibidem demonstratum est, etiam primum & vltimum declinationes, latitudinesque ortiuas æquales habent, cum æqualiter à principio ♈. distent. Igitur omnia quatuor æquales declinationes, ac latitudines ortiuas habent, quorum primum ac tertium, necnon secundum ac quartum, per diametrum opponuntur, cũ tam illa, quàm hæc, æquali interuallo distent à principijs ♈, & ♎, secundum successionem signorum. Itaque satis est, si inueniantur declinationes, latitudinesque ortiuę punctorum vnius quadrantis Eclipticæ, cum hæ punctis quoque aliorum trium quadrantum conueniant, si puncta sumantur, vt dictum est.

Quaterna puncta Eclipticæ æquales habere declinationes, & latitudines ortiuas; & quænam illa sint.

Satis esse, vt declinationes, latitudinesque ortiuæ omnium punctorũ vnius quadrantis Eclipticę inueniantur.

POSSVNT omnia hæc facilius, ac breuius ex Theodosio demonstrari hoc modo. Quoniam Ecliptica EF tangit vnum parallelorum, nimirum tropicum ♋, vel ♑, [b] erunt duo eius arcus inter Aequatorem, ac parallelũ KL, quorum vnus est EH, inter se æquales. Igitur & ex quadrantibus reliqui vsque ad Meridianum, quorum vnus est HF, æquales erunt: atque idcirco idem parallelus KL, per duo puncta à tropico puncto F, æqualiter remota transibit. Eademq; ratio est de parallelo MI.

b 13. 2. Theod.

DEINDE quia arcus Eclipticæ EH, EI, ponuntur æquales, cum paralleli KL, MI, ab æquinoctiali puncto E, aut à duobus punctis tropicis F, G, æqualiter ponantur distare; [c] erunt ipsi paralleli KL, MI, æquales. [d] Igitur tam duo arcus circuli maximi per mundi polos ducti, inter Aequatorem, & dictos parallelos intercepti, qui eorum declinationes metiuntur, quàm duo arcus EL, EN, Horizontis, qui eorũdem parallelorum latitudines ortiuas determinant, æquales inter se erunt. Ex quo rursum sequitur, quaterna Eclipticæ puncta æquales habere & declinationes, & latitudines ortiuas.

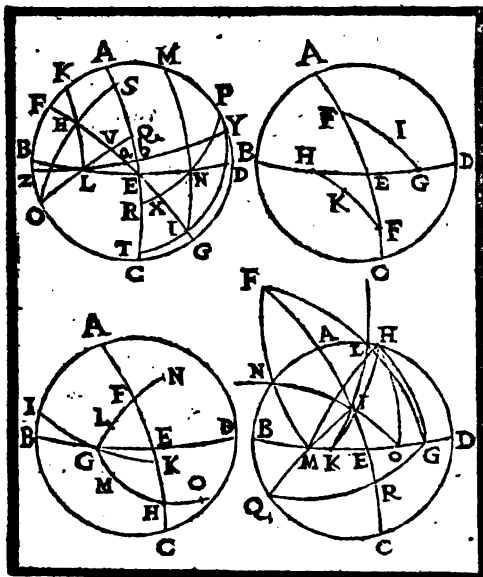
c 17. 2. Theod.
d 18. 2. Theod.

6. DICO sexto, quaternos arcus Eclipticæ æquales, quorum bini per diametrum sint oppositi, & bini à duobus punctis æquinoctialibus, vel tropicis, aut ab eodem puncto æquinoctiali, vel tropico æqualiter remoti, æquales habere ascensiones in sphæra recta. Dico aũt, duos illos arcus esse oppositos, quorum puncta extrema per diametrum opponuntur: æqualiter vero distare à punctis æquinoctialibus, vel tropicis, quorum extrema puncta ab eisdem æqualiter absunt, ita vt propinquiora duo habeant æquales distantias, & remotiora item æquales. Sint ergo primum duo arcus Eclipticæ EH, EI, æquales ab eodem puncto æquinoctiali E, inchoati, ac proinde & reliqui HF, IG, æquales à tropicis punctis F, G, inchoati: eruntque ES, ET, ascensiones rectæ arcuum EH, EI, & AS, CT, ascensiones rectæ arcuum FH, GI: probandum autem est, tam ES, ET, quã AS, CT, æquales esse. quod sic fiet. Quoniam in triangulis EHS, EIT, [e] anguli S, T, recti

Qui arcus Eclipticæ dicantur oppositi, & qui æqualiter distantes ab aliquo pũcto Eclipticæ.

e 15. 1. Theod.

S,T,recti sunt, & anguli ad verticem E, æquales, ex propos.6.nostrorum triang. sphær. Ponũtur aũt & arcus EH,EI, rectis angulis oppositi, ęquales, erũt per propos.21.nostrorum triang.sphær.arcus etiam ES,ET, æquales, ideoque & ex quadrantibus reliqui AS,CT. Et quoniam, vt Num.1.ostensum est, parallelus KL, transit ex altera parte Meridiani per aliud punctum Eclipticæ, quod æqualiter cum puncto H, à puncto tropico F, distat, atque adeo tantum ab altero puncto æquinoctiali, quantum H, ab E, abest; si per illud ex polo O, circulus ducatur maximus, abscindetur ab Aequatore arcus omnino æqualis arcui ES; propterea quod triangulum triangulo EHS, æquale constituitur. Nam angulus, quem Ecliptica cum Aequatore in illa sectione facit, æqualis est angulo HES, cum tam ille, quàm hic sit angulus maximæ declinationis; & anguli ad Aequatorem, quibus arcus Eclipticæ æquales opponuntur, nimirum S, & in alio triangulo ei respondens, recti sunt.. Igitur per propos. 21. nostrorum triang. sphær. arcus ES, arcui respondenti in alio illo triangulo æqualis est; ac proinde & ex quadrantibus reliqui, videlicet AS, & ei respõdens ex altera parte, æquales sunt. Eodemq; modo ostendẽtur ET,CT, æquales arcubus respõdentibus ex altera parte, quos idem parallelus MI, dirimit. Quocirca tam quatuor arcus EH,EI, & eis respondentes à duobus punctis æquinoctialibus inchoati, quorum bini sunt oppositi, (nimirum EH, & respondẽs arcus arcui EI, & EI, atque arcus arcui EH, respondẽs) & bini æqualiter à duobus punctis æquinoctialibus, vel tropicis remoti, quàm quatuor arcus à punctis tropicis inchoati, nimirum FH, GI, & eis ex altera parte respondentes, quorum bini etiã oppositi sunt, & æquales habent ascensiones rectas.

SED sint iam quatuor arcus æquales HV, IX, eisq; ex altera parte respondentes duo, neq; à punctis æquinoctialibus, neque à tropicis inchoati, sed ab eis æqualiter remoti. Dico eorũ quoque ascẽsiones rectas, arcus scilicet QS,RT, & duos, ipsis altera ex parte respondẽtes, æquales esse. Nam vt proxime monstratum est, tã quatuor arcus EH, EI, & eis respondentes altera ex parte, ab æquinoctialibus pũctis inchoati, quam quatuor arcus EV,EX, eisque altera ex parte respondentes, à punctis etiam ęquinoctialibus inchoati, ascensiones habentẽ ęquales, arcus videlicet ES,ET, eisque ex altera parte respondentes, & arcus EQ, ER, eisq; respondentes altera ex parte. Igitur & reliqui arcus quatuor QS,RT, eisque altera ex parte respondentes, æquales erunt. Manifestum autem est, & hic binos esse oppositos, nimirum H V, & eum

& eum, qui altera ex parte arcui IX, respondet; Item IX, & eum, qui altera ex parte arcui HV, respondet; binos autem vel à duobus punctis æquinoctialibus, & tropicis, vel ab vno eodemq; æqualiter distantes. Nam HV, eiq; respondens altera ex parte, æqualiter distant à duobus punctis æquinoctialibus. Et ab vno eodemq; puncto tropico F, vel G; quod etiam de arcu IX, eiq; respondente ex altera parte dicendum est: At tam duo arcus HV, IX, quam duo eis altera ex parte respondẽtes, æqualiter recedunt ab eodem puncto æquinoctiali E, vel alio opposito, & à duobus punctis tropicis F, & G.

Satis esse vt ascẽsiones rectæ omnium arcuum primi quadrantis Eclipticæ reperiantur.

ITAQVE satis est, si ascensiones rectæ omnium arcuum primi quadrantis Eclipticæ ab ♈, inchoatorum inquirantur. Ex his enim tota tabula rectarum ascensionum construetur. Nam illis inuentis, si maiores primum, deinde minores ex semicirculo auferantur, relinquentur ascensiones arcuum quadrante maiorum, & ab ♈, inchoatorum. Vt ascensio recta primi quadrantis ab ♈ vsque ad ♎, est quadrans. Et si ascensio arcus grad. 89. ex semicirculo detrahatur, reliqua fiet ascensio arcus grad. 91. Sic ex ascensione grad. 88. colligemus ascensionem grad. 92. &c. quia ascensio grad. 89 ab ♈ versus ♋ æqualis est ascensioni grad. 89. à ♎, versus ♎, vt hic demonstratum est. Quare si ex semicirculo tollatur, remanebit ascensio reliqui arcus grad. 91. cum semicirculi ascensio sit semicirculus. Sic ascensio grad. 88 ab ♈, versus ♎ æqualis est ascensioni grad. 88. a ♎ versus ♎, &c. Deinde si ascensiones omniũ arcuum ab ♈ inchoatorum, vsque ad ♎ adiiciantur semicirculo, fient ascensiones omnium arcũ semicirculo maiorum ab ♈, vsque ad ♈ seu finem ♓.

Qui arcus Eclipticæ maiores sint suis ascensionibus rectis & qui minores.

7. ARCVS Eclipticæ quadrante minores ab æquinoctialibus punctis inchoati, maiores sunt suis ascensionibus rectis, à tropicis vero punctis inchoati minores. Quoniã enim in triangulo OFH, duo latera OF, OH, semicirculo sunt simul minora, cum singula sint minora quadrante, quippe cum quadrantes sint OA, OS; erit angulus externus OHE, maior interno recto QFH, hoc est, obtusus, ex propos. 14. nostrorum triang. sphær. ideoque ex duobus rectis reliquus EHS, acutus, minorq; recto ESH. Igitur per propos. 11. nostrorum triang. spher. arcus Eclipticæ EH, maior erit arcu Aquatoris ES, qui est illius ascensio recta; atque idcirco reliquus HF, ex quadrante EF, minor reliquo SA, ex quadrante EA. Consimilisque demonstratio fiet in arcubus EI, IG, & in aliis qui ab alio puncto æquinoctiali sumunt initium, respondentque arcubus EH, HF, EI, IG.

EX hoc colligitur, arcus Eclipticæ à principio ♈, inchoatos, & minores quadrante, maiores esse suis ascẽsionibus rectis; maiores vero quadrãte, & semicirculo minores, minores ascensionibus suis rectis; quia ascensio primi quadrantis est quadrans, deinde vero arcus Eclipticæ adiecti vsque ad finem ♍, semper minores sunt suis ascensionibus rectis; Arcus autem semicirculo maiores, & tribus quadrantibus minores, rursum maiores esse suis rectis ascensionibus; propterea quod semicirculus ab ♈, vsque ad ♎, habet ascensionẽ semicirculum post quẽ iterum arcus adiecti maiores sunt suis ascensionibus rectis: Arcus denique tribus quadrãtibus maiores, iterũ esse minores ascensionibus suis rectis, eo quod tres quadrantes Eclipticæ ascensionẽ habent tres quadrantes, deinde vero arcus adiecti suis rectis ascẽsionibus sunt minores, quæ oĩa hic demõstrata sunt.

Ascensio recta cuiusuis arcus, vel puncti, æqualis est descensioni rectæ eiusdem arcus.

SED & hoc compertũ est, in sphæra recta ascensionẽ cuiusuis arcus, seu puncti Eclipticæ esse æqualẽ descensioni eiusdem. Quia nimirũ descẽsio est ascensio supra Horizontem rectũ antipodum, quibus tunc arcus ille, vel punctum oritur, Cũ ergo ascensiones rectæ in omni Horizõte recto eodẽ modo se habeãt liquet id, quod proponitur vel sic. Quoniã arcus oppositi æquales candẽ habent ascen

sionem, vt Numer. 6. ostensum est, estq; eadem ascensio cuiusuis arcus, quæ descensio arcus æqualis oppositi, cum semper semicirculus Eclipticæ sit supra Horizontem: fit vt ascensio & descensio illius arcus, qui arcui cuipiam oppositũ est, æquales sint, quandoquidem æquales sunt ascẽsioni huius arcus, cui opponitur. Verbi gratia, Ascensioni ♈, æquales sunt ascensio, & descensio ♎. Igitur ascensio & descensio ♎, æquales sunt. Et sic de cæteris.

Circulus maximus ex polo mũdi per intersectionem paralleli cuiuslibet pũcti Eclipticæ cũ Horizonte obliquo ductus, intercipit cum Horizõte in Aequatore differentiam ascensionalem illius pũcti Eclipticæ: cum circulo vero alio maximo per illud punctum Eclipticæ ducto, ascẽsionem obliquã arcus inter illud punctum, & Horizontem positi.

8. IN omni Horizonte obliquo maximus circulus ductus ex polo mũdi per punctum Horizontis, vbi à parallelo per quodlibet pũctum Eclipticæ descripto secatur, intercipit cum Horizonte in Aequatore arcum differentiæ ascensionalis illius puncti Eclipticæ, siue arcus Eclipticæ ab alterutro puncto æquinoctiali ad illud punctum numerati, siue numeratio hęc fiat secundum successionẽ signorum, siue contra: Idem autem circulus maximus cum alio per illud punctũ Eclipticæ ducto intercipit in Aequatore ascensionem obliquam arcus Eclipticę inter Horizontem, & punctum illud, per quod parallelus ductus est, positi. Vt quia parallelus KL, per punctum Eclipticæ H, ductus secat Horizontẽ in L, erit EQ, differentia ascensionalis puncti H, siue arcus EH, à puncto æquinoctiali E, vsque ad H, contra successionem signorum numerati. Quoniam enim posito puncto H, in Horizõte, nimirum in puncto L, (cum punctum H, ad primum motum describat parallelum KL,) cum arcu HE, cooritur arcus HL; & supra quemuis Horizõtem similes arcus parallelorum cooriuntur; erit arcus Aequatoris SQ, ª qui arcui HL, similis est, ascensio obliqua arcus HE. Cum ergo ES, ascẽsio recta sit eiusdẽ arcus EH, q̃d hi arcus SE, HE, simul supra Horizontem rectum OS, ascendant, erit EQ, differentia ascensionalis. Dico EQ, esse quoque differentiam ascensionalẽ arcus Eclipticæ, qui ab altero puncto æquinoctiali secundum successionem signorum vsq; ad H, protẽditur. Nã collocato puncto H, in L, statuetur punctum S, in Q, quod tunc arcus OS, arcui OQ, congruat omnino, Erit ergo tunc arcus Aequatoris ab illo pũcto æquinoctiali vsq; ad Horizontem obliquum in puncto E, (secante tunc Ecliptica Horizontem in L,) ascensio obliqua dicti arcus Eclipticæ vsque ad H, numerati, seu puncti H, in L, tunc positi. At vero arcus Aequatoris ab eodem illo puncto æquinoctiali vsque ad punctum S, in Q, tunc collocatũ, ascensio recta est eiusdem arcus, seu puncti. Igitur EQ, differentia est ascensionalis. Non solum autem QS, ascensio obliqua est arcus HE, cuius alterum extremum est punctum æquinoctiale E, verum etiam cuiusuis alterius arcus, nimirũ arcus Ha, si per L, ducatur alius Horizon

ª 10. 2. Theod.

zon obliquus ZY, secans Eclipticam in a, extra punctum æquinoctiale E. Nam supra hunc Horizontem arcus paralleli HL, cooritur cum arcu Eclipticæ Ha. Ergo ei similis QS, ascensio obliqua est arcus Ha, Sed arcus bQ, non est tunc differentia ascensionalis arcus Ha, quia bS, non est ipsius ascensio recta, quod puncta a, b, non simul ad Horizontem rectum ex O, per a, vel b, ductum perueniant, quod tamen requiritur, vt bS, possit esse ascensio recta prædicti arcus Ha. Constat ergo circulum maximum OQ, per L, ductum intercipere cum Horizonte obliquo BD, differentiam ascensionalem EQ, puncti H, siue arcus Eclipticæ à puncto æquinoctiali vsque ad H, intercepti: & eundem cum maximo circulo OS, per idem punctum H, ducti, intercipere ascensionem obliquam QS, tam arcus HE, ab æquinoctiali puncto E, inchoati, respectu Horizontis BD, quam arcus Ha, non a puncto æquinoctiali E, inchoati, respectu Horizontis ZY. Eademq; de cæteris ratio est.

Duo Eclipticæ arcus æquales ab alterutro puncto æquinoctiali inchoati, vel æqualiter distantes, ascensiones obliquas habent æquales.

9. IN quouis Horizonte obliquo duo Eclipticæ arcus æquales ab alterutro æquinoctiali puncto æqualiter distantes, siue ab eo initium sumant, siue non, æquales habent ascensiones. Sit enim in secunda figura Meridianus ABCD; Aequator AC; Horizon obliquus BD, secans Aequatorem in E, & quicunque arcus Eclipticæ FG, ab æquinoctiali puncto F, vsque ad Horizontem, ita vt eius ascensio obliqua sit Aequatoris arcus FE; cum, posito puncto F, in puncto Horizontis E, & mota sphæra versus A, puncta E, & G, simul ad Horizontem perueniant. Sit quoque alius arcus Eclipticæ FH, ipsi FG, æqualis, ab eodem puncto æquinoctiali F, vsque ad Horizontem, ad partes alterius poli, ita vt eius ascensio obliqua sit etiam EF; propterea quod, mota sphæra, cum primum F, ad Horizontem in E, peruenerit, ambo arcus EF, HF, perorti conspiciuntur. Dico has ascensiones FE, EF, esse æquales. Quoniam enim in triangulis FEG, FEH, tam anguli ad verticem E, quàm ad verticem F, (Arcus namque Eclipticæ FG, FH, concipiendi sunt continuati in F, ita vt angulos ad verticem F, constituant, sicut in sphæra; qui quidem sunt anguli maximæ declinationis, quos Ecliptica cum Aequatore facit.) æquales sunt; & arcus FG, FH, æqualibus angulis ad E, oppositi æquales ponuntur; arcusque GE, HE, reliquis angulis æqualibus ad F, oppositi semicirculum non conficiunt, cum minores sint quadrantibus ED, EB; erunt per propos. 22. nostrorum triang. sphær. arcus quoque FE, EF, æquales. quod est propositum. Vel sic. Quoniam duo anguli EFG, GEF, duobus angulis EFH, HEF, æquales sunt, vt diximus, & duo arcus FG, GE, circa reliquum angulum G, æquales sunt duobus arcubus FH, HE, circa reliquum angulum H; (Cum enim puncta G, H, æqualiter ab eodem puncto æquinoctiali F, recedant, habebunt latitudines ortiuas EG, EH, æquales, vt Num. 3. ostendimus: at FG, FH, positi sunt æquales,) & in hisce angulis reliquis G, H, poli reliquorum arcuum FE, EF, hoc est, Aequatoris, non existunt, cum Aequatoris poli sint in Meridiano; erunt per propos. 23. nostrorum triang. sphær. reliqui arcus FE, EF, ęquales: Atque hæc demonstratio vtraque propositum colligit, etiamsi vterque arcus FG, FH, quadrante maior sit, semicirculo tamen minor.

SED sint iam æquales duo Eclipticæ arcus GI, HK, æqualiterque ab eodem puncto æquinoctiali F, distantes, sed non ab eo inchoati. Dico eorum quoque ascensiones obliquas esse ęquales. Cum enim æqualiter distent ab æquinoctiali puncto F, erunt quoque tam arcus GF, HF, quàm IF, KF, à puncto æquinoctiali F, inchoati, æquales. Ergo, vt proxime monstrauimus,

mus, tam illi, quam hi, æquales habebunt aſcenſiones. Ablatis igitur æqualibus aſcenſionibus arcuum æqualium FI, FK, ex aſcenſionibus æqualibus arcuum æqualium FG, FH, reliquæ fient aſcenſiones æquales æqualium arcuum IG, KH.

Duo arcus Eclipticæ æquales ab eodem tropico puncto æqualiter remoti, item duo oppoſiti, habent ſuas aſcenſiones obliquas ſimul ſumptas, aſcēſionibus ſuis rectis ſimul ſumptis æquales.

10. IN Horizonte quolibet obliquo duo arcus Eclipticæ æquales ab alterutro puncto tropico ęqualiter diſtantes, itē; duo arcus oppoſiti, ſiue à punctis æquinoctialibus initium ſumant, ſiue aliunde, habent aſcenſiones ſuas ſimul ſumptas aſcenſionibus ſuis in ſphæra recta ſimul ſumptis æquales. In tertia enim figura Meridianus ſit ABCD; Aequator AC; Horizon obliquus BD, Aequatorem ſecans in E: ſitque arcus Eclipticæ FG, ab ♈, inchoatus quicumque, ſemicirculo tamen minor, & ei æqualis HG, à ♎, inchoatus: quo poſito, puncta eorum extrema æqualiter ab eodem puncto tropico diſtabunt. Ponimus enim vtrumque verſus idem punctum tropicum tendere. Collocentur autem eorum puncta extrema in Horizonte, quæ in vnum G, coibunt, cum habeant latitudines ortiuas æquales, vt Num. 3. demonſtrauimus. Erunt igitur eorum aſcenſiones obliquę arcus Aequatoris FE, HE. Ducto autem ex mundi polo I, per G, circulo maximo IK, erunt eorundem aſcenſiones rectę FK, HK; conſtat autem arcus FE, HE, ſimul ſumptos, arcubus FK, HK, ſimul ſumptis æquales eſſe. Atque hoc verum etiam eſt de æqualibus arcubus ſemicirculo maioribus. Vt ſi ſumatur arcus ab ♈, per ♋, vſque ad principium ♒, complectens decem ſigna, eique æqualis à ♎, per ♋, vſque ad principium ♐, complectens quoque decem ſigna: quoniam ſemicirculi ab ♈, per ♋, vſque ad ♎, & à ♎, per ♋ vſque ad ♈ aſcenſionos obliquas habent æquales aſcenſionibus rectis, nimirum ſemicirculos; ſi addantur aſcenſiones obliquæ arcuum à ♎ per ♑, vſque ad initium ♒, & ab ♈, per ♑ vſque ad initium ♐, quæ ſimul ſumptæ æquales ſunt aſcenſionibus rectis eorundem arcuum, vt proxime demonſtrauimus, fient aſcēſiones obliquæ arcuum ab ♈, per ♋, vſque ad principium ♒, & à ♎, per ♋, vſque ad principium ♐, ſimul ſumptæ, æquales aſcenſionibus rectis arcuum eorundem. Et ſic de cæteris.

SINT deinde duo arcus æquales GL, GM, ab eodem tropico puncto æqualiter diſtantes, ſed non ab æquinoctialibus punctis F, H, inchoati. Et quoniam æquales ſunt arcus GL, GM, æqualiterque ab eodem puncto tropico diſtant; æqualiter quoque eorum puncta extrema G, L, G, M, ab ♈ & ♎, diſtabunt, ideoque æquales erūt &, toti arcus GF, GH, & reliqui FL, HM. Cum ergo proxime oſtenſum ſit, aſcenſiones obliquas tam arcuum FG, HG, quàm arcuum FL, H, M, ab ♈, & inchoatorum ſimul ſumptas æquales eſſe aſcenſionibus rectis eorundē ſimul ſumptis, ſi poſteriores à prioribus demantur, erunt quoque reliquæ aſcenſiones obliquæ arcuum GL, GM, ſimul ſumptæ reliquis aſcenſionibus rectis eorundem arcuum ſimul ſumptis æquales. Hæc autem demonſtratio congruit quoque arcubus æqualibus ab eodem tropico puncto æqualiter diſtantibus, qui intra ſe puncta æquinoctialia contineant. Vt in eadem tertia figura, ſi ſumantur arcus æquales NL, OM, quorum extremá æqualiter ab eodem puncto tropico abſint; æquales erunt tam arcus FL, HM, quàm FN, HO, ab æquinoctialibus punctis inchoati. Igitur, vt demonſtratum eſt, tam illi, quàm hi habent aſcenſiones ſuas obliquas ſimul ſumptas aſcenſionibus ſuis rectis ſimul ſumptis æquales, ac proinde ſi priores poſterioribus addantur, efficientur aſcenſiones obliquę ſimul ſumptę totorum arcuum NL, OM, ęquales rectis eorumdem aſcenſionibus ſimul ſumptis.

DENI-

DENIQVE si sint duo arcus æquales oppositi quicunque, distantię eorum à punctis ęquinoctialibus tam secundum successionem signorum, quam cōtra, numeratę, ęquales erunt: Et si inter ipsos accipiatur alius arcus ęqualis, cū altero ipsorum æqualiter ab eodem puncto æquinoctiali distans, distabit idem cum reliquo ab eodem pūcto tropico ęqualiter. Igitur cum arcus æquales ab eodem puncto æquinoctiali remoti habeant ascensiones æquales, vt Num. 9. ostendimus; arcus autem æquales ab eodem puncto tropico recedentes habeant, vt proximę demonstrauimus, ascensiones suas obliquas simul sumptas ascensionibus suis rectis simul sumptis æquales; habebunt quoque arcus oppositi ęquales (sumpto altero eorum pro eo, qui cum reliquo eandem distantiam ab eodē tropico puncto, habet) ascensiones suas obliquas simul sumptas rectis suis ascensionibus simul sumptis æquales. Verbi gratia. Signa ♉, & ♏, sunt opposita: & quia ♏, & ♌, æqualiter distant à principio ♎; distabunt quoq; ♉, & ♌, æqualiter à principio ♎. Cum ergo ♉, & ♌, ascensiones suas obliquas simul sumptas, habeant æquales ascensionibus suis rectis simul sumptis, vt proxime monstratum est, & eadem sit ascēsio obliqua ♌, quę ♏, vt Num. 9. ostendimus; erunt quoque ascēsiones obliquæ ♉, & ♏, simul sumptæ ascensionibus rectis eorundem simul sumptis æquales. Eademque ratio est de alijs quibuscunque arcubus, siue à punctis æquinoctialibus initium sumant, siue non.

Arcus Eclipticæ ab Ariete inchoati, & semicirculo minores, maiores sunt suis ascēsionibus in obliqua sphæra; inchoati vero a Libra, minores.

11. IN omni regione obliqua arcus Eclipticę ab ♈, inchoati, & semicirculo minores, maiores sunt suis ascensionibus obliquis; à ♎, vero inchoati, minores: dummodo latitudo loci neque maior sit complemento maximæ declinationis, (Nō enim omnia signa oriuntur, aut occidunt in ea regione, vbi altitudo poli complementum maximę declinationis superat, hoc est, maior est, quam grad. 66. $\frac{1}{2}$) neq; minor declinatione illius puncti, quod tunc in Meridiano reperitur, si tamen boreale est, quando extremum punctum propositi arcus in Horizonte existit. Sit enim in quanto figura Meridianus ABCD; Aequator AC; Horizon obliquus BD, secans Aequatorem in E; polus Horizontis H, vt latitudo regionis sit AH; arcus Eclipticæ FG, quantuscunq; à principio ♈, in puncto F, inchoatus, sed semicirculo minor. Item arcus Eclipticæ IK, quantuscunq; à principio ♎, in I, inchoatus, & minor semicirculo. Dico arcum FG, maiorem esse sua ascensione obliqua FE, at arcum IK, sua obliqua ascensione IE, minorem. Ducto enim per H, polum Horizontis, & punctum G, vbi Eclipticę Horizontem secat, circulo maximo HG, quoniam latitudo loci AH, non ponitur minor declinatione AL, puncti borealis L, quod tunc in Meridiano existit, (quod quidem semper boreale est, quando principium ♈, nimirum punctum F, est vltra punctum A, in Aequatore. Nam quando est citra punctum A, vt in I, punctum Eclipticæ N, in Meridiano tunc existens, australe est, ac proinde latitudo loci potest esse quantumuis parua) erit angulus HGE, vel maior, vel æqualis angulo LGE. [a] Cum ergo HGE, rectus sit, erit LGE, vel minor recto, vel rectus, ac proinde minor angulo AFG, qui obtusus est, propter eius arcum DA, quadrante DH, maiorem. Igitur per propos. 11. nostrorum triang. sphær. arcus FG, maior erit arcu FE. Eodem modo concludemus, arcum IO, maiorem esse arcu IE, quod ducto circulo maximo HO, [b] angulus HOE, rectus sit, ideoque IOE, acutus, & minor obtuso IEO, &c.

a 15. 1. Theo.

b 15. 1. Theo.

RVRSVS ducto per H, K, circulo maximo HK, erit angulus HKE, vel minor, vel ęqualis angulo LKE, quia latitudo loci AH, ponatur non minor declinatione AL, puncti borealis L, in Meridiano tunc existentis: quod semper boreale erit,

quando

quando initium ♎, hoc est, punctum I, est citra punctum A, in Aequatore. Nã quando est vltra punctũ A, vt in F, punctum Eclipticæ N, in Meridiano tunc existens, australe est, ac pinde latitudo loci quantuis exigua esse potest. Igitur, cũ angulus HKE, rectus sit, erit IKE, vel maior recto, vel rectus, ac pinde maior angulo IEK, qui acutus est, propter eius arcum BA, quadrante BH, minorẽ. Erit ergo per propos. 11. nostrorum triang. sphær, arcus IK, minor arcu IE. Eademque ratione ostendemus arcum FM, minorem esse arcu FE, propterea quod, ducto circulo maximo HM, [b] angulus HME, rectus est, atque idcirco FME, obtusus, ac maior acuto angulo FEM, &c.

a 15. 1. Theo.

b 15. 1. Theo.

Arcus Eclipticæ ab Ariete inchoati habent ascensiones obliquas tanto rectis ascẽsionibus minores, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliquæ arcuum æqualium à Libra inchoatorum.

12. IN omni regione obliqua, cuius latitudo maior non sit complemento maximæ declinationis, arcus Eclipticæ ab ♈ inchoati, & semicirculo minores, ascensiones obliquas habent tanto rectis ascensionibus minores, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliquæ arcuum oppositorum, & ęqualium à ♎, inchoatorum. Ponantur enim in eadem figura quarta duo arcus FG, FM, æquales, arcus quidem FG, ab ♈, at FM, à ♎, inchoatus, ducanturque ex mundi polo Q, per G, M, vbi dicti duo arcus Horizontem secant, circuli maximi QG, QM, Aequatorem secantes in R, I, vt rectæ ascensiones arcuum FG, FM, sint FR, FI. Vbi liquido constat, obliquam ascensionem FE, arcus FG, ab ♈, inchoati, minorem esse ascensione recta FR, ascensionem vero obliquam FE, arcus FM, à ♎, inchoati, maiorem esse ascensione recta FI, differentiasque ascensionales illorum arcuum esse ER, EI; quas dico esse æquales: adeo vt tanto minor sit ascensio obliqua FE, ascensione recta FR, quanto obliqua ascensio FE, recta ascensione FI, maior est. Quoniam enim puncta Eclipticæ G, M, per diametrum opposita sunt, propter æquales arcus FG, FM, ab ♈, & ♎, inchoatos, & secundum successionem signorum numeratos; erunt eorum latitudines ortiuæ EG, EM, æquales, vt Num. 3. collegimus. Igitur cum in triangulis EGR, EMI, anguli ad verticem E, æquales sint, ex propos. 6. nostrorum triang. sphær. [c] & anguli R, I, recti, quibus oppositi sunt arcus ostensi æquales EG, EM; erunt per propos. 21. nostrorum triang. sphær. arcus ER, EI, æquales.

Puncta Eclipticæ opposita, differentias habere ascensionales inter se æquales.

c 15. 1. Theo.

NIHIL autem refert, quod posuerimus oppositos arcus FG, FM, æquales; cum tamen ascensiones rectas FR, FS, habeant inæquales: quia idem prorsus concludetur, si, vt res postulat, principium ♎, vltra F, acciperetur, vt arcus Eclipticæ ab eo vsque ad M, fieret æqualis arcui FG, eiusque ascensio recta ab eodem principio ♎, vsque ad I, æqualis ascensioni rectæ FR; propterea quod differentiæ ascensionales ER, EI, eædem semper permanent.

Duorum arcuum Eclipticæ æqualium ab eodem puncto tropico æqualiter distantium, vel oppositorũ, vnius ascensio obliqua tanto minor est, quam recta, quanto alterius maior est.

QVOD si duo arcus Eclipticæ æquales ab ♈, & ♎, non incipiant, sed tamen vel ab eodem puncto tropico æqualiter distent, vel sint oppositi, erit adhuc ascensio obliqua vnius tanto minor ascensione recta eiusdem, quanto alterius obliqua ascensio maior est: & arcus quidem in semicirculo Eclipticæ ascendente, hoc est, à ♑, per ♈, vsque ad ♋, comprehensi, minores habent ascensiones, & arcus in semicirculo descendente, id est, à ♋, per ♎, vsque ad ♑, contẽti, maiores, vt lib. 3. Can. 5. Nu. 15. demonstrabitur. Ex quo fit, vt arcus ab ♈, vsque ad ♋, minores habeant ascensiones, quam arcus à ♎, vsque ad ♋, cum arcus à ♎, vsque ad ♋, habeant, vt Num. 9. monstratum est, ascensiones æquales iis, quas arcus à ♎, vsque ad ♑; habent. Eadem de causa habebunt arcus à ♎, vsque ad ♑, maiores ascensiones, quàm arcus ab ♈, vsque ad ♑, cũ hi posteriores arcus habeã t ascẽsiones æquales iis, quas arcus ab ♈, vsque ad ♋, habent, vt ex Num. 9. liquet. Itaque arcus à ♑, per ♈, vsque ad ♋, tanto minores habent ascensiones obliquas ascensionibus rectis, quanto

arcus

arcus à ♋, per ♎, vsque ad ♑, illis æquales, habent maiores. Hoc autem ita ostendi poterit. Quoniam, vt Num. 6. ostensum est, ♑, & ♋, habent ascensiones rectas æquales, sint illę ascensiones FK, HK, vt in tertia figura: Et quia his simul sumptis æquales sunt ascensiones obliquæ eorundem arcuum simul sumptæ, vt Num. 10. demonstratum est, estque ascensio obliqua ♑, minor ascensione obliqua ♋; si FE, sit ascensio obliqua ♑, ac proinde reliquus arcus EH, ascensio obliqua ♋; perspicuum est, arcum FE, tanto minorem esse arcu FK, quanto maior est arcus EH, arcu KH, vel eodem FK, cum vtrobique excessus sit arcus EK. Atq. ita de cæteris arcubus ęqualibus oppositis. Rursus quia ♉, & ♌ ascensiones rectas habent æquales, vt Num 6. dictum est, sint illæ ascensiones FK, HK, in eadem tertia figura: Et quia his simul sumptis æquales sunt ascensiones obliquę eorundem arcuum simul sumptæ, vt ex Num. 10. patet, si diuidatur FH, in arcus inęquales in E, vt EH, sit ascensio obliqua ♌, & EF, ♉, liquido constabit, tanto maiorem esse arcum EH arcu HK, quanto arcus EF, minor est arcu eodem FK, vel HK. Eademque ratio est de aliis arcubus æqualibus ab eodem puncto tropico æqualiter distantibus. Quod si ascensio ♋, minor esset ascensione ♑, colligeretur eodem modo, tanto minorem esse illam recta ascensione, quanto hæc maior est; ita vt certissimum sit, si accipiantur duo arcus Eclipticæ æquales vel æqualiter distantes ab eodem puncto tropico, vel oppositi, vnius ascensionem obliquam esse tanto minorem recta ascensione eiusdem, quanto ascensio obliqua alterius maior est.

Duo arcus Eclipticæ æquales ab eodem puncto tropico, vel æquinoctiali æqualiter distantes, aut oppositi, eandem habent differentiã ascensionalē.

13. IN omni regione obliqua duo arcus Eclipticæ æquales ab eodem puncto tropico, aut æquinoctiali, ęqualiter distantes, vel oppositi, eandem habent differentiam ascensionalem. Quoniam enim arcus æquales ęqualiter recedentes ab eodem tropico puncto, vel oppositi, habent ascensiones obliquas simul sumptas æquales ascensionibus rectis simul sumptis, vt Num. 10. docuimus, suntque ascensiones eorum rectæ æquales, vt ex Num. 6. liquet, fit vt vnius ascensio obliqua sit tanto minor, quàm recta, quanto alterius ascẽsio maior est, vt Num. 12. diximus. Igitur eandem habent ascensionalem differentiam. De arcubus autem ęqualibus ab eodem puncto ęquinoctiali ęqualiter distantibus res perspicua est, cum æquales habeant ascensiones obliquas, vt Num. 9. ostensum est, ac proinde vtriusque ascensio, vel eodem excessu superet ascensionem rectam, vel ab ea deficiat.

Arcus Eclipticæ quicũque ab eodem puncto tropico bifariam diuisus, habet vbinis locorũ ascensionem obliquã æqualem ascensionis eiusdẽ rectæ.

14. IN omni regione obliqua arcus quilibet Eclipticæ, cuius extrema puncta ab eodem puncto tropico æqualiter distant, cuiusmodi sunt arcus inter principia ♊, & ♌, inter initia ♉, & ♍, inter initia ♈, & ♎, inter initia ♓, & ♏, atque inter principia ♒, & ♐, eandem habent ascensionem, quam in sphæra recta; quia, vt Num. 10. demonstratum est, semisses illius arcus habent ascensiones suas simul sumptas, æquales ascensionibus rectis simul sumptis. Vnde quamuis vna semissium habeat minorem ascensionem obliquam, & altera maiorem, ambæ tamen simul sumptæ efficiunt ascensionem rectam totius arcus.

EX quo efficitur, eundem arcum prędictum in omnibus regionibus, vel altitudinibus poli, eandem habere ascensionem, licet partes diuersimode oriantur: quia videlicet in omnibus eleuationibus poli ascensio eius æqualis est ascensioni rectę.

Descensio cuiusuis arcus Eclipticæ æqualis est ascensioni arcus oppositi.

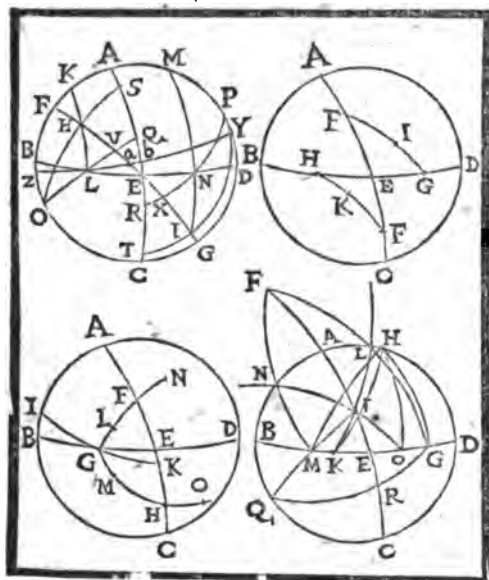
DESCENSIO porrò cuiusuis arcus Eclipticæ æqualis est ascensioni arcus oppositi; quia eodem tempore, quo arcus aliquis descendit, oritur eius arcus oppositus, vt semper semicirculus Eclipticæ supra Horizontem conspiciatur

a 11.1.Theo.

ſpiciatur, vt ratio poſtulat, [a] cum Horizon, & Ecliptica ſe mutuo bifariam ſecent.

Satis eſt, ſi ſupputentur aſcenſiones obliquæ arcuum quadrantis primi Eclipticæ.

ITAQVE ſatis eſt, vt tabula aſcenſionum obliquarum extruatur, ſi aſcenſiones obliquæ ſupputentur pro arcubus quadrantis Eclipticæ ab ♈, vſque ad ♋. Nam, vt Num 9. demonſtrauimus, horum arcuum aſcẽſiones æquales ſunt aſcenſionibus arcuum quadrantis ab ♈ vſque ♑, ſumendo ſemper binos æqualiter à principio ♈. diſtantes: atque ita habebuntur aſcenſiones arcuum in vno ſemicirculo contentorum. Et quia, vt Num. 10. oſtenſum fuit, horum arcuum aſcenſiones, & oppoſitorũ aſcenſiones ſimul ſumptæ æquales ſunt aſcenſionibus rectis eorundẽ, habentque oppoſiti arcus aſcenſiones rectas æquales, vt Num. 6. patuit; fit, vt aſcenſiones arcuum ſemicirculi à ♑, vſque ad ♋, ex aſcenſionibus rectis eorundem duplicatis ablatæ relinquant aſcenſiones obliquas oppoſitorum arcuum.

EX his autem ſic tabula aſcenſionum obliquarum conſtruetur. Supputatis aſcenſionibus arcuum ab ♈, inchoatorum, vſque ad finem ♊, ſi eæ ſubtrahantur ab aſcenſionibus rectis duplicatis eorundem arcuum reliquæ fient aſcenſiones obliquæ arcuum, à ♎, inchoatorum, vſque ad finem ♐: Et quia hæ æquales ſunt aſcenſionibus obliquis arcuum æqualium à ♎, vſque ad initium ♋; ſi hę, initio facto à maioribus, ex ſemicirculo detrahãtur, habebuntur aſcenſiones obliquæ arcuum quadrante maiorum ab ♈, inchoatorum, vſque ad finem ♍. Quod ſi aſcenſionibus arcuum a ♎, inchoatorum, vſque ad finem ♐, adiiciatur ſemicirculus, exurgent aſcenſiones arcuum ſemicirculo maiorum ab ♈, inchoatorum, vſque ad finem ♐. Denique quia aſcenſiones arcuum ab ♈, vſque ad ♋, æquales ſunt aſcenſionibus arcuum ab ♈ vſque ad ♑; ſi hæ, initio à maioribus facto, ſubtrahãtur ex integro circulo, remanebunt aſcenſiones obliquę arcuum tribus quadrantibus maiorum, & ab ♈, inchoatorum, vſque ad finem ♓.

Differentia aſcenſionalis cuiuslibet puncti Eclipticæ, eſt etiam differentia inter arcum ſemidiurnum eiuſdẽ puncti, & arcum ſemidiurnũ Aequatoris, qui ſemper quadrans eſt.

15. IAM vero ex iis, quæ dicta ſunt, liquido etiam conſtare arbitror, eandem eſſe differentiam aſcenſionalem cuiuslibet puncti Eclipticæ, & differentiam inter arcum ſemidiurnum paralleli per illud punctum deſcripti, & arcum ſemidiurnum Aequatoris, quadrantẽue. Nam in prima figura huius lemmatis arcus ſemidiurnus paralleli MI, borealis per punctum Eclipticæ I, deſcripti, eſt arcus MN, hoc eſt, ei ſimilis arcus Aequatoris AR, ita vt ER. differentia

rentia sit inter arcum semidiurnum AR, paralleli borealis MI, seu puncti borealis Eclipticæ I, & arcum semidiurnum Aequatoris AE. Dico ER, esse quoq; differentiam ascensionalem eiusdem puncti Eclipticæ I. Mota enim sphæra, donec punctum I, ad Horizontem in puncto N, perueniat, erit arcus Aequatoris à principio ♈, vbicunque tunc extiterit, secundum successionem signorum vsq; ad E, computatus, ascensio obliqua puncti I, in N, tunc existentis, cum punctum Aequatoris E, cum puncto Eclipticæ I, in N, existentis, oriatur supra Horizontem: Arcus vero Aequatoris ab eodem principio ♈; vsque ad R, computatus, ascensio recta erit eiusdem puncti I, in N, tunc existentis; quippe cum punctum Aequatoris R, & punctum Eclipticæ N, quod tunc ab I, non differt, simul supra Horizontem rectum PR, ascendant. Est ergo ER, differentia ascensionalis. Eadem ratione erit EQ, differentia ascensionalis puncti australis Eclipticæ H, & differentia inter arcum semidiurnum eiusdem puncti H, vel paralleli KL, & arcum semidiurnum Aequatoris; cum ascensio obliqua terminetur in E, & recta in Q: atque AQ, sit arcus semidiurnus puncti H, hoc est, similis arcui semidiurno KL, & AE, arcus semidiurnus Aequatoris.

IGITVR vt arcus semidiurnus cuiuslibet puncti Eclipticæ supputetur, inquirenda erit differentia ascensionalis illius puncti. Hæc namque, si punctum boreale est, adiecta ad arcum semidiurnum Aequatoris, qui perpetuo Quadrans est, conficiet quæsitum arcum semidiurnum: Eadem vero ex arcu semidiurno Aequatoris dempta, si pũctum Eclipticæ datum australe est, relinquet arcum semidiurnum quæsitum.

Quomodo ex differentia ascensionali cuiuslibet puncti Eclipticæ arcus semidiurnus eiusdem puncti eliciatur.

ATQVE ex hoc manifestum est, quando punctum boreale est, cuiusmodi est I, differentiam ascensionalem ER, addendam esse ad semidiurnum arcum Aequatoris AE, hoc est, ad quadrantem, vt semidiurnus AR, puncti dati prodeat; eandem vero ex ascensione recta in R, terminata auferendam esse, vt ascensio obliqua in E, terminata relinquatur. Contra vero, quando punctum datum H, australe est, differentiam ascensionalem EQ, auferendam esse ex quadrante, siue ex arcu semidiurno Aequatoris AE, vt semidiurnus arcus AQ, dati puncti relinquatur; eandem vero ad rectam ascensionem in Q, terminatam esse adiiciendam, vt obliqua ascensio in E, terminata conficiatur.

Differentia ascensionalis quando addenda, vel auferenda, vt habeatur arcus semidiurnus, vel ascẽsio obliqua dati puncti, vel stellæ.

HOC idem, quod de puncto Eclipticæ boreali, australiue diximus, intelligendum quoque est de stella quauis boreali, vel australi, vt patet, si stella aliqua borealis collocetur in parallelo MI, & australis in parallelo KL. Erunt enim earum differentiæ ascensionales ER, EQ, &c.

QVIA vero pũcta Eclipticæ opposita æquales habent ascẽsionales differentias, vt Num. 12. ostẽdimus; habet autẽ quodlibet eorum cum puncto, quod æqualem cum eo à proximo puncto tropico distantiã habet, eandem differentiã ascenscensionalẽ, cũ per ea duo puncta idẽ parallelus transeat, vt Num. 1. demonstrauimus; efficitur, quaterna pũcta Eclipticę eandẽ habere differentiã ascensionalẽ.

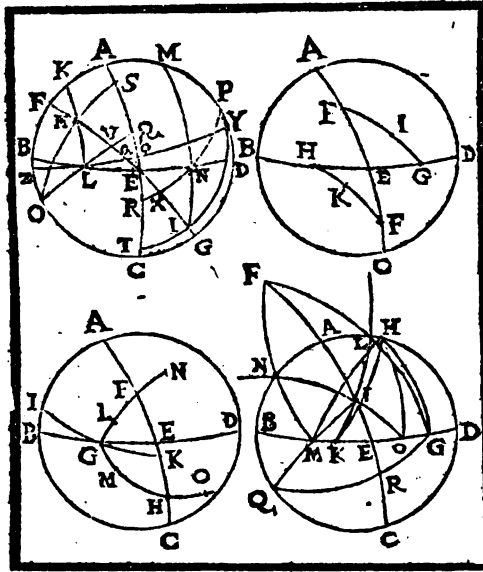
Quaterna puncta Eclipticæ habere eandem differentiam ascensionalem.

16. EANDEM habet proportionem sinus totus ad sinum cõplementi declinationis dati puncti Eclipticæ, quam secans arcus inter datum punctum, & proximum punctum æquinoctiale comprehensi ad secantem ascensionis rectæ eiusdem arcus, seu puncti dati à proximo puncto æquinoctiali numerandæ. Nam in sphærico triangulo FGK, rectangulo, cuius angulus K, rectus, qđ in tertia præcedente figura habetur, ita se habet sinus totus ad sinum cõplementi arcus GK, declinationis puncti Eclipticę G, circa angulum rectum K, vt secans arcus FG, Eclipticę inter datũ punctum G, & proximũ punctum æquinoctiale F, recto angulo K, oppositi, ad secantem tertij arcus FK, ascensionis rectę, qui est alter arcus

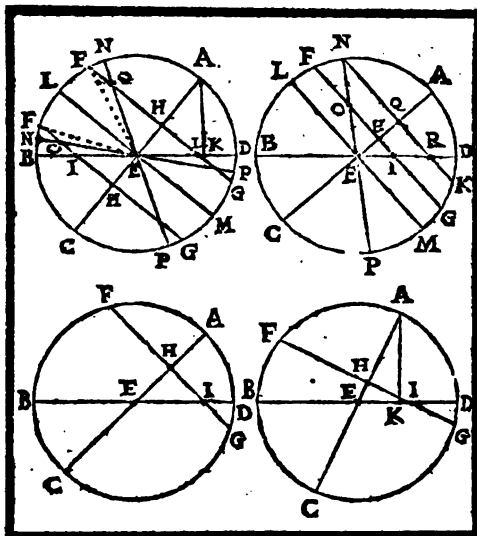
Sinus totus ad sinum complementi declinationis cuiusuis puncti Eclipticæ eandem proportionem habet, quam secans arcus inter illud punctũ, & punctum æquinoctiale proximum ad secantẽ ascensionis rectæ eiusdem arcus.

circa angulum rectum K: vt propos. 53. nostrorum triang. sphær. demonstrauimus. quod est propositum. Atque ita inuentis hoc modo ascensionibus rectis omnium punctorum primi quadrantis Eclipticæ, eruentur ex illis ascensiones rectæ omnium aliorum punctorum, vt supra Num. 6. diximus.

Sinus totus ad tangentem altitudinis poli eandem proportionem habet, quam tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentię ascensionalis eiusdem puncti.

17. EANDEM proportionem habet sinus totus ad tangentem altitudinis poli, quam tāgens declinationis dati puncti Eclipticę ad sinum differentię ascensionalis eiusdem puncti. In triangulo namque sphærico rectangulo EGK, cuius angulus K, rectus, quod in eadem tertia figura pręcedente habetur, ita se habet per propos. 49. nostrorum triang. sphær. sinus totus ad tangentem arcus GK, declinationis puncti Eclipticæ G, circa rectum angulum K, vt tangens complementi anguli E, dicto arcui GK, oppositi, hoc est, vt tangens altitudinis poli, (cum angulus E, sit angulus complementi altitudinis poli, quem nimirum Aequator AC, cum Horizonte facit) ad sinum arcus EK, differentiæ ascensionalis, qui alter arcus est circa angulum rectum K. Igitur permutando erit quoque, vt sinus totus ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti. Sed hoc sine triangulis sphæricis ita quoque demonstrabimus.

SIT in prima sequente figura Meridianus ABCD; Horizontis diameter BD; Aequatoris LM; axis mundi AC; diameter paralleli FG, siue borealis, siue australis, axem secans in H, ad angulos rectos, & Horizontis diametrum in I; diameter Eclipticæ NP, secans FG, in O: Et demittatur ad BD, ex polo A, perpendicularis AK. Quod si circa diametros NP, FG, intelligantur semicirculi earum ad Meridianum recti, & ex punctis E, O, H, I, excitatæ perpendiculares ad eundem Meridianum, cadet perpendicularis ex O, in punctum Eclipticæ datum, per quod parallelus diametri FG, transit, cum in extremo illius perpendicularis in superficie sphæræ se intersecent Ecliptica, & parallelus. Arcus autem paralleli inter perpendiculares O, H, erit ascensio recta dati puncti, cum cooriatur cum arcu Eclipticæ inter perpendiculares ex O, E, supra Horizontem rectum per AC, ductum, idemque arcus paralleli similis erit arcui Aequatoris coorienti, cum semper similes arcus parallelorum eodem tempore peroriantur in omni Horizonte. At arcus paralleli inter perpendiculares ex O, I, erit ascensio obliqua

qua eiusdem arcus Eclipticę, cum vna cum arcu Eclipticæ inter perpendiculares ex O, E, perorıatur supra Horizontem obliquum per B D, ductum. Arcus denique paralleli inter perpendiculares ex H, I, differentia erit ascensionalis. Rursus H E, sinus est declinationis L F, & F H, sinus complementi A F, eiusdem declinationis. Iam ergo fiat, vt FH, sinus complementi declinationis ad H E, sinum declinationis, ita F H, sinus totus ad aliud, inuenieturque H E, in partibus semidiametri FH, ceu sinus totius. Sed quoniam per propos. 18. tractatus sinuum, est vt F H, sinus complementi declinationis ad H E, sinum declinationis, ita sinus totus ad tangentem declinationis. Igitur recta HE, inuenta in partibus semidiametri FH, a est æqualis Tangenti declinationis respectu sinus totius E A: hoc est, quot partes sunt in HE, respectu sinus totius F H, tot continentur in Tangente declinationis respectu sinus totius E A; adeo, vt idem sit accipere H E, in partibus sinus totius FH, atque Tangentem declinationis paralleli propositi, respectu sinus totius EA. Deinde quia triangula A E K, I E H, æquiangula sunt, ob angulos rectos K, H, & commmunem angulum E, vel ad verticem E, æquales; b erit, vt E K, sinus complementi altitudinis poli ad A K, sinum altitudinis poli, ita H E, inuenta in partibus sinus totius FH, hoc est, ita tangens declinationis, ad H I, sinum differentiæ ascensionalis in partibus eiusdem sinus totius FH. Est autem per propos. 18. tractatus sinuum, vt sinus complementi altitudinis poli ad sinũ altitudinis poli, ita sinus totus ad Tangentem altitudinis poli. Igitur erit quoque, vt sinus totus ad Tangentem altitudinis poli, (quæ Tangens in eadem regione nunquam mutatur) ita Tangens declinationis ad sinum differentiæ ascensionalis: quod est propositum.

a 9. quinti.

b 4. sexti.

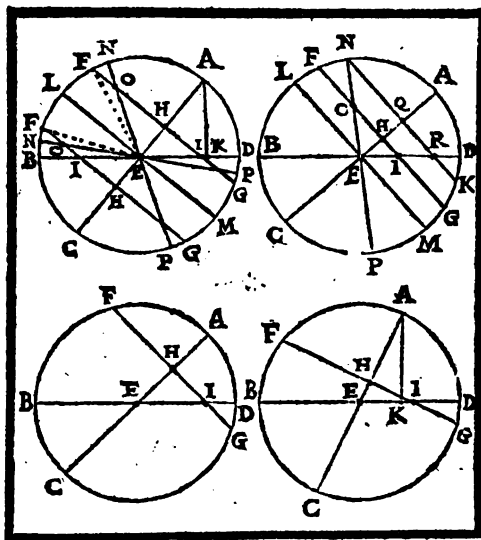
CAETERVM quando diximus, arcum paralleli inter perpendiculares ex O, I, erectas esse ascensionem obliquam arcus Eclipticæ, cuius sinus est E O, intelligendum est de arcu, qui à proximo puncto æquinoctiali E, contra successionem signorum numeratur. Vt vergente Ecliptica E N, ad polum borealem A, arcus numerandus est à ♎, versus ♍, ♌, & ♋. Et quia arcus à ♎, versus ♋, habent æquales ascensiones cum arcubus æqualibus, æqualiterque à principio ♎, versus ♑, recedentibus, vt Num. 9. ostendi-

ostendimus; inuentis illorum ascensionibus obliquis, repertæ quoque erunt horum ascensiones obliquæ; ita vt ascensiones omnium arcuum in semicirculo descendente à principio ♎, inchoatorum cognitę tunc sint: Vergente autem Ecliptica EN, ad polum australem, arcus idem, cuius sinus EO, numerandus est ab ♈, versus ♓, ♒, & ♑. Et quia arcus ab ♈, versus ♑, habent easdem ascensiones cum arcubus ęqualibus, ęqualiterque à principio ♈, versus ♋, recedentibus, vt Num. 9. ostensum est; inuentis illorum ascensionibus obliquis, repertæ quoque erunt horum ascensiones obliquæ; ita vt omnium arcuum in semicirculo ascendente à principio ♈, inchoatorum cognitæ tunc sint. Quo pacto autem ex hisce ascensionibus cognitis cognoscantur & ascensiones arcuum ab ♈, inchoatorum, & secundum signorum successionem numeratorum, paulo ante ad finem Num. 14. declarauimus, & rursum dicemus lib. 3. in scholio Canonis 5 Num. 1.

QVOD autem arcus Eclipticæ prædicti ab ♈, & ♎, numerandi sint contra succesionem signorum, ex eo liquet, quod punctum Eclipticæ parallelo commune, in quod perpendicularis ex O, erecta cadit, Horizontem obliquum ad motum sphæræ secat in puncto, in quod perpendicularis ex I, erecta incidit, ac deinde arcus paralleli inter perpendiculares ex O, I, & arcus Eclipticæ inter perpendiculares ex O, E, ab O, vsque ad æquinoctiale punctum E, secundum successionem signorum numeratus, simul perorientur, cum eorum extrema simul ad Horizontem obliquum perueniant. Idem dicendum est de ascensionibus rectis supra Horizontem rectum per AC, ductum: sed quia arcus ęquales ab ♈, & ♎, versus ♋, numerati habent rectas ascensiones æquales, vt, Num 6. diximus, nihil interest, vtrum arcus Eclipticæ numeretur à ♎; contra successionem signorum, an ab ♈, secundum successionem signorum, &c.

Differentia inter longissimum vel breuissimum arcum semidiurnum, & arcum semidiurni Aequatoris, quo pacto in quauis eleuatione poli inuestigetur.

ET quoniam inuenta differentia ascensionali principij ♋, vel ♑, hoc est, differentia maximi, vel minimi arcus semidiurni, & semidiurni arcus Aequatoris, ad quamcumque altitudinem poli, (Eadem enim differentia ascensionalis, est differentia inter arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Aequatoris, vt Num. 15. ostendimus) facili negotio differentiæ ascensionales omnium aliorum punctorum Eclipticæ reperiuntur in

eadem

eadem poli eleuatione, vt Num. 18. dicemus, inuenietur differentia ascensionalis principii ♋, vel ♑, si fiat, vt sinus totus ad Tangentem altitudinis poli propositæ, ita Tangens maximæ declinationis, quam principium ♋, vel ♑, habet. (quæ Tangens eadem permanet in omnibus eleuationibus poli) ad aliud. Ita enim inuenietur differentia quæsita inter longissimum, vel breuissimum arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Aequatoris, vt hoc loco demonstratum est, si FG, sit diameter paralleli ♋, vel ♑, & EF, semidiameter Eclipticæ, vt F, sit punctum Eclipticæ datum quadrante distans à puncto æquinoctiali E.

18. SINVS totus ad sinum ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ eandẽ proportionem habet, quàm sinus differentiæ inter longissimum, vel breuissimũ arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Aequatoris, hoc est, sinus differentiæ ascensionalis principij ♋, vel ♑, ad sinum differẽtiæ ascensionalis, seu differentiæ inter arcum semidiurnum eiusdem puncti dati Eclipticæ, & arcũ semidiurnũ Aequatoris. Sit enim rursũ in secunda figura Meridianus ABCD, Horizontis diameter BD; Aequatoris LM, axis mũdi AC; diameter paralleli borealis FG, axem ad rectos angulos in H, secans, & Horizontis diametrum in I; diameter paralleli ♋, NK, secans axem in Q, & Horizontis diametrum in R; diameter denique Eclipticæ NP, secans FG, in O. Quod si circa diametros NP, NK, FG, intelligantur earum semicirculi ad Meridianum recti, & ex punctis E, O, H, I, Q, R, excitatæ rectæ ad eundem Meridianũ perpendiculares, cadet perpendicularis ex O, in punctum Eclipticæ datũ; & arcus paralleli inter perpendiculares ex O, H, erit ascensio recta dati pũcti, & OH, eius sinus; arcus vero eiusdẽ paralleli inter perpẽdiculares ex O, I, ascẽsio obliqua erit, vt Num. 17, declarauimus, & arcus inter perpẽdiculares ex H, I, differẽtia ascẽsionalis, eiusq; sinus HI; deniq; QR, sinus erit differentiæ ascensionalis ♋, hoc est, differentia inter longissimum arcum semidiurnũ, &c. Et quoniã, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. est, vt NQ, sinus totus paralleli ♋, ad QR, sinum differentiæ inter longissimũ arcum semidiurnum, & arcum semidiurnum Aequatoris, ita OH, sinus ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ ad HI, sinum differentiæ ascensionalis eiusdem pũcti. erit permutando, vt sinus totus ad sinum ascensionis rectæ dati puncti, ita sinus differentiæ ascensionalis ♋, ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdẽ dati puncti. quod est propositum. Quod autem hic acceperimus parallelos boreales, non refert, cum eædem sint ascensiones rectæ, eædemq; differentiæ ascensionales parallelorum australium, quæ borealium, vt supra demonstratũ est Num. 6. & 13. Itaque si supputata sit in qualibet regione differentia ascensionalis initii ♋, vel ♑, & adsit tabula ascensionum rectarum, facili negotio reperientur differentiæ ascẽsionales omnium aliorũ punctorũ Ellipticę in eadẽ regione.

Sinus totus ita se habet ad sinũ ascẽsionis rectæ cuiusuis puncti Eclipticæ, vt sinus differentiæ ascensionalis initij Cancri vel Capricorni ad sinũ differentiæ ascensionalis eiusdem puncti.

19. In latitudine grad. 45. ita se habet sinus complementi declinationis dati puncti Eclipticæ ad sinum declinationis eiusdem puncti, vt sinus totus ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti. Nam in tertia figura Meridianus sit ABCD; diameter Horizontis BD, altitudo poli DA, grad. 45. & axis mundi AC; & paralleli cuiusuis diameter FG, secans axem in H, & diametrum Horizõtis in I. Et quia[a] in triangulo HEI, omnes anguli æquales sunt duobus rectis, & H, rectus est, & E, semirectus, propter arcum DA, grad. 45. erit quoque I, semirectus, ipsique E, æqualis; [b] ideoque & latera HE, HI, æqualia erunt. Et quoniam est, vt FH, sinus complementi declinationis ad HE, sinum declinationis, ita FH, sinus totus ad HE, sinum respectu sinus totius FH, hoc est, ad HI, ipsi HE, æqualem; estque HI, sinus differentiæ ascensionalis, vt ex præcedentibus

Sinus complementi declinationis cuiuslibet puncti Eclipticæ ad sinum declinationis eiusdem puncti est vt sinus totus ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti, in latitudine grad. 45.

a 32. *primi.*
b 6. *primi.*

dentibus patuit, in partibus sinus totius FH, liquet id, quod proponitur.

QVIA vero, per propos. 18. tractatus sinuum, vt sinus complementi declinationis ad sinum declinationis, ita est quoque sinus totus ad Tangentem declinationis; efficitur, [a] sinum differentiæ ascensionalis in latitudine grad. 45. cuiusuis puncti Eclipticæ æqualem esse Tangenti declinationis eiusdem puncti: adeo vt arcus Tangenti declinationis cuiusuis puncti Eclipticæ tanquam sinui, in tabula sinuum debitus, sit differentia ascensionalis eiusdem puncti in regione, in qua poli eleuatio grad. 45. complectitur. Vt quia Tangens maximæ declinationis, id est, Tangens grad. 23. min. 30. est 4348124 cui tanquam sinui in sinuum tabula congruunt grad. 25. min. 46. pro differentia ascensionali principij ♋, vel ♑, in latitudine grad. 45.

[a] 9. quinti.

Arcus Tangenti declinationis cuiuslibet puncti, tanquã sinui, congruens, est differentia ascensionalis eiusdem puncti in altitudine poli grad. 45.

20. IN omni regione, quæ altitudinem poli habet maiorem, vel minorem quam grad. 45, sinus complementi altitudinis poli ad sinum altitudinis poli est, vt sinus differentiæ ascensionalis cuiuslibet puncti Eclipticæ in altitudine poli grad. 45. ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti in altitudine poli proposita. Sit enim rursum in quarto circulo Meridianus ABCD; Horizontis diameter BD; altitudo poli DA, maior, vel minor, quàm grad. 45. axis mundi AC; diameter paralleli FG, secans axem in H, & Horizontis diametrum in I: demittaturque ex polo A, sinus altitudinis poli AK. Et quia triangula AEK, IHE, cum angulos habeant rectos K, H, & communem E. æquiangula sunt; [b] erit vt EK, sinus complementi altitudinis poli datæ ad KA, sinum altitudinis poli, ita HE, quæ æqualis est sinui differentiæ ascensionalis in partibus sinus totius FH, in altitudine poli grad. 45. vt in præcedenti Num. patuit, (Nam ibi ostensum est, ob angulum semirectum E, sinum declinationis HE, æqualẽ esse sinui HI, differentiæ ascensionalis.) ad HI. sinum dfferentię ascensionalis in altitudine poli DA, data, quod est propositum.

Ita se habet sinus complementi altitudinis poli datæ ad sinum altitudinis poli, vt sinus differentiæ ascensionalis cuiusuis puncti Eclipticę in altitudine poli grad. 45. ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem pũcti in priore altitudine poli data.

[b] 4. sexti.

QVONIAM autem per propos. 18. tractatus sinuum, est vt sinus cõplementi altitudinis poli ad sinum altitudinis poli, ita sinus totus ad Tangentem altitudinis poli; Erit quoque, vt sinus totus ad Tangentem altitudinis poli propositæ, ita sinus differentiæ ascensionalis cuiusuis puncti Eclipticæ in altitudine poli grad 45. ad sinum differentiæ ascensionalis eiusdem puncti in altitudine poli proposita. Itaque inuentis differentijs ascensionalibus omnium punctorum Eclipticæ in regione, in qua poli altitudo grad. 45. continet, quas quidem dabunt Tangentes declinationum, vt ad finem Num. 19. monstratum est, reperientur earum beneficio ascensionales differentiæ eorundem punctorum in quacumque alia regione.

Eadem est proportio sinus totius ad tangentẽ altitudinis poli datæ, quæ sinus differentiæ ascentionalis cuiuslibet puncti Eclipticæ in altitudine poli grad. 45. ad sinum differẽtiæ ascentionalis eiusdem puncti in data altitudine poli.

LEMMA L.

DATIS duobus axibus Ellipsis sese ad angulos rectos secantibus, si ex quolibet puncto minoris axis, etiam producti, si opus est, recta dimidio maioris axis æqualis educatur secans ipsum axem maiorem, ita vt segmentum eius vltra eundem axem maiorem dimidio minoris axis æquale sit, cadet eius extremum in Ellipsim. Et si ex quolibet puncto Ellipsis recta dimidio maioris axis æqualis

ducatur

ducatur vſque ad minorem axem, etiam productam, ſi opus eſt, ſecans tamen ipſum maiorem axem, erit eius ſegmentum inter datum punctum, & axem maiorem, dimidio minoris axis æquale.

SECENT ſe mutuo ad angulos rectos in E, duo axes AC, BD, Ellipſis ABCD, & primum ex quouis puncto F, in minori axe BD, etiam producto, ſi opus eſt, ducta ſit recta FG, ipſi AE, dimidiæ maioris axis AC, æqualis, ſecans maiorem axem in H, ita vt ſegmentum HG, ipſi ED, dimidio minoris axis æquale ſit. Dico extremum punctum G, in Ellipſim cadere. Deſcribatur enim ex centro E, circa maiorem axem AC, circulus AICK, ducaturq; per G, minori axi BD, parallela GM, ſecans circulum in L, & maiori axi AC, parallela GN, & deniq; recta nectatur EL. Et quoniam in parallelogrammo MN, a latera oppoſita æqualia ſunt, & anguli M, N, recti, b quod tam M, MEN, quàm N, NEM, duobus rectis æquales ſint. Sunt autem & rectæ FG, EL, æquales, quod vtraque ipſi AE, ſit æqualis: erunt duo latera FG, GN, duobus lateribus LE, EM, æqualia, & anguli N, M, æqualibus lateribus FG, LE, oppoſiti, æquales. Cum ergo reliquorum angulorum F, L, c vterque recto minor ſit; erunt ex vltimo ſcholio lib. 1. Eucl. & baſes FN, LM, & tam anguli F, L, quam FGN, LEM, æquales. d Igitur cum FGN, alterno GHM, ſit æqualis; erunt quoque anguli GHM, LEM, æquales: e ideoque parallelæ erunt FG, EL, & triangula ELM, HGM, ex coroll, propoſ. 4 lib. 6. Eucl. ſimilia. Igitur erit, vt EL, ad LM, ita HG, ad GM, f ac proinde etiam, vt quadratum ex EL, ad quadratum ex LM, ita quadratum ex HG, ad quadratum ex GM. Eſt autem quadratum ex EL, quadrato ex AE, hoc eſt, rectangulo ſub AE, EC, g & quadratum ex LM, rectangulo ſub AM, MC, æquale, quod ex ſcholio propoſ. 13. lib. 6. Euclid, LM, ſit inter AM, MC, media proportionalis; Item quadratum ex HG, quadrato ex ED, æquale eſt, quod eorum latera ſint poſita æqualia. Erit igitur quoque, vt rectangulum ſub AE, EC, ad rectangulum ſub AM, MC, ita quadratum ex ED, ad quadratum ex MG. Quocirca cum ED, MG, ſint ad axem AC, ordinatim applicatæ, h tranſibit Ellipſis ABCD, per punctum G. Si enim dicatur tranſire per aliud punctum rectæ LM, vt per O; erit quoque, vt rectangulum ſub AE, EC, ad

a 34. primi.
b 29 primi.
c 17. primi.
d 29. primi.
e 28. primi.
f 22. ſexti.
g 17. ſexti.
h 21. 1 Apollonij.

EC, ad rectangulum sub AM, MC, ita quadratum ex ED, ad quadratum ex MQ; a ac propterea quadrata ex MG, MQ, æqualia erunt, ipsæq. rectæ æquales, pars, & totū. quod est absurdum. Transibit ergo Ellipsis per G, ideoque punctum G, in Ellipsim cadet. quod est propositum.

a 9. quinti.

DEINDE ex quouis puncto Ellipsis G, vsque ad minorem axem BD, siue extra pūcta B, D, siue intra, applicata sit recta GF, æqualis ipsi AE, dimidio axis maioris, secans axem maiorem in H. Dico segmentum GH, ipsi ED, dimidio axis minoris æquale esse. Facta namque eadē constructione ostendemus, vt prius, triangula ELM, HGM, similia esse; & vt quadratum ex EL, ad quadratum & LM, hoc est, vt rectangulum sub AE, EC (quod quadrato ex AE, siue ex EL, æquale est) ad rectangulum sub AM, MC, (quod quadrato ex LM, fuit æquale,) ita esse quadratum ex HG, ad quadratū ex GM, b Sed est quoque, vt rectangulum sub AE, EC, ad rectangulum sub AM, MC, ita quadratum ex ED, ad quadratum ex MG Igitur quadrata ex HG, ED, ad quadratum ex MG, eandem proportionem habent, c atque idcirco inter se æqualia, ipsæq; lineæ HG, ED, inter se æquales sunt, quod erat demonstrandum.

b 21. 1. Apollonij.

c 9. quinti.

SCHOLIVM.

THEOREMATIS huius prior pars alio modo, & quidem longiore, demonstrata fuit ab eruditissimo viro Guido Vbaldo è Marchionibus Montis, ad finem libri 2. Planisphæriorum vniuersalium: cum quo hæc, quæ sequuntur, colligenda sunt. Primum, quo pacto datis duobus axibus Ellipsis circa eas describenda sit. Sint ergo duo axes AC, BD, sese ad angulos rectos in E, secantes, sumaturque Bh, dimidio maioris axis æqualis, hoc est, ipsi AE, vt Eh, sit excessus, quo dimidium maioris axis dimidium minoris BE, superat. Deinde ex quotlibet punctis a, F, g, in recta EI, beneficio circini ad AE, applicentur recta ab, FH, ge, excessui Eh, æquales, & productis rectis a b, FH, ge, abscindantur bd, HG, ef, ipsi BE, dimidio axis minoris æquales, vt recta ad, FG, gf, dimidio axis maioris AE, vel Bh, sint æquales. Vel abscindantur a d, FG, gf, ipsi AE, vel Bh, dimidio maioris axis æquales, vt segmenta b d, HG, ef, dimidio axis minoris BE, æquales sint. Nam vt demonstratum est, puncta d, G, f, in Ellipsim cadet. Quare si plurima puncta hoc artificio reperiantur, non solum inter A, & D, verumetiā inter D, & C, atque inter C, & B, necnon inter B, & A, & per ea congruenter linea inflexa ducatur, descripta erit Ellipsis.

Datis axibus, Ellipsim describere.

DEINDE

Dato alterutro axium, & puncto in Ellipsi circa eum axem descripta, alterum axẽ reperire.

DEINDE qua ratione dato quolibet puncto Ellipsis nondum descripta, cum alterutro axium, alter axis inueniatur. Sit ergo primum datus axis maior AC, & punctum G, in Ellipsi existens. Diuiso axe AC, bifariam in E, per rectam perpendicularem BD; applicetur beneficio circini ex dato puncto G, recta GF, vsque ad rectã BD, aequalis ipsi AE, dimidio axis maioris secans AE, in H. Nam, vt demonstratum est, GH, aequalis erit dimidio axis minoris, ideoque si EB, ED, ipsi GH, aequales abscindantur, erit BD, axis. Nam cum FG, ipsi AE, & HG, ipsi ED, aequalis sit, cadet G, in Ellipsim axium AC, BD, vt demonstrauimus.

QVOD si detur minor axis BD, cum puncto G, in Ellipsi existente, reperiemus maiorem axem hoc modo. Secto minore axe BD, bifariam in E, per lineam perpendicularem AC, applicetur beneficio circini ex dato puncto recta GH, vsque ad rectam AC, aequalis ipsi BE, dimidio axis minoris, producaturque donec in F, secet minorem axem, etiam productum, si opus sit. Si namque recta GF, aequales abscindãtur EA, EC, erit AC, maior axis, vt ex ijs, quae demonstrata sunt, liquet. Cum enim FG, ipsi AE, sit aequalis, & HG, ipsi BE, cadet G, in Ellipsim axium AC, BD, vt demonstrauimus.

Datis duobus axibus Ellipsis, cum quolibet pũcto, an datum punctũ in Ellipsi, vel extra, vel intra existat, cognoscere.

TERTIO, datis duobus axibus Ellipsis nondum descripta, cum quolibet puncto extra ipsos, qua via cognoscatur, num punctum datum existat in ipsa Ellipsi, an extra, an vero intra. Sint ergo duo axes AC, BD, sese ad rectos angulos in E, secantes, & punctum G, datum. Applicetur circini beneficio ex dato puncto G, recta GF, ad minorem axem BD, etiam productum, si opus sit, aequalis ipsi AE, dimidio maioris axis secans AE, in H. Si igitur GH, dimidio minoris axis ED, aequalis fuerit, cadet punctum G, datum in Ellipsim, vt demonstratum est; cum tota GF, dimidio maioris axis AE, posita sit aequalis. Sed sit iam datum punctum k; & applicata recta ki, aequali ipsi AE, vel Bh, secante AE, in e, sit ke, maior, quàm ED. Dico punctum k, datum extra Ellipsim cadere. Quoniam enim ki, ipsi AE, vel Bh, aequalis est, & ke, maior, quàm BE, erit reliqua ei, minor quàm reliqua Eh. Ducatur ex k, recta kF, ita vt intercepta HF, excessui Eh, aequalis sit. Hoc enim fieri potest per lineam conchoideos, quam Nicomedes descripsit, vt habetur apud Pappum lib. 4. propos. 22. & apud Eutocium in propos. 1. lib. 2. Archimedis de sphaera, & cylindro, & quam nos etiam in lib. de Dimensionibus magnitudinum descripsimus. [a] Et quia recta kF, maior est quam ki, quod angulus kiF, obtusus sit; est autem ki, posita ipsi Bh, aequalis; erit quoque kF, maior quàm Bh: Ablatis ergo aequalibus HF, Eh, reliqua kH, maior erit, quàm reliqua BE. Abscissa ergo HG, aequali ipsi BE, erit tota GF, ipsi Bh, vel AE, aequalis; ideoque, vt demonstratum est, punctum G, in Ellipsim cadet, ac proinde datum punctum k, extra eandem cadet, cum recta FG, in G, Ellipsim secet. Postremo sit datum punctum m, & applicata recta ml, aequali ipsi AE, vel Bh, secante AE, in n, sit mn, minor quàm BE, vel ED. Dico punctum m, datum intra Ellipsim cadere. Quia enim ml, ipsi Bh, aequalis est, & mn, minor quàm BE, erit reliqua nl, maior quàm reliqua Eh. Ducatur rursum beneficio lineae conchoideos, ex m, recta mF, ita vt intercepta HF, excessui Eh, sit aequalis.[b] Et quia recta mF, minor est, quàm ml, quod angulus mlF, acutus sit, & mFl, obtusus; est autem ml, posita aequalis ipsi Bh; erit quoque mF, minor quàm Bh. Ablatis ergo aequalibus HF, Eh, reliqua mH, minor erit, quàm reliqua BE. Producta igitur Fm, vt HG, aequalis sit ipsi BE, erit tota FG, ipsi Bh, vel AE, aequalis. Igitur, vt monstratum est, punctum G, in Ellipsim cadet, & idcirco m, intra eandem, quod est propositum.

a 19. primi.

b 19. primi.

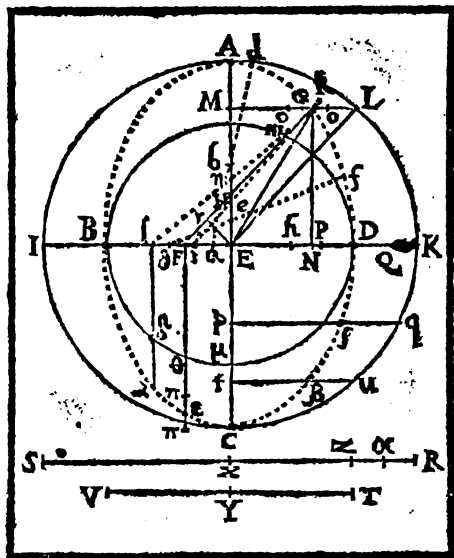
CAETERVM datum punctum k, cadere extra Ellipsim, si ke, maior sit quàm ED, punctũ vero m, intra, si mn, minor sit, quàm ED, hac etiam ratione, sine auxilio lineae conchoideos, demõstrari potest. Sumatur EQ, ipsi ke, aequalis, cadetq; Q, vltra D. Quia igitur ex k, ad minorem axẽ applicata est ki, dimidio maioris axis AE, aqua-

lis; si EQ, statuatur semissis minoris axis, quæ æqualis fuit sumpta ipsi ke, cadet k, in Ellipsim per A, Q, C, descriptam, vt demonstratum est. Ergo Ellipsis per A, D, C, descripta citra punctũ k, transibit; [a] cum hæc illam solum in punctis A, C, contingat, ac proinde k, extra Ellipsim per A, D, C, descriptam cadet. Accipiatur rursum EP, ipsi mn, æqualis, cadetque P, citra D. Quia igitur ex m, ad minorem axem applicata est ml, semissi maioris axis AE, æqualis; si EP, quæ æqualis sumpta fuit ipsi mn, fiat semissis minoris axis; cadet m, in Ellipsim per A, P, C, descriptam, vt monstratum est. Ergo Ellipsis per A, D, C, descripta, vltra punctum m, transibit; [b] cum hæc illam in solis punctis A, C, contingat; ac proinde datum punctum m, intra Ellipsim per A, D, C, descriptam cadet. quod est propositum.

a 27.4. Apollonij.

b 27.4. Apollonij.

Datis duabus rectis inæqualibus; & puncto quolibet, describere Ellipsim per datũ punctum, cuius centrum sit quoque datum, & axes datis rectis æquales.

PRAETER hæc colligere licebit, quo pacto datis duabus rectis inæqualibus RS, TV, & puncto G, describi possit Ellipsis per G, cuius centrum datum sit E, quæ habeat axes datis rectis RS, TV, æquales, si id fieri possit. Diuisis RS, TV, bifariam in X, Y, sumatur ipsi TY, semissi minoris, æqualis XZ; & excessus RZ, bifariam secetur in a. Ex dato deinde puncto G, ad datum centrum E, vbi axes se ad rectos angulos secare debent, ducatur recta GE, quæ si minor fuerit quàm RX, & maior quàm ZX, vel TY, absoluetur id, quod propositum est, hac ratione. Quoniam GE, minor est, quàm RX, & maior quàm ZX; erunt trium rectarum GE, Xa, Ra, quælibet duæ simul maiores reliqua. Nam Xa, Ra, maiores sunt, quàm GE: Item Ra, vel Za, & GE, maiores quàm Xa; Et deniq; GE, Xa, maiores, quàm Ra, vt constat. [c] Fiat ergo ex tribus rectis GE, Xa, Ra, triãgulum GEr, in vtrãuis partem: Et rectę XZ, æqualis sumatur GH, & recta Ra, ex Gr, producta accipiatur æqualis rF, ita vt tota GF, toti RX, æqualis sit. Ductis autem per HE, & per F, E, rectis, sumãtur EA, EC, ipsis XR, XS, & EB, ED, ipsis YT, YV, æquales. Dico AC, BD, quæ ipsis RS, TV, æquales sunt, esse axes sese in E, ad rectos angulos secantes, ita vt Ellipsis circa ipsos descripta transeat per datum punctum G. Quia enim Er, æqualis est ipsi Ra, vel Za, hoc est, ipsis rH, rF, quæ ipsi Ra, vel Za, æquales sunt; (Sumpta namque est rF, æqualis ipsi Ra; at Gr ipsi Xa, & GH, ipsi XZ, ex quo sequitur reliquã Hr, reliquæ Za æqualem esse) trãsibit circulus ex r, per E, descriptus, per puncta F, H; [d] ac proinde angulus FEH, in semicirculo rectus erit. Quia igitur semissi maioris axis AE, æqualis GF, applicata est ad minorem axem, & segmentũ GH, semissi minoris axis ED, vel TY, æquale; cadet pũctum G, in Ellipsim axiũ AC, BD, vt demonstratum est.

c 22. primi.

d 31. tertij.

QVOD si ducta recta GE, maior sit quã semissis maioris axis, vel minor semisse minoris, problema redditur impossibile: quia cum AE, semissis maioris axis sit maxima

omnium

omnium rectarum ex centro E, ad circumferentiam Ellipsis ductarũ, vt constat ex circulo circa maiorẽ axẽ AC, descripto; cadet necessario recta ex centro E, quæ semisse maioris axis maior sit, extra Ellipsim. Itẽ quia E D, semisis minoris axis, minima est omnium rectarum ex centro E, ad circumferentiã Ellipsis ductarum, vt constat ex circulo circa minorem axem BD, descripto; cadet necessario recta ex centro E, quæ semisse minoris axis minor sit, intra Ellipsim.

IAM vero, si quando accidat, rectam A E, ex dato puncto A, ductam ad centrum esse æqualem semisi maioris datæ lineæ, ducenda erit ex dato puncto A, per E, centrum recta AC. Nam EA, EC, ipsis XR, XS, æquales dabunt maiorem axem, quem si recta B D, ad angulos rectos secet, dabunt EB, E D, ipsis YT, YV, æquales, axem minorem. Manifestum autem est, Ellipsim circa axes AC, B D, descriptam per datum punctum A, transire. Si autem datum sit punctum D, e quo ad centrum E, ducta recta DE, semisi minoris datæ lineæ sit æqualis, ducenda erit ex dato puncto D, per centrum E, recta BD. Nam EB, E D, ipsis YT, YV, æquales dabunt minorem axem, quem si recta AC, ad rectos angulos secet, dabunt EA, EC, ipsis XR, XS, æquales, maiorem axẽ. Vbi iterum liquido constat, Ellipsim circa axes AC, BD, descriptum per datum punctum D, transire.

LEMMA LI.

SI circa axes Ellipsis circuli describantur, & ad eosdem ordinatim rectæ applicentur vsque ad Ellipsis & circulorum periphærias; erunt applicatæ vsque ad Ellipsim, applicatis vsque ad circulum proprium, ad cuius videlicet diametrum applicatæ sunt, proportionales.

IN figura præcedẽtis lemmatis descripti sint circa axes circuli, & rectæ pq, tu, ad maiorem axem AC, ordinatim applicatę secantes Ellipsim in s, β. Item rectæ F ε, l γ, ordinatim applicatæ ad minorem axem BD, secantes circulum in θ, δ. Dico esse, vt p s, ad t β, ita p q, ad t u. Item vt F ε, ad l γ, ita F θ, ad l δ. [a] Quoniam enim est, vt quadratum ex p s, ad quadratum ex t β, ita rectangulum sub A p, p C, ad rectãgulum sub A t, t C. [b] Est autem rectãgulum sub Ap, pC, quadrato ex p q, & rectangulum sub A t, t C, quadrato ex t u, æquale; quod ex scholio propos. 13. lib. 6. Eucl. p q, t u, mediæ sint proportionales inter Ap, p C, & inter At, tC; erit quoque vt quadratum ex p s, ad quadratum ex t β ita quadratum ex pq, ad quadratum ex t u. [c] Quapropter erit quoque, vt recta p s, ad rectam t β, ita recta p q, ad rectam t u.

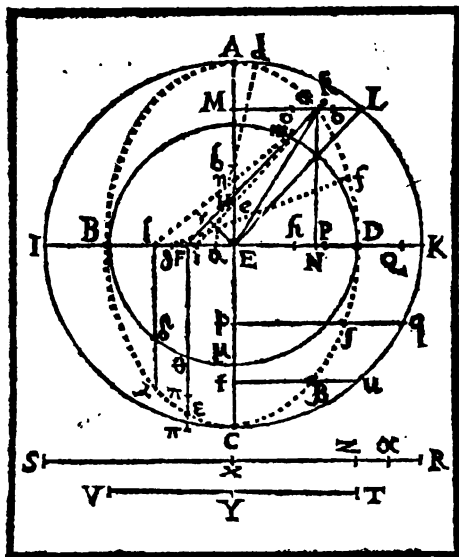
RVRSVS [d] quia est, vt quadratum ex F ε, ad quadratum ex l γ, ita rectangulum sub DF, FB, ad rectangulum sub Dl, lB. [e] Est autem rectangulo sub DF, FB, quadratum ex F θ, & rectangulo sub DL, lB, quadratum ex l δ, æquale; quod ex scholio propo. 13. lib. 6. Eucl. F θ, l δ, sint inter DF, FB, & inter Dl, lB, mediæ proportionales; erit quoque, vt quadratum ex F ε, ad quadratum ex l γ, ita quadratum ex F θ, ad quadratum ex l δ. [f] Quocirca erit etiam, vt recta F ε, ad rectam l γ, ita recta F θ, ad rectam l δ. quod erat demonstrandum.

a 21. 1. Apollonij.
b 17. sexti.
c 22. sexti.
d 21. 1. Apollonij.
e 17. sexti.
f 22. sexti.

SCHOLIVM.

Ordinatim applicatas proportionaliter secari ab Ellipsi, & circulis circa axes descriptis.

ITAQVE tam Ellipsis rectas ad maiorem axem ordinatim applicatas, & ad circulum vsque circa eundem maiorem axem descriptum protractas, quam circulus circa minorem axem descriptus rectas ad eundem axem minorem ordinatim applicatas, proportionaliter diuidit. Cum enim sit, vt p ſ, ad t β, ita p q, ad t u, erit quoque permutando, vt p ſ, ad pq, ita t β, ad tu: Et per diuisionem rationis contrariam, quã in scholio proposit. 17. lib. 5. Euclid. demonstrauimus, vt pſ, ad ſq, ita tβ, ad βu. Item cum sit, vt Fε, ad lγ, ita Fθ, ad lδ. erit quoque permutando, vt Fε, ad Fθ, ita lγ, ad lδ; Et per diuisionem rationis conuersam, quam in schol. eodem prop. 17. lib. 5. Eucl. demonstrauimus, vt Fθ, ad θε, ita lδ, ad δγ quod est propositum.

CONVERSVM quoque huius facile demonstrabimus, videlicet. Si perpẽdiculares ad diametrum circuli proportionaliter secentur; Ellipsis cuius maior axis, diameter circuli transiens per vnius perpendicularis sectionem, transibit quoque per omnium aliarum sectiones. Item si perpendiculares ad diametrum circuli producantur, ita vt à circulo proportionaliter secentur; Ellipsis, cuius minor axis diameter circuli, transiens per vnius perpendicularis extremum, transibit quoque per omnium aliarum extrema.

Sint enim primum ML, EK, pq t u, ad diametrum AC, circuli ABCD, perpẽdiculares: & secta proportionaliter in G, D, ſ, β. Dico Ellipsim, cuius maior axis AC, quæ per G, transit, transire quoque per D, ſ, β. Si enim non transit per D, transeat per P, vel Q; eritque, vt demonstrauimus, vt MG, ad GL, ita EP, ad PK vel EQ, ad QK. Cum ergo sit quoq. vt MG, ad GL, ita ED, ad DK, ex hypothesi, erit vt EP ad PK, ita ED, ad DK. Est autem EP, minor quam ED. a Igitur & PK, minor erit, quam DK, totum quam pars: quod est absurdum. Non ergo Ellipsis transit per P, sed neque per Q, transibit. Nam eadem ratione erit, vt EQ, ad QK, ita ED, ad DK. Est autem EQ, maior quã ED. b Igitur & QK, maior erit quam DK, pars quam totum. quod est absurdũ. Transit ergo Ellipsis per D. Atq. eandẽ ob causam per ſ, & β, trãsibit.

a 14. quinti.

b 14. quinti.

SINT deinde Eμ, Fθ, lδ, ad diametrum BD, circuli BμD, perpendiculares, & productæ ad C, ε, γ, ita vt proportionaliter à circulo secentur in μ, θ, δ. Dico Ellipsim, cuius minor axis BD, quæ per C, transit, transire quoque per ε, γ. Si enim non transit per ε, transeat per π; eritque vt monstratum est, vt Eμ, ad μC, ita Fθ, ad θπ: Sed vt Eμ, ad μC, ita ponitur esse Fθ, ad θε. Igitur erit vt Fθ, ad θπ, ita Fθ, ad θε, c atq. idcirco θπ, θε, æquales erunt, pars & totum, quod est absurdum. Transit ergo Ellipsis per ε. Eademque de causa per δ, transibit. quod est propositum.

c 9. quinti.

LEMMA

LEMMA LII.

DATIS axibus alicuius Ellipsis sese ad angulos rectos secantibus, in data recta qualibet puncta reperire, per quæ Ellipsis, si describatur, transire debet.

SINT dati axes AC, BD, Ellipsis cuiuspiam se in centro E, secantes ad angulos rectos, circa quos circuli descripti sint; sitque primum data recta EF, per centrũ ducta, secans circulũ circa maioré axem descriptum in F, & per F, axibus parallelæ agantur FO, FK. Erigatur quoq; ad minorem axem ex eius extremo B, perpendicularis BG, secans maioris axis circulũ in G; & per G, ex E, recta ducatur secãs parallelã maioris axis in H; sũpta deinde in parallela minoris axis recta KL, æquali ipsi EH, ducatur EL, secans maioris axis circulum in M, puncto ex vtraq; parte, ac tandem per M, minori axi parallela agatur MN, secans datam rectam in I. Dico Ellipsim, cuius axes AC, BD, descriptam transire per punctum I.

Quando data recta per centrum Ellipsis transit.

a Quoniam enim est, vt BG, ad EB, ita EH, ad EO; estq; EG, ipsi EP, & EH, ipsi KL, & EO, ipsi KF, æqualis: erit quoque, vt EP, ad EB, ita KL, ad KF: Et per diuisionem rationis conuersam, quam in scholio propos. 17. lib. 5. Eucl. demonstrauimus, vt EB, ad BP, ita KF, ad FL. b Est autem vt KF, ad FL, ita NI, ad IM. Igitur erit quoque, vt EB, ad BP, ita NI, ad IM; ac proinde ex ijs, quæ in scholio præcedentis lemmatis ostẽdimus, Ellipsis per A, B, C, D, descripta, per punctum vtrumque I, transibit.

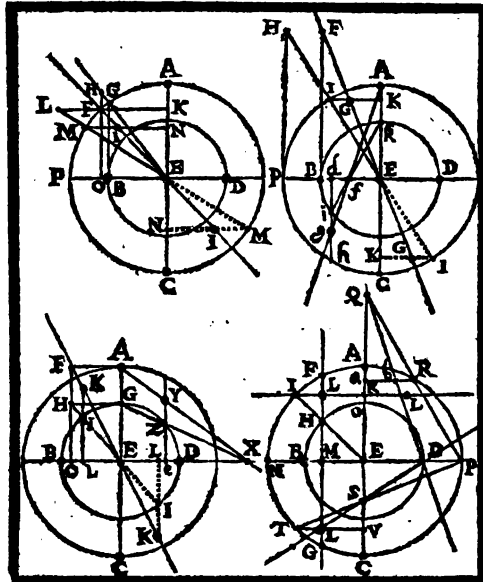
a 4. sexti.

b 4. sexti.

ALITER, vt in secunda figura. Erigantur ex B, extremo minoris axis, & ex P, extremo semidiametri, ad minoris axis lineam perpendiculares BF, PH, secetque BF, datam rectam EF, in F, & ipsi BF, æqualis sumatur PH. Ducta autem recta EH, secante maiorem circulum ex vtraque parte in puncto I, ducatur per d, minori axi parallela IK, rectam datam secans in G. Dico G, cadere in Ellipsim datam. c Quia enim est, vt EP, ad PH, ita IK, ad KE; Et vt BF, hoc est, vt æqualis PH, ad EB, ita KE, ad KG; erit ex æqualitate, vt EP, ad EB, ita IK, ad KG. Quare, vt prius, punctum G, ex vtraque parte in Ellipsim datam cadet.

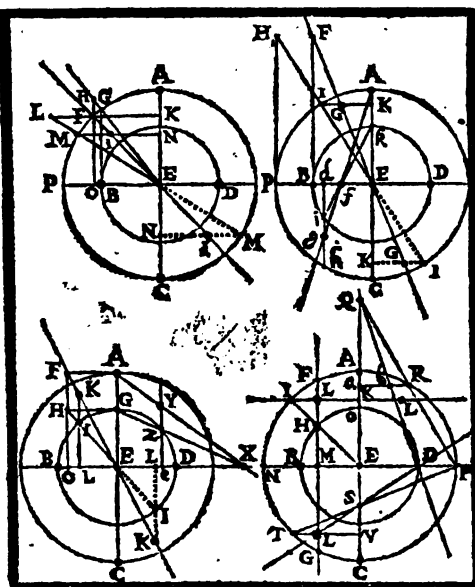
c 4. sexti.

ALITER, vt in tertia figura. Erigantur ad maioré axem ex punctis A, G, perpendi-

perpendiculares AF, GH, secetque AF, datam rectam in F, & ex F, demittatur ad minorem axem perpendicularis FO, secans GH, in H. Ducta autem EH, secante minoris axis circulum ex vtraque parte in puncto I, agatur per I, maiori axi parallela KL, secans datam rectam in K. Dico K, in datã Ellipsim cadere. [a] Quoniam enim est, vt OH, ad HF, hoc est, vt EG, ad GA, ita LI, ad IK, cadet punctum K, in vtraque parte in Ellipsim, vt in scholio antecedentis lemmatis demonstratum est.

a 4. sexti.

SATIS autem est, si vnum punctum, nimirum superius, vno horum modorum inueniatur. Nam si rectæ EI, vel EG, vel EK, sumatur æqualis infra centrum, erit quoque inferius punctum F, vel G, vel K, in Ellipsi; [b] propterea quod recta per centrum ducta in centro bifariam diuiditur in Ellipsi.

b 30. 1. Apollonij.

Quando data recta alteri axium parallela est.

DEINDE data sit recta alterutri axium parallela, vt in quarta figura; & primum maiori axi parallela FG, secans minorem axem in M, & eius circulum in H. Si enim non secaret, caderet tota extra Ellipsim; si autem transiret per B, [c] tangeret Ellipsim in B. Ducta autem recta EH, secante maiorem circulum in I, ducatur per I, minori axi parallela IK, secans datam rectam FG, in L. Dico L, in datam Ellipsim cadere. [d] Quoniam enim est, vt EH, ad HI, hoc est, vt EB, ad BN, ita KL, ad LI; [e] vel vt EH, ad HI, hoc est, vt EO, ad OA, ita MH, ad HL, cadet L, in Ellipsim, vt in scholio præcedentis lemmatis demonstratum est.

c 32. 1. Apollonij.

d 2. sexti.

e 4. sexti.

SECVNDO minori axi parallela sit IL, secans maiorem circulum in I, siue secet minorem, siue non. Ducta recta EI, secante minorem circulum in H, ducatur per H. maiori axi parallela LM, secans datam rectam IL, in L. Dico L, in data Ellipsi existere. Quod demonstrabitur, vt prius. Iam si rectę ML, vel KL. ex altera parte æqualis abscindatur ML, vel KL, transibit eadem Ellipsis per punctum quoque L, inferius, & dextrum; propterea quod ordinatim applicatæ bifariam á diametris diuiduntur.

Quando data recta per extremũ alterutrius axis transit.

RVRSVS sit data recta DL. per extremum D, minoris axis incedens, vt in quarta figura, & secet primum axem maiorem intra Ellipsim in S. Ex S, ducatur recta SP, ad extremum diametri maioris circuli, quod iuxta datum extremum D, existit, secans maiorem circulum in T, & per T, minori axi parallela agatur TV, secans datam rectam in L. Dico L, in Ellipsim cadere. [f] Quoniam enim est, vt ED, ad DP, ita VL, ad LT; erit ex scholio lemmatis antecedentis punctum

f 4. sexti.

ctum L, in Ellipsim. Eodem modo res demonſtrabitur, ſi data recta DQ, per extremum D, minoris axis tranſiens ſecet maiorem axem extra Ellipſim in Q, vt in eadem quarta figura. Nam ducta ex Q, ad P, extremum diametri maioris circuli prope extremum D, datum, recta QP, ſecante maiorem circulum in R, ſecabit minori axi parallela Ra, datam rectam in b, puncto, quod erit in Ellipſi; [a] cum ſit vt ED, ad DP, ita a b, ad bR.

[a] 4. ſexti.

SED tranſeat iam data recta AX, per extremum maioris axis, ſecetque primum axem minorem extra Ellipſim, in X, vt in tertia figura. Ducatur ex puncto X, ad G, extremum diametri minoris prope datum extremum A, recta XG, ſecans minorem circulum in Z, & per Z, maiori axi parallela agatur eY, ſecans datam rectam in Y. Dico Y, in Ellipſim cadere. quod conſtat ex ſcholio præcedentis lẽmatis, [b] cum ſit vt EG, ad GA, ita eZ, ad ZY. Non aliter progrediemur, ſi data recta Ag, per extremum A, maioris axis incedens, ſecet in f, minorem axem intra Ellipſim, vt in ſecunda figura. Nam ducta ex f, ad k, extremum diametri minoris circuli prope datum extremum A, recta fk, ſecante minorem circulum in i, ſecabit maiori axi parallela dg, per i, ducta datam rectam in g, puncto, quod erit in Ellipſi, [c] cum ſit, vt Ek, ad kA, ita d i, ad ig.

[b] 4. ſexti.

[c] 4. ſexti.

PERSPICVVM autem eſt, in huiuſmodi linea vnum ſolum punctum reperiri, quod ſit in Ellipſi; quippe cum Ellipſim eandem ſecet quoque in extremo D, minoris axis, vel in A, extremo axis maioris. Liquido etiam conſtat, rectam per extremum minoris axis, & per extremum axis maioris præter illa duo extrema nullum aliud punctum habere in Ellipſi.

POSTREMO ſit data recta FG, neq; per centrum Ellipſis, aut per extremum alterutrius axis ducta, neque vlli axi parallela, ſecetque maiorem axem in H, ſiue intra Ellipſim, vt in priori figura, ſiue extra, vt in poſteriori. Per quoduis punctum I, in data recta aſſumptum, vtrique axi parallelæ agantur IO, RN; & ex B, extremo minoris axis erecta perpendiculari BK, circulum maiorem ſecante in K, iungatur EK, ſecans parallelam IO, in L: rectæ autem EL, in altera parallela RN, æqualis ſumatur RN, & per H, N, recta eiciatur ſecans circulum maioris axis in M, ac denique per M, minori axi parallela agatur MQ, ſecans datam rectã in P. Dico punctum, P, in data Ellipſi exiſtere. Et ſi quidem recta HN, duobus in punctis circulum ſecet, repe-rientur duo puncta P, vt in priori figura, ſi vero in vno eum puncto tangat, vt in figura

Quando data recta neque per centrum aut per extremum alterius axis tranſit, neque vlli axi parallela eſt.

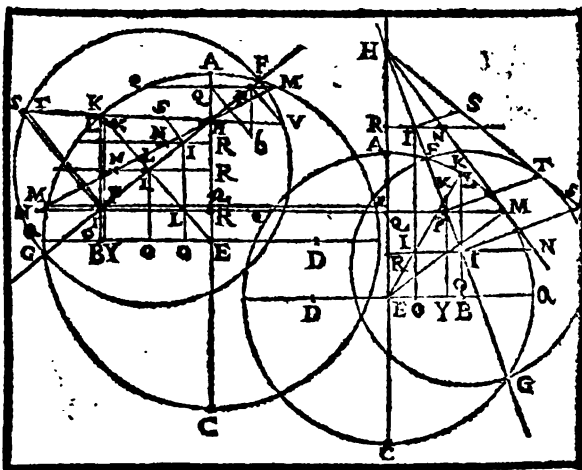
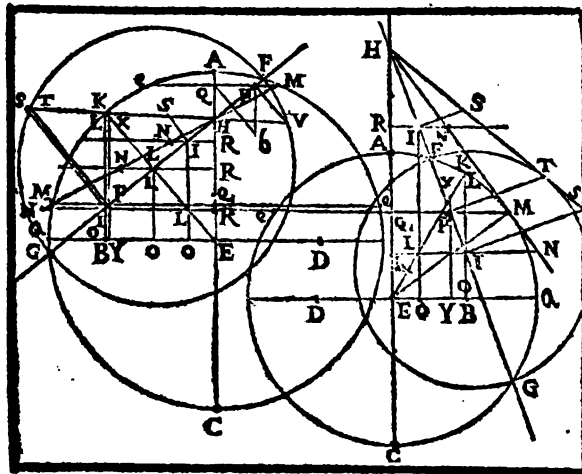



figura posteriori, vnum quoque tantum punctum inuenietur P, in quo Ellipsis datam rectam tanget. Vt autem demonstratio reddatur magis vniuersalis, assumpsimus in priori figura tria puncta I, in data recta, & in posteriori duo, per quæ vtrique axi parallelæ sunt ductæ; præsertim quia hac ratione puncto H, extra Ellipsim in secunda figura non indigemus, quod interdum difficulter haberi potest, propter obliquam intersectionem rectarum HC, HG; sed satis est, vt per duo puncta inuenta N, recta ducatur secans, vel tangens circulum maioris axis. Quæ omnia sic demonstrabimus. [a] Quoniam est, vt EK, ad EB, ita EL, ad EO: Posita autem fuit EL, ipsi RN, æqualis, [b] & EO, ipsi RI, æqualis est; erit quoque vt EK, ad EB, ita RN, ad RI. [c] Est autem vt RN, ad RI, ita QM, ad QP. Igitur erit quoque, vt EK, hoc est, vt Ea, ad AB, ita QM, ad QP. Et per diuisionem rationis conuersam, vt EB, ad Ba, ita QP. ad PM: ac proinde P, in Ellipsim cadet, ex scholio lemmatis præcedentis. Atque hæc demonstratio locum habet in utroque puncto P, prioris figuræ, ad sinistram maioris axis.

a 4. sexti.
b 34. primi.
c 4. sexti.

RECTAM porro datam FG, Ellipsim tangere in inuento puncto P, quando recta HN, circulum tangit in M, ita perspicuum faciemus. [d] Quoniam angulus HME, rectus est, & MQ, ad HE, perpendicularis, erit ex coroll. propos. 8. lib. 6. Euclidis EM, media proportionalis inter HE, EQ. [e] Igitur quadratum ex EM, vel EA, æquale erit rectangulo sub HE, EQ; ideoque erit, vt HE ad EA, ita EA, ad EQ. Per conuersionem ergo rationis, vt HE, ad HA, ita EA, ad AQ. Cum ergo CH, HA duplæ sint ipsius HE, & CQ, QA, duplæ ipsius AE; [f] erit quoque, vt composita ex CH, HA, ad HA, ita composita ex CQ, QA, ad AQ: Et diuidendo, vt CH, ad HA, ita CQ, ad AQ. [g] Igitur HG, Ellipsim continget in puncto P, quod in Ellipsi demonstrauimus existere.

d 18. tertij.
e 17. sexti.
f 15. quinti.
g 34. 1. Apollonij.

ALITER. Excitata BK, ad BD, perpendiculari in B, extremo minoris axis, & iuncta recta EK, ducatur ex quolibet puncto I, assumpto maiori axi parallela IO, secans EK, in L. Nos in vtraque figura duo puncta I, assumpsimus propter causam paulo ante allatam. Deinde ex I, ad datam rectam perpendicularis erigatur IS, ipsi OL, æqualis, & per H, S, recta eiiciatur HS, secans circulum circa chordam FG, descriptum in T, V, punctis, è quibus ad datam rectam perpendiculares demittantur TP, VP. Dico punctum vtrumque P, in Ellipsi data existere. Quod si recta HS, tangat circulum circa FG, descriptum, vt in posteriori figura,

gura, reperietur vnum tantum punctum P, in quo recta data Ellipsim continget. Quæ omnia hac ratione demonstrabimus. Et primū de puncto P, ad sinistram maioris axis prioris figuræ. Ducta per P, maiori axi parallela XY, & minori axi parallela MPQe; [a] quoniam est, vt PT, ad IS, ita HP, ad HI; estque vt HP, ad HI, ita QP, ad RI; erit etiam, vt PT, ad IS, ita QP, ad RI; hoc est, ita EY, ad EO. [b] Vt autem EY, ad EO, ita est YX, ad OL. Igitur erit quoque, vt PT, ad IS, ita YX, ad OL. Cum ergo IS, OL per hypothesim æquales sint, [c] erunt quoque PT, YX, æquales. Quia vero PT, ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. media proportionalis est inter FP, PG; [d] erit quadratum ex PT, æquale rectangulo sub FP, PG, hoc est, rectangulo sub MP, Pe, [e] cum hoc illi sit æquale: ideoque & quadratum ex YX, eidem rectangulo sub MP, Pe, æquale erit. Addito communi quadrato ex PQ, erunt quadrata ex YX, PQ, hoc est, ex YX, EY, æqualia rectangulo sub MP, Pe, vna cum quadrato ex PQ: [f] sed quadratis ex YX, EY, æquale est quadratum ex EX, & rectangulo sub MP, Pe, vna cum quadrato ex PQ, [g] æquale est quadratum ex MQ. Igitur quadrata ex EX, MQ, ideoque & eorum latera EX, MQ, æqualia erunt. [h] Cum ergo etiam EY, QP, æquales sint, erit vt EX, ad EY, ita QM, ad QP: [i] Vt autem EX, ad EY, ita est EK, hoc est, Ea, ad EB. Igitur erit quoque, vt Ea, ad EB, ita QM, ad QP. Ergo, vt prius, punctum P, in Ellipsim datam cadet. Quæ quidem demonstratio locum etiam habet in posteriori figura.

a 4. sexti.
b 4. sexti.
c 14. quinti.
d 17. sexti.
e 35. tertij.
f 47. primi.
g 5. secundi.
h 34. primi.
i 4. sexti.

PVNCTVM autem P, ad dextram maioris axis cadere quoque in eandem Ellipsim, ita planum fiet. Ducta Pb, ad MQ, perpendiculari, ipsique PV, æquali, & iuncta recta bQ; [k] quoniam est, vt QP, ad PH, in inferiori triangulo HPQ, ita QP, ad PH, in triangulo superiori; Item vt PH, ad PT, ita PH, ad PV, erit ex æqualitate, vt QP, ad PT, hoc est, vt EY, ad YX, quæ illis æquales sunt, ita QP, ad PV, id est, ad Pb. Cum ergo anguli ad Y, P, recti sint; [l] erunt triangula EYX, bPQ, æquiangula, & vt EX, ad EY, ita bQ, ad QP. Deinde quia per scholium propos. 13. lib. 6. Euclid. VP, ideoque & bP, media proportionalis est inter FP, PG; [m] erit quadratum ex bP, æquale rectangulo sub FP, PG: [n] sed hoc æquale est rectangulo sub MP, Pe, quòd rectæ FG, Me, in circulo maioris axis se in P, intersecent. Igitur quadratum ex bP, æquale etiam erit rectangulo sub MP, Pe: & addito communi quadrato ex QP, erunt duobus quadratis ex bP, QP, hoc est, quadrato ex bQ, [o] quod illis æquale est, æquale rectangulum sub MP, Pe, vna cum quadrato ex QP. [p] Est autē rectangulo sub MP, Pe, vna cum quadrato ex QP, æquale quadratum ex QM. Igitur & quadrato ex bQ, quadratum ex QM, æquale erit, ideoque & rectæ bQ, QM, æquales erunt. Quocirca cum ostensum sit paulo ante, esse vt EX, ad EY, ita bQ, ad QP, erit quoque, vt EX, ad EY, ita QM, ad QP. [q] Cum ergo sit vt EX, ad EY, ita EK, vel Ea, ad EB; erit quoque vt Ea, ad EB, ita QM, ad QP; atque idcirco, vt prius, punctum P, in datam Ellipsim cadet.

k 4. sexti.
l 6. sexti.
m 17. sexti.
n 35. tertij.
o 47. primi.
p 5. sexti.
q 4. sexti.

DENIQVE rectam datā FG, Ellipsim tangere in puncto P, inuento, quando recta HS, circulum FT, tangit in T, demonstrabimus hoc modo. Ductis rectis HM, EM, ad extremum punctum parallelæ QM; quoniā ostensum est esse, vt Ea, hoc est, EK, ad EB, ita QM, ad QP; [r] Est autem, vt EK, ad EB, ita EX, ad EY; erit quoque, vt EX, ad EY, ita QM, ad QP. [s] Cum ergo EY, ipsi QP, æqualis sit, erit & EX, ipsi QM, æqualis. Et quia quadratum ex PT, quadrato ex YX, æquale est, quod rectæ PT, YX, ostensę sint æquales; si addantur æqualia quadrata ex PQ, EY, fiēt duo quadrata ex PT, PQ, duobus quadratis ex YX, EY,

r 4. sexti.
s 34. primi.

 æqualia:

a 47. primi. æqualia: [a] Sed his æquale est quadratum ex EX, hoc est, ex QM. Igitur & duo quadrata ex PT, PQ, quadrato ex QM, æqualia erunt: additoque communi quadrato ex QH, fient tria quadrata ex PT, PQ, QH, duobus quadratis ex QM, QH, æqualia: [b] Sed quadratis ex PQ, QH, æquale est quadratum ex PH. Igitur duo quadrata ex PT, PH, duobus quadratis ex QM, QH, æqualia erunt. [c] Cum ergo illis duobus quadratis ex HT, & his duobus quadratum ex HM, sit æquale; erunt quoque quadrata ex HT, HM, proindeq; & ipsa latera æqualia. [d] Igitur cum quadratum ex HT, æquale sit rectangulo sub HG, HF, erit eidem rectangulo æquale etiam quadratū ex HM, [e] ac proinde HM, circulum FM, cōtinget in M. Quāobrem, vt antea demonstratum est, recta FG, Ellipsim in P, continget. quod est propositum.

b 47. primi.

c 47. primi.

d 36. tertij.

e 37. tertij.

LEMMA LIII.

QVAESTIONES omnes, quæ per sinus, Tangentes, atque secantes absolui solent, per solam prosthaphæresim, id est, per solam additionem, subtractionemque, sine laboriosa numerorum multiplicatione, diuisioneque expedire.

EDIDIT ante tres, quatuorue annos Nicolaus Raymarus Vrsus Dithmarsus libellum quendam, in quo præter alia proponit inuentum sane acutum, & ingeniosum, quo per solam prosthaphæresim pleraque triangula sphærica soluit. Sed quoniam id solum putat fieri posse, quando sinus in regula proportionum assumuntur, & sinus totus primum locum obtinet, conabimur nos eam doctrinam magis generalem efficere, ita vt non solum habeat in sinubus, & quando sinus totus primum locum in regula proportionum obtinet, verum etiam in tangentibus, secantibus, sinubus versis, & aliis numeris, & siue sinus totus sit in principio regulæ proportionum, siue in medio, siue denique

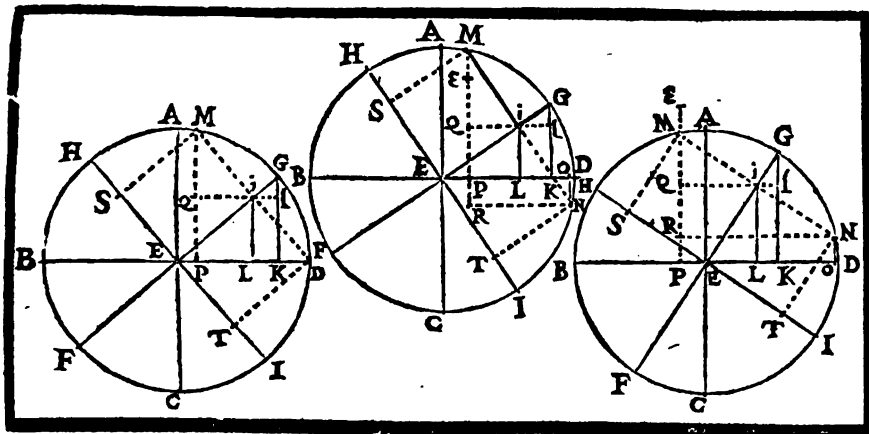
que nullo modo interueniat: quæ res noua omnino est, & iucunditatis ac voluptatis plena.

Quando sinus totus primum obtinet locum in regula proportionum, & alij numeri sunt sinus; quo pacto fiat prosthaphæresis.

1. *QVOTIESCVNQVE igitur est, vt sinus totus ad sinum alicuius arcus, ita sinus alterius cuiuspiam arcus ad aliud, seponantur duo illi arcus tanquam dati, qui ad prosthaphæresim requirantur: Minor addatur complemento maioris, & conflati arcus seruetur sinus; Et si quidem minor arcus complemento maioris fuerit æqualis, (quod fiet, quando duo arcus sepositi ac dati quadrantem conficiunt) semissis seruati sinus, erit quartus numerus proportionalis quæsitus. Si vero minor arcus fuerit minor complemento maioris, (quod accidet, quando duo arcus sepositi ac dati sunt simul quadrante minores) detracto minore arcu ex complemento maioris, vt habeatur eorum arcuum differentia, qui simul additi fuerunt, tollatur huius differentiæ sinus ex superioris conflati arcus sinu seruato. Huius enim relicti numeri semissis, erit quartus numerus proportionalis, qui quæritur. Si denique minor arcus fuerit maior complemento maioris, (quod eueniet, quando duo arcus sepositi, ac dati sunt simul quadrante maiores) detracto complemento maioris ex minore arcu, vt eorum arcuum differentia habeatur, qui simul additi fuerunt, adijciatur huius differentiæ sinus ad sinum seruatum superioris arcus conflati. Huius enim summæ semissis, erit numerus quartus proportionalis, qui desideratur.*

ATQVE hæc est regula supradicti auctoris, quæ sic demonstrabitur. In prima harum figurarum [a] est, vt sinus totus EG, ad GK, sinum arcus GD, ita Ei, sinus arcus ID, vel HM, ad quæsitum sinum iL. Et quia minor arcus GD, æqualis est ipsi DG, complemento maioris arcus ID, (vel si forte GD, maior esset, & ID, minor; minor ID, æqualis est ipsi DI, complemento maioris arcus GD,) fit vt PQ, [b] quæ semissis est sinus MP, arcus MD,

a 4. *sexti.*

b 2. *sexti.*

conflati ex DG, minore arcu, & GM, cōplemēto maioris HM, [c] æqualis sit sinui quarto q̄sito iL. Quod si forte arcus GD, sit maior, & ID, minor, erit nihilominus MP, sinus arcus MB, cōflati tūc ex HM, minore, & HB, cōplemēto maioris GD.

c 34. *primi.*

IN secunda autem, & tertia figura [d] est quoque, vt sinus totus EG, ad GK, sinum arcus GD, ita Ei, sinus arcus IN, vel HM, ad quæsitum sinum iL. Et quia in secunda figura minor arcus GD, minor est ipso GN, comple-

d 4. *sexti.*

 mento

mento maioris arcus IN, (vel si forte GD, maior esset, & IN, minor; minor IN, minor est ipso ID, complemento maioris arcus GD) fit, vt detracto sinu RP, differentiæ DN, hoc est, dempta ME, ipsi RP, æquali, ex MP, sinu arcus MD, conflati ex DG, minore arcu, & GM, complemento maioris HM, recta PQ, quæ semissis est relicti EP, [a] cum totius MR, tota QR, semissis sit, [b] æqualis sit sinui quæsito i L. Quod si forte arcus GD, sit maior, & IN, minor, erit nihilominus MP, sinus arcus MB, conflati ex minore tunc arcu MH, & HB, complemento maioris arcus GD.

a 2. *sexti.*
b 34 *primi.*

AT in tertia figura quia minor arcus IN, maior est ipso ID, complemento maioris arcus GD, (vel si forte GD, minor foret, & IN, maior; minor GD, excedit ipsum GN, complementum maioris arcus IN,) fit, vt addito siuu RP, differentiæ DN. hoc est, addita ME, æquali ipsi KP, ad MP, sinum arcus MB, conflati ex minore arcu HM, & ex HB, complemento maioris; recta PQ, quæ semissis est totius rectæ compositæ EP, [c] cum ipsius MR, semissis sit QR, [d] æqualis sit sinui quęsito iL. Quod si forte arcus GD, minor sit, & IN, maior, erit nihilominus MP, sinus arcus MD, conflati tunc ex minore arcu GD, & GM, complemento maioris HM.

c 2. *sexti.*
d 34. *primi.*

QVOD si sepositi duo arcus fuerint æquales, accipiendum est alterutrius complementum; & alter pro minore assumendus.

Quando sinus totus primum locum obtinet in regula proportionum, & alij numeri non sunt sinus vel partim sinus, partim alij numeri, quo pacto prosthaphęsis fiat.

2. *IAM vero obtinente sinu toto primum locum in regula proportionum, quando alij duo numeri non sunt sinus, accipiendi sunt illorum numerorũ, instar sinuum, arcus ex tabula sinuum, & seorsum seponendi. Deinde regula supradicta adhibenda. Idem faciendum est, quando sinus complementi alicuius arcus vsurpatur. Tunc enim non seponendus est ille arcus, sed loco illius assumendus, qui illi sinui, quatenus rectus est, respondet. Denique quandocunque secundus numerus, ac tertius non sunt sinus, vel alter eorum sinus, & alter non, accipiendus est arcus cuilibet numero, tanquam sinui, respondens: ita tamen, vt quando numerus sinu toto maior est, abijciantur à parte dextra tot figuræ, quot satis sunt, vt reliquus numerus minor fiat sinu toto; & ad inuẽtũ quartũ numerũ per prosthaphæresim, siue is sinus sit, siue Tangens, siue Secãs, siue aliquis alius numerus, adijciantur ad partem dextram tot ziphra, quot figuræ abiectæ fuerunt. Nam quando vna figura abijcitur, sumitur pars decima numeri; quando duæ, centesima: atque ita inuenitur quoque sola pars decima, aut centesima quarti numeri. Quare multiplicanda est pars illa inuenta per 10. vel 100. quod fit per appositionem 0. vel 00. vt totus numerus habeatur. Sed rem hanc totam nonnullis exemplis planiorem faciamus.*

SIT verbi gratia, inuestiganda declinatio grad. 17. min. 45. ♊. Quoniam est, vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, ita sinus distantiæ dati puncti Eclipticæ à viciniori puncto æquinoctij ad sinum declinationis eiusdem dati pũcti, vt in lemmate 18. demõstrauimus, sic stabit exemplũ ad prosthaphæresim.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus max. decl.	*23.*	*30.*	*Compl. maioris*	*12.*	*15.*	*Minor numerus maior est quã*
Distãtia ab æquin.	*77.*	*45.*	*Minor*	*23.*	*30.*	*compl. ideo fiet additio.*

Summa complem. & minoris.	*35. 45.*	*sinus.*	*5842497.*
Diff. inter compl. & minorem.	*11. 15.*	*sinus.*	*1950903.*

Sinui inuento.	*3896700.*	*Summa sinuum*	*7793400.*
Respondet declinatio G. 22. M. 56.		*Semissis, vel sin. declin.*	*3896700.*

RVRSVS

RVRSVS sit inquirenda differentia ascensionalis grad. 6. ♊, ad altitudinem poli grad. 42. Quoniam est, vt sinus totus ad tangentem declinationis, ita tangens altitudinis poli ad sinum differentiæ ascensionalis, vt in lemmate 49. Num. 17. demonstrauimus; ita progrediemur. Declinatio grad. 6. ♊, est grad. 21. Min. 22. eius tangens 3912247. at tangens grad. 42. altitudinis poli 9004040. Priori tangenti in tabula sinuum respondent grad. 23. min. 2. Posteriori vero grad. 64. min. 13. atque hi duo arcus pro datis accipiendi sunt loco declinationis, & altitudinis poli. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	23.	2.	*Compl. maioris.*	25.	47.	*Minor numerus minor est complemento, ideo fiet subtractio.*
dati	64.	13.	*Minor.*	23.	2.	
Summa complementi & minoris.				48.	49.	*Sinus.* 7526065.
Diff. inter compl. & minorem.				2.	45.	*Sinus.* 479781.
			Relictum			7046284.
			Semissis, vel sinus diff. ascens.			3523142.

Sinui inuento 3523142. respondet differentia ascensionalis grad. 20. min. 38. hoc est, Hor. 1. Min. 23. Additis ergo horis 6. cõtinebit arcus semidiurnus Hor. 7. Min. 23. Et eadem differ. ex ascensione recta grad. 64. min. 6. (quæ gradui 6. ♊. debetur) ablata relinquit ascensionem obliquam grad. 43. min. 28.

SIT rursus inuestiganda differ. ascens. grad. 6. ♊, ad eleuationem poli grad. 60. Tangens declinationis est, vt prius, 3912247. cui in sinubus respondẽt grad. 23. min. 2. Tangens vero grad. 60. altitudinis poli est 17320508. cui in sinubus (abiecta vltima figura 8. pro qua reliquo numero addi potest 1. cum $\frac{8}{10}$. superent $\frac{1}{2}$) respondent grad. 9. min. 58. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	23.	2.	*Compl. maioris.*	66.	58.	*Minor numerus minor est complemento, ideo fiet subtractio.*
dati.	9.	58.	*Minor*	9.	58.	
Summa compl. & minoris,				76.	56.	*Sinus.* 9741076.
Diff. inter compl. & minorem.				57.	0.	*Sinus.* 8386706.
			Relictum.			1354370.
			Semissis, vel sinus diff. ascens.			677185.

Sinui inuento 6771850. (Nam propter figuram 8. abiectam addenda est 0.) respondet differentia ascens. grad. 42. min. 38. hoc est, Hor. 2. min. 51. Eademq; diff. ex

diff. ex ascensione recta grad. 64. min. 6. (quæ gradui 6. ♊, debetur) ablata relinquit ascensionem obliquam grad. 21. min. 28.

SIT præterea explorada altitudo Solis in principio ♋. hora 4 post merid. vel hor. 8. post med. noct. ad altitudinẽ poli grad. 42. Quoniã, vt lib. 1. Gnomonices propos. 36. demonstrauimus, est vt sinus totus ad sinũ versum distantiæ Solis à mer. ita medietas rectæ conflatæ ex sinu altitudinis meridianæ, & sinu depressionis meridianæ ad differentiam inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis quæsitæ, ita agemus. Sinus versus distantiæ Solis à mer. est 5000000. cui in sinubus respondent grad. 30. min. 0. Sinus altitudinis meridianæ grad. 71. min. 30. est 9483237. Depressionis grad. 24. min. 30. sinus est 4146932. Medietas summæ ipsorum 6815084 $\frac{1}{2}$. cui in sinubus respondent grad. 42. min. 58. Sic ergo stabit exemplum.

	G. M.		G. M.	
Arcus	*30. 0.*	*Compl. maioris.*	*47. 2.*	*Minor numerus minor est com-*
dati.	*42. 58.*	*Minor.*	*30. 0.*	*plemento, ideo fiet subtractio.*
Summa compl. & minoris			*77. 2.*	*Sinus. 9745008.*
Diff. inter compl. & minorem			*17. 2.*	*Sinus; 2929280.*
			Relictum	*6815728.*
Semissis, vel diff. inter sin. alt. mer. & sin. alt. quæsita.				*3407864.*

Detracto numero inuento 3407864. qui est diff. inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum quæsitæ altit. merid. 9483237. relinquitur sinus altitudinis quæsitæ 6075373. cui respondent grad. 37. min. 25. Tanta est altitudo Solis.

Quando sinus totus est in principio regulæ aureæ, sed vel tertius, vel secundus numerus est minor sinu toto, quo pacto aliter prosthaphæresis fiat.

3. QVANDO sinus totus est ad aliquem numerũ sinu toto minorem, vt numerus sinu toto maior ad aliud, institui quoq; potest operatio hoc modo. Numerus hic tertius maior sinu toto diuidatur per sinũ totũ, eritque Quotiens numerus reliquus, si septẽ figuræ ad dexteram abijciantur, & septem figuræ abiectæ dabunt diuisionis residuum. Fiat ergo, vt sinus totus ad datum numerũ minorem, ita residuum diuisionis ad aliud: quod per prostaphæresim fiet, si numeri minoris, & residui, tanquam si sinus essent, arcus ex tabula sinuum accipiantur, &c. Ad inuentum quartum numerum adijciatur minor datus per Quotientem superioris diuisionis multiplicatus, vt totus quartus numerus quæsitus prodeat.

EXEMPLI gratia. Sit inuenienda differentia ascensionalis gra. 6. ♊, ad altitudinem poli grad. 50. Quoniam est, vt sinus totus ad 3912247. tangentem declinationis ita 11917537. tangens datæ altitudinis poli ad sinum differentiæ ascensionalis: vides secundum numerum minorem esse sinu toto, tertium vero maiorem, quo diuiso per 10000000. sinum totum, quotiens est 1. & residuum 1917537.. Cum minore ergo illo numero, & hoc residuo, ex tabula sinuum excerpe hos arcus: Grad. 23. min 2. & Grad. 11. Min. 3. Sic ergo stabit exemplum.

	G. M.		G. M.	
Arcus	23. 2.	*Compl. maioris*	66.58.	*Minor numerus cõplemento minor*
dati	11. 3.	*Minor.*	11. 3.	*est, ideo facienda erit subtractio.*

Summa compl. & minoris numeri.	78. 1.	*Sinus*	9782080.
Diff. inter compl. & minorem num.	55.55.	*Sinus*	8282234.
		Relictum.	1499846.
Semissis, vel quartus numerus inuentus.			749923.

Huic semissi si addatur minor numerus 3912247. semel, quia Quotiens superior fuit 1. conflabitur sinus diff. ascens. 4662170. cui debetur arcus diff. ascens. grad. 27. min. 47. hoc est, Hor. 1. Min. 51. Additis ergo horis 6. fiet arcus semidiurnus Hor. 7. Min. 51. Eadem autem diff. ex ascensione recta grad. 6. ♓, quæ complectitur grad. 64. min. 6. ablata relinquit ascensionem obliquã grad. 36. min 19. ad altitudinem poli grad. 50.

HVIVS regulæ demonstratio ex superiorioribus figuris elicitur. Posito enim sinu toto Ei, quoniam est, vt Ei, sinus totus ad i L, minorem numerum, ita EG, maior numerus ad GK; si ex EG, dematur sinus totus E i, erit quoque, vt sinus totus E i, ad i L, ita iG, residuum ad G I, numerum, ad quem si adiiciatur minor iL, vel lK, conflabitur totus quartus numerus quæsitus GK. Et si sæpius detractus fuisset sinus totus E i, vt relinqueretur i G, minor sinu toto, adiici debuisset minor i L, toties, quoties abiectus fuisset sinus totus, cum cuilibet sinui toti respondeat recta æqualis ipsi i L, quemadmodum i L, sinui toti Ei, respondet.

EADEM ratio est, quando secundus numerus maior est sinu toto, & tertius minor. Nam si est, vt sinus totus ad numerum maiorem, ita numerus minor ad quartum quæsitum; erit quoque permutando, vt sinus totus ad minorem, ita maior ad quartum: atque ita rursum obtinebit maior tertium locum in regula.

SED quando vterque numerus maior est sinu toto, tenenda est superior regula Num. 2. explicata, hoc est, abiicienda vna, aut altera figura ex vtroque ad dexteram, vt minores numeri habeantur: Ad inuentum tamen numerũ quartum apponendę erunt tot ziphræ, quot figuræ abiectæ fuerunt, vt supra Num. 2. diximus.

ATQVE hoc quidem modo prosthaphæresis fit, sinu toto primum locum in proportionum regula obtinente: doceamus iam, quo pacto eadem prosthaphæresis instituenda sit, quando sinus totus in secundo vel tertio loco dictæ regulæ collocatus est. Sic ergo agemus.

Quando sinus totus secundũm, vel tertium locum regulæ aureæ occupat, quo pacto prosthaphæresis fiat.

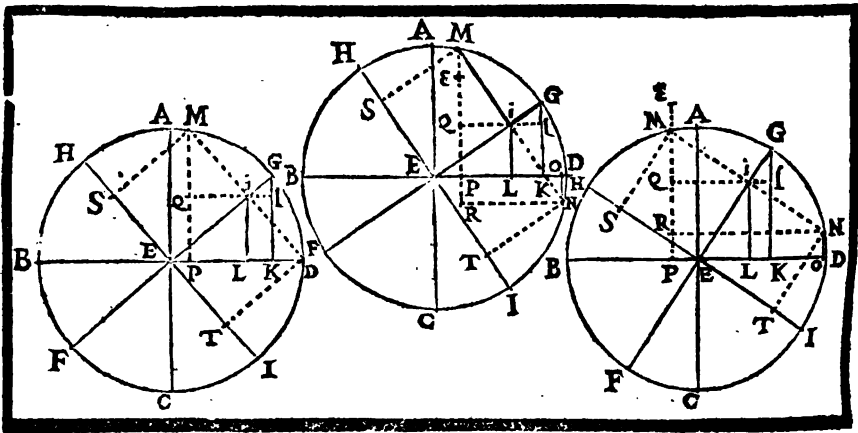
4. *QVANDO primus numerus maior est secundo, vel tertio, tamen minor sinu toto, fiat vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui minori numero in tabula sinuum, tanquam sinui respondet, ita minor numerus ad aliud: hoc est, duo arcus, qui illi secanti, & minori numero in sinuum tabula debentur, seponantur, tanquam dati, & cætera fiant, vt in prosthaphæresi dictum est. Quod si primus numerus maior, maior etiam sit sinu toto, agendum erit, vt paulo infra Num. 6. dicemus.*

Quando primus numerus est maior, sed minor sinu toto.

5. *QVANDO autem primus numerus minor est, & minor sinu toto, tunc si quidem maior minor est sinu toto, fiat vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui*

Quando primus numerus minor est, & minor etiã sinu toto.

cus, qui minori numero, tanquam sinui, in tabula sinuum respondet, ita maior numerus ad aliud: hoc est. duo arcus, qui illi Secanti, & maiori numero in sinubus respondent, seponantur, vt dati, & cætera fiant, quæ in regula prosthaphæresis Num. 1. & 2. præcepimus. Si vero maior numerus maior est sinu toto, detrahatur ex eo minor aliquoties, donec numerus reliquus sinu toto minor sit, vel si mauis, detrahe minorem, quoties fieri potest: Et fiat rursum, vt sinus totus ad secantem complementi illius arcus, qui minori dato numero, tanquam sinui, respondet, ita reliquus numerus maioris ad aliud, vt dictum est; inuentoque quarto numero adijciatur sinus totus toties, quoties minor numerus ex maiore ablatus est, vt totus quartus numerus quæsitus conficiatur.

6. DVPLEX hoc præceptum ex eisdem figuris superioribus demonstrabitur hoc modo. Quoniam si est, vt GK, ad EG, sinum totum, ita minor numerus i L, ad E i, erit vt GK, sinus totus ad EG, secantem anguli G. qui complementum est anguli E, cuius GK, sinus est, (nam posito sinu toto GK erit EG,

secans anguli G, & EK, tangens, vt in tractatu Tangentium & Secantium diximus) ita i L, ad E i. Atque ita demonstratum est primum præceptum, si tamen primus numerus maior, minor sit sinu toto, vt per ipsum, veluti sinum,) angulus E, in tabula sinuum possit accipi, ac proinde eius complementum G haberi.

Quando primus numerus est maior, & maior etiã sinu toto.

NAM si primus numerus maior maior fuerit sinu toto, accipiẽda erit eius pars decima, vel cẽtesima, &c. quod fit per ablationẽ vnius figuræ ad dexterã, vel duarũ, &c. sed ex numero inuento sumenda deinde est pars etiam decima, vel centesima, &c. pro quarto numero quæsito: nisi forte eadem pars decima, vel centesima, &c. minoris numeri accepta sit. Tunc enim numerus inuentus esset quartus quæsitus: quod ita se habeat pars qualibet primi numeri ad secundum, vt eadẽ pars tertij ad quartum. Ex quo fit, si ex tertio numero, hoc est, ex minore, sumpta non sit decima, vel cẽtesima pars, &c. numerum inuentum esse decies, centiesue, &c. maiorem, quam esse debeat, ideoq; eius partem decimam, centesimamue, &c. accipiendam esse pro quarto numero, vt diximus.

7. DEINDE si sit vt i L, ad E i, sinum totum, (posito sinu toto E i,) ita maior numerus GK, ad EG; erit vt i L, sinus totus ad E i, secantem anguli i. qui complementum est anguli E, quem numerus minor i L, vt sinus, offert, ita GK, ad

EG. Si

EG. Si igitur maior numerus GK, minor fuerit ſinu toto E i, vt per eum, veluti ſinum, arcus reſpondens in tabula ſinuum, accipi poſsit, recte ſe res habet. Si autē GK, maior fuerit ſinu toto E i, vt in tertia figura, detrahēdus ex eo eſt minor i L, ſemel, bis, terue, &c. donec relinquatur numerus G l, minor ſinu toto: Et ad inuentum numerum G i, adiiciendus eſt ſinus totus E i, toties, quoties iL, ex GK, ſubtractus fuit, vt totus quartus numerus quæſitus EG, componatur.

Si primus etiam numerus minor, maior ſit ſinu toto, auferendæ ſunt ex primo, & altero aliquot figuræ vltimæ, vt numeri relinquantur ſinu toto minores: Et ſi quidem reliquus maioris numeri minor fuerit reliquo minoris primi numeri, ſeruetur regula Num. 4. explicata: Si vero maior, prior pars regulæ Num. 5. expoſita. Ad quartum deinde numerum eo modo inuentum apponantur tot ziphræ, quot figuræ ex maiore numero fuerunt ablatæ; quia propter vnam figuram ablatam inuenitur tantum eius pars decima, & propter duas, pars centeſima, &c. Vnde per appoſitionem o, vel oo. &c. multiplicandus erit numerus inuentus per 10. aut 100. &c. vt totus quartus numerus prodeat. Ex hoc vero iterum auferendæ erunt tot ziphræ, quot figuræ ex minore numero, quæ primum locum obtinet in regula, ſunt ablatæ: quia propter vnam figuram ablatam inuenitur numerus decies maior; propter duas, centies, &c. propterea quod diuiſio ſit per decies, aut centies, &c. minorem numerum. Quare per ablationē o. vel oo. &c. diuidē dus erit numerus per 10. vel 100. &c. vt verus quartus numerus habeatur. Quod ſi ab initio tot figuræ demptæ ſint ex primo minore, quot ex dato maiore, ad quartum primo loco inuentum neque addendum eſt aliquid, neque ex eo auferendum.

Quando primus numerus minor maior eſt ſinu toto.

EXEMPLI gratia. Sit inueſtiganda latitudo ortiua principij ♋, ad eleuationem poli grad. 42. Quoniam igitur eſt, vt ſinus complementi altitudinis poli 7431448 ad ſinū declinationis puncti Eclipticæ 3987491. ita ſinus totus ad ſinum latitudinis ortiuæ, vt lib. 1. Gnomonices propoſ. 34. demonſtrauimus, ita procedemus. Cum primus numerus maior ſit ſecundo, minor tamen ſinu toto, accipiemus ex tabula ſinuum arcum grad. 48. maiori numero reſpondentem, hoc eſt, ipſum complementum altitudinis poli, & ſecantem complementi huius arcus 13456326. cui (abiecta vltima figura 6.) in tabula ſinuum reſpondet arcus grad. 7. min. 44. Minori autem numero 3987491. reſpondet declinatio grad. 23. min. 30. Sic ergo ſtabit exemplum.

Exemplum quādo primus numerus maior eſt, minor tamen ſinu toto.

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	7.	44.	*Compl. maioris.*	66.	30.	*Minor numerus minor eſt com-*
dati.	23.	30.	*Minor*	7.	44.	*plemento, ideo fiet ſubtractio.*
			Summa compl. & minoris,	74.	14.	*Sinus. 9623762.*
			Diff. inter compl. & minorem.	58.	46.	*Sinus. 8520628.*
					Relictum.	*1073134.*
					Semiſsis, vel quartus numerus inuentus.	*536567.*

Huic ſemiſsi apponatur o, propter figurā abiectam ex ſecante, fiet ſinus latitudinis ortiuæ 5365670. cui reſpondent grad. 32. min. 27. pro latitudine ortiua. Nam quarti numeri per appoſitionem ziphræ inuenti 5365670. non eſt accipienda pars decima, vel centeſima, quia primus numerus maior 7431448. minor eſt ſinu toto.

Exemplum quando primus numerus maior est, & maior etiam sinu toto, sed alter minor.

RVRSVS in triangulo sphærico rectangulo, cuius vnus angulorũ nõ rectorum contineat grad 50. & arcus oppositus circa angulum rectum grad. 20. inuestigandus sit alter arcus circa angulum rectum, si modo constet species alterius anguli non recti. Quoniam per propos. 44. nostrorum triang. sphær. est, vt 11917537. tangens anguli dati grad. 50. ad 3639702. tangẽtem dati arcus grad. 20. ita sinus totus ad sinum alterius arcus circa rectum angulum; sic agemus. Cum primus numerus sit maior sinu toto, & alter minor; reijciemus ex illo figuram vltimam 7. vt habeamus numerum 1191753. sinu toto minorem, cui respondet in tabula sinuum arcus grad. 6. min. 51. Huius complementi secans, est 83843097. Abiecta vltima figura 7. reliquo numero in tabula sinuum respondet arcus grad. 56. min. 58. Minori numero, vt sinui, respondent grad. 21. min. 21. Itaque duo arcus prosthaphæresis sunt grad. 56. min. 58. & grad. 21. min. 21. Et sic stabit exemplum.

	G. M.		G. M.	
Arcus	*56. 58.*	*Compl. maioris.*	*33. 2.*	*Minor subtrahi potest à compl.*
dati.	*21. 21.*	*Minor.*	*21. 21.*	*ideo fiet subtractio.*

Summa complem. & minoris.	*54. 23.*	*Sinus.*	*8129314.*
Diff. inter compl. & minorem.	*11. 41.*	*Sinus.*	*2025025.*

Relictum.	*6104289.*
Semissis, vel quartus numerus inuentus.	*3052145.*

Huic quarto numero addenda est 0. propter figuram ex secante abiectam, vt habeatur totus quartus numerus 30521450. cuius pars decima 3052145. erit sinus arcus quæsiti, propter figuram ex primo numero abiectam. Arcus ergo quæsitus erit grad. 17. min. 46. paulo amplius, si constet eum debere esse quadrante minorem.

Exemplum quando & maior primus numerus, & alter minor, maior est sinu toto.

ITEM in eodem triangulo, posito angulo grad. 50. & arcu opposito grad. 48. inuestigandus sit rursum alter arcus circa rectum angulum. Tangens anguli est, vt prius 11917537. Et tangens arcus est 17106124. Vbi tam primus maior, quàm alter minor, maior est sinu toto. Reiecta ergo ex vtroque vltima figura, cum reliquo primi reperiemus arcum grad. 6. min. 51. Huius complementi secans est 83843097. Abiecta vltima figura, reliquo numero, vt sinui, debetur arcus grad. 56. min. 58. qui est vnus arcuum, qui requiruntur. Reliquo numero secundi minoris, vt sinui, debetur arcus grad. 6. min. 23. qui est alter requisitus. Sic ergo stabit exemplum.

	G. M.		G. M.	
Arcus	*56.58.*	*Compl. maioris*	*33. 2.*	*Minor subtrahi potest, idcirco facienda est subtractio.*
dati	*6.23.*	*Minor.*	*6.23.*	

Summa compl. & minoris.	*39.25.*	*Sinus*	*6349533.*
Diff. inter compl. & minorem.	*26.39.*	*Sinus*	*4485392.*

Relictum.	*1864161.*
Semissis, siue quartus numerus inuentus.	*932081.*

Huic quarto numero apponenda est o. propter figuram ex secante abiectam, vt totus quartus numerus prodeat 9320810. hoc est, sinus quæsiti arcus. Hic enim nihil demendum est, cum & ex primo maiore, & secundo minore abiecta sit vna figura. Igitur arcus quæsitus erit grad. 68. min. 46. fere, si constet, eum debere esse minorem quadrante.

Exemplum quando primus numerus est minor, & alter maior, sed minor sinu toto.

RVRSVS sit inuestigandus arcus semidiurnus in principio ♎. ad eleuationem poli grad. 42. Quoniam, vt in scholio propos. 35. lib. 1. Gnomonices ostendimus, sic se habet medietas aggregati ex sinu altitudinis meridianæ, & ex sinu depressionis meridianæ ad sinum altitudinis merid. vt sinus totus ad sinum versum arcus semidiurni. Est autem prædicta medietas 6815085. sinus vero altitudinis meridianæ 9483237. vbi vides, primum numerum esse minorem secundo, & hunc minorem sinu toto. Minori, qui primus est, vt sinui, debentur grad. 42. min. 58. secans complementi huius arcus est 14671946. cui, abiecta vltima figura, respondet arcus in sinubus grad. 8. min. 26. qui est vnus ex requisitis. Maiori numero, vt sinui, congruit arcus grad. 71. min. 30. qui est alter requisitus. Sic ergo stabit exemplum.

	G. M.		G. M.	
Arcus	*8. 26.*	*Compl. maioris.*	*18. 30.*	*Minor deficit à compl. ideo facienda est subtractio.*
dati.	*71.30.*	*Minor.*	*8. 26.*	

	G. M.		
Summa compl. & minoris	*26.56.*	*Sinus.*	*4529535.*
Diff. inter compl. & minorem	*10. 4.*	*Sinus,*	*1747939.*

Relictum	*2781596.*
Semissis, vel quartus numerus inuentus.	*1390798.*

Quarto huic numero apponatur o. propter figuram ex secante abiectam, vt fiat totus sinus versus 13907980. cui debentur grad. 113. paulo amplius, hoc est, Hor. 7. min. 32. pro arcu semidiurno.

Exemplum quando primus numerus minor est sinu toto, sed alter maior.

PRAETEREA in triangulo sphærico ex lateribus circa angulum rectum, quæ sint grad. 30. grad. 50 inquirendus sit angulus posteriori lateri oppositus. Quoniam enim est, vt 5000000. sinus grad. 30. ad sinum totum, ita 11917537. tangens grad. 50. ad tangentem quæsiti anguli, vt in scholio pro-

pos. 44. triang. sphær. demonstrauimus; vides primum numerum esse sinu toto minorem, alterum vero maiorem. Minor bis detractus ex maiore relinquit 1917537. Fiat ergo vt sinus totus ad 20000000. secantem complementi anguli, qui minori numero dato, vt sinui, congruit, ita reliquus numerus maioris ad aliud. Secanti, abiecta vltima figura, respondent in sinubus grad. 11. min. 32. qui est vnus ex arcubus requisitis. Reliquo numero maioris, vt sinui, congruunt grad. 11. min. 3. pro altero arcu requisito. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.		G. M.	
Arcus	*11.*	*32.*	*Compl. maioris.*	*78. 28.*	*Minor à compl. deficit, idcirco*
dati	*11.*	*3.*	*Minor.*	*11. 3.*	*fiet subtractio.*

Summa complementi & minoris.	*89. 31.*	*Sinus.*	*9999644.*
Diff. inter compl. & minorem.	*67. 25.*	*Sinus.*	*9233220.*
		Relictum	*766424.*
Semissis, siue quartus numerus inuentus.			*383212.*

Huic numero quarto apponatur 0. propter figuram ex secante abiectam, & toti numero 3832120. addatur sinus totus bis, quod bis minor numerus ex maiore fuerit subtractus, fietq; tangens anguli quæsiti 23832120. Est ergo angulus grad. 67. min. 14 paulo amplius. Si minorem numerum 5000000. ex maiore 11917537. semel tantummodo detraxisses, relictus quoque fuisset numerus minor sinu toto, cum quo eundem angulum reperisses.

Exemplum, quando primus numerus minor est, sed sinu toto maior.

DENIQVE in triangulo sphærico rectangulo ex arcu circa angulum rectum grad. 50. & arcu, qui recto angulo opponitur, grad. 60. inuestigandus sit angulus à dictis arcubus comprehensus. Quoniam per propos. 45. triang. sphær. ita se habet tangens arcus recto angulo oppositi, ad tangentem arcus circa angulum rectum, vt sinus totus ad sinum complementi anguli quæsiti: Et per propos. 18. sinuum, ita est secans anguli quæsiti ad sinum totum, vt sinus totus ad sinum complementi eiusdem anguli; erit quoque, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem arcus circa angulũ rectum; ita secans quæsiti anguli ad sinum totum. Et conuertendo, 11917537. tangens arcus circa rectum angulum grad. 50. ad 17320508. tangentem arcus angulo recto oppositi grad. 60. ita sinus totus ad secantem anguli quęsiti. Habemus ergo primum numerum minorem quidem, sed maiorem sinu toto. Ablata ergo vltima figura 7. reliquo numero respondent in sinubus grad. 6. min. 51. Secans complementi huius arcus est 83843097. Abiecta vltima figura, reliquo numero, vt sinui, debentur grad. 56. min. 58. qui est ex requisitis vnus. Alter vero sic reperietur. Abiecta vltima figura ex maiore numero, remanet numerus 1732051. minor sinu toto, sed maior reliquo numero minoris, ideoq; prior pars regulæ Num. 5. expositæ adhibenda. Arcus ergo alter requisitus erit grad. 9. min. 58. congruens numerò 1732051. Sic igitur stabit exemplum.

Arcus

	G.	M.		G.	M.	
Arcus	56.	58.	*Compl. maioris.*	33.	2.	*Fieri debet subtractio, cum*
dati.	9.	58.	*Minor.*	9.	58.	*minor detrahi possit à cõpl.*

Summa compl. & minoris	43.	0.	*sinus.*	6819984.
Diff. inter compl. & minorem.	23.	4.	*sinus.*	3918020.

Relictum.	2901964.
Semissis, siue quartus inuentus numerus	1450982.

Huic quarto numero apponatur o. propter figuram ex secante abiectam, vt totus quartus numerus fiat 14509820. Propter abiectionem vero vnius figuræ ex vtroque numero factam nihil fit, cum ex vtroque ablatæ sint figuræ numero pares, nimirum vna. Secanti autem inuentæ congruunt grad. 46. min. 26. pro angulo quæsito, & paulo plus.

Quando sinus totus in regula antea non reperitur, quo pacto prosthaphæresis fiat.

8. *QVANDO sinus totus neque in principio, neque in medio regulæ proportionum reperitur, reducendi erunt primi duo numeri ad alios duos per prosthaphæresim, quorum primus sit sinus totus, hac ratione. Fiat, vt primus numerus ad sinum totum, ita secundus ad alium, per prosthaphæresim Num. 4. 5. & 6. declaratam. Tunc enim erit quoque sinus totus ad numerum inuentum, vt tertius ad inueniendum, atque ita vsurpanda erit prosthaphæresis Num. 1. & 2. explicata.*

Prosthaphæresis quando accurata sit, & quo pacto fieri possit accuratior per partis proportionalis inuentionem.

CAETERVM prosthaphæresis, quamuis demonstrationibus Geometricis nitatur, vt ostendimus, accurata tamen & exquisita esse non potest, nisi quando per solos sinus operatio fit, & sinus totus in principio regulæ ponitur, vt Num. 1. expositum fuit. Nam quando adhibentur alij numeri præter sinus, non paruus error committi potest, propterea quòd raro eiusmodi numeri in tabula sinuum præcise reperiuntur, vt arcus illi congruentes accipi possint sine errore. Quocirca vt exquisitius res per prosthaphæresim fiat, adhibenda erit semper pars proportionalis, vt in explicatione, atque vsu tabulæ sinuum exposuimus, hoc est, cum numero, qui in tabula sinuum non præcise reperitur, excerpendus arcus cum gradibus, minutis, & secundis: quod fiet, si differentia capiatur inter sinum proxime minorem dato numero, & proxime maiorem, & differentia inter eundem sinum proxime minorem, & datum numerum, atque dicatur. Si prior differentia requirit secunda 60 (Nam inter duo proxima minuta interiiciuntur 60. secunda.) posterior quot secunda postulat? atque hęc secunda inuenta arcui, qui minori sinui assumpto congruit, addenda erunt. Eodem modo, si cum gradibus, minutis, & secundis excerpendus sit sinus, sumenda erit differentia inter sinum gradibus, ac minutis respondentem, & sinum proxime maiorem, atque dicendum. Si 60. secunda postulant tantam differentiam, quantam proposita secunda requirunt? atque differentia inuenta sinui proxime minori assumpto adiicienda erit Idem faciendum est in tabula Tangentium, secantiumque, quando id res exiget. Sed facilius in sinuum tabula pars proportionalis eruitur eo modo, quem paulo post explicabimus, per vnicam videlicet vel multiplicationem, vel diuisionem, eamque per exiguos numeros. Non debet autem molesta videri partis proportionalis inuentio in prosthaphæresi, cum ea fiat per exiguas multiplicationes, diuisionesq́ue; prosthaphæresis autem longis, ac permolestis multiplicationibus, diuisionibusque nos liberat. Quod si quis malit operari per sinuum, aliorumq́; numerorum multiplicationem, ac diuisionem, quàm per prosthaphęresim

resim cum parte proportionali, id ei per nos licebit. Non enim negamus, quia res interdum citius absoluatur sine prosthaphæresi, propter partes proportionales, quæ opus aliquantum retardant: sed tamen fatemur etiam, minorem esse molestiam in prosthaphæresi, quàm in tam lõgis ac difficilibus numerorum multiplicationibus, diuisionibusq; præsertim quia in sinuum tabula sine vllo fere labore pars proportionalis eruitur eo modo, quem post tabulam sinuum paulo post exponemus. Sed ponamus exemplum aliquod, vbi prosthaphæresis cum proportionali parte absoluatur.

Exemplum prosthaphæresis cum parte proportionali.

SIT ergo, vt in postremo exemplo, inuestigandus rursum angulus ab arcu, qui recto angulo opponitur, & ab arcu circa rectum angulum comprehensus, quorum ille sit grad. 60. & hic grad. 50. Et quia, vt dictum est, ita se habet 11917537. tangens arcus grad. 50. ad 17320508. tangentem arcus grad. 60. vt sinus totus ad secantem quæsiti anguli: si abiiciantur vltimæ figuræ 7. & 8. pro quibus vnitates assumantur, quod tam $\frac{7}{10}$ quam $\frac{8}{10}$ semissem superẽt, habebuntur numeri sinu toto minores 1191754. & 1732051. in eadem fere proportione. Fiat ergo, vt sinus totus ad secantem complementi anguli, qui sinui 1191754. debetur, ita sinus 1732051. ad aliud, veluti in prima parte regulæ Num. 5. explicatæ traditum est. Cum priori sinu inuenitur arcus grad. 6. min. 50. Sec. 40 cuius complementi secans est 83910940. Cui, abiecta vltima figura, vt sinui, congruit arcus grad. 57. min. 2. sec. 46. atque hic est vnus ex arcubus requisitis. Alter arcus posteriori numero debitus est grad. 9. min. 58. sec. 27. Sic ergo stabit exemplum.

	G.	M.	S.		G.	M.	S.	
Arcus	*57.*	*2.*	*46.*	*Compl. maioris.*	*32.*	*57.*	*14.*	*Minor est minor quam*
dati	*9.*	*58.*	*27.*	*Minor.*	*9.*	*58.*	*27.*	*cõpl. ideo fiet subtractio.*

	G.	M.	S.		
Summa compl. & minoris	*42.*	*55.*	*41.*	*sinus*	*6810795.*
Diff. inter compl. & minorem.	*22.*	*58.*	*47.*	*sinus*	*3904053.*
Relictum.					*2906742.*
Semissis, siue quartus numerus.					*1453371.*

Apposita figura 0. ad quartum numerum inuentum, propter figuram ex secante abiectam, fiet tota secans 14533710. cui respondet arcus grad. 46. min. 31. pro angulo quæsito, qui à superiori minutis ferme 5. differt; vbi vides, quãti intersit, adhibere partes proportionales. In aliis exẽplis neglex imus dedita opera partes proportionales, tum quia in illis tantus error non apparet, tum vero maxime, vt regulæ prosthaphæresis clarius explicarentur. Sed proponamus iam sinuũ tabulam emendatam, (quæ enim circumferuntur, erroribus non carent) cum numeris quibusdam interiectis, beneficio quorum pars proportionalis nullo fere negotio inueniri possit.

TABVLA

TABVLA.

SINVVM

Emendata, vnà cum partibus proportionalibus, quæ singulis secundis graduum congruunt,

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	0		1		2		3		4		
0	0000	48.5	174524	48.5	348995	48.4	523360	48.4	697565	48.	60
1	2909		177433		351902		526265		700467		59
2	5818		180341		354809		529170		703369		58
3	8727		183250		357716		532075		706270		57
4	11636		186158		360623		534980		709172		56
5	14544		189066		363530		537884		712073		55
6	17453		191975		366437		540789		714975	48.5	54
7	20362		194883		369344		543694		717876		53
8	23271		197792		372251		546598		720777		52
9	26180		200700		375158		549503		723678		51
10	29088		203608		378064		552407		726579		50
11	31997		206517		380971		555312		729480		49
12	34906		209425		383878		558216		732381		48
13	37815		212333		386785		561120		735282		47
14	40724		215241		389692		564024		738183		46
15	43632		218149		392598		566928		741084		45
16	46541		221057		395505		569832		743985		44
17	49450		223965		398412		572736		746886		43
18	52359		226873		401318		575640		749787		42
19	55268		229781		404225		578544		752688		41
20	58177		232689		407131		581448		755588		40
21	61086		235597		410038		584352		758489		39
22	63995		238505		412944		587256		761389		38
23	66904		241413		415851		590160		764290		37
24	69813		244321		418757		593064		767190		36
25	72721		247229		421663		595967		770090		35
26	75630		250137		424570		598871		772991		34
27	78539		253045		427476		601775		775891		33
28	81448		255953		430382		604678		778791		32
29	84357		258861		433288		707582		781691		31
30	87265	48.5	261769	48.5	436194	48.4	610485	48.4	784591	48.3	30
	89		88		87		86		85		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	0		1		2		3		4		
30	87265	48.5	261769	48.5	436194	48.4	610485	48.4	784591	48.3	30
31	90174		264677		439100		613389		787491		29
32	93083		267585		442006		616292		790391		28
33	95992		270493		444912		619196		793291		27
34	98901		273401		447818		622099		796191		26
35	101809		276308		450724		625002		799090		25
36	104718		279216		453630		627905		801990		24
37	107627		282124		456536		630808		804889		23
38	110536		285032		459442		633711		807789		22
39	113445		287940		462348		636614		810688		21
40	116353		290847		465253		639517		813587		20
41	119262		293755		468159		642420		816486		19
42	122171		296663		471065		645323		819385		18
43	125079		299570		473970		648226		822284		17
44	127988		302478		476876		651129		825183		16
45	130896		305385		479781		654031		828082		15
46	133805		308293		482687		656934		830981		14
47	136714		311200		485592		659837		833880		13
48	139622		314108	48.4	488498		662739		836778		12
49	142531		317015		491403		665642		839677		11
50	145439		319922		494308		668544		842576		10
51	148348		322830		497214		671447		845474		9
52	151257		325737		500119		674349		848372		8
53	154165		328645		503024		677251		851271		7
54	157074		331552		505929		680153		854169		6
55	159982		334459		508834		683055		857067		5
56	162891		337367		511740		685957		859965		4
57	165799		340274		514645		688859		862863		3
58	168708		343181		517550		691761		865761		2
59	171616		346088		520455		694662		868659		1
60	174524	48.5	348995	48.4	523360	48.4	697565	48.4	871557	48.3	0
	89		88		87		86		85		

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	5		6		7		8		9		
0	871557	48.3	1045285	48.2	1218693	48.1	1391731	48.0	1564345	47.9	60
1	874455		1048178		1221580		1394612		1567218		59
2	877353		1051071		1224467		1397492		1570091		58
3	880250		1053964		1227354		1400373		1572964		57
4	883148		1056857		1230241		1403253		1575837		56
5	886045		1059749		1233128		1406133		1578709		55
6	888943		1062642		1236015		1409013		1581581		54
7	891840		1065534		1238901		1411893		1584453		53
8	894737		1068426		1241788		1414772		1587325		52
9	897634		1071318		1244674		1417652		1590197		51
10	900531		1074210		1247560		1420531		1593069		50
11	903428		1077102		1250446		1423410		1595941		49
12	906325		1079994		1253332		1426289		1598812		48
13	909222		1082886		1256218		1429168		1601684	47.8	47
14	912119		1085778		1259104		1432047		1604555		46
15	915016		1088669		1261990		1434926		1607426		45
16	917913		1091561		1264876		1437805		1610297		44
17	920809		1094452		1267761		1440684		1613168		43
18	923706		1097344		1270647		1443562		1616038		42
19	926602		1100235		1273532		1446441		1618909		41
20	929498		1103126		1276417		1449319		1921779		40
21	932395		1106017		1279302		1452197		1624649		39
22	935291		1108908		1282187		1455075		1627519		38
23	938187		1111799		1285072		1457953		1630389		37
24	941083		1114690		1287957		1460831		1633259		36
25	943979		1117580		1290841		1463708		1636129		35
26	946875		1120471		1293726		1466586	47.9	1638999		34
27	949771		1123361		1296610		1469463		1641868		33
28	952667		1126252		1299495		1472340		1644738		32
29	955563		1129142		1302378		1475217		1647607		31
30	958458	48.3	1132032	48.2	1305262	48.1	1478094	47.9	1650476	47.8	30
	84		83		82		81		80		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	5		6		7		8		9		
30	958458	48.3	1132032	48.2	1305262	48.1	1478094	47.9	1650475	47.8	30
31	961354		1134922		1308146		1480971		1653345		29
32	964249	48.2	1137812		1311030		1483848		1656214		28
33	967144		1140702		1313914		1486724		1659082		27
34	970039		1143592		1316798	48.0	1489601		1661951		26
35	972934		1146482		1319681		1492477		1664819		25
36	975829		1149372		1322564		1495353		1667687		24
37	978724		1152261		1325447		1498229		1670555		23
38	981619		1155151	48.1	1328330		1501105		1673423		22
39	984514		1158040		1331213		1503981		1676291		21
40	987408		1160929		1334096		1506857		1679159		20
41	990303		1163818		1336979		1509733		1682027		19
42	993198		1166707		1339862		1512608		1684894		18
43	996092		1169596		1342744		1515484		1687761		17
44	998987		1172485		1345627		1518359		1690628		16
45	1001881		1175374		1348509		1521234		1693495		15
46	1004775		1178263		1351392		1524109		1696362		14
47	1007669		1181151		1354274		1526984		1699229		13
48	1010563		1184040		1357156		1529859		1702095		12
49	1013457		1186928		1360038		1532734		1704962		11
50	1016351		1189816		1362920		1535608		1707828		10
51	1019245		1192704		1365802		1538482		1710694		9
52	1022139		1195592		1368683		1541356		1713560		8
53	1025032		1198480		1371564		1544230		1716426		7
54	1027926		1201368		1374446		1547104		1719292	47.7	6
55	1030819		1204255		1377327		1549978		1722157		5
56	1033713		1207143		1380208		1552852		1725022		4
57	1036606		1210031		1383089		1555725		1727887		3
58	1039499		1212198		1385970		1558599		1730752		2
59	1042392		1215806	48.1	1388851		1561472		1733617		1
60	1045285	48.2	1218693		1391731	48.0	1564345	47.9	1736482	47.7	0
	84		83		82		81		80		

Minuta Graduū Quadrãtis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Min.	10		11		12		13		14		Min.
0	1736482	47.7	1908090	47.6	2079117	47.4	2249511	47.2	2419219	47.0	60
1	1739347		1910945		2081962		2252345		2422041		59
2	1742211		1913800		2084807		2255179		2424863		58
3	1745075		1916655		2087652		2258013		2427685		57
4	1747939		1919510		2090497		2260847		2430507		56
5	1750803		1922365		2093342		2263680		2433329		55
6	1753667		1925220		2096186		2266513		2436150		54
7	1756531		1928074		2099030		2269346		2438971		53
8	1759394		1930928		2101874		2272179		2441792		52
9	1762258		1933782		2104718		2275012		2444613		51
10	1765121		1936636		2107562		2277844		2447434		50
11	1767984		1939490		2110405		2280676		2450254		49
12	1770847		1942344	47.5	2113248		2283508		2453074		48
13	1773710		1945197		2116091		2285340		2455894		47
14	1776563		1948050		2118934		2289172		2458714		46
15	1779435		1950903		2121777		2292004		2461533		45
16	1782298		1953756		2124620		2294835		2464352		44
17	1785160		1956609		2127462		2297666		2467171		43
18	1788022		1959462		2130304		2300497		2469990		42
19	1790884		1962314		2133146		2303328		2472809		41
20	1793746		1965166		2135988		2306159		2475628		40
21	1796608		1968018		2138830		2308987		2478446		39
22	1799469		1970870		2141671	47.3	2311819		2481264		38
23	1802331		1973722		2144512		2314649		2484082		37
24	1805192		1976574		2147353		2317479		2486900		36
25	1808053		1979425		2150194		2320309		2489717	46.9	35
26	1810914		1982276		2153035		2323138	47.1	2492534		34
27	1813774		1985127		2155876		2325967		2495351		33
28	1816634		1987978		2158716		2328796		2498168		32
29	1819495		1990829		2161556		2331625		2500984		31
30	1822355	47.7	1993679	47.5	2164396	47.3	2334454	47.1	2503800	46.9	30
	79		78		77		76		75		

Minuta Gradus Quadrantis pro sinubus rectis cōplementorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	10		11		12		13		14		
30	1822355	47.7	1993679	47.5	2164396	47.3	2334454	47.1	2503800	46.9	30
31	1825215		1996530		2167236		2337282		2506516		29
32	1828075		1999380		2170076		2340110		2509432		28
33	1830935		2002230		2172916		2342938		2512248		27
34	1833795	47.6	2005080		2175755		2345766		2515064		26
35	1836654		2007930		2178594		2348594		2517879		25
36	1839513		2010780		2181433		2351421		2520694		24
37	1842372		2013629		2184272		2354248		2523509		23
38	1845231		2016478		2187111		2357075		2526324		22
39	1848090		2019327		2189949		2359902		2529138		21
40	1850949		2022176		2192787		2362729		2531952		20
41	1853808		2025025		2195625		2365555		2534766		19
42	1856666		2027874		2198463		2368381		2537580		18
43	1859524		2030722		2201300		2371207		2540393		17
44	1862382		2033570		2204137		2374033		2543206		16
45	1865240		2036418		2206974		2376859		2546019		15
46	1868098		2039266		2209811		2379684		2548832		14
47	1870956		2042114		2212648		2382509		2551645		13
48	1873813		2044962		2215485		2385334		2554458		12
49	1876670		2047809	47.4	2218322		2388159		2557270		11
50	1879527		2050656		2221158		2390983		2560082		10
51	1882384		2053503		2223994		2393808		2562894		9
52	1885241		2056350		2226830		2396632		2565706		8
53	1888098		2059197		2229666		2399456		2568517	46	7
54	1890954		2062043		2232502		2402280		2571328		6
55	1893810		1064889		2235337	47.2	2405104		2574139		5
56	1896666		2067735		2238172		2407927	47.0	2576950		4
57	1899522		2070581		2241007		2410750		2579760		3
58	1902378		2073427		2243842		2413573		2582570		2
59	1905234		2076272		2246677		2416396		2585380		1
60	1908090	47.6	2079117	47.4	2249511	47.2	2419219	47.0	2588190	46.8	0
	79		78		77		76		75		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	15		16		17		18		19		
0	2588190	46.8	2756373	46.6	2923717	46.4	3090170	46.1	3255682	45.8	60
1	2591000		2759169		2926499	46.3	3092936		3258532		59
2	2593809		2761965		2929280		3095702		3261182		58
3	2596618		2764761		2932061		3098458		3263931		57
4	2599427		2767555		2934842		3101234		3266681		56
5	2602236		2770351		2937623		3103999		3269430		55
6	2605045		2773146		2940403		3106764		3272179		54
7	2607853		2775941		2943183		3109529		3274927		53
8	2610661		2778735		2945963		3112294		3277675		52
9	2613469		2781529		2948743		3115058		3280423		51
10	2616277		2784323		2951523		3117822		3283171		50
11	2619084		2787117		2954302		3120586	46.0	3285918		49
12	2621891		2789911		2957081		3123349		3288665		48
13	2624698		2792704	46.5	2959860		3126112		3291412		47
14	2627505		2795497		2962638		3128875		3294159		46
15	2630312		2798290		2965416		3131638		3296906		45
16	2633118		8801082		2968194		3134400		3299652		44
17	2635924		2803874		2970972		3137162		3302398		43
18	2638730		2806666		2973750		3139624		3305144		42
19	2641536		2809458		2976527		3142686		3307889	45.7	41
20	2644342	16.7	2812250		2979304		3145448		3310634		40
21	2647147		2815041		2982081		3148209		3313379		39
22	2649952		2817832		2984857		3150970		3316123		38
23	2652757		2820623		2987633		3153731		3318867		37
24	2655562		2823414		2990409		3156491		3321611		36
25	2658366		2826204		2993185		3159251		3324355		35
26	2661170		2828994		2995960	45.2	3162011		3327098		34
27	2663974		2831784		2998735		3164770		3329841		33
28	2666777		2834574		3001510		3167529		3332585		32
29	2669580		2837364		3004284		3170288		3335327		31
30	2672383	16.7	2840153	46.5	3007058	46.2	3173047	[illegible]	3338069	45.7	30
	74		73		72		71		70		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	15		16		17		18		19		
30	2672383	46.7	2840153	46.5	3007058	46.2	3173047	46.0	3338069	45.7	30
31	2675186		2842942		3009832		3175805		3340811		29
32	2677989		2845731		3012606		3178563		3343553		28
33	2680792		2848520		3015380		3181321		3346294		27
34	2683595		2851308		3018153		3184079		3349035		26
35	2686397		2854096		3020926		3186837		3351776		25
36	2689199		2856884		3023699		3189594	45.9	3354516		24
37	2692001		2859672		3026472		3192351		3357256		23
38	2694802		2862459	46.4	3029244		3195108		3359996		22
39	2697603		2865246		3032016		3197864		3362736		21
40	2700404		2868033		3034788		3200620		3365475	45.6	20
41	2703205		2870819		3037559		3203375		3368214		19
42	2706005		2873605		3040330		3206130		3370953		18
43	2708805		2876391		3043101		3208885		3373691		17
44	2711605		2879177		3045872		3211640		3376429		16
45	2714405	46.6	2881963		3048643		3214395		3379167		15
46	2717204		2884748		3051413		3217150		3381905		14
47	2720003		2887533		3054183		3219904		3384642		13
48	2722802		2890318		3056953		3222658		3387379		12
49	2725601		2893103		3059723		3225412		3390116		11
50	2728400		2895888		3062492	46.1	3228165		3392852		10
51	2731198		2898672		3065261		3230918		3395588		9
52	2733995		2901456		3068030		3233671		3398324		8
53	2736794		2904240		3070798		3236423		3401060		7
54	2739592		2907023		3073566		3239175		3403795		6
55	2742389		2909806		3076334		3241927		3406530		5
56	2745186		2912589		3079102		3244679		3409265		4
57	2747983		2915371		3081869		3247430	45.8	3411999		3
58	2750780		2918153		3084636		3250181		3414733		2
59	2753577		2920935		3087403		3252932		3417467		1
60	2756373	45.6	2923717	46.4	3090170	46.1	3255682	45.8	3420201	45.6	0
	74		73		72		71		70		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	20		21		22		23		24		
0	3420201		3583679	45.3	3746066	44.9	3907311	44.6	4067366	44.3	60
1	3422934	45.5	3586395		3748763		3909989		4070023		59
2	3425667		3589110	45.2	3751460		3912666		4072680		58
3	3428400		3591825		3754156		3915343		4075337		57
4	3431133		3594540		3756852		3918020		4077993		56
5	3433865		3597254		3759548		3920696		4080649		55
6	3436597		3599968		3762243		3923372		4083305	44.2	54
7	3439329		3602682		3764938		3926048		4085960		53
8	3442060		3605395		3767633		3928723		4088615		52
9	3444791		3608108		3770327		3931398		4091269		51
10	3447522		3610821		3773021		3934072		4093923		50
11	3450253		3613533		3775715		3936746		4096577		49
12	3452983		3616245		3778408		3939420	44.6	4099231		48
13	3455713		3618957		3781101		3942093		4101884		47
14	3458442		3621669		3783794		394476		4104537		46
15	3461171		3624380		3786486		3947439		4107189		45
16	3463900		3627091		3789178		3950112		4109841		44
17	3466629		3629801		3791870		3952784		4112493		43
18	3469357		3632512		3794562	44.8	3955456		4115144		42
19	3472085		3635222		3797253		3958128		4117795		41
20	3474813	45.4	3637932		3799944		3960799		4110446		40
21	3477540		3640642		3802635		3963470		4123096		39
22	3480267		3643351	45.1	3805325		3966140		4125746	44.1	38
23	3482994		3646060		3808015		3968810		4128395		37
24	3485721		3648768		3810704		3971480		4131044		36
25	3488447		3651476		3813393		3974149		4133693		35
26	3491173		3654184		3816082		3976818		4136341		34
27	3493899		3656892		3818771		3979487		4138989		33
28	3496624		3659599		3821459		3982155		4141637		32
29	3499349		3662306		3824147		3984823		4144285		31
30	3502075	45.4	3665012	45.1	3826834	44.8	3987491	...	4146932	44.1	30
	69		68		67		66		65		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	20		21		22		23		24		
30	3502075	45.4	3665012	45.1	3826834	44.8	3987491	44.5	4146932	44.1	30
31	3504799		3667718		3829521		3990159		4149579		29
32	3507523		3670424		3832208		3992826	44.4	4152226		28
33	3510247		3673130		3834895		3995493		4154872		27
34	3512971		3675835		3837581		3998159		4157518		26
35	3515694		3678541		3840267		4000825		4160163		25
36	3518417		3681246		3842953	44.7	4003491		4162808		24
37	3521140		3683951		3845638		4006156		4165453		23
38	3523862		3689955		3848323		4008821		4168097		22
39	3526584		3689359		3851008		4011486		4170741		21
40	3529306	45.3	3692062	45.0	3853692		4014150		4173385		20
41	3532027		3694765		3856376		4016814		4176028	44.0	19
42	3534748		3697468		3859060		4019478		4178671		18
43	3537469		3700170		3861743		4022141		4181313		17
44	3540190		3702872		3864426		4024804		4183955		16
45	3542910		3705572		3867109		4027467		4186597		15
46	3545630		3708276		3869791		4030130		4189239		14
47	3548350		3710977		3872473		4032792		4191880		13
48	3551070		3713678		3875155		4035454	44.3	4194521		12
49	3553789		3716379		3877837		4038115		4197162		11
50	3556508		3719080		3880518		4040776		4199802		10
51	3559227		3721780		3883199		4043437		4020442		9
52	3561945		3724480		3885880		4046097		4205081		8
53	3564663		3727179		3888560		4048757		4207720		7
54	3567380		3729878		3891240		4051416		4210359		6
55	3570097		3732577		3893919	44.6	4054075		4212997		5
56	3572814		3735275		3890598		4056734		4215635		4
57	3575531		3737973		3899277		4059392		4218273	43.9	3
58	3578247		3740671		3901955		4062050		4220910		2
59	3580963		3743369		3904633		4064708		4223547		1
60	3583679	45.3	3746066	44.9	3907311	44.6	4067366	44.3	4226183	43.9	0
	69		68		67		66		65		

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis	25		26		27		28		29		Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis
0	4226183	43.9	4383712	43.6	4539905	43.2	4694716	42.8	4848096	42.4	60
1	4228819		4386326		4542497		4697284		4850640		59
2	4231455		4388940		4545088		4699852		4853184		58
3	4234090		4391554	43.5	4547679		4702419		4855727		57
4	4236725		4394167		4550270		4704986		4858270		56
5	4239360		4396780		4552860		4707553		4860812		55
6	4241994		4399392		4555450	43.1	4710119		4863354	42.3	54
7	4244628		4402004		4558039		4712685	42.7	4865895		53
8	4247262		4404616		4560628		4715250		4868436		52
9	4249895		4407227		4563216		4717815		4870977		51
10	4252528		4409838		4565804		4720380		4873517		50
11	4255161		4412449		4568392		4722944		4876057		49
12	4257793		4415059		4570979		4725508		4878596		48
13	4260425	43.8	4417669		4573566		4728071		4881135		47
14	4263056		4420278		4576153		4730634		4883674		46
15	4265687		4422887		4578739		4733197		4886212		45
16	4268318		4425496		4581325		4735759		4888750		44
17	4270949		4428104		4583911		4738321		4891287		43
18	4273579		4430712		4586496		4740882		4893824		42
19	4276209		4433320	43.4	4589081		4743443		4896361		41
20	4278838		4435927		4591665		4746004		4898897		40
21	4281467		4438534		4594249		4748564		4901433	42.2	39
22	4284096		4441140		4596833	43.0	4751124	42.6	4903968		38
23	4286724		4443746		4599416		4753683		4906503		37
24	4289352		4446352		4601999		4756242		4909037		36
25	4291979		4448957		4604581		4758801		4911571		35
26	4294606		4451562		4607163		4761359		4914105		34
27	4297233		4454167		460 744		4763917		4916638		33
28	4299859		4456771		4612325		4766474		4919171		32
29	4302485		4459375	43.4	4614906	43.0	4769031	42.6	4921703	42.1	31
30	4305111	43.5	4461978		4617486		4771588		4924235		30
	64		63		62		61		60		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus, rectis arcuum eiusdem Quadrantis

	25		26		27		28		29		
30	4305111	43.7	4461978	43.4	4617486	43.0	4771588	42.6	4924235	42.2	30
31	4307736		4464581		4620066		4774144		4926767		29
32	4310361		4467184		4622646		4776700		4929298		28
33	4312986		4469786		4625225		4779255		4931829		27
34	4315610		4472388		4627804		4781810		4934359		26
35	4318234		4474990		4630382		4784365		4936889		25
36	4320858		4477591	43.3	4632960		4786919		4939418	42.1	24
37	4323481		4480192		4635538		4789473		4941947		23
38	4326104		4482792		4638115	42.9	4792026	42.5	4944476		22
39	4328726		4485392		4640692		4794579		4947004		21
40	4331348		4487992		4643268		4797132		4949532		20
41	4333970		4490591		4645844		4799684		4952059		19
42	4336591		4493190		4648420		4802236		4954586		18
43	4339212		4495788		4650995		4804787		4957113		17
44	4341833		4498386		4653570		4807338		4959639		16
45	4344453		4500984		4656145		4809888		4962165		15
46	4347073		4503582		4658719		4812438		4964690		14
47	4349693	43.6	4506179		4661293		4814988		4967215		13
48	4352312		4508776		4663866		4817537		4969740		12
49	4354931		4511372		4666439		4820086		4972264		11
50	4357549		4513968		4669012		4822635		4974788		10
51	4360167		4516563	43.2	4671584		4825183		4977311	42.0	9
52	4362785		4519158		4674156	42.8	4827731	42.4	4979834		8
53	4365402		4521753		4676727		4830278		4982356		7
54	4368019		4524347		4679298		4832825		4984878		6
55	4370635		4526941		4681869		4835371		4987399		5
56	4373251		4529535		4684439		4837917		4989920		4
57	4375867		4532128		4687006		4840462		4992441		3
58	4378482		4534721		4689578		4843007		4994961		2
59	4381097		4537313		4692147		4845552		4997481		1
60	4383712	43.6	4539905	43.2	4694716	42.8	4848096	42.4	5000000	42.0	0
	64		63		62		61		60		

Minuta Gradui Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Min.	30		31		32		33		34		Min.
0	5000000	42.0	5150381	41.5	5299192	41.1	5446390	40.6	5591929	40.2	60
1	5002519		5152874		5301659		5448829		5594340		59
2	5005038		5155367		5304125		5451268		5596751		58
3	5007556		5157859		5306591		5453707		5599161		57
4	5010074	41.9	5160351		5309056		5456145		5601571		56
5	5012591		5162843		5311521		5458583		5603981		55
6	5015108		5165334		5313985		5461020		5606390	40.1	54
7	5017624		5167825		5316449		5463456		5608798		53
8	5020140		5170315		5318913	41.0	5465892		5611206		52
9	5022656		5172805		5321376		5468328		5613614		51
10	5025171		5175294		5323839		5470763		5616021		50
11	5027686		5177783		5326301		5473198		5618427		49
12	5030200		5180271		5328763		5475632		5620833		48
13	5032714		5182759	41.4	5331224		5478066	40.5	5623239		47
14	5035227		5185246		5333685		5480499		5625644		46
15	5037740		5187733		5336145		5482932		5628049		45
16	5040253		5190220		5338605		5485364		5630453		44
17	5042765		5192706		5341065		5487796		5632857		43
18	5045277	41.8	5195192		5343524		5490228		5635260	40.0	42
19	5047788		5197677		5345983		5492659		5637663		41
20	5050299		5200162		5348441	40.9	5495090		5640066		40
21	5052809		5202646		5350898		5497520		5642468		39
22	5055319		5205130		5353355		5499950		5644869		38
23	5057829		5207614		5355812		5502379		5647270		37
24	5060338		5210097		5358268		5504808		5649670		36
25	5062847		5212580		5360724		5507236		5652070		35
26	5065355		5215062		5363179		5509664		5654469		34
27	5067863		5217544		5365634		5512091	40.4	5656868		33
28	5070370		5220025	41.3	5368088		5514518		5659266		32
29	5072877		5222506		5370542		5516944		5661664		31
30	5075384	41.8	5224986	41.3	5372996	40.9	5519370	40.4	5664062	40.0	30
	59		58		57		56		55		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Min.	30		31		32		33		34		Min.
30	5075384	41.8	5224986	41.3	5372996	40.9	5519370	40.4	5664062	39.9	30
31	5077890		5227466		5375449		5521795		5666459		29
32	5080396		5229946		5377902		5524220		5668856		28
33	5082901	41.7	5232425		5380354		5526645		5671252		27
34	5085406		5234904		5382806		5529069		5673648		26
35	5087911		5237382		5385258	40.8	5531493		5676043		25
36	5090415		5239860		5387709		5533916		5678438		24
37	5092619		5242337		5390159		5536338		5680832		23
38	5095422		5244814		5392609		5538760		5683226		22
39	5097925		5247290		5395058		5541182	40.3	5685619		21
40	5100427		5249766	41.2	5397507		5543603		5688012		20
41	5102929		5252241		5399955		5546024		5690404		19
42	5105430		5254716		5402403		5548444		5692796	39.8	18
43	5107931		5257191		5404851		5550864		5695187		17
44	5110431		5259665		5407298		5553283		5697578		16
45	5112931		5262139		5409745		5555702		5699968		15
46	5115431	41.6	5264612		5412191		5558120		5702358		14
47	5117930		5267085		5414637	40.7	5560538		5704747		13
48	5120429		5269557		5417082		5562956		5707136		12
49	5122927		5272029		5419527		5565373		5709524		11
50	5125425		5274501		5421972		5567790		5711912		10
51	5127922		5276972		5424416		5570206		5714299		9
52	5130419		5279443		5426859		5572622	40.2	5716686		8
53	5132919		5281913		5429302		5575037		5719072		7
54	5135412		5284383	41.1	5431745		5577452		5721458		6
55	5137908		5286852		5434187		5579866		5723844	39.7	5
56	5140403		5289321		5436629		5582280		5726229		4
57	5142898		5291789		5439070		5584693		5728613		3
58	5145393		5294257		5441510		5587106		5730997		2
59	5147887		5296725	41.1	5443950		5589518		5733381		1
60	5150381	41.6	5299192		5446390	40.7	5591929	40.2	5735764	39.7	0
	59		58		57		56		55		

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Min.	35	36	37	38	39	Min.
0	5735764	5877852	6018150	6156615	6293204	60
1	5738147	5880205	6020473	6158907	6295464	59
2	5740529	5882558	6022796	6161198	6297724	58
3	5742911	5884910	6025118	6163489	6299983	57
4	5745292	5887262	6027439	6165780	6302242	56
5	5747672	5889613	6029760	6168070	6304501	55
6	5750052	5891964	6032080	6170359	6306759	54
7	5752432	5894314	6034400	6172648	6309016	53
8	5754811	5896664	6036719	6174936	6311273	52
9	5757190	5899013	6039038	6177224	6313529	51
10	5759568	5901361	6041357	6179512	6315784	50
11	5761946	5903709	6043675	6181799	6318039	49
12	5764323	5906056	6045992	6184085	6320293	48
13	5766700	5908403	6048309	6186371	6322547	47
14	5769076	5910750	6050625	6188656	6324800	46
15	5771452	5913096	6052940	6190940	6327053	45
16	5773827	5915442	6055255	6193224	6329305	44
17	5776202	5917787	6057570	6195508	6331557	43
18	5778576	5920132	6059884	6197791	6333808	42
19	5780950	5922476	6062198	6200074	6336059	41
20	5783324	5924820	6064511	6202356	6338310	40
21	5785697	5927163	6066824	6204638	6340560	39
22	5788069	5929505	6069136	6206919	6342809	38
23	5790441	5931847	6071448	6209199	6345058	37
24	5792812	5934189	6073759	6211479	6347306	36
25	5795183	5936530	6076069	6213758	6349553	35
26	5797553	5938871	6078379	6216037	6351800	34
27	5799923	5941211	6080688	6218315	6354046	33
28	5802292	5943551	6082997	6220593	6356292	32
29	5804661	5945890	6085306	6222870	6358537	31
30	5807030	5948228	6087614	6225146	6360782	30
	54	53	52	51	50	

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis cōplementorū arcuū eiusdē Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	35		36		37		38		39		
30	5807030	39.5	5948228	39.0	6087614	38.5	6225146	37.9	6360782	37.4	30
31	5809398		5950566		6089922	38.4	6227422		6363026		29
32	5811766	39.4	5952904	38.9	6092229		6229698		6365270		28
33	5814133		5955241		6094536		6231973		6367513		27
34	5816499		5957578		6096842		6234248		6369756		26
35	5818865		5959914		6099147		6236522		6371999		25
36	5821230		5962250		6101452		6238796		6374241	37.3	24
37	5823595		5964585		6103756		6241069		6376482		23
38	5825959		5966919		6106060		6243342		6378722		22
39	5828323		5969253		6108364		6245614	37.8	6380962		21
40	5830687		5971586		6110667		6247885		6383201		20
41	5833050		5973919		6112970		6250156		6385440		19
42	5835412		5976251		6115272		6252426		6387678		18
43	5837774		5978583	38 2	6117573	38.3	6254696		6389916		17
44	5840136	39.3	5980915		6119873		6256966		6392153		16
45	5842497		5983246		6122173		6259235		6394390		15
46	5844858		5985577		6124473		6261503		6396626		14
47	5847218		5987907		6126772		6263771		6398862	37.2	13
48	5849578		5990237		6129071		6266038		6401097		12
49	5851937		5992566		6131369		6268305		6403332		11
50	5854295		5994894		6133667		6270572		6405566		10
51	5856653		5997222		6135964		6272838	37.7	6407799		9
52	5859010		5999549		6138261		6275103		6410032		8
53	5861367		6001876		6140557		6277368		6412264		7
54	5863724		6004202		6142853		6279632		6414496		6
55	5866080		6006528	38.7	6145148	38.2	6281895		6416728		5
56	5868436	39.2	6008853		6147442		6284158		6418959		4
57	5870791		6011178		6149736		6286420		6421189		3
58	5873145		6013502		6152030		6288682		6423419		2
59	5875499		6015826		6154323		6290943		6425648	37.1	1
60	5877852	39.2	6018150	38.7	6156615	38.2	6293204	37.7	6427876		0
	54		53		52		51		50		

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Min.	40		41		42		43		44		Min.
0	6427876	37.1	6560590	36.6	6691306	36.0	6819984	35.4	6946584	34.9	60
1	6430104		6562785		6693468		6822111		6948676	34.8	59
2	6432331		6564979		6695629		6824237		6950767		58
3	6434558		6567173		6697789		6826363		6952858		57
4	6436785		6569367	36.5	6699949		6828489		6954949		56
5	6439011		6571560		6702108		6830614		6957039		55
6	6441236		6573753		6704267		6832738		6959128		54
7	6443461		6575945		6706425	35.9	6834861		6961216		53
8	6445685		6578136		6708582		6836984		6963304		52
9	6447909	37.0	6580326		6710739		6839107		6965392		51
10	6450132		6582516		6712895		6841229	35.3	6967479		50
11	6452355		6584705		6715051		6843350		6969565		49
12	6454577		6586894		6717206		6845471		6971651		48
13	6456799		6589082		6719361		6847591		6973736	34.7	47
14	6459020		6591270		6721515		6849711		6975821		46
15	6461240		6593458	35 4	6723668		6851830		6977905		45
16	6463460		6595645		6725821		6853949		6979988		44
17	6465679		6597831		6727973		6856067		6982071		43
18	6467898		6600016		6730125	35.8	6858184		6984153		42
19	6470116	36.9	6602201		6732276		6860301		6986235		41
20	6472333		6604386		6734427		6862417		6988316		40
21	6474550		6606570		6736577		6864533	35.2	6990396		39
22	6476766		6608753		6738726		6866648		6992476	34.6	38
23	6478982		6610936		6740875		6868762		6994555		37
24	6481198		6613118		6743024		6870876		6996634		36
25	6483413		6615300	36.3	6745172		6872989		6998712		35
26	6485628		6617481		6747319		6875102		7000789		34
27	6487842		6619661		6749465		6877214		7002866		33
28	6490055		6621841		6751611		6879325		7004942		32
29	6492268		6624021		6753757		6881436		7007018		31
30	6494480	36.9	6626200	36.3	6755902	35.7	6883546	35.2	7009093	34.6	30
	49		48		47		46		45		

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Minuta Graduū Quadrantis pro ſinubus rectis cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Min.	40		41		42		43		44		
30	6494480	36.9	6626200	36.3	6755902	35.7	6883546	35.2	7009093	34.6	30
31	6496692	36.8	6628379		6758047		6885656	35.1	7011167		29
32	6498903		6630557		6760191		6887765		7013241	34.5	28
33	5501114		6632734		6762334		6889874		7015314		27
34	6503324		6634911		6764477		6891982		7017387		26
35	6505533		6637087		6766619		6894089		7019459		25
36	6507742		6639263	36.2	6768760		6896196		7021530		24
37	6596950		6641438		6770901		6898302		7023601		23
38	6512158		6643612		6773041		6900408		7025671		22
39	6514365		6645786		6775181	35.6	6902513		7027741		21
40	6516572		6647959		6777320		6904617		7029810		20
41	6518778		6650132		6779459		6906721		7031879		19
42	6520984	36.7	6652304		6781597		6908824	35.0	7033947	34.4	18
43	6523189		6654476		6783734		6910927		7036014		17
44	6525394		6656647		6785871		6913029		7038081		16
45	6527598		6658817		6788007		6915131		7040147		15
46	6529801		6660987	36.1	6790143		6917232		7042213		14
47	6532004		6663156		6792278		6919332		7044278		13
48	6534206		6665325		6794413		6921432		7046342		12
49	6536408		6667493		6796547		6923531		7048406		11
50	6538609		6669661		6798681	35.5	6925630		70504[illegible]9		10
51	6540809		6671828		6800814		6927728	.49	7052432		9
52	6543009	36.6	6673994		6802946		6929725		7054594	34.3	8
53	6545208		6676160		6805078		6931922		7056655		7
54	6547407		6678326		6807209		6934018		7058716		6
55	6549606		6680491		6809340		6936114		7060770		5
56	6551804		6682655	36.0	6811470		6938209		7062836		4
57	6554001		6684818		6813599		6940303		7064895		3
58	6556198		6686981		6815728		6942397		7066953		2
59	6558394		6689144		6817856		6944491		7069011		1
60	6560590	36.6	6691306	36.0	6819984	[illegible]	6940584	34.8	7071068	34.2	0
	49		48		47		46		45		

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Min.	45		46		47		48		49		Min.
0	7071068	34.3	7193398	33.7	7313537	33.1	7431448	32.4	7547096	31.8	60
1	7073125		7195418		7315521	33.0	7433394		7549004		59
2	7075181	34.2	7197438		7317504		7435339		7550911		58
3	7077236		7199457	33.6	7319486		7437284		7552818		57
4	7079291		7201476		7321468		7439229		7554724		56
5	7081345		7203494		7323449		7441173		7556630		55
6	7083399		7205511		7325429		7443116		7558535	31.7	54
7	7085452		7207527		7327409		7445058		7560439		53
8	7087504		7209543		7329388		7447000	32.3	7562343		52
9	7089556		7211559		7331367		7448941		7564246		51
10	7091607		7213574		7333345	32.9	7450882		7566148		50
11	7093658		7215588		7335322		7452822		7568050		49
12	7095708		7217601	33.5	7337298		7454761		7569951		48
13	7097757	34.1	7219614		7339274		7456699		7571851		47
14	7099806		7221627		7341250		7458637		7573751		46
15	7101854		7223639		7343225		7460574		7575650	31.6	45
16	7103902		7225651		7345199		7462511		7577548		44
17	7105949		7227662		7347173		7464447		7579446		43
18	7107995		7229672		7349146		7466382	32.2	7581343		42
19	7110041		7231681		7351118		7468317		7583240		41
20	7112086		7233689		7353090	32.8	7470251		7585136		40
21	7114131		7235697		7355061		7472184		7587031		39
22	7116175		7237704	33.4	7357031		7474117		7588925		38
23	7118218	34.0	7239711		7359001		7476249		7590819		37
24	7120261		7241718		7360970		7477981		7592713		36
25	7122303		7243724		7362939		7479912		7594606	31.5	35
26	7124344		7245729		7364907		7481842		7596498		34
27	7126385		7247733		7366874		7483771	32.1	7598389		33
28	7128425		7249737		7368841		7485700		7600280		32
29	7130465		7251741		7370807		7487629		7602170		31
30	7132504	34.0	7253744	33.4	7372773	32.8	7489557	32.1	7604060	31.5	30
	44		43		42		41		40		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cōplementorũ arcuũ eiusdē Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Min.	45		46		47		48		49		Min.
30	7132504	.40	7253744	.34	7372773	32.7	7489557	32.1	7604060	31.5	30
31	7134543		7255746		7374738		7491484		7605949		29
32	7136581	33.9	7257747	33.3	7376702		7493410		7607837		28
33	7138618		7259748		7378666		7495336		7609725	31.4	27
34	7140655		7261749		7380629		7497262		7611612		26
35	7142691		7263749		7382592		7499187		7613498		25
36	7144727		7265748		7384554		7501111	32.0	7615384		24
37	7146762		7267746		7386515		7503034		7617269		23
38	7148796		7269744		7388475		7504957		7619153		22
39	7150830		7271741		7390435		7506879		7621037		21
40	7152863		7273737		7392394	32.6	7508801		7622920		20
41	7154895		7275733		7394353		7510722		7624802	31.3	19
42	7156927		7277728	33.2	7396311		7512642		7626683		18
43	7158958	33.8	7279722		7398268		7514561		7628564		17
44	7160989		7281716		7400225		7516480		7630445		16
45	7163019		7283710		7402181		7518398		7632325		15
46	7165049		7285703		7404137		7520316	31.9	7634204		14
47	7167078		7287695		7406092		7522233		7636082		13
48	7169106		7289687		7408046		7524149		7637960		12
49	7171134		7291678		7410000		7526065		7639838		11
50	7173161		7293668		7411953	32.5	7527980		7641715		10
51	7175187		7295658		7413905		7529894		7643591	31.2	9
52	7177213		7297647	33.1	7415856		7531808		7645466		8
53	7179238	33.7	7299635		7417807		7533721		7647341		7
54	7181263		7301623		7419758		7535634		7649215		6
55	7183287		7303610		7421708		7537546		7651088		5
56	7185310		7305597		7423657		7539457	31.8	7652961		4
57	7187333		7307583		7425605		7541367		7654833		3
58	7189355		7309568		7427553		7543277		7656704		2
59	7191377		7311553		7429501		7545187		7658575		1
60	7193398	33.7	7313537	33.1	7431448	32.4	7547096	31.8	7660445	31.2	0
	44		43		42		41		40		

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Min.	50		51		52		53		54		Min.
0	7660445		7771460	30.5	7880108	29.8	7986355	29.2	8090170	28.5	60
1	7662314	31.1	7773290		7881898		7988105		8091879		59
2	7664183		7775120		7883688		7989855		8093588		58
3	7666051		7776949		7885477		7991604	29.1	8095296		57
4	7667919		7778777		7887266		7993352		8097004	28.4	56
5	7669786		7780605	30.4	7889054		7995100		8098711		55
6	7671652		7782432		7890841		7996847		8100417		54
7	7673517		7784258		7892927		7998593		8102122		53
8	7675382		7786084		7894413	29.7	8000339		8103827		52
9	7677246		7787909		7896198		8002084		8105531		51
10	7679110		7789833		7897983		8003828	29.0	8107234		50
11	7680973	31.0	7791557		7899767		8005571		8108936		49
12	7682835		7793380		7901550		8007314		8110638		48
13	7684697		7795202		7903332		8009056		8112339	28.3	47
14	7686558		7797024		7905114		8010797		8114040		46
15	7688418		7798845	30.3	7906895		8012538		8115740		45
16	7690278		7800665		7908676		8014278		8117439		44
17	7692137		7802485		7910456		8016017		8179137		43
18	7693995		7804304		7912235	29.6	8017756		8120835		42
19	7695853		7806123		7914014		8019494		8122532		41
20	7697710	30.9	7807941		7915792		8021232	28.9	8124229		40
21	7699566		7809758		7917569		8022969		8125925		39
22	7701422		7811574		7919345		8024705		8127620	28.2	38
23	7703277		7813390		7921121		8026440		8129314		37
24	7705132		7815205	30.2	7922896		8028175		8131008		36
25	7706986		7817020		7924671		8029909		8132701		35
26	7708839		7818834		7926445	29.5	8031642		8134393		34
27	7710692		7820647		7928218		8033375		8136084		33
28	7712544		7822459		7929990		8035107		8137775		32
29	7714395	30.8	7824271		7931762		8036838	28.8	8139465		31
30	7716246		7826082	30.2	7933533	29.5	8038569		8141155	28.2	30
	39		38		37		36		35		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	50		51		52		53		54		
30	7716246	30.8	7826082	30.2	7933533	29.5	8038569	28.8	8141155	28.1	30
31	7718096		7827892		7935303		8040299		8142844		29
32	7719945		7829702	30.1	7937073		8042028		8144532		28
33	7721794		7831511		7938842		8043757		8146220		27
34	7723642		7833320		7940611		8045485		8147907		26
35	7725490		7835128		7942379		8047212		8149593		25
36	7727337		7836935		7944146	29.4	8048938		8151278		24
37	7729183		7838741		7945912		8050664	28.7	8152963		23
38	7731028	30.7	7840547		7947678		8052389		8154647		22
39	7732872		7842352		7949443		8054114		8156330	28.0	21
40	7734716		7844157		7951208		8055838		8158013		20
41	7736559		7845961		7952972		8057561		8159695		19
42	7738402		7847764	30.0	7954735		8059283		8161376		18
43	7740244		7849566		7956497		8061005		8163057		17
44	7742085		7851368		7958259		8062726		8164737		16
45	7743926		7853169		7960020	29.3	8064446		8166416		15
46	7745766		7854970		7961780		8066166	28.6	8168094		14
47	7747606		7856770		7963540		8067885		8169772		13
48	7749445	30.6	7858569		7965299		8069603		8171449	27.9	12
49	7751283		7860368		7967057		8071321		8173126		11
50	7753121		7862166	29.9	7968815		8073038		8174802		10
51	7754958		7863963		7970572		8074754		8176477		9
52	7756794		7865759		7972328		8076470		8178151		8
53	7758630		7867555		7974084		8078185		8179825		7
54	7760465		7869350		7975839	29.2	8079899		8181498		6
55	7762299		7871145		7977593		8081613	28.5	8183170		5
56	7764132	30.5	7872939		7979347		8083326		8184841	27.8	4
57	7765965		7874732		7981100		8085038		8186512		3
58	7767797		7876525		7982852		8086749		8188182		2
59	7769629		7878317		7984604		8088460		8189851		1
60	7771460	30.5	7880108	29.8	7986355	29.2	8090170	28.5	8191520	27.8	0
	39		38		37		36		35		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Min.	55		56		57		58		59		Min.
0	8191520	27.8	8290376	27.1	8386706	26.4	8480481	25.7	8571673	25.0	60
1	8193188		8292002		8388290		8482022		8573171	24.9	59
2	8194855		8293628		8389873		8483562		8574668		58
3	8196522		8295253		8391456		8485102		8576164		57
4	8198188		8296877		8393038	26.3	8486641	25.6	8577660		56
5	8199854	27.7	8298501	27.0	8394619		8488180		8579155		55
6	8201519		8300124		8396199		8489718		8580649		54
7	8203183		8301746		8397778		8491255		8582142		53
8	8204846		8303367		8399357		8492791		8583635		52
9	8206508		8304987		8400935		8494326		8585127		51
10	8208170		8306607		8402513		8495860		8586619	24.8	50
11	8209831		8308226		8404090		8497394		8588110		49
12	8211491		8309844		8405666		8498927	25.5	8589600		48
13	8213151	27.6	8311462		8407241	26.2	8500459		8591089		47
14	8214810		8313079	26.9	8408816		8501991		8592577		46
15	8216469		8314696		8410390		8503522		8594064		45
16	8218127		8316312		8411963		8505052		8595551		44
17	8219784		8317927		8413536		8506582		8597037		43
18	8221440		8319541		8415108		8508111		8598523	24.7	42
19	8223096		8321155		8416679		8509639		8600008		41
20	8224751		8322768		8418250		8511167		8601492		40
21	8226405		8324380		8419820		8512694	25.4	8602975		39
22	8228058	27.5	8325991	26.8	8421389	26.1	8514220		8604457		38
23	8229711		8327602		8422957		8515745		8605939		37
24	8231363		8329212		8424525		8517270		8607420		36
25	8233015		8330822		8426092		8518794		8608901		35
26	8234666		8332431		8427658		8520317		8610381		34
27	8236316		8334039		8429223		8521839		8611860	24.6	33
28	8237965		8335646		8430788		8523361		8613338		32
29	8239614		8337252		8432352		8524882	25.3	8614815		31
30	8241262	27.5	8338858	26.8	843391[illegible]	26.0	8526402		8616292	.6	30
	34		33		32		31		30		

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	55		56		57		58		59		
30	8241262	27.4	8338858	26.7	8434915	26.0	8526402	25.3	8616292	24.6	30
31	8242909		8340463		8435477		8527921		8617768		29
32	8244556		8342067		8437039		8529440		8619243		28
33	8246202		8343671		8438600		8530958		8620718		27
34	8247847		8345244		8440161		8532476		8622192		26
35	8249492		8346877		8441721		8533993		8623665	24.5	25
36	8251136		8348479		8443280	--	8535509	25.2	8625137		24
37	8252779		8350080		8444838		8537024		8626608		23
38	8254421	7.3	8351680	26.6	8446396	25.5	8538538		8628079		22
39	8256062		8353279		8447953		8540052		8629549		21
40	8257703		8354878		8449509		8541565		8631019		20
41	8259343		8356476		8451064		8543077		8632488		19
42	8260982		8358073		8452618		8544588		8633956	24.4	18
43	8262621		8359670		8454172		8546099		8635423		17
44	8264259		8361366		8455725		8547609		8636889		16
45	8265897		8362862		8457278		8549119		8638355		15
46	8267534		8364457		8458830	25.8	8550628	25.1	8639820		14
47	8269170		8366051		8460381		8552136		8641284		13
48	8270806	27.2	8367644	26.5	8461932		8553643		8642748		12
49	8272441		8369236		8463482		8555149		8644211		11
50	8274075		8370828		8465031		8556655		8645673		10
51	8275708		8372419		8466579		8558160		8647134	24.3	9
52	8277340		8374009		8468126		8559664		8648595		8
53	8278972		8375599		8469673		8561168	25.0	8650055		7
54	8280603		8377188		8471219		8562671		8651514		6
55	8282234		8378776	26.4	8472765		8564173		8652673		5
56	8283864	27.1	8380363		8474310	25.7	8565675		8654431		4
57	8285493		8381950		8475854		8567176		8655888		3
58	8287121		8383536		8477397		8568676		8657344		2
59	8288749		8385121		8478939		8570175		8658799	24.2	1
60	8290376	27.1	8386706	26.4	8480481	25.7	8571673	5.0	8660254		0
	34		33		32		31		30		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro finubus

Min.	60		61		62		63		64		Min.
0	8660254	24.2	8746197	23.5	8829476		8910065	22.0	8987940		60
1	8661708		8747607		8830841	22.7	8911385		8989215	21.2	59
2	8663162		8749016		8832205		8912704		8990489		58
3	8664615		8750425		8833569		8914023		8991762		57
4	8666067		8751833	23.4	8834932		8915341		8993035		56
5	8667518		8753240		8836295		8916659		8994307		55
6	8668968	24.1	8754646		8837657		8917976	21.9	8995578		54
7	8670417		8756051		8839018		8919292		8996848		53
8	8671866		8757456		8840378	22.6	8920607		8998117	21.1	52
9	8673314		8758860		8841737		8921921		8999386		51
10	8674762		8760263		8843095		8923234		9000654		50
11	8676209		8761665		8844452		8924546		9001921		49
12	8677655		8763067		8845809		8925858		9003187		48
13	8679100		8764468	23.3	8847165		8927169	21.8	9004453		47
14	8680544		8765868		8848521		8928479		9005718		46
15	8681988	24.0	8767268		8849876		8929789		9006982		45
16	8683431		8768667		8851230	22.5	8931098		9008245	21.0	44
17	8684874		8770065		8852583		8932406		9009508		43
18	8686316		8771462		8853936		8933714		9010770		42
19	8687757		8772859		8855288		8935021		9012031		41
20	8689197		8774255		8856639		8936327		9013292		40
21	8690636		8775650	23.2	8857989		8937632	21.7	9014552		39
22	8692074		8777044		8859338		8938936		9015811		38
23	8693512	23.9	8778437		8860687		8940240		9017069		37
24	8694949		8779830		8862035		8941543		9018326	20.9	36
25	8696386		8781222		8863383		8942845		9019582		35
26	8697822		8782613		8864730	22.4	8944146		9020838		34
27	8699257		8784003		8866076		8945446		9022093		33
28	8700691		8785393		8867421		8946746		9023347		32
29	8702124		8786782	23.1	8868765		8948045	21.6	9024600		31
30	8703557	23.9	8788171		8870108	22.4	8949344		9025853	20.9	30
	29		28		27		26		25		

Minuta Graduum Quadrantis pro finubus rectis arcuum eiufdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro finubus rectis cõplementorũ arcuũ eiufdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro finubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Min.	60		61		62		63		64		Min.
30	8703557	23.9	8788171	23.1	8870108	22.4	8949344	21.6	9025853	20.9	30
31	8704989	23.8	8789559		8871451	22.3	8950642		9027105	20.8	29
32	8706420		8790946		8872793		8951939		9028356		28
33	8707851		8792332		8874134		8953235		9029606		27
34	8709281		8793717		8875475		8954530		9030856		26
35	8710710		8795102		8876815		8955824	21.5	9032105		25
36	8712138	23.0	8796486		8878154		8957117		9033353		24
37	8713565		8797869		8879492		8958410		9034600		23
38	8714992		8799251		8880830		8959702		9035847		22
39	8716418		8800633		8882167		8960994		9037093		21
40	8717844	23.7	8802014		8883503		8962285		9038338	20.7	20
41	8719269		8803394		8884838	22.2	8963575		9039582		19
42	8720693		8804773		8886172		8964854		9040825		18
43	8722116		8806152		8887506		8966152		9042068		17
44	8723538		8807530	22.9	8888839		8967440	21.4	9043310		16
45	8724960		8808907		8890171		8968727		9044551		15
46	8726381		8810283		8891502		8970013		9045791		14
47	8727801		8811659		8892833		8971299		9047031	20.6	13
48	8729221	23.6	8813034		8894163	22.1	8972584		9048270		12
49	8730640		8814408		8895492		8973868		9049508		11
50	8732058		8815782		8896821		8975151		905074[illegible]		10
51	8733475		8817155		8898149		897643[illegible]		9051983		9
52	8734891	22.8	8818527		8899476		8977715		9053219		8
53	8736307		8819898		8900802		8978996	21.3	9054454		7
54	8737722		8821268		8902127		8980276		9055688		6
55	8739137		8822638		8903452		8981555		9056922		5
56	8740551		8824007		8904776		8982833		9058155	20.5	4
57	8741964	23.5	8825375		8906099	22.0	8984111		9059387		3
58	8743376		8826743		8907422		8985388		9060618		2
59	8744787		8828110		8908744		8986664		9061843		1
60	8746197	23.5	8829476	22.8	8910065	22.0	8987940	21.[illegible]	9063078	20.5	0
	29		28		27		26		25		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Min.	65		66		67		68		69		
0	9063078	[illegible]	9135455	19.7	9205049	18.9	9271836		9335804	17.4	60
1	9064307		9136638		9206185		9272928	18.1	9336846		59
2	9065535		9137820		9107321		9274017		9337887	17.3	58
3	9066763		9139001		9208456		9275105		9338928		57
4	9067990	20.4	9140181		9209590		9276192		9339968		56
5	9069216		9141361		9210723		9277278		9341007		55
6	9070441		9142540	19.6	9211855		9278363		9342045		54
7	9071665		9143718		9212986	18.8	9279448		9343082		53
8	9072889		9144895		9214117		9280532		9344119		52
9	9074112		9146072		9215247		9281615	18.0	9345155		51
10	9075334		9147248		9216376		9282697		9346190	17.2	50
11	9076555	20.3	9148423		9217504		9283778		9347224		49
12	9077775		9149597		9218631		9284859		6348257		48
13	9078995		9150770	19.5	9219758		9285939		9349289		47
14	9080214		9151943		9220884		9287018		9350321		46
15	9081432		9153115		9222010		9288096		9351352		45
16	9082649		9154286		9223135	18.7	9289173	17.9	9352382		44
17	9083866		9155457		9224259		9290250		9353411	17.1	43
18	9085082	20.2	9156627		9225382		9291326		9354440		42
19	9086297		9157796		9226504		9292401		9355468		41
20	9087512		9158964		9227625		9293476		9356495		40
21	9088726		9160131	19.4	9228746		9294550		9357521		39
22	9089939		9161297		9229866		9295623		9358546		38
23	9091151		9162463		9230985	18.6	9296695		9359571		37
24	9092362		9163628		9232103		9297766	17.8	9360595		36
25	9093572		9164792		9233220		9298836		9361618	17.0	35
26	9094781	[illegible]	9165955		9234337		9299905		9362640		34
27	9095990		9167117		9235453		9300974		9363662		33
28	9097198		9168279		9236568		9302042		9364683		32
29	9098406		9169440	19.3	9237682	18.5	9303109		9365703		31
30	9099613	20.1	9170601		9238795		9304176	17.8	9366722	17.0	30
	24		23		22		21		20		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrantis.

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Min.	65		66		67		68		69		Min.
30	9099613	20.1	9170601	19.3	9238795	18.5	9304176	17.8	9366722	17.0	30
31	9100819		9171761		9239908		9305242		9367740		29
32	9102024		9172920		9241020		9306307	17.7	9368758		28
33	9103228		9174078		9242131		9307371		9369775	16.9	27
34	9104432	20.0	9175235		9243242		9308434		9370791		26
35	9105635		9176391		9244352		9309497		9371806		25
36	9106837		9177547	19.2	9245461		9310559		9372820		24
37	9108038		9178702		9246569	18.4	9311620		9373834		23
38	9109238		9179856		9247676		9312680		9374847		22
39	9110438		9181009		9248782		9313739	17.6	9375859	16.8	21
40	9111637		9182161		9249888		9314798		9376870		20
41	9112835	19.9	9183313		9250993		9315856		9377880		19
42	9114032		9184464		9252097		9316913		9378889		18
43	9115229		9185614	19.1	9253200		9317969		9379898		17
44	9116425		9186763		9254303		9319024		9380906		16
45	9117620		9187912		9255405	18.3	9320079		9381913		15
46	9118814		9189060		9256506		9321133		9382919		14
47	9120007		9190207		9257606		9322186	17.5	9383925	16.7	13
48	9121200		9191353		9258706		9323238		9384930		12
49	9122392		9192499		9259805		9324290		9385934		11
50	9123584	15.8	9193644		9260903		9325341	7	9386937		10
51	9124775		9194788	19.0	9262000		9326391		9387939		9
52	9125965		9195931		9263096		9327440		9388941		8
53	9127154		9197073		9264192	18.2	9328488	17.4	9389942		7
54	9128342		9198215		9265287		9329535		9390942	16.6	6
55	9129526		9199356		9266381		9330582		9391941		5
56	9130716		9200496		9267474		9331628		9392940		4
57	9131902	19.7	9201635		9268566		9332673		9393938		3
58	9133087		9202774		9269658		9333717		9394935		2
59	9134271		9203912	18.9	9270749		9334761		9395931		1
60	9135455	19.7	9205049		9271839	[illegible]	9335804	17.4	9396926	16.6	0
	24		23		22		21		20		

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis

	70		71		72		73		74		
0	9396926	16.6	9455186	15.8	9510565	15.0	9563048	14.2	9612617		60
1	9397921		9456133		9511464		9563898	14.1	9613418	13.3	59
2	9398915		9457079		9512362	14.9	9564747		9614219		58
3	9399908	16.5	9458024	15.7	9513259		9565596		9615019		57
4	9400900		9458968		9514155		9566444		9615818		56
5	9401891		9459911		9515050		9567291		9616616		55
6	9402882		9460854		9515944		9568137		9617413		54
7	9403872		9461796		9516838		9568982		9518209		53
8	9404861		9462737		9517731		9569826		9619005	13.2	52
9	9405849	16.4	9463677	15.6	9518623	14.8	9570670	14.0	9619800		51
10	9406836		9464616		9519514		9571513		9620594		50
11	9407822		9465555		9520404		9572355		9621387		49
12	9408808		9466493		9521294		9573196		9622179		48
13	9409793		9467430		9522183		9574036		9622971		47
14	9410777		9468366		9523071		9574875		9623762		46
15	9411760		9469301		9523958		9575714		9624552	13.1	45
16	9412742		9470236		9524844		9576552	13.9	9625341		44
17	9413724	16.3	9471170	15.5	9525730	14.7	9577389		9626129		43
18	9414705		9472103		9526615		9578225		9626917		42
19	9415685		9473035		9527499		9579061		9627704		41
20	9416665		9473967		9528382		9579896		9628490		40
21	9417644		9474898		9529264		9580730		9629275		39
22	9418622		9475828		9530146		9581563		9630059		38
23	9419599		9476757		9531027		9582395	13.8	9630843	13.0	37
24	9420575		9477685		9531907	14.6	9583226		9631626		36
25	9421550	16.2	9478612	15.4	9532786		9584057		9632408		35
26	9422525		9479539		9533664		9584887		9633189		34
27	9423499		9480465		9534541		9585716		9633969		33
28	9424472		9481390		9535418		9586544		9634748		32
29	9425444		9482314		9536294		9587371		9635527	13.0	31
30	9426415	16.2	9483237	15.4	9537169	14.6	9588197	13.8	9636305		30
	19		18		17		16		15		

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis cōplementorū arcuū eiusdē Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Min.	70		71		72		73		74		Min.
30	9426415	16.2	9483237	15.4	9537169	14.6	9588197	13.8	9636305	12,9	30
31	9427386		9484160		9538043		9589023	13.7	9637082		29
32	9428356	16.1	9485082	15.3	9538917	14.5	9589848		9637858		28
33	9429325		9486003		9539790		9590672		9638633		27
34	9430293		9486923		9540662		9591495		9639408		26
35	9431260		9487842		9541533		9592318		9640182		25
36	9432227		9488761		9542403		9593140		9640955		24
37	9433193		9489679		9543272		9593961		9641727		23
38	9434158		9490596		9544141		9594781	13.6	9642498	12.8	22
39	9435122	16.0	9491512	15.2	9545009		9595600		9643268		21
40	9436085		9492427		9545876	14.4	9596419		9644038		20
41	9437048		9493341		9546742		9597237		9644807		19
42	9438010		9494255		9547607		9598054		9645575		18
43	9438971		9495168		9548472		9598870		9646342		17
44	9439931		9496080		9549336		9599685		9647108	12.7	16
45	9440890		9496991		9550199		9600499		9647873		15
46	9441849		9497902		9551061		9601313	13.5	9648638		14
47	9442807		9498812		9551922	14.3	9602126		9649402		13
48	9443764	15.9	9499721	15.1	9552783		9602938		9650165		12
49	9444720		9500629		9553643		9603749		9650927		11
50	9445676		9501536		9554502		9604559		9651689		10
51	9446631		9502443		9555360		9605368		9652450		9
52	9447585		9503349		9556217		9606177		9653210		8
53	9448538		9504254		9557074		9606985	13.4	9653969	12.6	7
54	9449490		9505158		9557930		9608792		9654727		6
55	9450441	15.8	9506061	15.0	9558785	14.2	9608598		9655484		5
56	9451392		9506963		9559639		9609403		9656240		4
57	9452342		9507865		9560492		9610208		9656996		3
58	9453291		9508766		9561345		9611012		9657751		2
59	9454239		9509666		9562197		9611815		9658505		1
60	9455186	15.8	6510565	15.0	9563048	14.2	9612617	13.4	9659258	12.5	0
	19		18		17		16		15		

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Min.	75		76		77		78		79		Min.
0	9659258	12.5	9702957	11.7	9743700	10.9	9781476	10.1	9816272	9.2	60
1	9660011		9703660		9744355		9782080		9816827		59
2	9660163		9704363		9745008		9782684	10.0	9817381		58
3	9661514		9705065		9745660		9783287		9817934		57
4	9662264		9705766		9746312	10.8	9783889		9818486		56
5	9663013		9706456		9746963		9784490		9819037		55
6	9663761	12.4	9707165	11.6	9747613		9785090		9819587		54
7	9664508		9707863		9748262		9785689		9820137	9.1	53
8	9665253		9708561		9748910		9786288		9820686		52
9	9666001		9709258		9749557		9786886		9821234		51
10	9666746		9709954		9750203		9787483	9.9	9821781		50
11	9667490		9710649		9750849		9788079		9822327		49
12	9668233		9711343		9751494	10.7	9788674		9822872		48
13	9668976		9712036	11.5	9752138		9789268		9823417		47
14	9669718	12.3	9712729		9752781		9789862		9823961	9.0	46
15	9670459		9713421		9753423		9790455		9824504		45
16	9671199		9714112		9754065		9791047	9.8	9825046		44
17	9671938		9714802		9754706		9791638		9825587		43
18	9672677		9715491		9755346		9792228		9826128		42
19	9673415		9716180		9755985	10.6	9792818		9826668		41
20	9674152		9716868		9756623		9793407		9827207		40
21	9674888		9717555	11.4	9757260		9793995		9827745		39
22	9675623	12.2	9718241		9757897		9794582		9828282	8.9	38
23	9676357		9718926		9758533		9795168		9828818		37
24	9677091		9719610		9759168		9795753	9.7	9829354		36
25	9677824		9720294		9759802	10.5	9796337		9829889		35
26	9678556		9720977		9760435		9796921		9830423		34
27	9679287		9721659		9761067		9797504		9830956		33
28	9680017		9722340	11.3	9761699		9798086		9831488		32
29	9680747	12.1	9723020		9762330		9798667		9832019	8.8	31
30	9681476		9723699	11.3	9762960	10.5	9799247	9.7	9832549		30
	14		13		12		11		10		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	75		76		77		78		79		
30	9681476	12.1	9723699	11.3	9762960	10.5	9799247	9.7	9832549	8.8	30
31	9682804		9724378		9763589		9799827	9.6	9833079		29
32	9682931		9725056		9794217		9800406		9833608		28
33	9683657		9725733		9764845	10.4	9800984		9834136		27
34	9684383		9726409		9765472		9801561		9834663		26
35	9685108		9727085	11.2	9766098		9802137		9835189	8.7	25
36	9685832	12.0	9727760		9766723		9802712		9835714		24
37	9686555		9728434		9767347		9803287		9836239		23
38	9687277		9729107		9767970		9803861	9.5	9836763		22
39	9687998		9729779		9768593		9804434		9837286		21
40	9688719		9730450		9769215		9805006		9837808		20
41	9689439		9731120	11.1	9769836	10.3	9805577		9838329		19
42	9690158		9731789		9770456		9806147		9838850		18
43	9690876	11.9	9732458		9771075		9806716		9839370	8.6	17
44	9691593		9733126		9771693		9807285		9839889		16
45	9692309		9733793		9772311		9807853	9.4	9840407		15
46	9693025		9734459		9772928		9808420		9840924		14
47	9693740		9735124		9773544	10.2	9808986		9841440		13
48	9694454		9735789		9774159		9809551		9841956		12
49	9695167		9746453	11.0	9774773		9810116		9842471		11
50	9695879	11.8	9737116		9775387		9810680		9842985	8.5	10
51	9696590		9737778		9776000		9811243		9843498		9
52	9697301		9738439		9776612		9811805	9.3	9844010		8
53	9698011		9739099		9777223		9812366		9844521		7
54	9698720		9739759		9777833	10.1	9812926		9845032		6
55	9699428		9740418		9778442		9813486		9845542		5
56	9700135		9741076	10.9	9779050		9814045		9846051		4
57	9700842		9741733		9779658		9814603		9846559	8.4	3
58	9701548	11.7	9742389		9780265		9815160		9847066		2
59	9702253		9743045		9780871		9815716		9847572		1
60	9702957	11.7	9743700	10.9	9781476	10.	9816272	9.3	9848078	8.4	0
	14		13		12		11		10		

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Min.	80		81		82		83		84		Min.
0	9848078	8.4	9876883	7.6	9902681	6.7	9925461	5.9	9945219	5.1	60
1	9848583		9877338		9903085		9925816		9945523		59
2	9849087		9877792	7.5	9903489		9926169		9945826	5.0	58
3	9849590		9878245		9903892		9926521		9946128		57
4	9850092		9878697		9904294		9926873		9946429		56
5	9850593	8.3	9879148		9904695		9927224	5.8	9946729		55
6	9851093		9879598		9905095	6.6	9927574		9947028		54
7	9851593		9880048		9905494		9927923		9947327		53
8	9852092		9880497		9905893		9928271		9947625		52
9	9852590		9880945		9906291		9928618		9947922	4.9	51
10	9853087		9881392	7.4	9906688		9928965		9948218		50
11	9853583		9881838		9907084		9929311		9948513		49
12	9854079		9882283		9907479		9929656	5.7	9948807		48
13	9854574	8.2	9882728		9907873	6.5	9930000		9949100		47
14	9855068		9883172		9908266		9930343		9949393		46
15	9855561		9883615		9908659		9930685		9949685		45
16	9856053		9884057		9909051		9931026		9949976	4.8	44
17	9856544		9884498	7.3	9909442		9931367		9950266		43
18	9857035		9884938		9909832		9931707		9950555		42
19	9857525		9885378		9901221		9932046	5.6	9950844		41
20	9858014	8.1	9885817		9910610		9932384		9951132		40
21	9858502		9886255		9910998		9932721		9951419		39
22	9858989		9886692		9911385	6.4	9933057		9951705		38
23	9859475		9887128		9911771		9933393		9951990	4.7	37
24	9859961		9887564		9912156		9933728		9952274		36
25	9860446		9887999	7.2	9912540		9934062		9952557		35
26	9860930		9888433		9912923		9934395	5.5	9952840		34
27	9861413	8.0	9888866		9913306		9934727		9953122		33
28	9861895		9889298		9913688		9935058		9953403		32
29	9862376		9889729		9914069	6.3	9935389		9953683		31
30	9862856	8.0	9890159	7.2	9914449		9935719	5.5	9953962	4.6	30
	9		8		7		6		5		

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80		81		82		83		84		
30	9862856	8.0	9890159	7.1	9914449	6.3	9935719	5.5	9953962	4.6	30
31	9863336		9890588		9914828		9936048		9954240		29
32	9863815		9891017		9915206		9936376	5.4	9954518		28
33	9864293	7.9	9891445		9915584		9936703		9954795		27
34	9864770		9891872		9915961		9937029		9955071		26
35	9865246		9892298		9916337	6.2	9937355		9955346		25
36	9865722		9892723		9916712		9937680		9955620	4.5	24
37	9866197		9893147		9917086		9938004		9955893		23
38	9866671	7.0	9893571	7.0	9917459		9938327		9956165		22
39	9867144		9893994		9917832		9938649	5.3	9956437		21
40	9867616	7.8	9894416		9918204		9938970		9956708		20
41	9868087		9894837		9918575		9939290		9956978		19
42	9868557		9895257		9918945	6.1	9939609		9957247		18
43	9869027		9895677		9919314		9939928		9957515	4.4	17
44	9869496		9896096		9919682		9940246		9957782		16
45	9869964		9896514	6.9	9920049		9940563		9958049		15
46	9870431		9896931		9920416		9940879	5.2	9958315		14
47	9870897	7.7	9897347		9920782		9941194		9958580		13
48	9871362		9897762		9921147		9941509		9958844		12
49	9871827		9898177		9921511	6.0	9941823		9959307		11
50	9872291		9898591		9921874		9942136		9959370		10
51	9872754		9899004		9922236		9942448		9959632		9
52	9873216		9899416		9922598		9942759		9959893	4.3	8
53	9873677		9899827	6.8	9922959		9943069		9960153		7
54	9874137		9900237		9923319		9943379		9960412		6
55	9874597	7.6	9900646		9923678		9943688	5.1	9960670		5
56	9875056		9901055		9924036		9943996		9960927		4
57	9875514		9901463		9924393	5.9	9944303		9961183	4.2	3
58	9875971		9901870		9924750		9944609		9961438		2
59	9876427		9902276		9925106		9944914		9961693		1
60	9876883	7.6	9902681	6.7	9925461	5.9	9945219	5.1	9961947	4.2	0
	9		8		7		6		5		

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdē Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85		86		87		88		89		
0	9961947	4.2	9975640	3.4	9986295	2.5	9993908	1.7	9998477	0.8	60
1	9962200		9975843		9986447		9994009		9998527		59
2	9962452		9976045	3.3	9986598		9994109	1.6	9998576		58
3	9962703		9976246		9986748		9994208		9998625		57
4	9962954		9976446		9986897		9994307		9998673		56
5	9963204	4.1	9976645		9987045		9994405		9998720		55
6	9963453		9976843		9987193	2.4	9994502		9998766	0.7	54
7	9963701		9977040		9987340		9994598		9998811		53
8	9963948		9977237		9987486		9994693		9998855		52
9	9964194		9977433	3.2	9987631		9994787		9998899		51
10	9964440		9977628		9987775		9994881	1.5	9998942		50
11	9964685		9977822		9987918		9994974		9998984		49
12	9964929	4.0	9978015		9988061		9995066		9999025		48
13	9965172		9978207		9988203	2.3	9995157		9999065	0.6	47
14	9965414		9978398		9988344		9995247		9999104		46
15	9965655		9978589		9988484		9995336		9999143		45
16	9965895		9978779		9988623		9995424		9999181		44
17	9966135		9978968	3.1	9988761		9995512	1.4	9999218		43
18	9966374		9979156		9988899		9995599		9999254		42
19	9966612		9979343		9989036		9995685		9999289		41
20	9966849	3.9	9979530		9989172		9995770		9999323		40
21	9967085		9979716		9989307	2.2	9995854		9999356	0.5	39
22	9967320		9979901		9989441		9995937		9999389		38
23	9967555		9980085		9989574		9996019		9999421		37
24	9967789		9980268	3.0	9989706		9996101	1.3	9999452		36
25	9968022		9980450		9989837		9996182		9999482		35
26	9968254	3.8	9980631		9989968		9996262		9999511		34
27	9968485		9980811		9990098	2.1	9996341		9999539		33
28	9968715		9980991		9990227		9996419		9999566	0.4	32
29	9968944		9981170		9990355		9996496		9999593		31
30	9969173	3.8	9981348	3.0	9990482	2.1	9996573	1.3	9999619	0.4	30
	4		3		2		1		0		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Min.	85		86		87		88		89		Min.
30	9969173	3.8	9981348	2.9	9990482	2.1	9996573	1.3	9999619	0.4	30
31	9969401		9981525		9990608		9996649	1.2	9999644		29
32	9969628		9981701		9990734		9996724		9999668		28
33	9969854		9981877		9990859		9996798		9999691		27
34	9970079	3.7	9982052		9990983		9996871		9999713		26
35	9970304		9982226		9991106	2.0	9996943		9999735	0.3	25
36	9970528		9982399		9991228		9997014		9999756		24
37	9970751		9982571		9991349		9997085		9999776		23
38	9970973		9982742	2.8	9991470		9997155	1.1	9999795		22
39	9971194		9982912		9991590		9997224		9999813		21
40	9971414		9983082		9991709		9997292		9999830		20
41	9971633	3.6	9983251		9991827		9997359		9999846		19
42	9971851		9983419		9991944	1.9	9997425		9999862	0.2	18
43	9972069		9983586		9992060		9997491		9999877		17
44	9972286		9983752		9992175		9997556		9999891		16
45	9972502		9983917	2.7	9992290		9997620		9999904		15
46	9972717		9984081		9992404		9997683	1.0	9999911		14
47	9972931		9984245		9992517		9997745		9999927		13
48	9973145		9984408		9992629		9997806		9999938		12
49	9973358	3.5	9984570		9992740	1.8	9997867		9999948		11
50	9973570		9984731		9992850		9997927		9999957	0.1	10
51	9973781		9984891		9992960		9997986		9999963		9
52	9973991		9985050	2.6	9993069		9998044		9999972		8
53	9974200		9985209		9993177		9998101	0.9	9999978		7
54	9574408		9985367		9993284		9998157		9999984		6
55	9974615	3.4	9985524		9993390		9998212		9999989		5
56	9974822		9985680		9993495	1.7	9998267		9999993	0.0	4
57	9975028		9985835		9993595		9998321		9999996		3
58	9975233		9985989		9993703		9998374		9999998		2
59	9975437		9986143	2.5	9993806		9998426		9999999		1
60	9975640	3.4	9986295		9993908	1.7	9998477	0.8	10000000	0.0	0
	4		3		2		1		0		

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

DE PARTE PROPORTIONALI Sinuum, & arcuum.

Explicatio numerorum pro parte proportionali sinuum elicienda.

1. *ANTEQVAM doceamus, qua ratione pars proportionalis ex præcedẽti tabula Sinuum eruenda sit, explicãdum prius erit, quidnam bini numeri columnis Sinuum interpositi significent, & quo sint artificio procreati. Prior ergo continet partes differentiæ inter duos sinus, inter quos scriptus est, congruentes vni Secundo illius arcus, quem gradus in vertice tabulæ, & minutum in latere eiusdem tabulæ exprimit: posterior autem numerus decimas particulas vnius partis differentiæ prædictæ complectitur. Vt quoniam inter duos sinus grad. 16. min. 12. & grad. 16. min. 13. positi sunt duo hi numeri 46. 5. colligemus vni Secundo inter minutum 12. & 13. gradus 16. congruere particulas 46 $\frac{5}{10}$. ex differentia 2793. inter duos sinus 2789911. 2792704. prædictorum arcuum grad. 16. min. 12. & grad. 16. min. 13. quæ tota differentia Secundis 60. hoc est, vni minuto debetur: quod idem intelligendum est de sequentium arcuum sinubus vsque ad arcus grad. 16. min. 37. & grad. 16. min. 38 inter quorum sinus positi sunt alij hi numeri 46. 4. ita vt iam vni Secundo conueniant ex differentia duorum proximorum Sinuum particulæ tantummodo 46. $\frac{4}{10}$. & sic de cæteris.*

Numerorũ procreatio ad partẽ proportionalem sinuum eruendã.

2. *PROCREATI autem sunt huiusmodi numeri inter sinus positi hoc modo. Inuentis differentijs omnium sinuum, partiti sumus singulas per 60. Secunda, vt particulas vni Secundo debitas produceremus: fractionem autem reliquam ad decimas reduximus, multiplicantes eam per 10, vt in quæstiuncula 14. cap. 16 nostræ Arithmetica docuimus. Sic enim minori labore pars proportionalis eruetur, vt mox patebit. Verbi gratia. Differentia prædicta 2793. si diuidatur per 60. fit Quotiens 46. & supersunt $\frac{33}{60}$. quæ efficiunt 5. decimas & semis. Relicta ergo semisse, (Nam quando fractio vnius decimæ superat $\frac{1}{2}$. addidimus vnã decimam in tabula, quando autem non superat $\frac{1}{2}$. sed vel æqualis est, vel minor, eam negleximus.) scripsimus in tabula 46. 5. id est, particulas differentiæ integras 46. & $\frac{5}{10}$. vnius, quæ efficiunt 465. decimas vnius particulæ, quæ producuntur etiam, si tota differentia 2793. ducatur in 10. & productus numerus 27930. per 60. diuidatur. Et quia in sequentibus differentijs vsque ad differentiam Sinuum grad. 16. min. 37. & grad. 16. min. 38. exclusiue, hac ratione reperitur idẽ numerus 465 hoc est, particulæ 46. & 5. decimæ; inseruiet nobis hæc pars proportionalis vsque ad grad. 16. min. 37. & grad. 16. min. 38. exclusiue, vbi iam numerus reperietur minor, nimirum 46. & 4. decimæ. Vt quoniam differentia inter Sinus 2837364. & 2840153. grad. 16. min. 29. & grad. 16. min. 33. est 2789. Si ea ducatur in 10 & productus numerus 27890. per 60. diuidatur, fiet Quotiens 464. & supererunt $\frac{50}{60}$. quæ superant $\frac{1}{2}$. Ergo habebimus iterum partes 46. & 5. decimas Atque ita de cæteris.*

Inuentio sinus recti cũ parte proportionali.

3. *BENEFICIO horum numerorum expedite admodum pars proportionalis, per vnicam videlicet vel multiplicationem, vel diuisionem reperietur. Nam si sinus rectus quærendus sit alicuius arcus, qui præter minuta complectatur quoque Secunda, accipiendus erit sinus ex tabula respondens gradibus, ac minutis arcus propositi in vertice tabulæ positis, & ei adijciendus numerus, qui ex multiplicatione numeri interiecti proxime antecedentis in numerum Secundorum producitur. Vt si quæratur Sinus rectus grad. 19. min. 36. Sec. 40. quoniam hunc arcum in tabula proxime præcedunt hi numeri 45. 7. hoc est, 457. decimæ, quæ multiplicatæ in 40. Secunda producunt 18280. decimas, id est, particulas integras 188. addemus 182. 8 ad 3354516. sinum grad. 19. min. 36. vt conficiamus 3356344. sinum propositi arcus grad. 19. min. 36. Sec. 40.*

4. VI-

4. *VICISSIM si ex sinu recto inquirendus sit arcus, accipiendus erit arcus respondens sinui proxime minori, & ei apponenda tot Secunda, quot unitates continentur in Quotiente, si differentia inter sinum proxime minorem (apposita prius ziphra, ut ad partes decimas reuocetur.) diuidatur per numerum decimarum in tabula inuentum. Ut si datus sit sinus 3356344. sumemus arcum grad. 19. min. 26. sinui proxime minori 3354516. respondentem, eique adiungemus Sec. 40. qui numerus gignitur ex diuisione 1828. differentia inter sinum propositum, & sinum proxime minorem, apposita prius ziphra 0. nimirum ex diuisione 18280. per 457. decimas in tabula inuentas. Ita enim arcus quaesitus erit grad. 19. min. 36 Sec. 40. Apponitur autem ziphra ad differentiam inuentã 1828. quia cũ diuidi ea debeat per $\frac{457}{10}$. multiplicanda est per 10 & productus numerus per 457. diuidendus, ut ex nostra Arithmetica liquido constat.*

Inuentio arcus cum parte proportionali ex dato sinu recto.

5 *SI vero sinus complementi alicuius arcus quadrante minoris sit inuestigandus, qui praeter minuta habeat etiam Secunda, accipiendus est sinus ex tabula respondens gradibus ac minutis arcus propositi in inferiore parte tabulae positis, & ab eo subtrahendus numerus, qui ex multiplicatione numeri interiecti superioris in numerum Secundorum producitur. Ut si quaeratur sinus complementi grad 70. min. 23. Sec. 20. quoniam huic arcui inseruiunt hi numeri interiecti 4557. hoc est, 457. decima, ducemus 457. in 20. Secunda, & productum numerum, qui est 9140. decima, id est, particula integra 914, detrahemus ex 3357256. sinu complementi arcus grad. 70. min. 23. ut relinquatur sinus 3356342. complementi arcus grad. 70. min. 23. Sec. 20.*

Inuentio sinus complementi cũ parte proportionali.

6. *ALITER, & fortasse commodius, ne regulae multiplicentur. Accipiatur dati arcus complementum, & ipsius sinus rectus inuestigetur, ut Num. 3. docuimus. Ut in eodem exemplo, complementum arcus grad. 70. min. 23. Sec. 20. est arcus grad. 19. min. 36. Sec. 40. cuius sinus rectus inuenietur 3356344. duabus unitatibus maior illo, qui alio modo proxime inuentus fuit. Hoc idcirco euenit, quia arcus propositus parum abest ab insequenti numero interiecto minori.*

Inuentio commodior sinus complementi arcus quadrante minoris, unà cum parte proportionali.

7. *QVANDO arcus, cuius complementi sinus quaeritur, quadrante maior est, sed semicirculo minor, detrahemus ex dato arcu quadrantem, & reliqui arcus sinum rectum inquiremus, ut Num. 3. dictum est. Ut si quaeratur sinus complementi arcus grad. 109. min. 36. Sec. 40. Detracto quadrante, superest arcus grad. 19. min. 36. Sec. 40. cui debetur sinus 3356344.*

Inuentio sinus complementi arcus quadrante maioris, unà cum parte proportionali.

8 *E CONTRARIO si ex sinu complementi eliciendus sit arcus, sumendus erit arcus, unà cum parte proportionali, ut Num. 3. traditum est, respondens sinui dato, tanquam recto, isque ex quadrante auferendus, si sinus datus est sinus complementi arcus quadrante minoris, vel ad quadrantem adijciendus, quando nimirum datus sinus respondet complemento arcus quadrante maioris. Pulchre autem ipsa operatio in triangulis siue sphaericis, siue rectilineis docebit, num sinus propositus congruat complemento arcus quadrante minoris, an vero maioris. Ut si propositus sit sinus 3356342. complementi arcus quadrante minoris, inuenietur, ut Num. 3. dictum est, arcus grad. 19. min. 39. Sec. 40. qui detractus ex quadrante relinquet arcum grad 70. min. 23. Sec. 20. quaesitum. Si vero idem sinus debeatur complemento arcus quadrãte maioris, addemus eius arcum inuentum ad quadrantem, conficiemusq; arcum grad. 109. min. 36. Sec. 40. Huius enim cõplemento, nimirũ arcui grad. 19. min. 36, Sec. 40. sinus 3356342. congruit.*

Inuentio arcus ex sinu complementi dato, unà cum parte proportionali.

9. *DENIQVE sinus versus arcus, qui praeter gradus ac minuta, annexa quoq; habet Secunda, inuenietur, si ipsius complementi sinus cũ parte proportionali inuentus, ut Num. 5. 6. & 7. traditum est. ex sinu toto auferatur, vel sinui toti adijciatur, prout arcus quadrante minor est, vel maior. Ut si quaeratur sinus versus arcus grad. 70.*

Inuentio sinus versi cum parte proportionali.

min. 23.

min. 23. Sec. 20. reperiemus eius complementi, nimirum grad. 19. min. 36. Sec. 40. sinum 3356342. qui detractus ex sinu toto 10000000. reliquum faciet sinum versum quaesitum 6643658. Si vero sinus versus desideretur arcus grad. 109. min. 36. Sec. 40. inueniemus eius complementi, videlicet grad. 19. min. 36. Sec. 40. sinum 3356342. qui ad sinum totum 10000000. adiectus conficiet sinum versum 13356342. quaesitum.

Inuentio arcus ex sinu verso cũ parte proportionali.

10. PARI ratione si ex sinu verso arcus inueniendus sit, detrahemus eum ex sinu toto, vel sinum totum ex ipso, minorem scilicet ex maiore. Ita namque reliquus fiet sinus complementi arcus quaesiti; ex quo quaesitus arcus elicietur, vt Num. 8. docuimus. Vt si datus sit sinus versus 6643658. detrahemus eum ex sinu toto 10000000. & cum reliquo 3356342. tanquam sinu recto expiscabimur arcum grad. 19. min. 36. Sec. 40. vt Num. 3. dictum est: qui ex quadrante ablatus relinquet quaesitum arcum grad. 70. min. 23. Sec. 20. Si vero sinus versus datus sit 13356342. auferemus ex eo sinum totum, & cum reliquo 3356342. indagabimus, vt Num. 3. tradidimus, arcum grad. 19. min 36. Sec. 40. qui adiectus ad quadrantem cõficiet arcum quaesitum grad. 109. min. 36. Sec. 40.

Cur tabulae Tangentium, & Secantium emendatae hic non sint editae.

QVOD vero hoc loco non exhibeamus etiam tabulas Tangentium, atq; Secantium emendatas, cum parte proportionali, causa est, quod eas nunc per tempus corrigere non licuerit, & quod maiorẽ vsum tabula sinuum habeat in prosthaphaeresi, quam Tangentium, & Secantium. Nam vt supra ostensum est, Tangentes, & Secantes, si quae sunt, quaerenda sunt in tabula sinuum, non secus, ac si forent sinus, ibique pars proportionalis inuenienda. Quod si in fine operationis cum Tangente, vel Secante accipiendus fuerit arcus ex propria tabula, facile quis partem proportionalem inuestigabit, si opus fuerit, eo modo, quem in vsu tabulae sinuum exposuimus. Interim dabitur fortassis occasio vtramque tabulam Tangentium, & secantium emendandi. Hęc enim res maius otium ac tempus requirit.

IN gratiam porro studiosorum, & vt prosthaphaeresis vsus planior fiat, subijciemus hoc loco calculum omnium triangulorum in nostris triangulis, & tractatione sinuum demonstratum, & nunc ad commodiorem formam ac methodum reuocatum, proponemusque idem numero quaesitum pluribus vijs soluendum, vt quilibet eam, quae magis placuerit, sibi deligat. Appellabimus autem in rectangulo quouis triangulo siue sphaerico, siue rectilineo latus recto angulo oppositum, BASEM. In non rectangulo vero, quando duo latera nominantur, tertium, siue maius illud sit, siue non, basem dicemus.

Basis trianguli quae.

TRIANGVLORVM SPHAERICORVM
Rectangulorum Calculus.

QVONIAM in quouis triangulo sphaerico rectangulo quaeritur ex duobus datis, vel cognitis, aut ANGVLVS non rectus, aut LATVS circa angulum rectum, aut BASIS: fieri hoc poterit pluribus modis ac vijs, vt ex ijs, quae sequuntur, perspicuum fiet. Semper autẽ primo loco seorsum proponemus id, quod inquiritur. Deinde duo, quae cognita sunt, vel data. Tertio vias varias, ac modos, quibus quaesitum erui potest, demonstrabimus: quibus etiam numeros praefigemus, vt facilius cognosci, & ab alijs argumentationibus secerni possint. Ita ergo praedicta inueniuntur.

I. ANGV-

LEMMA LIII.

I. ANGVLVS

Ex baſe, & latere, quod angulo quæſito opponitur.

I. vt ſinus baſis	ad ſinum totum:	Ita ſinus lateris	ad ſinum anguli.	41. triang. ſphar.
Sed vt ſinus lateris	ad ſinum anguli:	Ita ſecans compl. anguli	ad ſecantem compl. lateris.	22. ſinuum.
Ergo vt ſinus baſis	ad ſinum totum:	Ita ſecans compl. anguli.	ad ſecantem compl. lateris.	11. quinti.
2. Ergo vt ſinus totus	ad ſinum baſis:	Ita ſecans compl. lateris	ad ſecantem compl. anguli.	Conuertẽdo.
Vt ſinus baſis	ad ſinum totum:	Ita ſinus lateris	ad ſinum anguli.	41. triang. ſphar.
Ergo vt ſinus baſis	ad ſinum lateris:	Ita ſinus totus	ad ſinum anguli.	Permutãdo.
Sed vt ſinus baſis	ad ſinum lateris:	Ita ſecans compl. lateris.	ad ſecantem compl. baſis.	22. ſinuum.
Ergo vt ſecans cõplem. lateris	ad ſecãtem compl. baſis:	Ita ſinus totus	ad ſinum anguli.	11. quinti.
3. Ergo vt ſecans compl. lateris	ad ſinum totum:	Ita ſecans compl. baſis	ad ſinum anguli.	Permutãdo.
Sed vt ſecans cõpl. lateris	ad ſinum totum:	Ita ſinus totus	ad ſinum lateris:	18. ſinuum.
4. Ergo vt ſinus totus	ad ſinum lateris:	Ita ſecans compl. baſis	ad ſinum anguli.	11. quinti.
Vt ſinus totus	ad ſinum baſis:	Ita ſecans compl. lateris	ad ſecantem compl. anguli.	2. modus.
Sed vt ſinus totus	ad ſinum baſis:	Ita ſecans compl. baſis	ad ſinum totum.	18. ſinuum.
5. Ergo vt ſecans compl. baſis	ad ſinum totum:	Ita ſecãs compl. lateris.	ad ſecãtem compl. anguli.	11. quinti.
Vt ſinus totus	ad ſinum baſis:	Ita ſecans compl. lateris	ad ſecantem compl. anguli.	2. modus.
Ergo vt ſinus totus	ad ſecantem cõpl. lateris:	Ita ſinus baſis	ad ſecantem compl. anguli.	Permutãdo.
Sed vt ſinus totus	ad ſecantem cõpl. lateris:	Ita ſinus lateris	ad ſinum totum.	18. ſinuum.
6. Ergo vt ſinus lateris	ad ſinum totum:	Ita ſinus baſis	ad ſecãtem compl. anguli.	11. quinti.
Vt ſinus baſis	ad ſinum totum:	Ita ſinus lateris	ad ſinum anguli.	41. triang. ſphar.
Sed vt ſinus baſis	ad ſinum totum:	Ita ſinus compl. baſis	ad tangentem compl. baſis.	18. ſinuum.
7. Ergo vt ſinus compl. baſis	ad tangentem cõplem. baſis:	Ita ſinus lateris	ad ſinum anguli.	11. quinti.

22. sinuum.	*Sed vt sinus lateris*	*ad sinum anguli:*	*Ita secans compl. anguli*	*ad secantem compl.lateris.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus cõpl. basis*	*ad tangentem cõpl. basis:*	*Ita secans compl. anguli*	*ad secantem compl.lateris.*
Cõuertendo.	8. Ergo vt tangẽs compl.basis	ad sinum compl. basis:	Ita secans compl. lateris	ad secantem compl. anguli.
41. triang. sphær. 18. sinuum.	*Vt sinus basis*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lateris*	*ad sinum anguli.*
	Sed vt sinus totus	*ad tangentem lateris:*	*Ita sinus compl. lateris:*	*ad sinum lateris.*
Ex æqual. perturb.	9. Ergo vt sinus basis	ad tangentem lateris:	Ita sinus compl. lateris	ad sinum anguli.
22. sinuum.	*Sed vt sinus compl. lateris*	*ad sinum anguli:*	*Ita secans compl. anguli*	*ad secantem lateris.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus basis*	*ad tangentem lateris:*	*Ita secans compl. anguli*	*ad secantem lateris.*
Cõuertendo.	10. Ergo vt tangens lateris	ad sinum basis:	Ita secans lateris	ad secantem compl. anguli.
9. modus.	*Vt sinus basis*	*ad tangentem lateris:*	*Ita sinus compl.lateris*	*ad sinum anguli.*
Permutãdo.	*Ergo vt sinus basis*	*ad sinum compl. lateris:*	*Ita tangens lateris*	*ad sinum anguli.*
22. sinuum.	*Sed vt sinus basis*	*ad sinum compl.lateris:*	*Ita secans lateris*	*ad secantem compl. basis.*
11. quinti.	11. Ergo vt secãs lateris	ad secantem cõpl. basis:	Ita tangens lateris	ad sinum anguli.
6. modus.	*Vt sinus lateris*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus basis*	*ad secantem compl. anguli.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad tangentem basis:*	*Ita sinus compl.basis*	*ad sinum basis.*
Ex æqual. perturb.	12. Ergo vt sinus lateris	ad tangentem basis:	Ita sinus compl. basis	ad secantem compl. anguli.

VIDES ergo duodecim modis angulum inuestigari posse ex data basi, & latere, cui angulus quæsitus opponitur, quorum quidem sex adhibent sinum totum, nimirum 2. & 4. in primo loco regulæ proportionum, & 1. 3. 5. & 6. in secundo loco: alij vero sex nullibi sinum totum habent. Eadem ratione in ijs, quæ sequuntur, possent plures via reperiri, sed nos breuitati consulentes contenti erimus sex tantum modos demonstrare in quolibet quæsito inueniendo ex eisdem datis, in quibus videlicet semper sinus totus interuenit.

II. ANGVLVS
Ex base, & latere, quod angulo quæsito adiacet.

Vt tangens basis	*ad tangentem lateris:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. anguli.*	*43. triang. sphær.*
1. Ergo vt tangẽs basis	ad sinum totum:	Ita tangens lateris.	ad sinum compl. anguli.	*Permutãdo.*
Vt tangens basis	*ad tangentem lateris:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. anguli.*	*43. triang. sphær.*
sed vt tangens basis	*ad tangentem lateris:*	*Ita tang. compl. lateris*	*ad tangentem compl. basis.*	*21. sinuum.*
Ergo vt tangens compl. lateris	*ad tangentẽ compl. basis*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. ang.*	*11. quinti.*
2. Ergo vt tãgens compl. lateris	ad sinum totum;	Ita tangẽs compl. basis	ad sinum compl. anguli.	*Permutãdo.*
Ergo vt tangens compl. lateris	*ad tangentẽ compl. basis:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. ang.*	*Permutãdo.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum compl. anguli:*	*Ita secans anguli*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
Ergo vt tangens compl. lateris	*ad tangentẽ compl. basis:*	*Ita secans anguli*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tangens compl. basis	*ad tangentẽ compl. lateris:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem anguli.*	*Cõuertendo.*
3. Ergo vt tangẽs compl. basis	ad sinum totum:	Ita tangens cõpl. lateris	ad secantem ang.	*Permutãdo.*
Ergo vt tangens compl. basis	*ad tangentẽ compl. lateris:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem anguli.*	*Permutãdo.*
Sed vt tangens compl. basis	*ad tangentẽ compl. lateris*	*Ita tangens lateris*	*ad tangentem basis*	*21. sinuum.*
Ergo vt tangens lateris	*ad tangentem basis:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem anguli.*	*11. quinti.*
4. Ergo vt tangẽs lateris	ad sinum totum:	Ita tangens basis	ad secantem ang.	*Permutãdo.*
Vt tangens basis	*ad sinum totum:*	*Ita tangens lateris*	*ad sinum compl. ang.*	*1. modus.*
Sed vt tangens basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem compl. basis.*	*18. sinuum.*
5. Ergo vt sinus totus	ad tangentẽ cõpl. basis:	Ita tangens lateris	ad sinum compl. anguli.	*11. quinti.*
Vt tangens lateris	*ad sinum totum:*	*Ita tangens basis*	*ad secantem anguli.*	*4. modus.*
Sed vt tangens lateris	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem compl. lateris.*	*18. sinuum.*
6. Ergo vt sinus totus	ad tangentẽ cõpl. lateris:	Ita tangens basis	ad secantem anguli	*11. quinti.*

III. ANGVLVS

Ex base, & altero angulo non recto.

41. triang. sphar.	1. Vt sinus totus	ad sinum compl. basis:	Ita tangens anguli dati	ad tangentem cōpl. anguli quæsiti.
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinū cōpl. basis:*	*Ita secans basis*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	2. Ergo vt secans basis	ad sinum totum :	Ita tangens anguli dati	ad tangentē compl. anguli quæsiti.
21. sinuum.	*Sed vt tangens anguli dati*	*ad tangentē compl. ang. quæsiti:*	*Ita tangens ang. quæsiti*	*ad tangentem compl. anguli dati.*
11. quinti.	*Ergo vt secans basis*	*ad sinum totum :*	*Ita tangens anguli quæsiti*	*ad tangentem compl. ang. dati.*
Cōuertendo.	3. Ergo vt sinus totus	ad secātem basis:	Ita tang. compl. ang. dati	ad tangentem ang. quæsiti.
1. modus.	*Vt sinus totus*	*ad sinum compl basis:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad tangentem compl. anguli quæsiti.*
Permutādo.	*Ergo vt sinus totus*	*ad tangentem ang. dati:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad tangentem compl. anguli quæsiti.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad tangentem anguli dati:*	*Ita tangens compl. anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	4. Ergo vt tang. cōpl ang. dati.	ad sinum totum :	Ita sinus compl. basis.	ad tang. compl. ang. quæsiti.
3. modus.	*Vt sinus totus*	*ad secātē basis :*	*Ita tangens compl. anguli dati*	*ad tang. anguli quæsiti.*
Permutādo.	*Ergo vt sinus totus*	*ad tangentē compl. anguli dati:*	*Ita secans basis*	*ad tangentem ang. quæsiti.*
11. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad tangentē compl. anguli dati :*	*Ita tangens anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	5. Ergo vt tang. anguli dati	ad sinum totum :	Ita secans basis	ad tangentem ang. quæsiti.
4. modus.	*Vt tangens compl. anguli dati*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad tangentem compl. ang. quæsiti.*
Permutādo.	*Ergo vt tang. cōpl. anguli dati*	*ad sinum compl. basis:*	*Ita sinus totus*	*ad tang. compl. ang. quæsiti.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad tangentē compl. anguli quæsiti:*	*Ita tang. ang. quæsiti*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	*Ergo vt tang. cōpl. anguli dati*	*ad sinum compl. basis :*	*Ita tang. ang. quæsiti*	*ad sinum totum.*
Cōuertendo.	*Ergo vt sinus cōpl. basis*	*ad tang. compl. ang. dati:*	*Ita sinus totus*	*ad tang. anguli quæsiti.*
Permutādo.	6. Ergo vt sinus compl. basis	ad sinum totum :	Ita tang. compl. anguli dati	ad tang. anguli quæsiti.

IIII. AN-

IIII. ANGVLVS

Ex latere, quod angulo quæsito opponitur, & altero angulo non recto.

1. Vt finus totus	ad finum anguli dati:	Ita finus compl. lateris	ad finum compl. anguli quæsiti.	*42. triang. sphær.*
Sed vt finus compl. lateris	*ad finum compl. anguli quæsiti:*	*Ita fecans ang. quæsiti*	*ad fecantem lateris.*	*22. finuum.*
Ergo vt finus totus	*ad finum ang. dati:*	*Ita fecans anguli quæsiti*	*ad fecantem lateris.*	*11. quinti.*
2. Ergo vt finus anguli dati	ad finum totum:	Ita fecans lateris	ad fecantem anguli quæsiti.	*Cõuertendo.*
Vt finus totus	*ad finum ang. dati:*	*Ita finus compl. lateris*	*ad finum compl. ang. quæsiti.*	*42. triang. sphær.*
Ergo vt finus totus	*ad finum compl. lateris:*	*Ita finus anguli dati*	*ad finum compl. ang. quæsiti.*	*Permutãdo.*
Sed vt finus anguli dati	*ad finum compl. anguli quæsiti:*	*Ita fecans anguli quæsiti*	*ad fecantem compl. anguli dati.*	*22. finuum.*
Ergo vt finus totus	*ad finum compl. lateris:*	*Ita fecans anguli quæsiti*	*ad fecantem compl. anguli dati.*	*11. quinti.*
3. Ergo vt finus compl. lateris	ad finum totum:	Ita fecans compl. anguli dati	ad fecantem anguli quæsiti.	*Cõuertendo.*
Vt finus totus	*ad finum ang. dati:*	*Ita finus compl. lateris*	*ad finum compl. ang. quæsiti.*	*42. triang. sphær.*
Sed vt finus totus	*ad finum ang. dati:*	*Ita fecans compl. anguli dati*	*ad finum totum.*	*18. finuum.*
4. Ergo vt fecans compl. ang. dati	ad finum totum:	Ita finus compl. lateris	ad finum compl. anguli quæsiti.	*11. quinti.*
Sed vt finus compl. lateris	*ad finum compl. anguli quæsiti:*	*Ita fecans anguli quæsiti*	*ad fecantem lateris.*	*22. finuum.*
Ergo vt fecans cõpl. anguli dati	*ad finum totum:*	*Ita fecans anguli quæsiti*	*ad fecantem lateris.*	*11. quinti.*
5. Ergo vt finus totus	ad fecantẽ compl. anguli dati	Ita fecans lateris	ad fecantem anguli quæsiti.	*Cõuertendo.*
Vt finus totus	*ad finum anguli dati:*	*Ita finus compl. lateris*	*ad finum compl. ang. quæsiti.*	*42. triang. sphær.*
Ergo vt finus totus	*ad finum compl. lateris:*	*Ita finus anguli dati*	*ad finum compl. ang. quæsiti.*	*Permutãdo.*
Sed vt finus totus	*ad finum compl. lateris:*	*Ita fecans lateris*	*ad finum totum.*	*18. finuum.*
6. Ergo vt fecans lateris	ad finum totum:	Ita finus anguli dati	ad finum compl. anguli quæsiti.	*11. quinti.*

ANGVLVS

Ex latere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto:

Dummodo constet, num maior sit recto, an minor, vel an basis, aut latus alterum non datum quadrante maius sit minusue.

42. triang. sphær.	*Vt sinus compl. lateris*	*ad sinum compl. anguli dati*	*Ita sinus totus*	*ad sinum ang. quæsiti*
Permutãdo.	1. Ergo vt sinus compl. lateris	ad sinum totum:	Ita sinus compl. anguli dati	ad sinum anguli quæsiti.
42. triang. sphær.	*Vt sinus compl. lateris*	*ad sinum compl. anguli dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum ang. quæsiti.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum anguli quæsiti:*	*Ita secans compl. anguli quæsiti*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus cõpl. lateris*	*ad sinum compl. anguli dati:*	*Ita secans compl. anguli quæsiti*	*ad sinum totum.*
Cõuertendo.	*Ergo vt sinus cõpl. anguli dati*	*ad sinum compl. lateris:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem compl. anguli quæsiti.*
Permutãdo.	2. Ergo vt sinus cõpl. ang. dati	ad sinum totum:	Ita sinus compl. lateris	ad secãtem compl. anguli quæsiti.
1. modus.	*Vt sinus compl. lateris*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. anguli dati*	*ad sinum ang. quæsiti.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus compl. lateris*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem lateris.*
11. quinti.	3. Ergo vt sinus totus	ad secantem lateris:	Ita sinus compl. anguli dati	ad sinum anguli quæsiti,
22. sinuum.	*Sed vt sinus compl. ang. dati*	*ad sinum ang. quæsiti:*	*Ita secans compl. anguli quæsiti*	*ad secantem anguli dati.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus totus*	*ad secantem lateris:*	*Ita secans compl. anguli quæsiti*	*ad secantem anguli dati.*
Cõuertendo.	4. Ergo vt secans lateris	ad sinum totum:	Ita secans anguli dati	ad secantem compl. anguli quæsiti.
42. triang. sphær.	*Vt sinus compl. lateris*	*ad sinum compl. anguli dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum ang. quæsiti.*
22. sinuum.	*Sed vt sinus compl. lateris*	*ad sinum compl. anguli dati:*	*Ita secans anguli dati*	*ad secantem lateris.*
11. quinti.	*Ergo vt secans ang. dati*	*ad secantẽ lateris:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum ang. quæsiti.*
Permutãdo.	5. Ergo vt secans anguli dati	ad sinum totum:	Ita secans lateris	ad sinum anguli quæsiti.
2. modus.	*Vt sinus compl. anguli dati*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad secantem compl. anguli quæsiti.*

Sed

Sed vt sinus compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem anguli dati.*	*18. sinuum.*
6. Ergo vt sinus totus	ad secantem anguli dati:	Ita sinus compl. lateris	ad secantem compl. anguli quæsiti.	*11. quinti.*

VI. ANGVLVS

Ex vtroque latere.

1. Vt sinus lat. adiac. ang. quæsito	ad sinum totum:	Ita tangens lat. oppos. ang. q̃sito	ad tangentem anguli quæsiti.	*44. triang. sphær.*
Sed vt tang. lat. oppos. ang. quæsito	*ad tangentem anguli quæsiti:*	*Ita tãgens compl. anguli quæsiti*	*ad tang. compl. lat. oppos. ang. quæsito.*	*21. sinuum.*
Ergo vt sinus lat. adiac. ang. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita tang. compl. anguli quæsiti*	*ad tang. compl. lat. oppos. ang. quæsito.*	*11. quinti.*
2. Ergo vt sinus totus	ad sinũ lat. adiac. angulo quæsito:	Ita tãg. cõpl. lat. oppos. ang. q̃sito	ad tangentem cõpl. anguli quæsiti.	*Cõuertendo.*
Vt sinus lat. adiac. angulo quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita tang. lat. oppos. angulo quæsito*	*ad tangentem anguli quæsiti*	*44. triang. sphær.*
Sed vt sinus lateris adiac. ang. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantẽ compl. lat. adiac. ang. quæsito.*	*18. sinuum.*
3. Ergo vt sinus totus	ad sec. compl. lat. adiac. ang. quęsito:	Ita tang. lat. oppos. ang. quęsito	ad tangentem anguli quæsiti.	*11. quinti.*
Vt sinus lat. adiac. angulo quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita tang. lateris oppos. angulo quæsito*	*ad tangentem anguli quæsiti.*	*44. triang. sphær.*
Ergo vt sinus lat. adiac. ang. quæsito	*ad tang. lat. oppos. anguli quæsito:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem anguli quæsiti.*	*Permutãdo.*
Sed vt sinus totus	*ad tangen. anguli quæsiti:*	*Ita tang. compl. anguli quæsiti*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
Ergo vt sinus lat. adiac. ang. quæsito	*ad tang. lat. oppos. ang. quæsito,*	*Ita tang. compl. anguli quæsiti*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tang. lat. oppos. angulo quæsito	*ad sinum lat. adiac. angulo quæsito:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem compl. anguli quæsiti.*	*Cõuertendo.*
4. Ergo vt tãg. lat. oppos. ang. q̃sito	ad sinum totum:	Ita sinus lat. adiac. ang. quæsito	ad tãgentem cõpl. anguli quæsiti.	*Permutãdo*

Vt sinus totus	*ad sinum lat. adiac. ang. quæsito*	*Ita tãg. compl. lat. oppos. ang. quæsito*	*ad tangentem compl. anguli quæsiti.*	*2. modus.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum lat. adiac. ang. quæsito:*	*Ita sec. cõpl. lat. adiac. ang. quæsito*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
5. Ergo vt sec. cõpl. lat. adiac. ang. q̃sito	ad sinum totum:	Ita tãg. cõpl lat. oppos. ang. quæsito	ad tangentem cõpl. anguli quæsiti.	*11. quinti.*

Et

Permutando.	*Ergo vt sec.cõpl.lat adiac. ang.q̃sito.*	*ad tang. compl. lat. oppos.ang.quasito:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem compl. anguli quasiti.*
18.sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad tangentẽ compl. anguli quasiti*	*Ita tangens anguli quasiti*	*ad sinum totum.*
11.quinti.	*Ergo vt sec.cõpl.lat. adiac. ang.quasito*	*ad tang.compl.lat. oppos.ang.quasito:*	*Ita tangens ang. quasiti*	*ad sinum totum.*
Conuertẽdo	*Ergo vt tãg.cõpl.lat. oppos.tang. quasito*	*ad sec. compl. lat. adiac.ang.quasito:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem anguli quasiti.*
Permutãdo.	6 Ergo vt tãg.cõpl. lat.oppos.ang.q̃sito	ad sinum totum:	Ita sec.comp.lat. adiac.ang.q̃sito	ad tangentem anguli quæsiti.

VII. LALVS.

Ex base,& altero latere.

43.triang. sphar.	*Vt sinus compl.lateris dati*	*ad sinum compl. basis:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl.lateris quasiti.*
Permutãdo	1. Ergo sit sinus cõpl. lat. dati	ad sinum totum:	Ita sinus compl. basis	ad sinum compl.lateris quæsiti.
43.triang. sphar.	*Vt sinus compl. lateris dati*	*ad sinum compl. basis:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. lateris quasiti.*
18.sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum compl.lateris quasiti:*	*Ita secans lateris quasiti*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus compl. lateris dati*	*ad sinum compl. basis:*	*Ita secans lateris quasiti*	*ad sinum totum.*
Conuertẽdo	*Ergo vt sinus compl. basis*	*ad sinum compl.lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem lateris quasiti.*
Permutãdo.	2. Ergo vt sinus cõpl.basis	ad sinum totum:	Ita sinus compl. lateris dati	ad secantem lateris quæsiti.
43.triang. sphar.	*Vt sinus compl. lat. dati*	*ad sinum comp. basis:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl.lateris quasiti.*
22. sinuum.	*Sed vt sinus compl. lateris dati*	*ad sinum compl. basis:*	*Ita secans basis*	*ad secantem lateris dati.*
11. quinti.	*Ergo vt secans basis*	*ad secantem lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl.lateris quasiti.*
Permutãdo.	3. Ergo vt secans basis	ad sinum totum:	Ita secans lateris dati	ad sinum compl. lateris quæsiti.
2. modus.	*Vt sinus compl. basis*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. lateris dati*	*ad secantem lateris quasiti.*
Permutãdo.	*Ergo vt sinus cõpl. basis*	*ad sinum compl.lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem lateris quasiti.*
22.sinuum.	*Sed vt sinus compl. basis*	*ad sinum compl. lateris dati:*	*Ita secans lateris dati*	*ad secantem basis.*

Ergo

Ergo vt secans lateris dati	*ad secantem basis:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem lateris quæsiti.*	*11. quinti.*
4. Ergo vt secans lateris dati	ad sinum totum:	Ita secans basis	ad secantem lateris quæsiti.	*Permutãdo.*
Vt sinus compl. lateris dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad sinum compl. lateris quæsiti.*	*1. modus.*
Sed vt sinus compl. lateris dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem lateris dati.*	*18. sinuum.*
5. Ergo vt sinus totus	ad secantem lateris dati:	Ita sinus compl. basis	ad sinum compl. lateris quæsiti.	*11. quinti.*
Vt sinus compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. lateris dati*	*ad secantem lateris quæsiti.*	*2. modus.*
Sed vt sinus compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem basis:*	*18. sinuum.*
6. Ergo vt sinus totus	ad secantem basis:	Ita sinus compl. lateris dati	ad secantem lateris quæsiti.	*11. quinti.*

VIII. LATVS.

Ex base & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

1. Vt sinus totus	ad sinum basis:	Ita sinus anguli dati	ad sinum lateris quæsiti.	*41. triang. sphær.*
Sed vt sinus anguli dati	*ad sinum lateris quæsiti:*	*Ita secans compl. lateris quæsiti*	*ad secantem compl. anguli dati.*	*22. sinuum.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita secans compl. lateris quæsiti*	*ad secantem compl. anguli dati.*	*11. quinti.*
2. Ergo vt sinus basis	ad sinum totum:	Ita secans compl. anguli dati	ad secãtem compl. lateris quæsiti.	*Cõuertendo*
Vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti.*	*41. triang. sphær.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita secans compl. basis*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
3. Ergo vt secans cõpl. basis	ad sinum totum:	Ita sinus anguli dati	ad sinum lateris quęsiti.	*11. quinti.*
Sed vt sinus anguli dati	*ad sinum lateris quæsiti*	*Ita secans compl. lateris quæsiti.*	*ad secantem compl. anguli dati.*	*22. sinuum.*
Ergo vt secans cõpl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. lateris quæsiti*	*ad secantem compl. anguli dati.*	*11. quinti.*
4. Ergo vt sinus totus	ad secantem cõpl. basis:	Ita secans cõpl. anguli dati	ad secantem compl. lateris quæsiti.	*Cõuertendo.*

Vt sinus

41. triang. sphær.	*Vt sinus totus*	*ad sinum basis:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti.*
Permutãdo	*Ergo vt sinus totus*	*ad sinum anguli dati:*	*Ita sinus basis*	*ad sinum lateris quæsiti.*
18. *sinuum.*	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum anguli dati:*	*Ita secans compl. anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	5. Ergo vt secans compl. ang. dati	ad sinum totum:	Ita sinus basis	ad sinum lateris quæsiti.
4. modus.	*Vt sinus totus*	*ad secãtem compl. basis:*	*Ita secans compl. anguli dati*	*ad secantem compl. lateris quæsiti.*
Permutãdo.	*Ergo vt sinus totus*	*ad secãtem compl. anguli dati:*	*Ita secans compl. basis*	*ad secantem compl. lateris quæsiti.*
18. *sinuum.*	*Sed vt sinus totus*	*ad secãtem compl. anguli dati:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	6. Ergo vt sinus anguli dati	ad sinum totum;	Ita secans compl. basis	ad secãtem compl. lateris quæsiti.

IX. LATVS

Ex base & angulo, qui lateri quæsito adiacet.

49. triang. sphær.	1. Vt sinus totus	ad sinum compl. anguli dati:	Ita tangens basis	ad tangentem lateris quæsiti.
18. *sinuum.*	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum compl. anguli dati:*	*Ita secans anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	2. Ergo vt secans anguli dati	ad sinum totum:	Ita tangens basis	ad tangentem lateris quæsiti.
21. *sinuum.*	*Sed vt tangens basis*	*ad tangentem lateris quæsiti:*	*Ita tangens compl. lateris quæsiti*	*ad tangentem compl. basis.*
11. quinti.	*Ergo vt secans anguli dati*	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. lateris quæsiti*	*ad tangentem compl. basis.*
Cõuertendo.	3. Ergo vt sinus totus	ad secantem anguli dati:	Ita tangens cõpl. basis	ad tangentem cõpl. lateris quæsiti.
18. *sinuum.*	*Sed vt sinus totus*	*ad secantem anguli dati:*	*Ita sinus compl. anguli dati*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	4. Ergo vt sinus cõmpl. ang. dati	ad sinum totum:	Ita tangens cõpl. basis	ad tangens compl. lateris quæsiti.
2. modus.	*Vt secans anguli dati*	*ad sinum totum:*	*Ita tangens basis*	*ad tangentem lateris quæsiti.*
Permutãdo.	*Ergo vt secans anguli dati*	*ad tangentem basis:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem lateris quæsiti.*

Sed

Sed vt sinus totus	ad tangentem lateris quæsiti:	Ita tangens compl. lateris quæsiti	ad sinum totum.	18. sinuum.
Ergo vt secans anguli dati	ad tangentem basis:	Ita tang. compl. lateris quæsiti.	ad sinum totum.	11. quinti.
Ergo vt tangens basis	ad secantem anguli dati:	Ita sinus totus	ad tangentem compl. lateris quæsiti.	Cōuertendo.
5. Ergo vt tangens basis	ad sinum totum:	Ita secans anguli dati	ad tagētem compl. lateris quæsiti.	Permutādo.

Vt sinus compl. anguli dati	ad sinum totum:	Ita tangens compl. basis	ad tangētem compl. lateris quæsiti.	4. modus.
Ergo vt sinus compl. anguli dati	ad tangen. compl. basis:	Ita sinus totus	ad tangentem compl. lateris quæsiti.	Permutādo.
Sed vt sinus totus	ad tangentē compl. lateris quæsiti:	Ita tangens lat. quæsiti.	ad sinum totum.	18. sinuum.
Ergo vt sinus compl. anguli dati	ad tang. complem. basis:	Ita tangens lateris quæsiti	ad sinum totum.	11. quinti.
Ergo vt tang. compl. basis	ad sinum compl. anguli dati:	Ita sinus totus	ad tangentem lateris quæsiti.	Cōuertendo
6. Ergo vt tangens compl. basis	ad sinum totum:	Ita sinus compl. anguli dati	ad tangentem lateris quæsiti.	Permutādo

X. LALVS

Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæsito adiacet; *si modo constet, num quæsitum latus sit quadrante maius, an minus; vel an alter angulus non rectus non datus sit acutus, obtususne; vel denique num basis sit quadrante maior, aut minor.*

Vt tangens anguli dati	ad tangentem lateris dati:	Ita sinus totus	ad sinum lateris quæsiti.	44 triang. spher.
1. Ergo vt tangens anguli dati	ad sinum totum:	Ita tangens lateris dati	ad sinum lateris quęsiti.	Permutādo.

Vt tangens anguli dati	ad tangentem lateris dati:	Ita sinus totus	ad sinum lateris quęsiti.	44. triang. spher.
Sed vt tangens anguli dati	ad tangentem lateris dati:	Ita tangens compl. lateris dati	ad tangentem compl. anguli dati.	21. sinuum.
Ergo vt tāgens cōpl. lateris dati	ad tangentem cōpl. anguli dati:	Ita sinus totus	ad sinum lateris quæsiti.	11. quinti.
2 Ergo vt tangens compl. lat. dati	ad sinum totum:	Ita tangens cōpl. anguli dati	ad sinum lateris quęsiti.	Permutādo.

44. triang. sphær.	Vt tangens anguli dati	ad tangentem lateris dati:	Ita sinus totus	ad sinum lateris quæsiti.
18. sinuum.	Sed vt sinus totus	ad sinum lateris quæsiti:	Ita secans compl. lateris quæsiti.	ad sinum totum.
11. quinti.	Ergo vt tangens anguli dati	ad tangentem lateris dati:	Ita secans compl. lateris quæsiti	ad sinum totum.
Cõuertendo.	Ergo vt tangens lateris dati	ad tangentem anguli dati:	Ita sinus totus	ad secantem compl. lateris quæsiti.
Permutãdo.	3. Ergo vt tang. lateris dati	ad sinum totum:	Ita tangens anguli dati	ad secantem cõpl. lateris quæsiti.

2. modus.	Vt tangens compl. lateris dati	ad sinum totum:	Ita tang. compl. anguli dati	ad sinum lateris quæsiti.
Permutãdo.	Ergo vt tang. comp. lateris dati	ad tangentẽ compl. anguli dati:	Ita sinus totus	ad sinum lateris quæsiti.
18. sinuum.	Sed vt sinus totus	ad sinum lateris quæsiti:	Ita secans compl. lateris quæsiti	ad sinum totum.
11. quinti.	Ergo vt tang. comp. lateris dati	ad tangentẽ compl. anguli dati:	Ita secans compl. lateris quæsiti	ad sinum totum.
Conuertẽdo	Ergo vt tang. compl. anguli dati	ad tangen. compl. lateris dati:	Ita sinus totus	ad secantem compl. lateris quæsiti.
Permutando.	4. Ergo vt tangens compl. ang. dati	ad sinum totum:	Ita tang. compl. lateris dati	ad secantem compl. lateris quæsiti.

1. modus.	Vt tangens anguli dati	ad sinum totum:	Ita tangens lateris dati	ad sinum lateris quæsiti.
18. sinuum,	Sed vt tangens anguli dati	ad sinum totum:	Ita sinus totus	ad tangentem compl. anguli dati.
11. quinti.	5. Ergo vt sinus totus	ad tang. compl. anguli dati:	Ita tangens lateris dati	ad sinum lateris quęsiti.

3. modus.	Vt tangens lateris dati	ad sinum totum:	Ita tangens anguli dati	ad secantem compl. lateris quæsiti.
18. sinuum.	Sed vt tangens lateris dati	ad sinum totum:	Ita sinus totus	ad tangentem compl. lateris dati.
11. quinti.	6. Ergo vt sinus totus	ad tangen. compl. lateris dati:	Ita tangens anguli dati	ad secantem compl. lateris quæsiti.

XI. LATVS

Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

44. triang. sphær.	1. Vt sinus totus	ad sinum lateris dati:	Ita tangens anguli dati	ad tangentem lateris quæsiti.

Sed vt tangens ang. dati	*ad tangentem lateris quæsiti:*	*Ita tangen compl. lateris quæsiti*	*ad tangentem compl. anguli dati.*	*21. sinuum.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum lateris dati:*	*Ita tangens compl. lateris quæsiti*	*ad tangentem compl. anguli dati.*	*11. quinti.*
2. Ergo vt sinus lateris dati	ad sinum totum:	Ita tang. compl. anguli dati	ad tang. compl. lateris quæsiti.	*Cõuertendo.*
Sed vt sinus lateris dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem compl. lateris dati.*	*18. sinuum.*
3. Ergo vt sinus totus	ad secant.compl. lateris dati:	Ita tang. compl. anguli dati	ad tangẽtem compl. lateris quæsiti.	*11. quinti.*
Vt sinus totus	*ad sinum lateris dati:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad tangentem lateris quæsiti.*	*44. triang. sphær.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum lateris dati:*	*Ita secans compl. lateris dat:*	*ad sinum totum:*	*18. sinuum.*
4. Ergo vt secans compl.lat.dati	ad sinum totum:	Ita tang. anguli dati	ad tangẽtem lateris quæsiti.	*11. quinti.*
Vt sinus lateris dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. anguli dati*	*ad tangentem compl. lateris quæsiti.*	*2 modus.*
Ergo vt sinus lateris dati	*ad tangen. compl. anguli dati*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem compl. lateris quæsiti.*	*Permutãdo.*
Sed vt sinus totus	*ad tangen. compl. lateris quæsiti:*	*Ita tangens lateris quæsiti*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
Ergo vt sinus lateris dati	*ad tangen. compl. anguli dati:*	*Ita tangens lateris quæsiti*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tang.comp. anguli dati	*ad sinum lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem lateris quæsiti.*	Conuertẽdo
5. Ergo vt tangens compl.ang.dati	ad sinum totum:	Ita sinus lateris dati	ad tangentem lateris quæsiti.	*Permutãdo*
Vt sinus totus	*ad secantem compl. lateris dati:*	*Ita tangẽs compl. anguli dati*	*ad tangentem compl. lateris quæsiti.*	*3. modus.*
Ergo vt sinus totus	*ad tangen. compl. anguli dati:*	*Ita secans compl. lateris dati*	*ad tangentem compl. lateris quæsiti.*	*Permutãdo.*
Sed vt sinus totus	*ad tangen. compl. anguli dati:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
6. Ergo vt tang. anguli dati	ad sinum totum:	Ita secans cõpl. lateris dati	ad tangenté compl. lateris quæsiti.	*11. quinti.*

XII. LATVS

Ex vtroque angulo non recto.

1. Vt sinus ang. adiac.lat.quæsito	ad sinum totum:	Ita sinus cõp.ang. oppos.lat.quæsito	ad sinum compl. lateris quæsiti.	*42. triang. sphær.*

18. sinuum.	*Sed vt sinus anguli adiac. lat. quæsito*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad sec. compl. anguli adiac. lat. quæsito.*
11. quinti.	2. Ergo vt sinus totus	ad sec. cōpl. ang. adiac. lat. quæsito:	Ita sinus cōp. ang. oppos. lat. quæsito	ad sinum compl. lateris quæsiti.
42. triang. spher.	*Vt sinus ang. adiac. lateri quæsito*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus cōpl. ang. oppos. lateri quæsito*	*ad sinum compl. lateris quæsiti.*
Permutādo	*Ergo vt sinus ang. adiac. lat. quæsito*	*ad sinum cōpl. ang. oppos. lat. quæsito*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. lateris quæsiti.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum compl. lateris quæsiti:*	*Ita secans lateris quæsiti*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus ang. adiac. lat. quæsito*	*ad sinum cōpl. ang. oppos. lat. quæsito:*	*Ita secans lateris quæsiti*	*ad sinum totum.*
Cōuertendo.	*Ergo vt sinus comp. ang. oppos. lat. quæsito*	*ad sinum ang. adiac. lateri quæsito:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem lateris quæsiti.*
Permutādo.	3. Ergo vt sinus cōpl ang. oppos. lateri quæsito	ad sinum totum:	Ita sinus anguli adiac. lateri quæsito	ad secantem lateris quæsiti.
18. sinuum.	*Sed vt sinus cōp. ang. oppos. lat. quæsito*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem ang. oppos. lat. quæsito.*
11. quinti.	4. Ergo vt sinus totus	ad secantem ang. oppos. lateri quæsito:	Ita sinus anguli adiac lateri quæsito	ad secantem lateris quæsiti.
42 triang. spher.	*Vt sinus ang. adiac. lateri quæsito*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus cōpl. ang. oppos. lat. quæsito.*	*ad sinum compl. lateris quæsiti.*
Permutādo	*Ergo vt sinus ang. adiac. lat. quæsito*	*ad sinum cōpl. ang. oppos. lat. quæsito:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. lateris quæsiti.*
22. sinuum.	*Sed vt sinus ang. adiac. lat. quæsito*	*ad sinum cōpl. ang. oppos. lat. quæsito*	*Ita secans ang. oppos. lat. quæsito*	*ad sec. compl. anguli adiac. lat. quæsito.*
11. quinti.	*Ergo vt secans ang. oppos. lat. quæsito*	*ad sec. compl. ang. adiac. lat. quæsito:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. lateris quæsiti.*
Permutādo.	5. Ergo vt secans ang. oppos. lateri quæsito	ad sinum totum:	Ita sec. compl. ang. adiac lateri quæsito	ad sinum compl lateris quæsiti.
3. modus.	*Vt sinus compl. ang. oppos. lat. quæsito*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus ang. adiac. lateri quæsito*	*ad secantem lateris quæsiti.*
Permutādo.	*Ergo vt sinus compl. ang. oppos. lat. quæsito*	*ad sinum ang. adiac. lat. quæsito:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem lateris quæsiti.*
22. sinuum.	*Sed vt sinus compl. ang. oppos. lat. quæsito*	*ad sinū ang. adiac. lateri quæsito:*	*Ita sec. compl ang. adiac. lat. quæsito*	*ad secantem anguli oppos. lat. quæsito.*
11. quinti.	*Ergo vt sec. compl. ang. adiac. lat. q̄sito*	*ad secantem ang. oppos. lat. quæsito*	*Ita sinus totus*	*ad secantem lateris quæsiti.*
Permutādo.	6. Ergo vt secans compl. ang. adiac. lateri quæsito	ad sinum totum:	Ita secans ang. oppos. lateri quæsito	ad secantem lateris quæsiti.

XIII. BASIS

Ex latere, & angulo ei adiacente.

1. Vt sinus compl. anguli dati	ad sinum totum:	Ita tangens lateris dati	ad tangentem basis.	*45. triang. sphær.*
Sed vt sinus compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem anguli dati.*	*18. sinuum.*
2. Ergo vt sinus totus	ad secantem anguli dati	Ita tangens lateris dati	ad tangentem basis.	*11. quinti.*
Sed vt tangens lat. dati	*ad tangentē basis:*	*Ita tangens compl. basis*	*ad tang. compl. lat. dati,*	*21. sinuum.*
Ergo vt sinus totus:	*ad secantem anguli dati:*	*Ita tangens compl. basis*	*ad tang. compl. lat. dati.*	*11. quinti.*
3. Ergo vt secans ang. dati	ad sinum totum:	Ita tang. compl. lat. dati	ad tangentē compl. basis.	*Cõuertendo.*
Sed vt secans ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. ang. dati.*	*18. sinuum.*
4. Ergo vt sinus totus	ad sinum compl. ang. dati:	Ita tangēs compl. lat. dati	ad tangentē compl. basis.	*11. quinti.*
Vt sinus compl. ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. lat. dati*	*ad tangentem basis.*	*45. triang. sphær.*
Ergo vt sinus cõpl. ang. dati	*ad tangentem lat. dati:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem basis.*	*Permutãdo.*
Sed vt sinus totus	*ad tangentē basis:*	*Ita tangens compl. basis*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
Ergo vt sinus cõpl. ang. dati	*ad tangentem lat. dati:*	*Ita tangens compl. basis*	*ad sinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tang. lat. dati	*ad sinum compl. ang. dati:*	*Ita sinus totus*	*ad tangentem compl. basis.*	*Cõuertendo.*
5. Ergo vt tangēs lat. dati.	ad sinum totum:	Ita sinus compl. ang. dati:	ad tangentē compl. basis.	*Permutãdo.*
Vt sinus totus	*ad secantem anguli dati:*	*Ita tangens lat. dati*	*ad tangentem basis.*	*2. modus.*
Ergo vt sinus totus	*ad tangentem lat. dati.*	*Ita secans anguli dati*	*ad tangentem basis.*	*Permutãdo.*
Sed vt sinus totus	*ad tangentem lat. dati:*	*Ita tang. compl. lat. dati*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
6. Ergo vt tang. cõpl. lat. dati.	ad sinum totum:	Ita secans anguli dati	ad tangentem basis.	*11. quinti.*

XIIII. BASIS

Ex latere, & angulo ei opposito: *Si modo constet, num basis quadrante maior sit, vel minor: Aut an alter angulus non datus sit acutus:, obtususue: Aut denique num alterum latus non datum, minus sit quadrante, an maius.*

41. triang. sphær.	*Vt sinus ang. dati*	*ad sinum lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum basis.*
Permutãdo.	1. Ergo vt sinus anguli dati	ad sinum totum:	Ita sinus lat.dati	ad sinum basis.
18. sinuum.	*Sed vt sinus anguli dati*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem compl. anguli dati.*
11. quinti.	2. Ergo vt sinus totus	ad secãtẽ compl. ang.dati:	Ita sinus lat. dati	ad sinum basis.
41. triang. sphær.	*Vt sinus ang. dati*	*ad sinum lateris dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum basis.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum basis:*	*Ita secans compl. basis*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus ang. dati*	*ad sinum lat.dati:*	*Ita secans compl. basis*	*ad sinum totum.*
Cõuertendo.	*Ergo vt sinus lat. dati*	*ad sinum ang. dati:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem compl. basis.*
Permutãdo.	3. Ergo vt sinus lat.dati	ad sinum totum:	Ita sinus anguli dati	ad secantem compl. basis.
18. sinuum.	*Sed vt sit sinus lat. dati*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem compl. lat.dati.*
11. quinti.	4. Ergo vt sinus totus	ad secãtẽ compl. lat.dati:	Ita sinus ang. dati	ad secantẽ compl. basis.
41. triang. sphær.	*Vt sinus ang. dati*	*ad sinum lat.dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum basis.*
22. sinuum.	*Sed vt sinus anguli dati*	*ad sinum lat. dati:*	*Ita secans compl. lat.dati*	*ad secantem compl. anguli dati.*
11. quinti.	*Ergo vt secans cõpl. lat.dati*	*ad secantem compl. anguli dati:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum basis.*
Permutãdo.	5. Ergo vt secans compl. lat.dati	ad sinum totum:	Ita secans compl. anguli dati	ad sinum basis.
3. modus.	*Vt sinus lat. dati*	*ad sinum totum:*	*Ita sinus ang. dati*	*ad secantem compl. basis.*
Permutãdo.	*Ergo vt sinus lat. dati*	*ad sinum ang. dati*	*Ita sinus totus*	*ad secantem compl. basis.*
22. sinuum.	*Sed vt sinus lat.dati*	*ad sinum anguli dati:*	*Ita secans compl. anguli dati*	*ad secantem compl. lat.dati*

Ergo

Ergo vt secans cõpl. anguli dati	*ad secantẽ compl. lat.dati.*	*Ita sinus totus*	*ad secantem compl.basis.*	*11.quinti.*
6. Ergo vt secans cõpl.ang.dati	ad sinum totum:	Ita secans compl. lat.dati	ad secantem compl. basis.	*Permutãdo.*

XV. BASIS

Ex vtroque latere, *quorum alterutrum statuatur primum, & alterum secundum*.

1. Vt sinus totus	ad sinum compl. 1.lateris:	Ita sinus compl.2. lateris	ad sinum compl. basis.	*43. triang. sphar.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum compl. 1. lateris:*	*Ita secans 1.lateris*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
2. Ergo vt secans 1.lateris	ad sinum totum:	Ita sinus compl.2. lateris	ad sinum compl. basis.	*11. quinti.*
Vt sinus totus	*ad sinum compl.1. lateris:*	*Ita sinus compl. 2. lat.*	*ad sinum compl.basis.*	*43. triang. sphar.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum compl.2. lateris:*	*Ita sinus compl.1. lateris*	*ad sinum compl.basis.*	*Permutãdo.*
Sed vt sinus totus	*ad sinum compl.2. lateris*	*Ita secans 2.lateris*	*ad sinum totum.*	*18. sinuum.*
3. Ergo vt secans 2.lateris	ad sinum totum:	Ita sinus compl.1. lateris	ad sinum compl,basis.	*11. quinti.*
Vt sinus totus	*ad sinum compl.1. lateris:*	*Ita sinus compl. 2. lateris*	*ad sinum compl.basis.*	*43. triang. spher.*
Sed vt sinus compl. 2.lateris	*ad sinum compl.basis:*	*Ita secans basis*	*ad secantem 2.lat.*	*22. sinuum.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum compl. 1. lateris:*	*Ita secans basis*	*ad secantem 2.lat.*	*11. quinti.*
4. Ergo vt sinus cõpl.1.lateris	ad sinum totum:	Ita secans 2. lat.	ad secantem basis.	*Cõuertendo.*
Sed vt sinus compl. 1.lateris	*ad sinum totum:*	*Ita sinus totus*	*ad secantem 1.lateris.*	*18. sinuum.*
5. Ergo vt sinus totus	ad secantem 1.lateris:	Ita secans 2. lat.	ad secantem basis.	*11. quinti.*
Vt sinus totus	*ad sinum compl.1. lateris:*	*Ita sinus compl. 2. lateris*	*ad sinum compl.basis.*	*43. triang. sphar.*
Ergo vt sinus totus	*ad sinum compl.2. lateris:*	*Ita sinus compl. 1. lateris*	*ad sinum compl.basis.*	*Permutãdo.*

Sed

12. sinuum.	*Sed vt sinus comp. 1. lat.*	*ad sinum compl. basis:*	*Ita secans basis*	*ad secantem 1. lat.*
11. quinti.	*Ergo vt sinus totus*	*ad sinum compl. 2. lateris:*	*Ita secans basis*	*ad secantem 1. lat.*
Cõuertendo.	Ergo vt sinus cõp. 2. lateris	ad sinum totum:	Ita secans 1. lat.	ad secantem basis.

XVI. BASIS

Ex vtroque angulo non recto, *Quorum alteruter statuatur primus, & alter secundus.*

50. triang. sphar.	1. Vt sinus totus	ad tãgẽtẽ cõpl. 1. anguli.	Ita tangens cõpl. 2. anguli	ad sinum cõpl. basis.
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad tang. compl. 1. anguli:*	*Ita tangens 1. ang.*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	2. Ergo vt tangẽs 1. anguli	ad sinum totum:	Ita tangẽs compl. 2. anguli	ad sinum compl. basis.
50. triang. sphar.	*Vt sinus totus*	*ad tang. compl. 1. anguli:*	*Ita tangens compl. 2. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Permutãdo.	*Ergo vt sinus totus*	*ad tang. compl. 2. anguli:*	*Ita tangens compl. 1. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad tang. compl. 2. anguli:*	*Ita tangens 2. ang.*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	3. Ergo vt tangens 2. anguli	ad sinum totum:	Ita tangens cõpl. 1. anguli	ad sinum compl. basis.
2. modus.	*Vt tangens 1. ang.*	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. 2. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Permutãdo.	*Ergo vt tangens 1. anguli*	*ad tang. compl. 2. anguli:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. basis.*
18. sinuum.	*Sed vt sinus totus*	*ad sinum compl. basis:*	*Ita secans basis*	*ad sinum totum.*
11. quinti.	*Ergo vt tangens 1. anguli*	*ad tang. compl. 2. anguli:*	*Ita secans basis*	*ad sinum totum.*
Cõuertendo.	*Ergo vt tang. compl. 2. anguli*	*ad tangentẽ 1. ang.*	*Ita sinus totus*	*ad secantem basis.*
Permutãdo.	4. Ergo vt tangẽs cõpl. 2. anguli	ad sinum totum:	Ita tangens 1. ang.	ad secantem basis.
3. modus.	*Vt tangens 2. ang.*	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. 1. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Permutãdo.	*Ergo vt tangens 2. anguli:*	*ad tang. compl. 1. anguli:*	*Ita sinus totus*	*ad sinum compl. basis.*

Sed

Sed vt ſinus totus	*ad ſinum compl. baſis:*	*Ita ſecans baſis*	*ad ſinum totum.*	*18. ſinuum.*
Ergo vt tangens 2. anguli:	*ad tang. compl. 1. anguli.*	*Ita ſecans baſis*	*ad ſinum totum.*	*11. quinti.*
Ergo vt tang. compl. 1. anguli.	*ad tangentem 2. anguli:*	*Ita ſinus totus*	*ad ſecantem baſis.*	*Cõuertendo.*
5. Ergo vt tang. compl. 1. ang.	ad ſinum totum:	Ita tangens 2. ang.	ad ſecantem baſis.	*Permutãdo.*

Vt tang. compl. 2. anguli	*ad ſinum totum:*	*Ita tang. 1. ang.*	*ad ſecantem baſis.*	*4. modus.*
Sed vt tang. compl. 2. anguli	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus totus*	*ad tangentem 2. ang.*	*18. ſinuum.*
6. Ergo vt ſinus totus	ad tang. 2. anguli:	Ita tangens 1. anguli	ad ſecantem baſis.	*11. quinti.*

HIS ita demonſtratis, vt expeditius in triangulo ſphærico rectangulo inueniatur, quod quæritur, & ante oculos tota operatio regulæ proportionum poſita ſit, digeſſimus hoc loco in ordinem ſexdecim problemata proxime demonſtrata, ita vt quodlibet eorum ſex modis poſſit abſolui. in quibus quidem omnibus ſinus totus reperitur vel in primo loco regulæ, vel in ſecundo. Ordo ergo hic eſt.

IN TRIANGVLO ſphærico rectangulo hiſce omnibus modis inueſtigari poteſt

I. Problema.

I. ANGVLVS Ex baſe, & latere, quod angulo quæſito opponitur.

Vt ſinus totus	*ad ſinum baſis:*	*Ita ſecans compl. lateris*	*ad ſecantem compl. anguli.*
Vt ſinus totus	*ad ſinum lateris:*	*Ita ſecans compl. baſis*	*ad ſinum anguli.*
Vt ſinus baſis	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus lateris*	*ad ſinum anguli.*
Vt ſecans compl. lateris	*ad ſinum totum:*	*Ita ſecans compl. baſis*	*ad ſinum anguli.*
Vt ſecans compl. baſis	*ad ſinum totum:*	*Ita ſecans compl. lateris*	*ad ſecan. compl. ang.*
Vt ſinus lateris	*ad ſinum totum:*	*Ita ſinus baſis*	*ad ſecantem compl. anguli.*

Inuentus angulus erit acutus, ſi datum latus fuerit quadrante minus: obtuſus autem, ſi maius.

II. Problema.

II. ANGVLVS
Ex base, & latere, quod angulo quæsito adiacet.

Vt sinus totus	*ad tangentem cõpl. basis:*	*Ita tangens lateris*	*ad sinum compl. ang.*
Vt sinus totus	*ad tangentē compl. lateris:*	*Ita tangens basis*	*ad secantem anguli.*
Vt tangens basis	*ad sinum totum:*	*Ita tangens lateris*	*ad sinum compl. anguli.*
Vt tangens compl. lateris	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. basis*	*ad sinum compl. ang.*
Vt tangens compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. lateris*	*ad secantem anguli.*
Vt tangens lateris	*ad sinum totum:*	*Ita tangens basis*	*ad secantem anguli.*

Inuentus angulus erit acutus, si tam basis, quam latus datum quadrante maius fuerit, aut minus: obtusus vero, si alterutrum datorum fuerit quadrante maius, & alterum minus.

III. Problema.

III. ANGVLVS
Ex base, & altero angulo non recto.

Vt sinus totus	*ad sinum compl. basis:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad tang. compl. ang. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secantem basis:*	*Ita tang. compl. anguli dati*	*ad tangentem ang. quæsiti.*
Vt secans basis	*ad sinum totum:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad tang. compl. ang. quæsiti.*
Vt tang. compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad tang. compl. ang. quæsiti.*
Vt tangens anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans basis*	*ad tang. ang. quæsiti.*
Vt sinus compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita tang. compl. anguli dati*	*ad tang. anguli quæsiti.*

Inuentus angulus erit acutus, si basis fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; aut si basis fuerit quadrante maior, & angulus datus obtusus: Idem vero angulus erit obtusus, si basis quadrante minor fuerit, & angulus datus obtusus, aut si basis fuerit maior quadrante, & datus angulus acutus.

IIII. Problema.

IIII. ANGVLVS
Ex latere, quod angulo quæsito opponitur, & altero angulo non recto.

Vt sinus totus	*ad sinum ang. dati:*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad sinum compl. ang. quæsiti.*

Vt

Vt sinus totus	*ad secantẽ compl. anguli dati:*	*Ita secans lateris*	*ad secan. ang. quæsiti.*
Vt sinus ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans lateris*	*ad secantem anguli quæsiti.*
Vt sinus compl. lat.	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. anguli dati*	*ad secan. ang. quæsiti.*
Vt secans compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad sinum compl. ang. quæsiti.*
Vt secans lateris	*ad sinum totum:*	*Ita sinus ang. dati*	*ad sinum compl. angu'i quæsiti.*

Inuentus angulus erit acutus, si latus datum fuerit quadrante minus: obtusus vero, si maius.

V. ANGVLVS

Ex latere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto: *dummodo constet, num quæsitus angulus maior sit recto, an minor: vel an basis, aut latus alterum non datum quadrante maius sit, minusue.*

V. Problema.

Vt sinus totus	*ad secantem lat.*	*Ita sinus compl. anguli dati*	*ad sinum ang. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secan. ang. dati:*	*Ita sinus compl. lateris*	*ad secan. compl. ang. quæsiti.*
Vt sinus compl. lat.	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. anguli dati*	*ad sinum ang. quæsiti.*
Vt sinus compl. ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. lat.*	*ad secan. compl. ang. quæsiti.*
Vt secans lateris	*ad sinum totum:*	*Ita secans anguli dati*	*ad secan. compl. ang. quæsiti.*
Vt secans anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans lateris*	*ad sinum ang. quæsiti.*

Inuentus angulus erit acutus, (nisi aliunde constet,) si alterum latus non datum fuerit quadrante minus; obtusus vero, si maius. Pari ratione, si basis fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; vel si basis maior fuerit quadrante, & datus angulus obtusus; inuentus angulus acutus erit: Si vero basis fuerit quadrante minor, & datus angulus obtusus; vel si basis quadrante maior fuerit, & datus angulus acutus; inuentus angulus obtusus erit.

VI. ANGVLVS

Ex vtroque latere circa angulum rectum.

VI. Problema.

Vt sinus totus	*ad sinũ lat. adiacẽtis ang quæsito:*	*Ita tang. cõpl. lat. opp. ang. quæsito*	*ad tang. compl. ang. quæsiti.*

Vt sinus totus	*ad sec. cõpl. lat. adiac. ang. quæsito:*	*Ita tang. lat. oppos. ang. quæsito*	*ad tang. ang. quæsiti.*
Vt sinus lat. adiac. ang. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita tang. lat. oppos. ang. quæsito*	*ad tang. ang. quæsiti.*
Vt tang. lat. oppos. ang. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lat. adiac. ang. quæsito*	*ad tang. compl. ang. quæsiti.*
Vt secans cõpl. lat. adiac. ang. q̃sito	*ad sinum totum:*	*Ita tang. cõpl. lat. opp. ang. quæsito*	*ad tang. compl. angulĩ quæsiti.*
Vt tãg cõpl. lat. opp. ang. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sec. cõpl. lat. adiac. ang. quæsito*	*ad tang. ang. quæsiti.*

Inuentus angulus erit acutus, si datum latus quæsito angulo oppositum fuerit minus quadrante: obtusus vero, si maius.

VII. Problema.

VII. LATVS
Ex base, & altero latere.

Vt sinus totus	*ad secantem lateris dati:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad sinum compl. lat. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secantem basis:*	*Ita sinus compl. lat. dati*	*ad secantem lateris quæsiti.*
Vt sinus compl. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. basis*	*ad sinum compl. lat. quæsiti.*
Vt sinus compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. lat. dati*	*ad secan. lat. quæsiti.*
Vt secans basis	*ad sinum totum:*	*Ita secans lat. dati*	*ad sinum compl. lat. quæsiti.*
Vt secans lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans basis*	*ad secantem lateris quæsiti.*

Inuentum latus erit minus quadrante, si tam basis, quam latus datum quadrante minus fuerit: maius vero quadrante, si vel basis fuerit maior, & latus datum minus quadrante, vel basis minor, & datum latus quadrante maius.

VIII. Problema.

VIII. LATVS
Ex base, & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

Vt sinus totus	*ad sinum basis:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum lat. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secan. compl. basis*	*Ita secans compl. ang. dati*	*ad secan. compl. lat. quæsiti.*
Vt sinus basis	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. ang. dati*	*ad secan. compl. lat. quæsiti.*

Vt secans

Vt secans compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad sinum lateris quæsiti.*
Vt secans compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus basis*	*ad sinum lat. quæsiti.*
Vt sinus ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. basis*	*ad secan. compl. lat. quæsiti.*

Inuentum latus quadrante erit minus, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus: maius vero, si obtusus.

IX. LATVS

Ex base, & angulo, qui lateri quæsito adiacet.

IX. Problema.

Vt sinus totus	*ad sinum compl. anguli dati:*	*Ita tangens basis*	*ad tang. lat. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secantem anguli dati:*	*Ita tangens compl. basis*	*ad tang. compl. lat. quæsiti.*
Vt secans ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens basis*	*ad tangentem lateris quæsiti.*
Vt sinus compl. ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens compl. basis*	*ad tang. compl. lat. quæsiti.*
Vt tangens basis	*ad sinum totum:*	*Ita secans anguli dati*	*ad tang. compl. lat. quæsiti.*
Vt tangens compl. basis	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. anguli dati*	*ad tangentem lateris quæsiti.*

Inuentum latus quadrante minus erit, si basis minor fuerit quadrante, & datus angulus acutus; aut si basis fuerit quadrante maior, & datus angulus obtusus: maius vero quadrante, si basis quadrante minor fuerit, & datus angulus obtusus; aut si basis fuerit maior quadrante, & datus angulus acutus.

X. LATVS

Ex altero latere, & angulo, qui quæsito lateri adiacet: *Si modo constet, num quæsitum latus sit quadrante maius, an minus; vel an alter angulus non rectus non datus sit acutus, obtususue; vel denique num basis sit quadrante maior, aut minor.*

X. Problema.

Vt sinus totus	*ad tangentē compl. ang. dati:*	*Ita tangens lateris dati*	*ad sinum lat. quæsiti.*

Vt sinus

Vt sinus totus	*ad tang. compl. lat. dati:*	*Ita tangens ang. dati*	*ad secantem compl. lat. quæsiti.*
Vt tangens ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tangens lateris dati*	*ad sinum lat. quæsiti.*
Vt tang. compl. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. compl. anguli dati*	*ad sinum lat. quæsiti.*
Vt tang. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. ang. dati*	*ad secan. compl. lat. quæsiti.*
Vt tang. compl. ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. compl. lat. dati*	*ad secan. compl. lat. quæsiti.*

Inuentum latus quadrante erit minus, (nisi aliunde constet) si angulus ei oppositus, & non datus fuerit acutus; maius vero, si obtusus. Pari ratione minus erit, si basis minor fuerit quadrante, & latus datum minus quoque quadrante; at si basis fuerit minor quadrante, & datum latus maius, inuentum latus erit quadrante maius. Denique si tam basis, quam latus datum fuerit quadrante maius, erit inuentum latus minus quadrante, maius autem, si basis maior fuerit quadrante, & datum latus minus.

XI. Problema.

XI. LATVS
Ex altero latere, & angulo, qui lateri quæsito opponitur.

Vt sinus totus	*ad sinum lateris dati:*	*Ita tangens anguli dati*	*ad tang. lat. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad secan. compl. lat. dati:*	*Ita tang. compl. anguli dati*	*ad tang. compl. lat. quæsiti.*
Vt sinus lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. compl. anguli dati*	*ad tang. compl. lat. quæsiti.*
Vt secans compl. lateris dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. ang. dati*	*ad tangentem lateris quæsiti.*
Vt tang. compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lat. dati*	*ad tang. lat. quæsiti.*
Vt tang. ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. lat. dati.*	*ad tang. compl. lat. quæsiti.*

Inuentum latus erit quadrante minus, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus: maius vero, si obtusus.

XII. Problema.

XII. LATVS
Ex vtroque angulo non recto.

Vt sinus totus	*ad sec. cõpl. ang. adiac. lat. quæsito.*	*Ita sinus cõpl. ang. opp. lat. quæsito*	*ad sinum compl. lat. quæsiti.*
Vt sinus totus	*ad sec. ang. opp. lateri quæsito:*	*Ita sinus ang. adiacentis lat. quæsito*	*ad secantem lateris quæsiti.*

Vt sinus

Vt sinus ang. adiacẽtis lat. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sinus cõpl. ang. opp. lat. quæsito*	*ad sinum compl. lat. quæsiti.*
Vt sinus compl. ang. opp. lat. quæsito.	*ad sinum totum:*	*Ita sinus ang. adiac. lat. quæsito*	*ad secantem lateris quæsiti.*
Vt secans ang. opp. lat. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita secans cõpl. ang. adiac. lat. quæsito*	*ad sinum compl. lat. quæsiti*
Vt sec. cõpl. ang. adiac. lat. quæsito	*ad sinum totum:*	*Ita sec. ang. opp. lat. quæsito*	*ad secantem lateris quæsiti.*

Inuentum latus erit quadrante minus, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus: maius vero, si obtusus.

XIII. BASIS
Ex latere & angulo ei adiacente.

XIII. Problema.

Vt sinus totus	*ad sinum compl. anguli dati:*	*Ita tangens compl. lat. dati*	*ad tang. compl. basis.*
Vt sinus totus	*ad secan. ang. dati:*	*Ita tangens lat. dati*	*ad tangentem basis.*
Vt sinus compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. lat. dati*	*ad tangentem basis.*
Vt secans ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita tang. compl. lat. dati*	*ad tangentem compl. basis.*
Vt tang. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. anguli dati*	*ad tang. compl. basis.*
Vt tang. compl. lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans ang. dati*	*ad tangentem basis.*

Inuenta basis minor erit quadrante, si datum latus fuerit quadrante minus, & angulus datus ei adiacens, acutus; vel si datum latus fuerit maius quadrante, & datus angulus ei adiacens, obtusus: maior vero quadrante, si datum latus fuerit maius quadrante, & datus angulus ei adiacens, acutus; vel si datum latus fuerit quadrante minus, & angulus datus, obtusus.

XIIII. Problema.

XIIII. BASIS
Ex latere, & angulo ei opposito: *Si modo constet, num basis quadrante maior sit, vel minor: Aut an alter angulus non datus sit acutus:, obtususue: Aut denique num alterum latus non datum, minus sit quadrante, an maius.*

Vt sinus totus	*ad secantem compl. ang. dati:*	*Ita sinus lat. dati*	*ad sinum basis.*
Vt sinus totus	*ad sec. compl. lat. dati:*	*Ita sinus ang. dati*	*ad secan. compl. basis.*
Vt sinus ang. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus lat. dati*	*ad sinum basis.*

Vt sinus

Vt sinus lat. dati	*ad sinum totum:*	*Ita sinus anguli dati*	*ad secantam compl. basis.*
Vt secans compl. lat. dati	*ad sinum totum;*	*Ita secans compl. ang. dati*	*ad sinum basis.*
Vt secans compl. anguli dati	*ad sinum totum:*	*Ita secans compl. lat. dati*	*ad secan. compl. basis.*

Inuenta basis quadrante minor erit (nisi aliunde constet) si vterque angulorum non rectorum fuerit acutus, vel obtusus; vel si vtrumque laterum fuerit quadrante minus, vel maius: Eadem vero basis inuenta maior erit quadrante, si alteruter angulorum non rectorum fuerit acutus, & alter obtusus; vel alterutrũ laterum fuerit quadrante minus, & alterum maius.

XV. Problema.

XV. BASIS

Ex vtroque latere: *quorum alterutrum statuatur primum, & alterum secundum.*

Vt sinus totus	*ad sinum compl. 1. lateris:*	*Ita sinus compl. 2. lateris*	*ad sinum compl. basis.*
Vt sinus totus	*ad secantem 1. lateris:*	*Ita secans 2. lat.*	*ad secantem basis.*
Vt secans 1. lat.	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. 2. lateris*	*ad sinum compl. basis.*
Vt secans 2. lat.	*ad sinum totum:*	*Ita sinus compl. 1. lateris*	*ad sinum compl. basis.*
Vt sinus compl. 1. lateris	*ad sinum totum:*	*Ita secans 2. lateris*	*ad secantem basis.*
Vt sinus compl. 2. lateris	*ad sinum totum:*	*Ita secans 1. lat.*	*ad secantem basis.*

Inuenta basis erit quadrante minor, si vtrumque latus fuerit quadrante minus, vel maius: maior vero, si alterutrum laterum fuerit minus quadrante, & alterum maius.

XVI. Problema.

XVI. BASIS

Ex vtroque angulo non recto: *Quorum alteruter statuatur primus, & alter secundus.*

Vt sinus totus	*ad tang. compl. 1. anguli:*	*Ita tangens compl. 2. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Vt sinus totus	*ad tang. 2. anguli:*	*Ita tangens 1. anguli*	*ad secantem basis.*

Vt tangens

Vt tangens 1. ang.	*ad sinum totum :*	*Ita tang. compl. 2. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Vt tangens 2. ang.	*ad sinum totum :*	*Ita tang. compl. 1. anguli*	*ad sinum compl. basis.*
Vt tang. compl. 2. anguli	*ad sinum totum :*	*Ita tang. 1. anguli*	*ad secantem basis.*
Vt tang. compl. 1. anguli	*ad sinum totum :*	*Ita tangens 2. ang.*	*ad secantem basis.*

Inuenta basis quadrante minor erit, si vterque angulorum non rectorum fuerit acutus, vel obtusus: maior vero, si alteruter angulorum non rectorum fuerit acutus, & alter obtusus.

TRIANGVLORVM SPHAERICORVM obliquangulorum calculus.

XVII. Problema.

17. DATO aggregato duorum arcuum vel angulorum, quod semicirculo minus sit, vna cum proportione, quam eorundem sinus habent, vtrumque illorum efficere notum.

TERMINI proportionis datæ, si sinus non sunt, ad sinus reducantur per vtriusque multiplicationem per 10.100.1000.10000.100000.1000000. ita vt maior terminus habeat tot figuras, quot continentur in maioribus sinubus in tabula Sinuum. Ita enim hi sinus eandem proportionem habebunt, quam termini priores proportionis datæ. (*a 17. vel 18. septimi.*) *Deinde hi termini ad sinus reducti in vnam summam colligantur, eiusque semissis, atque differentia inter eam semissem, & alterutrum terminorū, arcus ex tabula sinuum accipiantur, non secus, ac si semissis illa, ac differentia, sinus essent, & seorsum ambo reseruentur: Eritque*

Vt sinus totus	ad secan. complemēti maioris arcus seruati, qui nimirū semissi summę terminorum respōdet :	Ita differētia prædicta, hoc est, sinus minoris arcus seruati.	ad quartum.
		Deinde.	
Vt sinus totus	ad tangentem semissis aggregati arcuum vel angulorum:	Ita quartus inuentus	ad tangentem differentię inter semissem aggregati arcuum, vel angulorū, & alterutrum arcuū quæsitorū.

HVIVS tangentis inuenta arcus ad semissem aggregati arcuum, vel angulorum additus conficit maiorem arcum, vel angulum quæsitum : ex eadem vero semisse subductus

ductus minorem arcum, vel angulum quæsitum relinquit. Duplici autem illa operatione reperiri tangentem dicta differentia, ita perspicuum fiet. Quoniam, vt propos. 6. triang. rectil. demonstrauimus, est vt semisis aggregati terminorum datæ proportionis (ad sinus reuocatorum) ad tãgentem semisis aggregati arcuum, ita differentia inter semissem summæ terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad tangentem differentia inter semissem aggregati arcuum, & alterutrum arcuum quæsitorum; erit quoq; permutando, vt semissis aggr. term. ad diff. dictam, ita tangens semisis aggr. arcuum ad tang. diff. arcuum. Sed vt semisis aggr. term. ad sinum totum, ita est diff. dicta ad alium quartum numerum: Et permutando, vt semisis aggr. term. ad dictam diff. ita sinus totus ad quartum illum numerum. Igitur erit etiam, vt sinus totus ad quartum, ita tangens semisis aggr. arcuum ad tangentem diff. arcuum: Et permutando, vt sinus totus ad tangentem semisis aggr. arcuum, ita quartus ad tangentem diff. arcuum, vt in secundo exemplo regula proportionum dicebamus. Produci autem quartum illum numerum eo modo, qui in primo exemplo expressus est, ita manifestum erit. Quoniam est, vt semisis aggr. term. ad sinum totum, ita diff. supradicta ad illum quartum, vt paulo ante diximus; [a] Est autem vt semisis aggr. term. ceu sinus, ad sinum totum, ita sinus totus ad secantem complementi arcus, qui illi semisi, vt sinui debetur: id quod etiam supra ostendimus in Prosthaphæresi Num. 6. Erit quoque, vt sinus totus ad secantem complementi arcus, qui semisi aggr. term. vt sinui, debetur, ita diff. prædicta ad quartum, vt in primo exemplo regula aurea positum est.

[a] 18. sinuũ.

VERVM tangens diff. inter semissem agg. arcuum, & alterutrum arcuum quæsitorum, inuenietur quoque per vnam operationem, sine tamen sinu toto. [b] *Est enim*

[b] 6. triang. rectil.

Vt semisis aggregati terminorũ datę proportionis	ad tangentẽ semisis aggregati arcuum:	Ita diff. inter semissẽ aggregati terminorum, & alterutrum terminorum	ad tangentẽ diff. inter semissẽ aggregati arcuum, & alterutrũ arcuum.

XVIII. Problema.

18. DATO aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorũ angulorũ, quod semicirculo maius sit, vna cũ proportione sinuum eorum, vtrumque notum efficere.

DETRACTO hoc aggregato ex toto circulo, supererit aliud aggregatum arcuũ semicirculo minus, cum eadem proportione data, vt propos. 6. triang. rectil. dictum est. Si igitur huius aggregati vterque arcus, vel angulus inuestigetur, vt in præcedenti problemate 17. tradidimus, & inuentus vterque ex semicirculo tollatur, noti relinquentur quæsiti duo arcus, vel anguli aggregatum semicirculo maius datum constantes.

QVOD si quando accidat, datam proportionem esse æqualitatis, erunt quoque duo arcus, vel anguli datum aggregatum conficientes æquales. Quare semisis dati aggregati vtrumque arcum, vel angulum quæsitum dabit.

SI vero datum aggregatum semicirculo fuerit æquale, problema solui non poterit, vt in scholio propos. 6. triang. rectil. ostendimus.

XIX. Problema.

19. DATA differentia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habent, vtrumque seorsũm cognoscere.

SVBTRACTA

SVBTRACTA differentia data ex semicirculo, sumatur reliquus arcus, tanquam aggregatum duorum arcuum, & eius vterque arcus per datam proportionem (hac enim eadem permanet, vt in propos. 7. triang. rectil. dictum est.) eruatur ex problemate 17. Minor enim inuentus, si data proportio est maioris inaequalitatis, hoc est, si sinus maioris arcus maior est, & minoris minor, (quod quidem accidit, quando duo arcus semicirculo minores sunt.) erit quaesitorum minor arcus; maior vero inuentus ex semicirculo subductus maiorem arcum quaesitum relinquet. Si vero data proportio est minoris inaequalitatis, hoc est, si sinus maioris arcus minor est sinu arcus minoris, (quod accidit, quando duo arcus semicirculum superant.) minor arcus inuentus ex semicirculo demptus relinquat maiorem arcum quaesitum; maior vero ex semicirculo ablatus minorem arcum quaesitum relinquet.

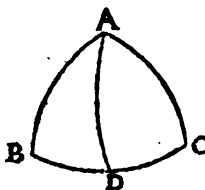
QVOD si data proportio fuerit aequalitatis, quod quidem euenit, quando duo arcus semicirculum conficiunt, detrahemus differentiam ex semicirculo. Reliqui enim numeri semissis dabit minorem arcum quaesitum, eadem vero semissis, si data differentia adijciatur, maiorem arcum quaesitum conficiet.

QVANDO datur aggregatum vel differentia duorum angulorum vnum angulum sphaericum constituentium, vel in aliquo triangulo rectilineo existentium, conficiet arcus illorum angulorum semper aggregatum semicirculo minus, ac proinde adhibendum erit solum problema 17. praecedens, vel prima pars huius problematis 18.

---

20. DATIS tribus angulis trianguli sphaerici obliquanguli, tria latera inuestigare. — XX. Problema.

AVT in triangulo ABC, omnes tres anguli sunt aequales, aut duo tantum, aut omnes tres inaequales. Sint primum omnes tres anguli, vel duo B, C, duntaxat aequales, [a] eruntque idcirco & latera AB, AC, eis opposita aequalia, anguliquè B, C, vel acuti, vel obtusi. Si igitur ex tertio angulo A, in latus oppositu BC, duobus aequalibus angulis adiacens, arcus perpendicularis intelligatur demissus AD, [b] cadet is intra triangulum, diuiditque & latus BC, & angulum BAC, bifariam. Quoniam enim triangula ABD, ACD, rectangula habent angulos B, C, aequales, & latera AB, AC, rectis angulis ad D, opposita, aequalia; [c] erunt quoque tam latera BD, CD, quam anguli ad A, aequales: ac proinde cum totus angulus ad A, datus sit, dabuntur etiam eius semisses BAD, CAD. Quia igitur in triangulo rectangulo ABD, duo anguli non recti cogniti sunt B, & BAD, nota fiet quoque basis AB, [d] Est enim,

A, B, C, D

a 9. triang. sphaer.

b 57. triang. sphaer.

c 21. triang. sphaer.

d 16. probl.

Vt sinus totus	ad tãgentẽ compl. anguli B:	Ita tangens cõpl. anguli BAD,	ad sinum compl. basis AB, &c.

Hinc etiam cognitum erit latus AC, ipsi AB, aequale: Immo & tertium latus BC, si omnes tres anguli in triangulo ABC, dati sunt aequales, datum erit; quod tũc omnia tria latera sint aequalia, vt diximus, ac proinde vno inuento, reliqua nota etiam erunt. Si vero solum duo anguli B, & C, aequales sint, reperietur BD, semissis lateris BC, ex eisdem angulis non rectis B, BAD, cognitis. [e] Est enim,

e 12. probl.

Vt ſinus totus	ad ſecantē compl. ang. B, lat. quęſito BD, adiac.	Ita ſinus cōpl. ang. BAD, lat. quæſito BD, oppoſiti	ad ſinum compl. lat. BD, quæſiti. &c.

Si ergo latus BD, duplicetur, notum fiet totum latus BC.

SINT deinde omnes tres anguli inæquales, atque adeo duo ſaltem acuti, vel obtuſi, cuiuſmodi u. g. ſint B, & C.[a] *Demiſſus igitur ex tertio angulo A, in latus BC, duobus acutis, vel obtuſis angulis adiacens, arcus perpendicularis AD, intra triangulum cadet:*[b] Eritque.

a 57. triang. ſphær.
b 51. triang. ſphær.

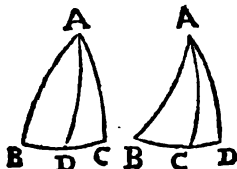
Vt ſinus compl. anguli B,	ad ſinum compl. ang. C:	Ita ſinus anguli BAD,	ad ſinum ang. DCA,

Igitur proportio, quam ſinus angulorum BAD, CAD, habent, nota erit, cuius termini erunt ſinus compl. angulorum B, & C. Sumatur ſemiſsis aggregati horum ſinuum, & differētia inter eam ſemiſſem, & alterutrum ſinuum compl. ang. B, C. Erit ergo, vt in problemate 17. demonſtrauimus;

Vt ſinus totus	ad ſecan. compl. arcus, qui dictæ ſemiſsi debetur, vt ſinui:	Ita prædicta diff. inter illam ſemiſsem, & alterutrum ſinuū cōpl. ang. B, C.	ad quartum alium numerum.

Deinde

Vt ſinus totus	ad tang. ſemiſsis anguli BAC, tā quam aggregati angulorū BAD, CAD:	Ita quartus inuentus	ad tang. differentię inter ſemiſſem anguli BAC, & alterutrum ang. BAD, CAD.

Arcus igitur huius tangentis inuenta additus ſemiſsi anguli BAC, conficiet angulū maiorem A, & ablatus ex eadem ſemiſſe relinquet minorem. Ille autem angulus A, maior erit, qui reſpondet maiori ſinui compl. ang. B, & C: adeo vt ſi ſinus compl. ang. B, maior fuerit ſinu cōpl. ang. C, angulus BAD, maior ſit angulo CAD, &c.

IAM ex duobus angulis non rectis A, B, trianguli rectanguli ABD, cognitis, cognoſcetur baſis AB, ex problemate 16. & latus BD, ex problemate 12. Eadem ratione ex angulis no rectis A, C, trianguli CAD, rectanguli cognoſcetur & baſis AC, & latus CD: ſumma autē laterum BD, CD, totum latus BC, exhibebit. Atque ita nota facta ſunt omnia tria latera.

XXI. Problema.

21. DATIS tribus lateribus trianguli ſphærici obliquanguli, quemlibet angulorum indagare.

SIT in ſuperiore triangulo notorum laterum inueſtigandus angulus BAC; ſintq; primum duo latera AB, AC, cum ambientia, inæqualia. Ita ergo angulum BAC, inueſtigabimus.

Vt

Vt sinus totus	ad sinum maioris lateris dati:	Ita sinus minoris lateris dati	ad quartum	*schol. 2. 58. triang. sphær.*
		Deinde		
Vt quartus inuentus	ad sinum totum:	Ita diff. inter sinũ versũ arcus quæsito ang. oppos. & sinum versum arcus, quo duo latera angulũ quæsitum ambiẽtia inter se differũt.	ad sinum versum anguli quæsiti.	

SINT deinde duo latera AB, AC, quæsitum angulum ambientia, æqualia. Demissus ergo ex angulo quæsito arcus perpendicularis AD, secabit & angulum quæsitũ, & latus oppositum BC, bifariam, [a] *vt in præcedenti problemate ostendimus. Et quia in triangulo rectangulo BAD, basis AB, nota est, cum latere BD, (Est enim semissis lateris BC, noti.) quod angulo BAD, opponitur, cognoscetur angulus BAD, ex problemate 1. ac proinde & totus angulus quæsitus BAC, cum illius duplus sit, cognitus erit.* (*a 21. triang. sphær.*)

22. DATIS in triangulo sphærico obliquangulo duobus lateribus, cum angulo ab ipsis comprehenso, reliquum latus cum reliquis duobus angulis, inquirere. (*XXII. Problema.*)

SINT in eodem superiori triangulo data duo latera AB, AC, cum angulo BAC, primum inæqualia: ex quibus ita reliqua venabimur.

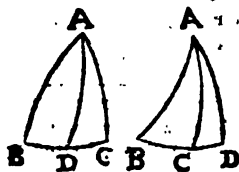
Vt sinus totus	ad sinum maioris lat. dati:	Ita sinus minoris lat. dati	ad quartum.	*schol. 2. 58. triang. sphær.*
		Deinde		
Vt sinus totus	ad quartum:	Ita sinus versus ang. dati	ad diff. inter sinum versum tertii lateris quæsiti, & sinũ versũ arcus, quo duo latera data inter se differunt.	

Hæc differentia ad sinum versum arcus, quo duo latera data inter se differunt, adiecta, conficit sinum versum tertij lateris quæsiti, ex quo ipsum latus tertium cognoscetur. Atque ita cognita iam erunt omnia tria latera trianguli ABC; ideoque vterque reliquorum angulorum B, C. notus fiet, vt in antecedente problemate traditũ est.

SINT deinde duo latera AB, AC, æqualia. Demissus ergo ex angulo dato BAC, arcus perpendicularis AD, secabit & datum angulum BAC, & quæsitum latus BC, bifariam, vt dictum est. Et quia in triangulo rectangulo BAD, basis AB, cum angulo BAD, qui quæsito lateri BD, opponitur, data est, dabitur quoque ex problemate 8. latus BD, ac proinde & totum latus BC, datum erit. Rursus ex data base AB, & angulo BAD, reliquus angulus ABD, ex problemate 3. notus fiet. Eodemque modo in triangulo CAD, notus efficietur angulus ACD, ex data base AC, & angulo CAD.

XXIII. Problema.

23. DATIS in triangulo sphærico obliquangulo duobus angulis, cum latere illis adiacente, reliqua duo latera, cum reliquo angulo peruestigare.

IN triangulo ABC, dati sint duo anguli B, BAC, cum latere AB. sintque primum illi anguli inæquales, & latus AB, non quadrans: Ex altero angulorum, vt ex A, demittatur ad latus BC, protractum etiam, si opus sit, arcus perpendicularis, qui quando intra triangulum, & quando extra cadat, operatio ipsa docebit. Nã in triangulo rectangulo ABD, cum basis AB, data sit, cum angulo B; inuenietur per problema 8. latus AD, angulo B, oppositum: & per problema 3. alter angulus non rectus BAD: qui si minor repertus fuerit angulo BAC, cadet arcus AD; intra triangulum; si vero maior, extra. Detracto ergo angulo BAD, ex dato angulo BAC, vel hoc ex illo, datus quoque erit angulus CAD, reliquus.

IAM cum in triangulo rectangulo ABD, basis AB, data sit, & angulus B; dabitur quoque per problema 9. latus BD, dato angulo B, adiacens.

RVRSVS in triangulo rectangulo CAD, cum inuentum sit latus AD, & angulus CAD; dabitur per problema 10. etiã latus CD. Igitur cadente arcu AD, intra triangulum, summa laterum BD, CD, totum latus BC, notum efficiet: cadente vero extra, latus CD, ex BD, subtractum reliquum faciet latus BC, notum. Atque ita inuentum iam est alterum reliquorum laterum BC.

POSTREMO quia in triangulo rectangulo CAD, datum est latus AD, cum angulo adiacente CAD; dabitur per problema 13. basis AC, quæ est tertium latus: at per problema 4. reperietur angulus C, dato lateri AD, oppositus, qui in priori casu est tertius, qui quæritur: in posteriori autem complementum eius ad semicirculum dabit tertium quæsitum.

a 25. triang. sphær.
b 25. triang. sphær.

QVOD si quando angulus CAD, inuentus fuerit rectus, (angulus BAD, nunquã erit rectus: alioquin, cum & D, rectus sit, [a] essent AB, DB, quadrantes, cum tamen AB, ponatur non quadrans.) quoniam & D, rectus est; [b] erunt CA, CD, quadrantes: & latus AD, inuentum, erit arcus anguli quæsiti C: latus denique inuentum BD, cum quadrante CD, in priore casu efficiet totum latus BC, notum; in posteriore autem casu quadrans CD, ex inuento latere BD, subductus relinquet quæsitum latus BC.

c 38. triang. sphær.
d 25. triang. sphær.

SINT deinde iidem dati anguli B, BAC, inæquales, & latus AB, quadrans recto angulo D, oppositum. [c] Erit igitur saltem alterum reliquorum laterum etiã quadrans. Cum ergo AD, non possit esse quadrans; (Nam alias ob duos quadrantes AB, AD, [d] essent anguli B, D, recti; atque ita triangulum ABC, foret rectangulum. quod non ponitur) erit BD, quadrans; ideoque angulus BAD, rectus, propter quadrantes BA, BD: Et B, polus erit arcus AD, hoc est, AD, arcus erit dati anguli B, atque idcirco notus. Quibus inuentis, reperientur reliqua, vt prius, nimirum CD, per 10. problema, & AC, per 13. & angulus C, per 4. ex dato latere AD, & angulo CAD.

e 9. triang. sphær.

TERTIO sint in priori triangulo dati duo anguli æquales B, C, cum latere BC; [e] eruntque propterea latera AB, AC, æqualia. Demissus ergo ex tertio angulo A, arcus perpendicularis diuidet tam latus BC, quam angulum A, bifariam, vt supra ostendimus: ac propterea cum in triangulo rectangulo ABD, latus BD, datum sit cum angulo B; reperietur per problema 13. basis AB, ideoque & AC, latus notum erit: at per problema 4. inuenietur angulus BAD, semissis totius BAC.

24. DATIS

24. DATIS in triangulo sphærico obliquangulo duobus angulis, cum latere alteri eorum opposito, reliqua latera, cum reliquo angulo explorare: si modo constet species alterius lateris alteri dato angulo oppositi.

XXIIII. Problema.

IN triangulo ABC, dati sint primum duo anguli B, C, inæquales, cum arcu AB, non quadrante, & specie arcus AC. Ex tertio angulo A, demittatur ad BC, arcus perpendicularis AD. [a] qui intra triangulum cadet, si vterque angulorum B, C, datorum acutus est, aut obtusus, extra vero, si vnus acutus est, & obtusus alter. Cum ergo in triãgulo rectangulo ABD, data sit basis AB, cum angulo B; dabitur per problema 8. latus AD: Et per problema 9. latus BD: Et per problema 3. angulus BAD.

[a] 57. triang. sphær.

RVRSVS quia in rectangulo triangulo ACD, datum est latus AD, cum angulo C, opposito, & specie basis AC; dabitur per problema 14. basis AC: Et per problema 10. latus CD: Et ex latere CD, dato, & angulo D, dabitur per problema 4. angulus CAD. Si igitur inuentus angulus CAD, inuento angulo BAD, addatur, vel ex eo dematur, notus fiet angulus quæsitus BAC. Sic etiam inuentum latus CD, inuento lateri BD, additum, vel ex eo detractum, notum efficiet quæsitum latus BC.

QVOD si quando accidat, latus AC, esse quadrantem, erit quoque CD, quadrans, & angulus CAD, rectus, &c.

SIT deinde datum latus AB, quadrans, & adhuc dati duo anguli B, C, inæquales. Erit igitur & BD, quadrans, & angulus BAD, rectus; & AD, arcus dati anguli B, proindeque notus, &c.

DENIQVE in priori triangulo sint dati duo anguli B, C, æquales; [b] eruntque propterea & latera AB, AC, æqualia. Cum ergo AB, datum sit, erit quoque AC, datum. Demisso arcu perpendiculari AD, qui & latus BC, & angulum BAC, bifariam secabit; cum in triangulo rectangulo ABD, detur basis AB, cum angulo B, dabitur per problema 9. latus BD, ideoque & eius duplum BC, quod quæritur, datum erit: Et per problema 3. dabitur angulus BAD, ideoque & eius duplus BAC, quæsitus.

[b] 9. triang. sphær.

25. DATIS in triangulo sphærico obliquangulo duobus lateribus, cum angulo alteri eorum opposito, reliquos angulos, cum reliquo latere inuenire: si modo constet species alterius anguli alteri lateri oppositi.

XXV. Problema.

IN triangulo ABC, data sint primum duo latera inæqualia AB, AC, quorum neutrum quadrans, cum angulo B, & specie alterius anguli C. Demittatur ex tertio angulo A, arcus perpendicularis AD, [c] qui intra triangulum cadet, si vterque angulus B, C, est acutus, vel obtusus, extra vero, si vnus est acutus, & alter obtusus. Et quoniam in rectangulo triangulo ABD, datur basis AB, cum angulo B, dabitur per problema 8. & latus AD, angulo dato oppositum: Et ex problemate 9. latus BD: Et per problema 3. angulus BAD.

[c] 57. triang. sphær.

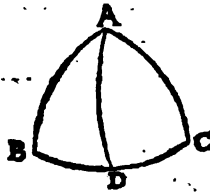
RVRSVS quia in triangulo rectangulo CAD, data est basis AC, cum latere AD, inuento, dabitur per problema 6. latus CD: Et per problema 1. angulus C: Et per problema 2. angulus CAD. Si igitur arcus AD, intra triangulum existit, dabunt ambo anguli BAD, CAD, inuenti totum angulum BAC, quæsitum: Et ambo latera BD, CD, inuenta totum latus BC, quæsitum. Si vero arcus AD, cadit extra triangulum,

angulus

angulus CAD, ex angulo BAD, subtractus notum relinquet angulum quæsitum BAC. Et latus CD, ex latere BD, ablatum relinquet quæsitum latus BC.

DEINDE sit alterum datorum laterũ quadrans. Si igitur AB, quadrans est, erit & BD, quadrans: & angulus BAD, rectus: & AD, arcus anguli dati B, ideoq; notus, &c.

SI vero AC, quadrans est, erit & CD, quadrans: & angulus CAD, rectus: & AD, arcus anguli C; ac proinde inuentus arcus AD, notum exhibebit angulum C, &c.

SINT denique in priori triangulo data duo latera AB, AC, æqualia, [a] eruntque propterea & anguli B, C, æquales. Cum ergo B, datus sit, dabitur & angulus C. Solum ergo inquirendum erit latus BC, cum angulo BAC, Demissus arcus perpendicularis AD, diuidet & latus BC, & angulum BAC, bifariam. In triangulo autem rectangulo ABD, cum data sit basis AB; cum angulo B, dabitur per problema 9. latus BD; ideoque & eius duplum BC, quæsitum: Et per problema 3. inuenietur angulus BAD, atque idcirco eius duplus BAC, quæsitus notus erit.

[a] *8. triang. sphær.*

TRIANGVLORVM
rectilineorum rectangulorum calculus.

I. PROPORTIONES LATERVM
ex datis omnibus angulis cuiusuis trianguli.

Singulis lateribus adscribantur sinus angulorum oppositorum. Latera enim easdem proportiones habent, quæ inter sinus angulorum lateribus oppositis adscriptos reperiuntur.

1. triang. rectil.

II. LATVS
Ex base, & alterutro angulorum acutorum, ac proinde & altero.

Vt sinus totus	*ad basem:*	*Ita sinus ang. lat. quæsito oppositi.*	*ad latus quæsitum in partibus basis.*

2. triang. rectil.

III. LATVS
Ex base, & altero latere.

Vt basis	*ad sinum totum:*	*Ita datum latus*	*ad sinum ang. dato lateri oppositi.*

3. triang. rectil.

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo:

Vt sinus totus	*ad basem:*	*Ita sinus anguli inuenti, qui lateri quæsito opponitur.*	*ad latus quæsitum in partibus basis, & alterius lateris.*

IIII. LATVS

IIII. LATVS
Ex altero latere, & angulo acuto, ac proinde & altero.

Vt sinus totus	*ad latus datum:*	*Ita tang. ang. quæsito lat. oppositi*	*ad latus quæsitum.*	*1. triang. rectil.*
		Vel		
Vt sinus anguli dato lat. oppositi	*ad latus datum:*	*Ita sinus alterius anguli*	*ad latus quæsitum.*	

V. BASIS
Ex vno latere, & vno angulo acuto, ac proinde & altero.

Vt sinus totus	*ad latus datum:*	*Ita secans ang. dato lat. adiacentis*	*ad basem.*	*1. triang. rectil.*
		Vel		
Vt sinus anguli dato lateri oppositi	*ad sinum totum:*	*Ita latus datum*	*ad basem.*	

VI. BASIS
Ex vtroque latere.

Vt latus alterutrū datum	*ad sinum totum:*	*Ita alterum latus datum*	*ad tangentem anguli huic alteri lateri oppositi.*	*3. triang. rectil.*

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo:

Vt sinus totus	*ad latus alterutrum datum:*	*Ita secans ang. accepto lateri opposito*	*ad basem.*

VII. ANGVLVS
EX base & vno latere.

Vt basis	*ad sinum totum:*	*Ita latus datum*	*ad sinum anguli dato lateri oppositi.*	*3. triang. rectil.*

Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.

VIII. ANGVLVS
Ex vtroque latere.

Vt latus alterutrum datum	*ad sinum totum:*	*Ita alterum latus datum*	*ad tang. anguli huic alteri lat. oppositi.*	*3. triang. rectil.*

Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM
obliquangulorum calculus.

IX. SEGMENTA LATERIS
à perpendiculari facta
Ex datis tribus lateribus.

Vt latus, in quod cadit perpēdicularis	*ad summam alterū duorum laterum:*	*Ita differentia eorundem laterū*	*ad quartum alium numerum.*	*9. triang. rectil.*

 Si quartus

Si quartus numerus inuentus minor est latere, in quod cadit perpendicularis, auferendus erit ex eo latere. Semissis enim reliqui numeri dabit minus segmentum: quod ex toto latere subductum relinquet segmentum maius.

Si vero quartus numerus inuentus maior est latere, in quod cadit perpendicularis, aufereudum est illud latus ex eo. Semissis enim reliqui numeri dabit segmẽtum minus exterius inter perpendicularem, & angulum obtusum: quod additum eidem lateri conflabit aliud segmentum maius inter perpendicularem, & angulum acutum.

X. LATERA DVO

Ex tertio latere, & duobus quibusuis angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit complementum aliorum ad semicirculum.

10. triang. rectil.

Vt sinus anguli dato lateri oppositi	*ad latus datum:*	*Ita sinus alterutrius reliquorũ angulorũ*	*ad latus huic angulo oppositum.*

Rursus

Vt sinus anguli dato lateri oppositi	*ad latus datum:*	*Ita sinus tertii ang.*	*ad latus huic tertio angulo oppositum.*

IN Isoscele vnius tantum lateris inuentione opus est, cum vnum datum sit cum angulis. In æquilatero vero triangulo, si vnum latus datum sit, erunt & reliqua illi æqualia, data.

XI. LATVS

Ex duobus lateribus, & duobus quibusuis angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit complementum aliorum ad semicirculum.

10. triang. rectil.

Vt sinus anguli alterutri lateri dato oppositi	*ad latus oppositum datum:*	*Ita sinus ang. quæsito lat. oppositi*	*ad latus quæsitum.*

XII. LATVS

Ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso.

Probl. 17. triãg. sphær.

Vt sinus totus	*ad secantem compl. arcus, qui semissi aggregati datorũ laterum ad sinus reuocatorum, vt sinui, debetur:*	*Ita differentia inter eam semissem, & alterutrum datorum laterum ad sinus reuocatorum*	*ad quartum.*

Deinde

Vt sinus totus	*ad tangentem semissis arcus, qui detracto dato ang. ex semicirculo relinquitur:*	*Ita quartus inuentus*	*ad tangentem diff. inter semissem eiusdẽ arcus, et alterutrũ angulorum non datorum.*

Hæc

Hæc tangens hoc etiam modo inuenietur.

Vt semissis aggregati duorum laterum datorum	*ad tangentem semissis arcus, qui detracto duob. ang. ex semicirculo, relinquitur:*	*Ita differentia inter semissem aggregati duorũ laterum datorum, & vtrumlibet laterum*	*ad tangentem differẽtia inter semissem arcus prædicti, & alterutrum angulorum non datorum.*

6. triang. rectil.

Arcus huius tangentis inuentæ additus ad semissem eiusdem arcus, (est autẽ hic arcus summa duorum angulorum non datorum, nimirum complementum dati anguli ad semicirculum) dabit maiorem angulum non datum, qui videlicet maiori lateri dato opponitur: ex eadem vero semisse detractus reliquum faciet minorem angulum nõ datum, qui nimirum lateri minori dato opponitur. Post hæc,

Vt sinus vtriuslibet anguli inuenti	*ad latus oppositum:*	*Ita angulus datus*	*ad latus oppositum, quod quæritur.*

1. triang. rectil.

SI data duo latera sint æqualia, [a] erunt reliqui duo anguli æquales. Semissis ergo arcus, qui detracto angulo ex semicirculo, relinquitur, dabit vtrumque, &c.

a 5. primi.

XIII. LATVS

EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito: si modo constet species anguli alteri dato oppositi, quando datus angulus acutus est.

Vt latus datum dato angulo oppositum	*ad sinum ang. dati:*	*Ita alterum latus datum*	*ad sinum ang. huic alteri lateri oppositi.*

13. triang. rectil.

Hic sinus inuentus dabit angulum alteri dato lateri oppositum, si acutus fuerit: (Erit autem semper acutus, quando datus angulus est obtusus.) Si vero fuerit obtusus, arcus sinus inuenti ex semicirculo demptus reliquum faciet eum angulum: propterea quando datus angulus est acutus, oportet dari huius alterius speciem, vt sciamus, num acutus sit, vel obtusus. Summa autem horum angulorum ex semicirculo subtracta relinquet tertium angulum quæsito lateri oppositum. Ergo,

Vt sinus dati anguli	*ad datum latus ei oppositum:*	*Ita sinus anguli inuenti quæsito lateri oppositi*	*ad latus quæsitum.*

1. triang. rectil,

Si duo latera data sint æqualia: [b] erit angulus alteri dato lateri oppositus, dato angulo æqualis, &c.

b 5. primi.

XIIII. ANGVLI DVO

Ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso.

Inuenientur ex datis duo anguli, vt in priori parte problematis 12. dictum est, si nimirum inquiratur tangens differentiæ inter semissem arcus, qui, detracto angulo dato ex semicirculo, relinquitur, & alterutrum angulorum, qui quæruntur, &c. quæ tangens duobus modis inuenta est in priori parte problematis 12. in quo latus proponitur inuestigandum ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso; quod vt fieret, inuenti prius fuerunt alii duo anguli, qui in hoc problemate 14. quæruntur.

XV. ANGVLI DVO

EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito: si modo constet species anguli alteri lateri dato oppositi, quando datus angulus acutus est.

Hic etiam adhibenda est prior operatio problematis 13. in quo latus proponitur inquirendum ex eisdem datis. quod vt fieret, inuenti prius fuere reliqui duo anguli, qui in hoc probl. 15. indagandi proponuntur.

XVI. ANGVLI TRES

Ex tribus lateribus.

11. triang. rectil.

Ducta ad maximum latus perpendiculari ex angulo opposito, (vt nimirum perpendicularis semper intra triangulum cadat) inueniantur per problema 9 segmenta duo maximi lateris facta a perpendiculari. Deinde,

Vt minimum latus	*ad sinum totum:*	*Ita minus segmentum maximi lateris*	*ad sinum complementi anguli medio lateri oppositi.*

Rursus,

Vt medium latus	*ad sinum totum:*	*Ita maius segmentum maximi lateris*	*ad sinum compl. anguli minimo lateri oppositi.*

Inuentis duobus angulis ad maximum latus, qui medio lateri, & minimo opponuntur, si eorum summa ex semicirculo dematur, reliquus fiet tertius angulus lateri maximo oppositus.

rum æqualium ducta perpendiculari ad basem, quam bifariam secabit,

IN Isoscele,

Vt alterutrum late	*ad sinum totum:*	*Ita semissis basis*	*ad sinum compl. vnius angulorum æqualium ad basem.*

Summa duorum angulorum æqnalium inuentorum ex semicirculo detracta, reliquum faciet tertium angulum.

IN æquilatero dabuntur anguli, etiamsi latera non dentur, cum quilibet gradus 60. tertiam videlicet partem duorum rectorum, vel duas tertias partes vnius recti, complectatur.

FINIS LIBRI PRIMI.

AD LECTOREM.

QVONIAM non pauci numeri in tabula Sinuum male sunt expressi, vt vix internosci queant, præsertim minuti illi interiecti pro parte proportionali eruenda, corrigenda erit tabula hoc modo. Quando in sinu aliquo figura vna, vel altera non est expressa, sumatur vel proxime antecedentium duorum, vel sequentium sinuum differentia, subtrahẽdo minorem ex maiore, & ea adijciatur ad proxime antecedentẽ sinum, vel à proxime sequenti subtrahatur, pro vt videlicet differentia antecedentium, vel sequentium sinuum accepta fuit. Ita enim prodibit sinus, de cuius numeris dubitabatur. V.g. In sinu grad. 16. min. 4. vltima figura versus dexteram non cognoscitur. Quia ergo differentia sequentium duorũ sinuũ 2770352. 2773146. est 2795. si ea ex proxime sequenti sinu 2770351 subtrahatur, reliquus fiet sinus 2767556. de quo dubitabatur.

MINVTI autem interiecti numeri facile corrigentur, cum priores continue decrescant per vnitatem à 48. vsq. ad 0. posteriores autem continue quoq decrescant à 5. vsq. ad 0. deinde semper à 9. vsq. ad 0. donec tabula compleatur. Plerunq autem eiusmodi numeri mutantur intra columnas. Nam in vertice & pede columnarum repetiti sunt vt plurimũ numeri intra columnas positi, vt facilius pars proportionalis inueniatur: quamuis interdum etiam ibi mutatio fiat. quod quando fit, ex proxime antecedentibus, & sequentibus numeris colligendum erit.

ASTROLABII

ASTROLABII LIBER SECVNDVS.

AVCTORE CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI E SOCIETATE IESV.

1.

VPERIORE libro ea demonstrauimus, quæ ad Planisphærij, siue Astrolabij constructionem, hoc est, ad proiectionem sphæræ in planum demonstrandam necessaria esse iudicauimus: Nunc ad rem ipsam aggrediamur. Sphæra igitur cælestis multis modis in planum proijci potest, pro arbitrio ac voluntate eius, qui eam in plano describere conatur, prout videlicet hac vel illa figura eam exprimere desiderat. Quoniam enim fieri non potest, vt omnia puncta, omnesque circuli, qui in sphæra concipiuntur, ita describantur in plano, vt eundem situm, easdemq; prorsus distantias inter se habeant, quas in eius superficie concaua, conuexaue obtinent, coacti sunt Astronomi omnia ipsius lineamenta, ac partes ea effigie ac forma in datam planam superficiem proijcere, qua in ea apparent, oculo in certo aliquo loco constituto, vel quam perpendiculares ex omnibus circulorum punctis in eam demissæ efficiunt: quod tribus potissimum vijs factum ab ipsis esse obseruauimus.

Sphæram variis modis posse in plano describi.

2. QVIDAM enim, inter quos est Gemma Frisius non ignobilis scriptor in Astrolabio suo vniuersali, quod Catholicum appellat, oculum collocant in communi sectione Aequatoris atque Eclipticæ, omnesque circulos cælestes in plano Coluri solstitiorum, qui Meridianum circulum refert, ea forma describunt, qua eos oculus intuetur.

Astrolabium Catholicum Gemmæ Frisii quo fundamento describatur.

3. ALII vero non constituunt oculum in fixo aliquo & certo loco, sed

omnes

Planisphærium vniuersale Ioan. de Roias quo fundamento describatur.

omnes sphæræ circulos ea figura in Coluri solstitiorum, siue Meridiani plano designant, quam perpendiculares lineæ ex omnibus punctis circumferentiæ cuiusuis circuli ad planum Coluri solstitiorum, vel Meridiani circuli demissæ efficiunt: qua ratione fit, vt omnes circuli, qui neque Aequatori æquidistant, neque ad Colurum solstitiorum recti sunt, efficiant in plano illius Coluri Ellipses; Aequator vero cum suis parallelis omnibus, & alij circuli ad eundem Colurum recti; proijciantur in eius planum per lineas rectas. Atque hanc rationem secutus est Ioannes de Roias in Planisphærio suo vniuersali. Vtriusque autem Planisphærij constructionem, tam Gemmæ Frisij, quam Ioannis de Roias, acute eleganterque Guidus Vbaldus e Marchionibus Montis, vir in rebus Mathematicis eruditissimus, demonstrauit.

Astrolabium ad datam poli altitudinem quo fundamento a Ptolemæo describatur.

Iordanus qua in re a Ptolemæo in Astrolabii descriptione differat.

4. *PTOLEMAEVS denique Astronomorum princeps constituit oculum in polo australi, circulosque omnes primi Mobilis, lineas, ac puncta in plano Aequatoris in infinitum extenso ea figura depingit, qua ex polo australi eo in plano cernuntur. Atque hac ratione Astrolabia vulgaria, quæ ad datam poli altitudinem construuntur, ab artificibus describi solent. Iordanus tamen, quem secutus est Franciscus Maurolycus Abbas Siculus celeberrimus Mathematicus in doctissima sua Astrolabij theoria & fabrica pro Aequatoris plano aliud assumit illi æquidistans, & quod sphæram in opposito polo boreali tangit: quia sub iisdem figuris in eo apparent omnes circuli ac lineæ, sub quibus in Aequatoris plano conspiciuntur. Sed nos Ptolemæum potius, quam Iordanum, in Astrolabij, siue Planisphærij constructione imitabimur: quia cum Aequator in Ptolemæi ratione eandem retineat magnitudinem, qua Analemma, ex quo tota Astrolabij structura pendet, describitur; fit vt pleraque multo facilius in Astrolabio delineentur, quam si planum Aequatori æquidistans, sphæramque in opposito polo boreali tangens assumatur, vt ex ijs, quæ sequuntur, manifestum erit.*

Quæ potissimũ in Astrolabio describantur.

Partes inter puncta, lineas, & circulos sphæræ nõ egẽt peculiari descriptione in Astrolabio.

Partes singulæ Astrolabii, quibus cæli partibus respondeant.

5. *OMNIA porro, quæ in sphæra cælesti existunt, & in Astrolabio potissimum describi solent, vel sunt puncta, vel lineæ rectæ, vel circuli, quorum circumferentiæ in conuexa superficie sphæræ considerantur. Omnia enim alia, cuiusmodi sunt portiones ipsius superficiei sphæricæ, figuræ rectilineæ tam planæ in circulis, quam solidæ in sphæra descriptæ, & id genus alia; peculiari ac propria in Astrolabij plano descriptione non indigent, cum inter puncta, lineas, & circulos Astrolabij contineantur, non secus atque in ipsa sphæra contingit. Nam, vt vnum, aut alterum huiusce rei exemplum proferamus, ea pars sphæræ cælestis, quæ ad partes poli borealis ab Aequatore abscinditur, hoc est, totum hemisphærium boreale, re-*

le, repræsentatur in plano Aequatoris, vel Astrolabij, per eam superficiem planam, quæ inter circumferentiam Aequatoris, & polum borealem, siue centrum Astrolabij quaquaversus includitur: Reliqua vero Astrolabij portio extra Aequatorem versus tropicum Capricorni in infinitum extensa pertinet ad hemisphærium australe, quod Aequator in sphæra cælesti versus polum australem aufert. Sic etiam hemisphærium, quod Ecliptica in cælo versus polum borealem abscindit, est in plano Astrolabij pars illa, quæ inter Eclipticam, & eundem polum borealem, siue centrum vndique intercipitur: Pars vero reliqua Astrolabij extra Eclipticam infinite excurrens illi parti sphæræ cælestis respondet, quam versus polum australem Ecliptica abscindit. Pari ratione pars illa Astrolabij, quæ inter duos tropicos existit, exprimit Zonam torridam, id est, superficiem illam sphæræ cælestis, quam duo tropici includunt: Pars vero extra tropicum Capricorni in Astrolabio in infinitum extenso, refert illam cæli partem, quam tropicus Capricorni versus austrum dirimit; quæ autem intra tropicum Cancri iacet, est illa, quæ in cælo inter polum arcticum, & tropicum Cancri existit. Denique quilibet circulus in Astrolabio descriptus, & centrum ambiens, includit eam cæli partem, quæ in cælo intra eius circuli circumferentiam versus polum arcticum continetur: Portio autem reliqua cæli continetur extra illum circulum in Astrolabio. Ratio huiusce rei est, quia omnia puncta illius partis cæli, quam versus polum arcticum circulus quiuis alterutrum polorum ambiens abscindit, proijciuntur in planum eiusdem circuli in Astrolabio descripti, puncta vero omnia reliqua partis cæli extra planum illius circuli cadunt, vt ex ijs, quæ sequuntur, perspicuum fiet.

6. PVNCTVM quodlibet sphæræ cælestis per lineam rectam videtur, appareatque in eo puncto Astrolabij, siue plani Aequatoris, per quod recta linea ex polo australi per ipsum punctum assumptum ducta incedit.

Punctum quodlibet sphæræ vbi appareat in Astrolabio.

7. LINEA autem quæuis recta, si quidem per polum australem ducitur, apparet tota in vno puncto Astrolabij, in eo scilicet, per quod extensa transit; propterea quod omnia eius puncta in eo solo puncto cernuntur, cum vnicus radius visualis per omnia illius puncta feratur: Si vero per polum australem non traijcitur, aspicitur per triangulum, cuius vertex est in oculo, siue polo australi, basis autem est ipsamet linea visa, ita vt radij visuales, qui per omnia illius puncta feruntur, iaceant omnes in plano illius trianguli: Ex quo fit, vt quælibet recta linea per polum australem non transiens proijciatur in Astrolabium per lineam rectam, quæ communis sectio est, plani Astrolabij Aequatorisue, & dicti trianguli, si tamen eius latera intelligantur esse producta, vt Astrolabij planum secare possint,

Recta linea in sphæra, quando appareat punctū in Astrolabio, & quando recta linea.

fiat, quando recta linea visa vel tota est citra planum Aequatoris, aut Astrolabij, vel pars eius citra, & pars vltra: quia videlicet radij visuales per omnia puncta lineae rectae visae circumducti à communi illa sectione plani Astrolabij, & dicti trianguli non recedunt. Itaque omnes diametri maximorum circulorum sphaerae proijcientur per centrum Astrolabij in lineas rectas; quippe cum omnes per centrum sphaerae, quod a centro Astrolabij non differt, vt infra patebit, traijciantur; adeo vt recta linea à quouis puncto circumferentiae alicuius circuli maximi in Astrolabio descripti per centrum ducta, referat illius circuli maximi diametrum, quae in caelo ducitur per punctum illud, quod assumpto puncto in Astrolabio respondet: Diametri vero circulorum in sphaera non maximorum proijcientur quidem in Astrolabium per lineas rectas, sed non per centrum, cum neque in sphaera per centrum ducatur.

Circulus quiuis sphaerae quo modo inspiciatur in Astrolabio.

8. CIRCVLVS denique quicunque, cuius circumferentia in superficie sphaerae existit, si quidem per australem polum descriptus est, inspicitur per radios visuales, qui per omnia puncta eius circumferentiae circumlati ab eius plano non recedunt, ac proinde omnes in communi sectione plani circuli & plani Astrolabij, siue Aequatoris terminantur, vt infra demonstrabitur propos. 1. Num, 1. adeo vt omnia illius puncta in recta linea, id est, in communi illa sectione appareant: Si vero per polum australem non ducitur, siue Aequatori aequidistet, siue non, & siue maximus sit, siue non maximus, cernitur per conum, cuius vertex est oculus ipse, siue polus australis, basis vero ipse circulus visus, vt ex definitionibus Apollonij patet, si radius visualis ex polo australi per quodlibet punctum circumferentiae circuli ductus, intelligatur circa circumferentiam circumduci, vt conum describat, per quem circulus inspicitur ex polo eodem australi, cum radius ille visualis cum omnibus alijs radijs ex polo australi emissis coniungatur in illa circumlatione: Ex quo fit, vt circulus quilibet sphaerae, qui per polum australem non ducitur, in Astrolabium proijciatur ea forma, ac figura, quam communis sectio plani Aequatoris, Astrolabijue, & dicti coni efficit; dummodo conus ille intelligatur esse productus, vt a plano Astrolabij secari possit, quando circulus visus vel totus est citra planum Aequatoris, vel partim citra, partim vltra existit: Hac autem communis sectio coni & plani cuiuspiam, quamuis possit esse circulus, Parabola, Hyperbola, vel Ellipsis, vt Apollonius demonstrat, tamen in Astrolabij plano, siue Aequatoris, semper circulus est, vt suo loco demonstrabimus.

Astrolabium describere quid sit.

9. EX his liquet, nihil aliud esse Astrolabium, siue Planisphaerium construere, hoc est, sphaeram, seu Primum mobile in plano describere, quam singula illius puncta, lineas, ac circulos in plano Aequatoris siue Astrolabij, eo situ

eo situ disponere, quo ab oculo in polo australi constituto in eo plano conspiciuntur: Adeo vt Astrolabium, Planisphæriumue sit figura plana continens omnes sectiones plani Æquatoris, Astrolabijue in infinitum extensi, & tam rectarum ex australi polo emissarum, quam triangulorum, conorumque, quorum vertices in polo australi existunt, bases vero sunt recta lineæ, & circuli sphæræ, qui in Astrolabio describuntur. Quod qua ratione fiat, ordine per sequentes propositiones demonstrabimus,

Astrolabiũ quid.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

CIRCVLVS quilibet sphæræ per polum australem ductus proiicitur cum omnibus punctis, & lineis in eo ductis, in Astrolabiũ per lineam rectam infinitam, quæ communis sectio est ipsius circuli, & plani Astrolabij, Aequatorisue: Partes autem illius rectæ arcubus æqualibus respondentes inæquales sunt, eoque maiores, quo à radio visuali per circuli centrum ducto sunt remotiores: *binæ* tamen partes hinc inde ab eodem radio æqualiter distantes, æqualibusque arcubus respondentes, æquales sunt.

Circulus per polum australem ductus proiicitur in Astrolabium per lineam rectam, & arcus æquales in partes rectæ lineæ inæquales.

1. DVCTVS sit circulus ABCD, per polum australem A, secans Aequatoris planum per rectam HL, quæ vel per centrum E, circuli propositi transibit, quando nimirum circulus ABCD, est maximus; a (Cum enim Aequator & circulus maximus ABCD, se mutuo secent bifariam, transibit eorum communis sectio HL, per vtriusque centrum, ac propterea & per centrum E, circuli maximi propositi) vel vltra centrum E, existet, quãdo videlicet circulus ABCD, non est maximus. Tunc enim eius centrum necessario citra Aequatoris planum erit, cum eius semidiameter AE, minor sit semidiametro sphæræ, quæ omnium rectarum ex polo australi A, in planum Aequatoris cadentium est minima; b quippe quæ in centrum Aequatoris cadens sit ad eius planum perpendicularis. Atque hæc recta HL, vel circulum ABCD, secabit, vel tota vltra eum erit, prout videlicet circulus ipse Aequatorem secat, vel totus citra ipsum existit. Dico hunc circulũ totũ ABCD, cum oĩbus punctis, & lineis in eo ductis, proiici in lineam rectam HL, in infinitum extensum, &c. Quoniam enim radius visualis ex polo A, per omnia puncta circumferentiæ circuli ABCD, & per omnia puncta in eius plano existentia circumductus, à plano ipsius circuli non recedit; cadet necessario in communem sectionem HL. Omnia ergo puncta circuli in eadem recta HL, apparebunt. Et quia radij visuales, quo obliquius rectam HL, secant, eo longius excurrunt, adeo vt radius AY, vel AZ, circulum

a *11.1. Theo.*

b *schol. 8.1. Theod.*

a 8. primi. b 28. tertij.

culum tangens in A, in infinitum extensus cum ea non conueniat, a sed ei æquidistet, b cum angulus YAE, rectus sit, & angulus AEH, quoque rectus, ex lemmate 26. fit vt si omnia puncta circuli (polo A, excepto, qui solus, vt propos. 4. ostendemus, in planum proijci non potest, ob radium YZ, rectæ HL, parallelum) in planum Astrolabij proijcienda sint, totus in rectam quodammodo infinitam proiiciatur: propterea quod puncta prope punctum A, existentia, proijciantur per rectas ipsi HL, ferme parallelas, ac proinde infinito quodammodo interuallo cum eadem recta HL, concurrentes.

2. DIVISO iam circulo ABCD, in partes quotlibet æquales AO, OP, PB, &c. emissisque per diuisionum puncta radiis AOF, APG, AB, &c. respondebunt arcus æquales proiectis rectis EI, IH, HB, BG, &c. cum in has rectas cadant

omnes radij visuales ex A, per omnia puncta arcuum respondentium emissi. Dico rectas EI, IH, &c. inæquales esse, maioremque IH, quam EI, & HB, maiorem quam IH, &c. Quoniam enim diameter AC, ex lemmate 26. ad HL, communem sectionem Aequatoris & circuli ABCD, perpendicularis est, erunt anguli ad E, recti; ac propterea, ex corol. 1. propos. 17. lib. 1. Euclid. anguli G, B, H, I, K, L, D, M, vergentes ad E, acuti, ideoq. reliqui ex duobus rectis obtusi. c Igitur recta AI, maior erit quam AE, & AH, maior quam AI, & AB, maior quam AH, &c. hoc est, quælibet rectarum ex A, egredientium remotior propinquiore maior erit. Et quia arcus CR, RQ, æquales sunt, d erunt etiam anguli CAR, RAQ, æquales, hoc est, angulus EAH, in triangulo AEH, sectus erit bifariam. e Igitur erit, vt

c 19. primi.

d 27. tertij.

e 3. sexti.

AH,

AH, ad AE, ita HI, ad IE. Cum ergo AH, maior sit ostensa, quã AE; erit quoq; HI, maior, quam IE. Eademq; ratione maior erit BH, quã HI, & sic de cæteris.

3. POSTREMO quia in triangulis AEI, AEK, anguli ad E, recti sunt, ideoque æquales, ex lemmate 26. & [a] anguli quoque EAI, EAK, arcubus æqualibus CR, CS, insistentes, æquales, latusque illis adiacens AE, commune; [b] erunt latera quoque EI, EK, æqualia, quæ quidem à radio AE, per centrum ducto æqualiter distant. Item quia in triangulis AEH, AEL, anguli ad E, recti sunt, ideoque æquales, vt dictum est, [c] & anguli quoque EAH, EAL, æqualibus arcubus CQ, CT, insistentes, æquales, latusque illis adiacẽs AE, cõmune; [d] erunt etiam latera EH, EL, ab eodẽ radio AE, æqualiter distantia, æqualia. Ablatis ergo æqualibus EI, EK, ab æqualibus EH, EL, reliquæ quoque rectæ IH, KL, ab eodem radio AE, æqualiter remotę, respontesque arcubus æqualibus RQ, ST, æquales erunt. Eodem modo ostendemus rectas EB, ED, æquales esse, ideoque, ablatis æqualibus EH, EL, & reliquas HB, LD. Atque ita de cæteris rectis à radio AE, æqualiter distantibus, respondentibusque arcubus æqualibus à puncto E, æqualiter remotis. quod erat demonstrandum.

a 27. tertij.
b 26. primi.
c 27. tertij.
d 26. primi.

4. QVONIAM vero & polus borealis, & totus axis mundanus apparet ex polo australi in centro Astrolabij, siue Aequatoris, seu sphæræ; quòd axis, qui & recta est ex polo australi ad borealem polum ducta, [e] Aequatorem in centro sphæræ, vel Aequatoris, secet, adeo vt centrum Astrolabij repræsentet & centrum sphęrę, & polum mundi septentrionalem, & axem mũdi: fit, vt Meridianus, Horizon rectus, duo Coluri, circuli declinationum, circuli horarum à meridie ac media nocte, omnes denique circuli maximi sphęrę per mundi polos ducti, proiiciantur in Astrolabium per lineas rectas sese in centro Astrolabij intersecantes, quandoquidem & axis mundi, & polus borealis, vbi omnes illi circuli maximi se intersecant, in centro Astrolabij, vel Aequatoris ex polo australi inspectus apparet, vt diximus. Necesse enim est, vt in Astrolabio eiusmodi circuli maximi sese intersecent in eo puncto, quod repræsentat punctũ illud in sphæra, vel lineam rectam, vbi omnes sese intersecant. Nam quemadmodum in cœlo omnes illi circuli transeunt per aliquod vnum punctum, vel lineam rectam, ita ijdẽ conspiciuntur in Astrolabio transire per punctum, quod illud in sphęrę repræsentat, vel per rectam lineam, in quam illa proiicitur.

Polus borealis, & axis mundi idem est in Astrolabio, et ei[us] centrum, vel centrũ sphæræ.

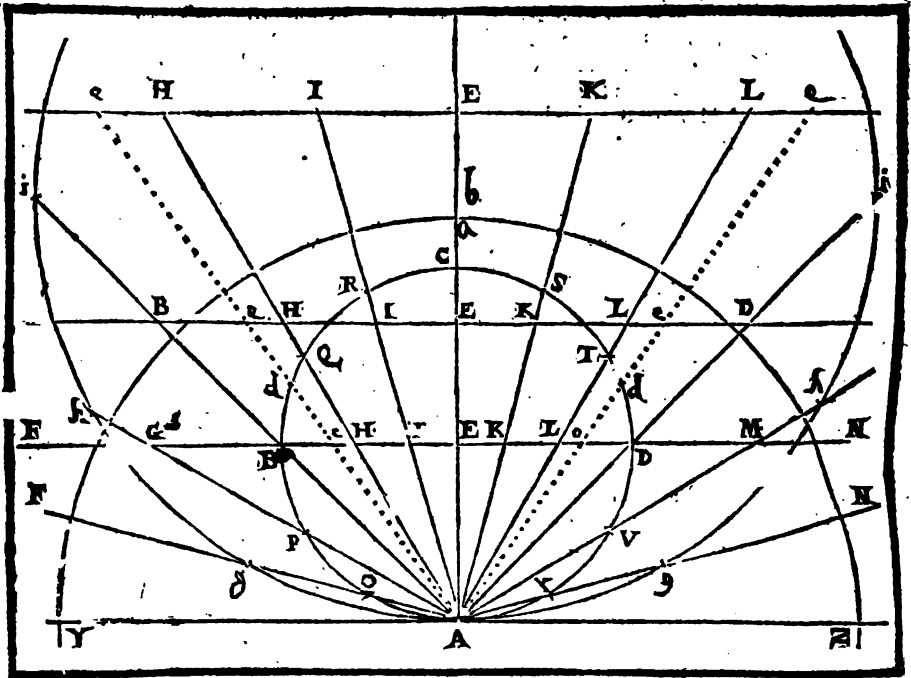
e 1. 1. Theo.

Omnes circuli maximi per mundi polos ducti proiiciuntur in rectas sese in centro Astrolabij intersecantes.

5. COLLIGITVR quoque ex his, qua ratione circulus quilibet per polũ australẽ ductus, qui quidem in Astrolabio est linea recta, vt demõstratum est, in gradus sit diuidendus, & quo pacto propositum punctum eiusmodi circuli in linea illa recta, quæ eum circulum repræsentat, exhiberi possit in Astrolabio. Nã cognito, quantum recta HL, quæ cõmunis sectio est Aequatoris, vel plani Astrolabij, & dati circuli, à polo australi abest, si per centrum E, non transeat, (quo pacto autem distantia hęc cognoscatur, suo loco dicemus, quãdo diuisione eiusmodi circulorũ indigebimus, cuius quidẽ rei exẽplũ clarissimum ponemus propos. 8. Num. 2.) si rectę ex A, per singulos gradus circuli ABCD, ducantur, secabitur recta HL, in partes inæquales, vt ostensum est, quę singulos gradus circuli referunt. Vt quia recta AE, communis sectio est circuli ABCD, & circuli maximi per polos mundi, & ipsius circuli, instar proprij cuiusdam Meridiani, transeuntis, fit, vt quemadmodum tam Q, quam T, est gradus sexagesimus circuli ABCD, initio numerationis facto à puncto C, illius Meridiani, ita in Astrolabio punctum tam H, quam L, referat gradum 60. ab eodem Meridiano numerandum. Pari ratione puncta I, K, referent hinc inde gradum 30. & puncta B, D, gradum 90. & puncta G, M, gradum 120. & sic de cæteris.

Circuli per polũ mundi australem transeuntes, quo pacto in Astrolabio, vbi rectæ lineæ sunt, in gradus diuidantur.

Gradus quilibet quo pacto reperiatur in eadem recta circulum per polos mundi ductum referente; & quot gradus contineantur in dato segmento eiusdem rectę, quo pacto cognoscatur.

6. ITAQVE si in recta HL, siue versus H, siue versus L, inuestigandus sit quilibet arcus, vel gradus propositus, supputandus erit arcus vel gradus ille in circulo à puncto C, versus illam partem, in qua arcus, vel gradus propositus desideratur. Nam per rectas ex A, per extrema puncta illius arcus ductas, vel per rectam per gradum illum ductam, exhibebitur in recta HL, arcus, vel gradus propositus. Vt si ex vtraque parte desideretur gradus 70. accipiendus erit vtrinque arcus Cd, graduum 70. vt in lemmate 3. docuimus. Recta enim ex A, per d, eiecta, dabit in recta HL, punctum e, quod gradibus 70. vtrinque à puncto E, abest. Eademque est ratio de cæteris gradibus. Quod si proponatur gradus cum quotlibet minutis, accipiendus erit secundum doctrinam lemmatis 3. arcus continens tot gradus, ac minuta, quot proponuntur. Sic è contrario, si scire quis cupiat, quot

gradibus datum quoduis segmentum eiusdem rectæ respondeat, ducendæ sunt à duobus eius extremis duæ rectæ ad centrum. Hæ etenim (productæ tamē, si opus fuerit) in dato circulo, quem recta illa repręsentat, intercipient gradus, quibus segmentum propositum respondet. Vt si datum sit segmētum GH, ducendę sunt duæ rectæ GA, HA, secantes circulum in P, Q. Nam quot gradus in arcu PQ, continentur, tot in segmento dato GH, includi dicentur. atque ita de cæteris.

Rectæ ex A, per gradus circuli quo pacto accuratius ducantur.

7. VERVM vt accuratius rectæ ex A, per singula puncta circuli ABCD, ducantur, præsertim per ea, quæ non procul absunt à puncto A, vbi facile regula à recto situ deflectere potest, propter pusillum illud spacium inter A, & illud punctum, vtemur hoc artificio. Ex A, describatur semicirculus YbZ, ad quoduis interuallum

interuallum

teruallum, diuidaturque in 360, partes æquales, vterque videlicet quadrantũ b Y, b Z, in 180. ita vt quælibet particula semissem vnius gradus complectatur. Nam rectæ ex A, per has graduum semisses in semicirculo Y b Z, emissæ transeunt per integros gradus circuli ABCD, cum ex lemmate 10. quælibet particula sit semissis eius arcus in eodem semicirculo Y b Z, qui similis est arcui in circulo ABCD, qui inter duas rectas particulam illam ex semicirculo auferentes includitur.

8. ITAQVE si quicunque gradus in recta HL, desideretur, hoc est, punctũ complectens quotcunque gradus ac minuta, initio numerationis facto à puncto E, accipiendus est in semicirculo á puncto a, arcus continens dimidiatum numerum graduum, vel certe tot semigradus, quot gradus proponuntur. Vt si inueniẽdum sit punctum in recta HL, grad. 70. accipiemus arcum grad. 35. vel semigraduum 70. Recta namq; A e d, ex A, per terminum eius arcus ducta dabit in recta HL, punctum e, quod quæritur. Sic si quæratur punctum grad. 25. min. 40 sumemus in semicirculo arcum grad. 12. min. 50. vel arcum semigraduum 25. & semiminutorum 40. atq; ita de cæteris. Vel certe per lemma 3. accipiemus arcum grad. 25 min. 40. Eius enim dimidium dabit arcum similem semissi arcus grad. 25. min. 40. in circulo ABCD. Atque ita semper numerari poterit in semicirculo Y a Z, totus arcus propositus, deinde eius semissis accipi, præsertim si minuta gradibus adhæreant, ne cogamur & gradus & minuta partiri bifariam, quod molestum est, quando numerus graduum ac minutorum est impar.

Gradus quilibet quo pacto accuratius inueniatur in eadem recta, quæ circulũ per mundi polos ductum referat.

Quãdo gradibus minuta adhæreant quid agendum in hac secunda via.

9. IDEM efficiemus hoc modo. Ex quolibet pũcto b, in recta AE, producta describatur per A, alius circulus A g h i, tangens rectã YZ, vel circulũ ABCD, in A, diuidaturq; in gradus. Nam rectæ ex A, per gradus huius circuli emissę trãseunt quoq; per gradus singulos circuli ABCD, eo quod per lẽma 9. rectę ex puncto cõtactus egredientes abscindũt arcus similes ex circulis sese tãgentibus, &c.

10. AVT certe sine circulis idem assequemur per lemma 11. si rectam u g. AO, in continuum producamus, vt in eo lemmate præcepimus, eodemque pacto alias rectas, quarum extrema puncta parum inter se distant, per idem lemma, in rectum & continuum producamus.

11. QVIN etiam, vt pũcta, in quibus rectæ ex A, emissæ nimis oblique rectã HL, secant, qualia sunt puncta G, & M, magis exquisite habeamus, adhibendum erit documentum lemmatis 13. vbi docuimus, quanam arte inueniri possit punctum, in quo duæ rectæ conuenire debeant, si producantur.

THEOR. II. PROPOS. II.

AEQVATOR, omnesque eius paralleli in Astrolabium proiiciuntur in formas circulares, & arcus eorum in arcus similes, atque adeo æquales in æquales; & paralleli quidem australes in circulos Aequatore maiores, boreales vero in minores proiiciuntur. Omnes tamen vnum & idem centrum cum Astrolabio habent.

Aequator cum suis parallelis proiicitur in formam circularẽ & partes æquales in partes æquales, &c.

1. AEQVATOREM proiici in formam circularẽ, perspicuum est. Cum enim inspiciatur ex polo australi per conũ, cuius basis est ipsemet Aequator in plano Astrolabij, ita vt Aequator sit cõis sectio eius coni, & plani Astrolabii, quod

quod ab Aequatoris plano non differt, liquido constat, cum in Astrolabii plano eandem formam circularem retinere, quam in eo cono habet: quandoquidem omnes radij visuales ex polo australi per omnia puncta circumferentiæ Aequatoris egredientes in Astrolabio terminentur in eadem eius circumferentia, nimirum in base coni.

2. PARALLELOS vero Aequatoris forma quoque circulari in Astrolabium proiici, hoc modo demonstrabimus. Quoniã quilibet parallelus Aequatoris, cum circulus sit, per conum inspicitur, cuius vertex polus australis est, & basis parallelus ipse; faciet planum Aequatoris vel Astrolabii basi illius coni æquidistans in eo cono, quando eius basis est vltra Aequatorem, aut in eo producto, quando eius basis citra Aequatorem existit, sectionem circulum, cuius centrum est in axe coni, vt in lemmate 16. demonstratum est.

3. QVIA vero radii omnes visuales per lemma 28. auferunt ex quouis parallelo, cum basis sit coni, & ex circulo, quem in cono illo planum Aequatoris vel Astrolabii facit, arcus similes; efficitur, vt arcus cuiuslibet paralleli proiiciantur in arcus similes, atque adeo æquales in æquales, cum soli arcus æquales vnius circuli arcubus æqualibus alterius circuli possint esse similes. Nam si v. g. duo arcus vnius circuli sint similes duobus arcubus æqualibus alterius circuli, erunt iidem illi duo similes vni & eidem ex his. Quare duo illi æquales erunt: Alias duo arcus inæquales eiusdem circuli essent similes vni & eidem arcui alterius circuli, quod est absurdum.

4. ITAQVE quadrantes proiicientur in quadrantes, gradus in gradus, minuta in minuta, &c. hoc est, sicut quadrans cuiusuis paralleli in cœlo est quarta pars sui circuli, & gradus pars trecentesima sexagesima, ita quoque arcus in plano Astrolabij respondens illi quadranti, quarta pars est totius circuli, & pars respondens vni gradui, pars est trecentesima sexagesima eiusdem circuli, & sic de cæteris. Ex quo fit, vt quemadmodum in cælo Aequator, & quilibet parallelus in 360. gradus diuiditur æquales, ita quoque Aequator, & circulus in Astrolabio eum parallelum referens, diuidendus sit in 360. partes æquales, vt eius gradus habeantur.

Aequator, eiusq; paralleli in Astrolabio diuidendi sunt in 360 partes æquales, vt eorum gradus habeantur, instar circulorum in sphæra.

5. DEINDE sit Analēma, in quo Meridianus ABCD; Aequator BFDT, eiusque diameter BD; parallelus quicunque australis GHIV, eiusque diameter GI; parallelus borealis quilibet KLMX, eiusque diameter KM, & axis mundi AC. Quia igitur radij uisuales AG, AI, per extrema puncta diametri paralleli australis ducti, cadunt in planum Aequatoris productum extra sphæram in puncta N, P, communis sectionis plani Aequatoris, & Meridiani, (cum sphæram secent in G, I) radii vero visuales AK, AM, per puncta extrema diametri paralleli borealis ducti, occurrunt eidem plano Aequatoris intra sphæram in punctis Q, S, eiusdem communis sectionis plani Aequatoris ac Meridiani, idemque contingit in radiis per extrema puncta aliarum diametrorum vtriusque paralleli emissis, liquido cõstat, parallelum australem in circulum proiici maiorem Aequatore, borealem vero in minorem: quippe cum illius diameter visa NP, maior sit diametro BD, Aequatoris, huius vero diameter visa QS, minor, ac proinde & illius circulus visus NOPY, maior, huius vero circulus visus QRSZ, minor circulo Aequatoris BFDT. Eademque ratio est de aliis parallelis australibus, ac borealibus.

Paralleli australes in Astrolabio sunt maiores Aequatore, & boreales, minores.

6. POSTREMO quia ex lemmate 16. circuli, quos plana basibus conorum parallela abscindunt, centra habent in axe, axis autē mundanus AC, proiicitur in centrum Astrolabij siue Aequatoris E, vt supra dictum est; perspicuum est

Aequator, eiusq; paralleli in Astrolabio idem cum Astrolabio centrum habent.

est, omnes circulos in Astrolabio, in quos Aequator, eiusque paralleli proiiciuntur, esse concentricos, idemq. cum Astrolabio centrum habere. Quod erat demonstrandum.

THEOR. III. PROPOS. III.

CIRCVLVS quilibet sphæræ ad Aequatorē obliquus, vel etiam rectus non maximus, in Astrolabiū proijcitur in circularem figuram; sed arcus eius à certo quodam puncto inchoati in arcus dissimiles, atq; adeo æquales in inæquales proiiciuntur: centrum denique eius in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum est.

Obliquus circulus quicunque & vel etiam ad Aequatorem rectus non maximus proiicitur in formam circularē, & partes æquales in partes inæquales, &c.

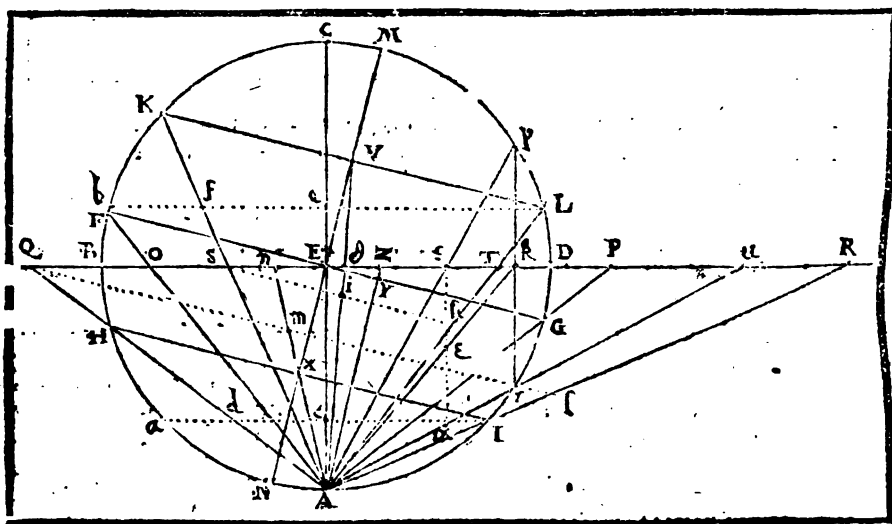
1. IN sphæra ABCD, cuius centrum E, & poli mundi A, C, sit circulus tam maximus, cuius diameter FG, quàm non maximus, cuius diameter HI, vel KL, ad Aequatorem obliquus, hoc est, cuius poli M, N, à polis mundi C, A, diuersi sint. Vel etiam circulus non maximus ad Aequatorem rectus, cuius diameter p r, hoc est, per cuius polos Aequator incedat. Dico eum in Astrolabium proiici in figuram circularem, &c. Describatur enim per eius polos, & polos mundi circulus maximus ABCD, sitq; ipsius & Aequatoris communis sectio recta BD, in infinitum extensa; & ex A, polo australi per extremitates diametrorum extendantur radii visuales secantes rectam BD, per quam planum Astrolabij, Aequato-

a 15.1.Theo. Aequatorisúe ducitur, [a] ad quod circulus ABCD, rectus est in punctis O, P; Q.R,S,T, t, u. Et quoniam coni scaleni, quorum vertex A,& bases circuli dia-

b 15.1.Theo. metrorum FG.HI KL, p r, secantur plano circuli ABCD, [b] ad bases recto, facienteque triangula per axem AFG, AHI, AKL, A p,r: (Axes enim horum conorum in plano circuli ABCD, sunt, cum basium centra, ad quæ axes ducuntur,

c 15.1.Theo. in eodem plano sint, [c] quippe cum eas circulus bifariam, hoc est, per centra secet) secantur autem & alio plano per rectam BD, ducto, nimirũ plano Aequatoris vel Astrolabij, quod ad triangula per axem, hoc est, ad planum circuli

d 15.1.Theo. ABCD, rectum est, [d] quod hic circulus per polos Aequatoris ductus eum ad angulos rectos secet; atq; hoc planum per BD, ductum abscindit triangulum AOP, triangulo AFG,& triangulum AQR triangulo AHI,& triangulum AST, triangulo AKL,& triangulum A t u, triangulo A p r, simile, & subcontrarie positum, vt in lemmate 35. demonstrauimus, quemcunque situm habeat diameter circuli inclinati, faciet per lemma 17. idem hoc planum per BD, ductum, hoc est, planũ Astrolabij, Aequatorisue, in conis prædictis scalenis sectiones, circulos, quorum diametri OP, QR, ST. t u. Esse autem conos istos scalenos, hac ratione de-

e 10.1.Theo. monstrabitur. Ducto axe basium priorum trium conorum MN, [e] transibit is

per E, X, V, centra circulorum, qui bases sunt, rectusq; ad ipsos circulos erit.

f 13.1.Theo. [f] Cum ergo ex punctis E, X, V, ad eosdẽ circulos nõ possint educi aliæ lineæ perpendiculares, erunt axes conorum AE, AX, AV, ad eos circulos, hoc est, ad bases conorum obliqui, ideoque coni scaleni erunt. In cono autem posteriore, cũ BD, axis circuli, cuius diameter p r, rectus etiam sit ad p r, & per eius centrum k, transeat, liquet axem eius coni A k, obliquum esse ad basem coni, ac proinde conum quoque, cuius basis est circulus diametri p r, scalenum esse.

2. DEINDE arcus circulorum, quorum diametri FG, HI, KL, p r, si à certo quodam puncto incipiant omnes, proiici in arcus dissimiles, atque adeo

arcus

arcus in circulis diametrorũ OP, QR, ST, t u, respõdentes æqualibus arcubus in circulis diametrorum FG, HI, KL, p r, esse inæquales; manifestũ est ex lemmate 31. vbi demonstratum est, si in circulo diametri FG, sumantur duo arcus oppositi inæquales incipientes à punctis F, G, arcus in circulo diametri OP, respondentes, quos videlicet in cono, cuius basis est circulus diametri FG, eędem rectæ lineæ ex A, egredientes auferunt, inæquales esse, maiorem quidem eum, qui prope minorem angulum P, existit, minorem vero eum, qui est prope maiorem angulum O. Esse autem angulum O, maiorem in triangulo AOP, & P, minorem, liquet, cum ille sit æqualis angulo G, & hic angulo F, in triangulo AFG, ob subcontrariã sectionem. [a] Constat autem angulum G, maiorem esse angulo F, quod & latus AF, latere AG, maius sit, quippe cũ illud maius sit latere quadrati AB, & hoc minus latere quadrati AD, si ea latera ducerẽtur, vt constat ex scholio propos. 29. lib. 3. Euclid. Eadem ratione arcubus æqualibus in circulis diametrorum HI, KL, p r, incipientibus a punctis H, I, K, L, p, r, respondebunt arcus inæquales in circulis diametrorum QR, ST, t u. Arcus ergo circulorum, quorum diametri FG, HI, KL, p r, in arcus dissimiles proiiciuntur, & æquales in inæquales, si ab iis punctis, quæ diximus, initium sumant.

a 18. primi.

3. IN eodem lemmate 31. demonstratum est, si in cono, cuius basis est circulus diametri FG, educantur rectæ ex vertice A, arcus in circulo diametri OP, inter P, & illas rectas interceptos, maiores esse, quam vt similes sint arcubus respondentibus in circulo diametri FG, quos videlicet eædem rectæ abscindunt, &c. Cõstat ergo rursus, arcus circuli diametri FG, proiici in arcus dissimiles in circulo diametri OP, si à puncto P, incipiant. Idemq; dicendũ est de arcubus circulorum, quorũ diametri HI, KL, p r. Hi enim ex eodem lemmate proiicientur in arcus dissimiles in circulis diametrorũ QR, ST, t u. At vero arcus æquales circulorum maximorum obliquorum proiici in arcus inæquales ordine cõtinuato, euidenter demonstrabimus in scholio propos. 5. Num. 12. & sequentibus. Idemq; deinde in scholijs propos. 6. & 7. de circulis obliquis non maximis demonstrabimus. Ita vt verissimum sit, arcus æquales cuiusuis circuli obliqui, non solum proijci in arcus dissimiles, si à certo quodam puncto omnes initium sumant, verum etiam in inæquales, vt in theoremate propositum fuit. Ex quo fit, vt circulus obliquus siue maximus, siue non maximus, in Astrolabio diuidendus non sit in partes æquales, vt eius gradus habeantur respondentes gradibus eiusdem circuli in sphæra, sed in partes inæquales, vt propos. 5. 6. & 7. tradémus.

4. DENIQVE centrum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio differre ab Astrolabii centro, hoc est, diametros visas OP, QR, ST, t u, non diuidi bifariam in E, centro sphæræ, quod & Astrolabii cẽtrum est, vt diximus, facile ostẽdemus hoc modo. Quoniam EB, ED, æquales sunt, erit ED, maior quàm EO. Multo ergo maior erit EP, quàm EO. Non ergo diameter OP, in E, diuiditur bifariam. Quod in circulo maximo patet etiam ex lemmate 35. vbi ostensum est, perpendicularem AY, ad diametrum FG, diuidere bifariam diametrum OP, in Z. Non igitur in E, bifariã secatur. Rursus ductis I a, L b, ipsi BD, parallelis secantibus axẽ mundi AC, & rectas AH, AK, in c, d, e, f; quoniam ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. est vt I c, ad c d, ita RE, ad EQ; & vt L e, ad e f, ita TE, ad ES: Est autem I c, maior quam c d, & L e, maior quam e f, [b] quod I a, L b, bifariam secentur in c, e, [c] cum anguli ad c, e, recti sint, ob parallelas BD, a I, b L. Igitur & RE, maior est quam EQ, & TE, maior quam ES. Neque ergo diameter QR, neque diameter ST, in E, secatur bifariam; ac proinde cum centrum diuidat diametrum bifariam, non erit E, centrum

Circulum obliquum in Astrolabio habere centrum diuersum a centro Astrolabii.

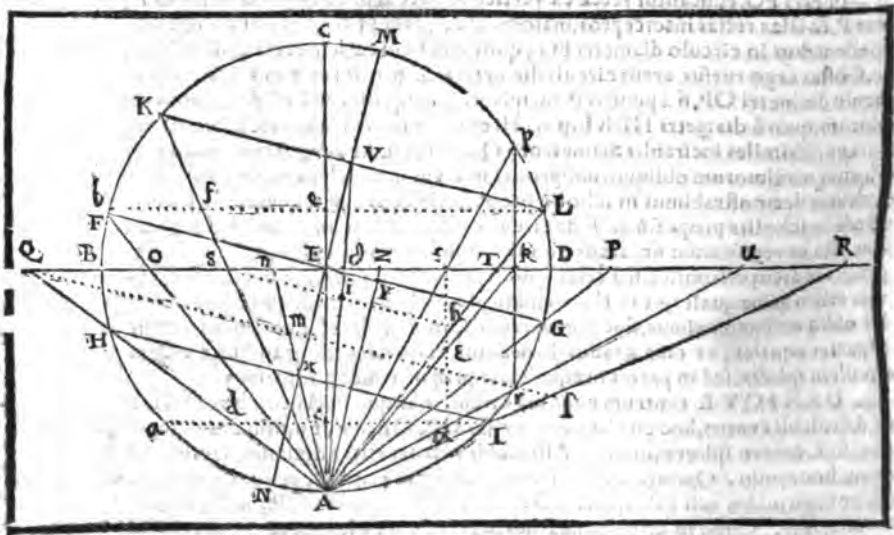
b 3. tertij.
c 29. primi.

diametrorum OP, QR, ST. Denique diametrum quoque visam t u, non diuidi bifariam in centro E, luce clarius est, cum tota ea vltra centrum E, existat, vt perspicuum est, propter radios A p, A r.

SCHOLIVM.

Circuli obliqui in quo circulo maximo inspiciendi sint, vt habeantur eorum diametri maximæ.

1. OPORTET *autem quemuis circulum obliquum maximum, eiusque parallelos, vel circulum non maximum ad Aequatorem rectum, ex polo australi inspicere in communi sectione Aequatoris vel plani Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui, vel recti, ducti, tum vt demonstremus, eos projici in formam circularem, tum vt maximas eorum diametros visas, circa quas describendi sunt, habeamus. Nam vt in cono scaleno subcontraria sectio sit circulus, necesse est, triangulum per axem ad basem coni esse rectum, vt ex lemmate 17. constat: Huiusmodi autem est triangulum per axem in plano circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui, vel recti, transeuntis; a cum hic circulus ad basem coni, hoc est, ad circulum obliquum, vel rectum, per cuius polos ducitur, rectus sit, & aliorum nullus, qui per eius polos non incedit. Deinde quia circulus hic maximus metitur maximam*

a 15.1, Theo.

Circulorum obliquorum, vel etiã rectorum nõ maximorum, diametros visas in cõmuni sectione Aequatoris, & circuli maximi per polos mundi & polos obliquorum circulorum, vel rectorum ductis, esse omnium maximas.

declinationẽ maximi circuli obliqui ab Aequatore, cum eius arcus inter maximũ circulum obliquum, & Aequatorem, sit arcus anguli, quem obliquus circulus cum Aequatore facit, ex defin. 6. nostrorum triang. sphæric. constituet diameter maximi circuli obliqui, quæ communis sectio est ipsius, & illius circuli maximi, (qualis in præcedenti figura est diameter FG,) cum diametro Aequatoris, quæ eiusdem circuli maximi, & Aequatoris communis sectio est, (cuiusmodi est in eadem figura diameter BD,) maiorem angulum, quam vlla alia eius diameter, quæ communis sectio sit circuli obliqui & alterius maximi circuli per polos mundi, sed non per polos obli-

qui

qui circuli, incedentis, cum hic circulus non metiatur maximam declinationem circuli obliqui ab Aequatore: ac proinde omnes aliæ diametri circuli maximi obliqui inter puncta B. & F, atque D, & G, cadent. Igitur per lemma 36. diameter OP, visa est omnium maxima, & BD, omnium minima, propterea quod rectæ per extrema puncta aliarum diametrorum minores angulos, cum BD, in centro E, constituentium ductæ abscindunt minores rectas ex BD, recta OP, & maiores quàm BD, vt ibi demonstrauimus.

2. QVOD autem diameter visa ST, circuli obliqui non maximi, cuius diameter KL, communis sectio ipsius, & circuli maximi ABCD, per ipsius polos, & poloe mundi ducti, sit quoque omnium maxima, ita confirmabimus. Ducatur ex A, ad V, centrum obliqui circuli in cono, cuius ipse circulus est basis, axis AV, secans rectam BD, in g. Omnes ergo diametri circuli obliqui in sphæra per centrum V, transeuntes, conspicientur in Astrolabij plano per rectum BD, ducto transire per punctum g. Ducta quoque S h, ipsi KL, parallela, quæ secet axem coni AV, in i; erit ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. vt hi, ad i S, ita LV, ad VK. Est autem per lemma 29. maior proportio T g, ad g S, quàm LV, ad VK. Cum ergo LV, VK, sint æquales, inæquales erunt T g, g S, maiorque T g, quàm g S; ac proinde centrum circuli diametri ST, diuidens diametrum ST, bifariam, existet in recta T g.[a] Recta ergo ST, per centrum illius circuli ducta, qui quidem refert circulum obliquum diametri KL, vt demonstrauimus, maior est omnibus alijs rectis per g, ductis in eodem circulo, quæ quidem sunt diametri visæ circuli obliqui, vt dictum est. Eodem modo ostendemus diametrum visam QR, circuli obliqui non maximi diametri HI, quæ communis etiam sectio est ipsius, & circuli maximi ABCD, per ipsius polos, & polos mundi transeuntis, esse omnium maximam. Ducto enim ex A, ad X, centrum obliqui circuli in cono, cuius ipse circulus est basis, axe AX, qui productus secat rectam BD, in n, conspicientur omnes diametri circuli obliqui in sphæra per centrum X, ductæ transire in plano Astrolabij per rectam BD, ducto per punctum n. Et quia ducta Q l. ipsi HI, parallela, quæ axem coni productum secet in m; est vt l m, ad m Q, ita IX, ad XH, ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. Est autem per lemma 29. maior proportio R n, ad n Q, quàm l m, ad m Q; erit quoque maior proportio R n, n Q, quàm IX, ad XH. Cum ergo IX, XH, æquales sint, inæquales erunt R n, n Q, maiorque R n, quàm n Q; ac proinde centrum circuli diametri QR, qui refert obliquum circulum diametri HI, vt demonstrauimus, diuidens diametrum QR, bifariam, in recta R n, existet.[b] Recta igitur QR, per centrum illius circuli ducta, maior est omnibus alijs rectis per n, ductis in eodem circulo, quæ quidem sunt diametri visæ circuli obliqui diametri HI, vt diximus. Denique non aliter probabimus diametrum visam t u, circuli ad Aequatorem recti, cuius diameter p r, esse omnium maximam. Ducto enim axe A k, in cono, cuius basis est circulus diametri p r, agatur per t, ipsi p r, parallela t α, secans A k, in ε. Erit igitur ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. vt α ε, ad ε t, ita r k, ad k p. At per lemma 29. maior est proportio u k, ad k t, quàm α ε, ad ε t. Igitur maior quoque erit proportio u k, ad k t, quàm r k, ad k p. Cum ergo æquales sint r k, k p, inæquales erunt u k, k t, maiorque erit u k; ac proinde centrum circuli diametri t u, in recta u k, existet. Ergo recta u t, per illud centrum ducta erit maior omnibus alijs rectis per k, ductis in eodem circulo, quæ quidem sunt diametri visæ circuli, cuius diameter p r, in sphæra. quod est propositum.

[a] 15. tertij.

[b] 15. tertij.

3. IMMO & hæc demonstratio in circulos maximos conuenit. Quoniam enim in eadē præcedenti figura omnes diametri circuli maximi obliqui, cuius diameter FG, communis sectio ipsius, & circuli maximi ABCD, per ipsius polos, & polos mūdi ducti,

 conspi-

conspiciuntur transire per E, centrum sphæræ, vel Astrolabij, estque centrum diametri visæ OP, cuius circulus circulum maximum obliquum diametri FG, in Astrolabio repræsentat, vt demonstratum est in recta PE, quod hæc maior sit, quàm EO, vt supra ostendimus; erit recta OP, per centrum illius circuli ducta, maior omnibus alijs rectis per E, eductis, quæ quidẽ, vt dictũ est, sunt diametri visæ circuli obliqui diametri FG.

Centra obliquorum circulorum vel, etiam rectorum non maximorum in Astrolabio sumenda esse in cõi sectione plani Astrolabii Aequatorisue & circuli maximi per polos mũdi, & polos circulorum obliquorum, vel rectorũ ducti.

4. *EX his perspicuum est, centrum cuiusque circuli obliqui siue maximi siue non maximi, vel etiam recti non maximi, in Astrolabio sumendum esse in communi sectione plani Astrolabij Aequatorisue, & circuli maximi per polos mũdi, & polos circuli obliqui, vel recti, transeuntis, quandoquidem, vt demonstratum est, in hac cõmuni sectione apparet eius diameter maxima, atq; adeo circulus ipse obliquus, vel rectus, describitur circa eam diametrum ea magnitudine, qua cernitur, cum in eo omnes diametri visæ, etiam maxima, includantur. Quod si secundum diametrum aliquam minorem visam describeretur, minor fieret in Astrolabio, quàm apparet, cum maxima eius diameter visa eum excederet. quod est absurdum.*

Rectam lineam per centrũ Astrolabii, & centrum cuiusuis circuli in Astrolabio descripti ductam, esse communem sectionem plani Astrolabii, Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi & polos descripti circuli ducitur.

EX quo illud etiã efficitur, rectam per centrum Astrolabij, & centrum cuiusq; circuli obliqui tam maximi, quàm non maximi, vel etiam recti non maximi, trajectã, esse communem sectionẽ plani Astrolabij Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi, & polos obliqui circuli, vel recti, incedit in sphæra. Nam si alia quæuis linea recta diceretur esse hæc communis sectio, appareret in ea maxima diameter visa, atque adeo in eadem centrum obliqui circuli, vel recti describendi existeret, vt diximus. quod est absurdum, cum eius centrum in priori illa recta linea positum sit.

5. *ITAQVE Horizon obliquus, Ecliptica, (positis principijs ♋, & ♑, in Meridiano) & Verticalis primarius, inspiciendi sunt in communi sectione Meridiani, & Aequatoris siue Astrolabij, vt eorum diametri visæ habeantur maximæ, atque in eadem sectione eorum centra existunt: quia nimirum Meridianus per illorum circulorum polos ductus*[a] *ad eosdem rectus est.*

[a] 15.1. Theo.

6. *IORDANVS in suo planisphærio, quod est instar commentarioli cuiusdam in planisphærium Ptolemæi, alia demonstratione, quæ ex conis non pendet, concludit circulos obliquos omnes projci in figuram circularem, hoc est, omnia puncta circumferentiæ cuiusuis circuli obliqui per radios ex polo australi emissos cadere in circuli circumferentiam, quam demonstrationem, quod acuta sit & elegans, hic censui apponendam. Sit ergo primum circulus maximus obliquus, cuius, & circuli maximi ABCD, per eius, & mundi polos ducti, communis sectio sit FG, cuius extrema puncta per radios AF, AG, appareant in BD, cõmuni sectione eiusdẽ circuli maximi ABCD, & Aequatoris, Astrolabijue, in punctis H, I, ita vt HI, sit diameter visa omniũ maxima, vt demonstratũ est Num. 1. 2. & 3. si circulus maximus obliquus diametri FG, visus in Astrolabio obtineat circularẽ figurã. Deinde concipiatur alius circulus maximus per polos quidẽ mundi A, C, sed non per polos circuli obliqui diametri FG, descriptus, secãs circulũ obliquũ propositũ non iam per diametrũ FG, sed per aliã, per cuius extrema puncta emissi radij visuales AK, AL, abscindat ex cõi sectione posterioris huius circuli maximi per polos A, C, ducti, & plani Aequatoris, Astrola-*

Iordani demonstratio, circulos obliquos, vel etiam rectos non maximos projici, in figuras circulares.

Astrolabijue, [a] ad quod circulus A B C D, rectus est, diametrum visam K L. Dico quatuor puncta H, I, K, L, in plano Aequatoris seu Astrolabij, cadere in circuli circumferentiam. [b] Quoniam enim angulus F A G, in semicirculo rectus est, rectangulũ erit triangulum A H I, ad cuius basem H I, demissa est perpendicularis A E, nimirum axis ipse mundanus, [c] qui per sphaera centrum E, transit, rectusque est ad Aequatorem, cuius axis est, ideoque & ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam B I, in Aequatoris plano existentem perpendicularis. Igitur erit per coroll. propos. 8. lib. 6. Euclid. A E, media proportionalis inter H E, E I. [d] Igitur rectangulum sub H E, E I, quadrato rectæ A E, æquale erit. Rursus quia angulus K A L, rectus est, cum etiam in semicirculo existat, nimirum in eo, quem ex maximo circulo per polos mundi, sed non per polos obliqui circuli, ducto aufert diameter circuli obliqui, per cuius extrema puncta radij visuales emissi abscindunt diametrum visam K L; erit triangulm A K L, rectangulũ, ad cuius basem K L, demissa est perpendicularis A E, axis videlicet ipse mundanus, [e] qui per sphara centrum E, transit, rectusque est ad Aequatorem, cuius est axis, ideoque & per defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam K L, in plano Aequatoris existentem perpendicularis. Igitur per coroll. propos. 8. lib. 6. Euclid. A E, media erit proportionalis inter K E, E L: [f] ac proinde rectangulum quoque sub K E, E L, quadrato rectæ A E, æquale erit. Quocirca rectangula sub H E, E I, & sub K E, E L, æqualia inter se erunt, cum utrumque quadrato rectæ A E, ostensum sit æquale: ac propterea ex scholio propos. 35. lib. 3. Euclid circulus circa diametrum H I, descriptus per puncta K, L, incedet. Non aliter ostendemus, eundem transire per extrema puncta aliarum diametrorum visarum, si nimirum cõcipiantur alij circuli maximi per polos mundi, sed non per polos circuli obliqui diametri F G, describi, facientes in circulo obliquo diametros, per quarum extrema puncta radij visuales ex A, procidentes abscindant in plano Aequatoris alias diametros visas à diametro visa K L, differentes. Circulus ergo obliquus maximus, cuius diameter F G, in formam circularem projicitur. quod erat demonstrandum.

7. DEINDE sit circulus obliquus, vel etiam rectus non maximus F K G L, cuius, & circuli maximi A B C D, per eius, & mundi polos ducti, communis sectio sit F G, cuius extrema puncta per radios A F, A G, appareant in B D, communi sectione eiusdem circuli maximi A B C D, & Aequatoris vel Astrolabij, in punctis H, I, ita ut H I, sit diameter visa omnium maxima, ut demonstratum est Num. 1. 2. & 3. si circulus obliquus F K G L, visus in Astrolabio circularem figuram obtineat. Per quodlibet punctum O, diametri F G, ducatur planum Aequatori parallelum, hoc est, ad circulum A B C D, rectum, cum hic circulus Aequatorem, eiusque parallelos secat per polos A, C, [g] ideoque ad angulos rectos, [h] faciens in circulo A B C D, sectionem M N, ipsi B D, parallelam, [i] & in sphæra superficie circulum N K M L; sitque K O L, communis sectio circulorum F K G L, N K M L, [k] quæ ad circulum A B C D, recta erit, quod uterque circulus ad eundem sit rectus; ac proinde ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ad F G, rectam perpendicularis, [l] ideoque diameter F G, secans K L, ad angulos rectos, eandem bifariam in O, secabit. Extensa autem ex A, per O, recta A O, secet H I, in R, & per R, in plano trianguli A K L, (ductis rectis A K, A L,) rectæ K L, parallela agatur P R Q, occurrens radijs visualibus A K, A L, in P, Q. [m] quæ etiam ad planum eiusdem circuli A B C D, recta erit, ac proinde in plano Aequatoris per H I, ducto, et ad eundem circulũ A B C D, recto existet. Puncta igitur K, L, circuli F K G L, in plano Aequatoris, Astrolabijue, apparebunt in punctis P, Q. & recta K L, in recta P Q. Dico quatuor puncta H, I, P, Q, in circumferentiam circuli cadere in plano Astrolabij siue Aequatoris. Iungatur enim recta G C, & recta M N, secet radium visualem A F, in S, & axem A C, in V, eademque recta N M, extendatur usq; ad T. [n] Quoniã igitur angulus A G C, rectus est, [o] nec non &

a 15. 1. Theo.
b 31. tertij.
c 10. 1. Theo.
d 17. sexti.
e 10. 1. Theo.
f 17. sexti.
g 15. 1. Theo.
h 16. undec.
i 1. 1. Theo.
k 19. undec.
l 3. tertij.
m 8. undec.
n 31. tertij.
o 29. primi.

non & angulus AVT, ob parallelas BD, NM; Habent autem & triangula AGC, AVT, angulum A, communem; erit per coroll. 1. propos. 32. lib. Euclid. reliquus angulus ACG, reliquo angulo ATV, æqualis: [a] Est autem eidem angulo ACG, angulus AFG, æqualis. Igitur & anguli T, F, in triangulis GOT, SOF, æquales erunt. [b] Cum ergo & anguli ad verticem O, sint æquales, æquiangula erunt triangula GOT, SOF. [c] Igitur erit vt GO, ad OT, ita SO, ad OF: [d] ac proinde rectangulum sub GO, OF, rectangulo sub TO, OS, æquale erit. [e] Est autem rectangulum sub GO, OF, æquale rectangulo sub KO, OL. Igitur & rectangulũ sub TO, OS, eidem rectangulo sub KO, OL, æquale erit, hoc est, quadrato rectæ KO, quod KO, OL, æquales sint ostensæ: [f] atq; idcirco tres TO, KO, OS, continue sunt proportionales. Quia vero, cum triangulum TOA, triangulo IRA, sit simile, & triangulum AOK, triangulo ARP, ex coroll. propos. 4. lib. 6. Euclid. [g] est vt TO, ad OA, ita IR, ad RA, & vt OA, ad KO, ita RA, ad PR; erit ex æquo, vt TO, ad KO, ita IR, ad PR. Rursus quoniam est ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. vt SO, ad OT, ita HR, ad RI: Ostensum autem est proxime, esse vt OT, ad OK, ita RI, ad RP; erit quoque ex æquo, vt SO, ad OK, ita HR, ad RP: Et conuertendo, vt OK, ad SO, ita RP, ad HR. Quocirca cum sit, vt TO, ad OK, ita IR, ad RP, & vt OK, ad OS, ita RP, ad HR; sint autem tres TO, OK, OS, ostensæ cõtinue proportionales; erunt quoque tres IR, RP, HR, continue proportionales. [h] Igitur rectangulum sub IR, RH, quadrato rectæ RP, æquale erit, hoc est, rectangulo sub PR, RQ, cum hæ rectæ æquales sint, quippe quæ ex scholio propos. 4. lib. 6. Euclid. eandem proportionem habent, quam æquales rectæ KO, LO. Igitur per scholium propos. 35. lib. 3. Euclid. circulus circa diametrum HI, descriptus, per puncta P, Q, transibit. Non aliter ostendemus, eundem transire per alia puncta, in quæ cadunt in plano Astrolabij Æquatoriue, rectæ ex polo australi A, per alia puncta circuli obliqui FKGL, emissæ, si nimirum per alia puncta diametri FG, ducantur plana Æquatori parallela, &c. Circulus igitur obliquus, vel etiam rectus non maximus FKGL, in circularem figuram proijcitur. quod erat demonstrandum.

TO.	IR.
OA.	RA.
KO.	PR.

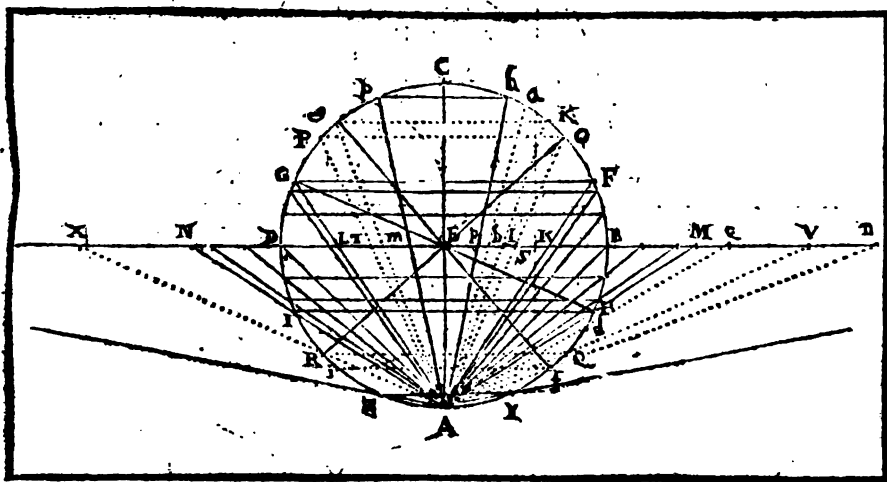
SO.	HR.
OT.	RI.
OK.	RP.

a 21. tertij.
b 15. primi.
c 4. sexti.
d 16. sexti.
e 35. tertij.
f 17. sexti.
g 4. sexti.
h 17. sexti.

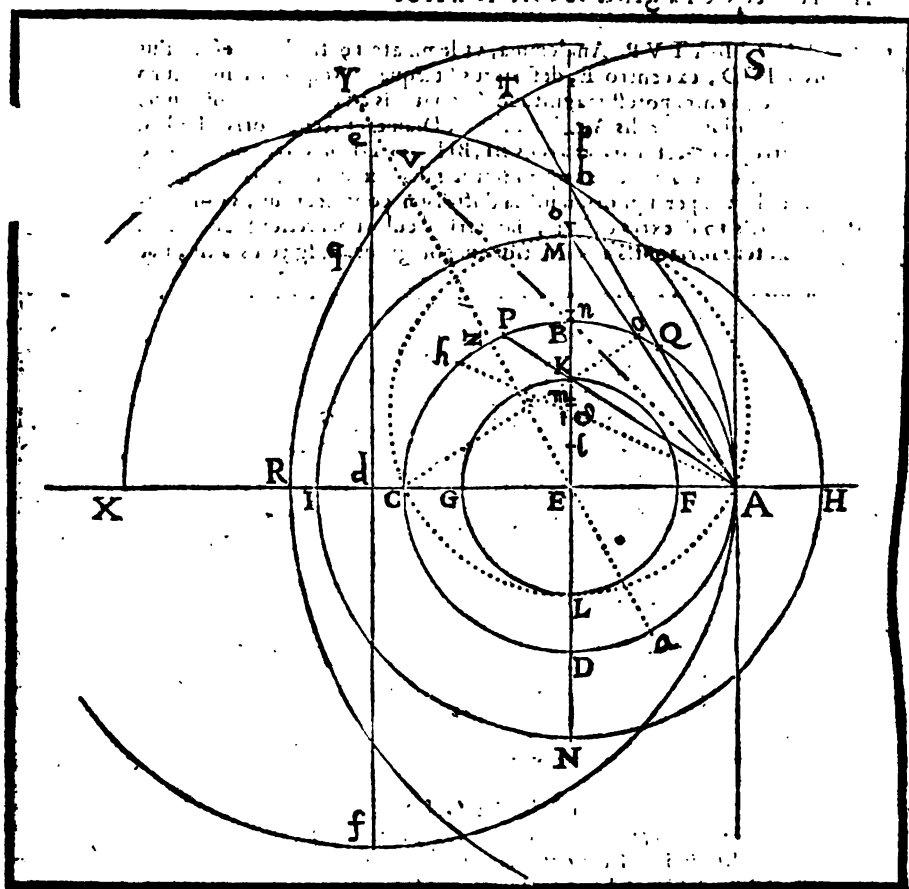
PRO-

PROBLEMA I. PROPOS. IIII.

AEQVATOREM, & quemlibet eius parallelum, cuius datus sit arcus declinationis, in planum Astrolabij proiicere, atque in gradus distribuere.

1. DESCRIBATVR Analemma, vt lemmate 19. traditum est, cuius Meridianus ABCD, ex centro E, descriptus sit æqualis Aequatori in futuro Astrolabio; (accipi enim potest magnitudo Aequatoris ad cuiusque arbitrium) axis mundi AC; polus australis A, & borealis C; Diameter Aequatoris BD; Tropici ♋. FG; tropici ♑, HI, ita vt arcus BF, BH, DG, DI, metiãtur maximã Solis, vel Eclipticæ, declinationem; atque inter has diametros FG, HI, diametri aliorum parallelorum per signorum initia ductorum contineantur, vt in Analemmate lemmatis 19 & extra easdem, diametri circulorum arctici & antarctici hp, YZ; Diameter Horizontis ad eleuationem poli grad. 42. fg; eius axis, siue

diameter Verticalis OR; Diameter Eclipticæ GH. Si igitur ex australi polo A, per extrema diametrorum puncta emittantur radij visuales, secabunt ij diametrum Aequatoris BD, in infinitum extensam (per quam quidem ducitur planum Aequatoris vel Astrolabij, ad quod Meridianus faciens in eo sectionem BD, rectus est.) in punctis, in quibus extrema illa puncta apparent, ac proinde ex eadem recta BD, diametros visas abscindent; eritque diameter visa Aequatoris BD eadem quæ Analemmatis; tropici ♋, KL; tropici ♑, MN. Et quoniam per propos. 2. Aequator, eiusque paralleli omnes in figuras circulares proiiciuntur centrum commune habentes E, in axe conorum, erunt omnes aliæ diametri parallelorum visæ æquales diametris BD, KL. MN, cum omnes per E transeant, termineturque in circumferentiis circulorum ex E, ad interualla EB. EK, EM, descri-

Aequatoris, parallelorumque ipsius in Astrolabio descriptio ex Analemmate, & magnitudo Aequatoris data sit. a 15. 1. The.

describptorum. Quocirca, si in plano, in quo Astrolabium construendum est, ex assumpto quouis centro E, ad interualla semidiametrorum EB, EK, EM, circuli describantur, erit ABCD, Aequator; FKGL, tropicus ♋; & HMIN, tropicus ♑. Eodem prorsus modo alij paralleli per signorum initia incedentes describentur, & alij etiam paralleli tam intra tropicos, quam extra, si eorum declinationes, siue distantiæ à punctis B, D, cognitæ fuerint. In proposito Analemmate

radij visuales AY, AZ, per puncta extrema diametri circuli antarctici YZ, emissi, tam procul cum recta BD, concurrunt, vt eius diameter visa in plano notari non potuerit. In eodem Analemmate, si ducatur diameter OP, paralleli borealis gradibus 42. ab Aequatore recedentis, atque per verticem, siue polum Horizontis Romani transeuntis, & alia diameter paralleli australis oppositi QR, per Nadir, siue alterum polum eiusdem Horizontis incedentis, emittanturque per

puncta

puncta extrema radij visuales, reperientur eorum parallelorum diametri apparentes in plano Astrolabij ST, VX. Satis autem est, vt vides, si ex vna tantum parte axis AC, dextra, vel sinistra, inueniantur semidiametri apparentes ES, EK, EB, EM, EV, vel ET, EL, ED, EN, EX, &c. Polus quoq; arcticus C, apparet in plano Aequatoris vel Astrolabij per rectam BD, ducti, & ad Meridianum ABCD, recti in ipso centro E, Astrolabii, vel Aequatoris. Immo & totus axis AC. in centro E, cõspicitur, adeo vt E, centrũ Astrolabij, & parallelorũ, repręsentet & polũ borealem, & axẽ mundanum. ꝙ supra quoq; propos. 1. num. 4. monuimus. Quemadmodũ denique, descriptis parallelis in plano Astrolabii, vt diximus, diameter, vel recta MN, est cõis sectio plani Astrolabii vel Aequatoris, & Meridiani circuli, repręsentans in Astrolabio ipsum circulum Meridianum, ita diameter, vel recta HI, illam secans ad angulos rectos, est sectio cõmunis eiusdem plani Astrolabii, Aequatorisue, & Horizontis recti, siue Coluri Aequinoctiorum, congruente Solstitiorum Coluro cum Meridiano. Cum enim Meridianus, & Horizon rectus, per propos. 1. Num. 4. proiiciantur in lineas rectas per centrum E, transeuntes, sitque tam Horizon rectus, quàm Aequator, ad Meridianum rectus, [a] erit quoq; eorum communis sectio ad eundem recta, ac proinde ex defin. 3 lib. 11. Eucl. cum MN, in Meridiano existente rectos angulos constituet. Quare HI, ad MN, perpendicularis communis sectio erit Horizontis recti, & Aequatoris, si MN, statuatur eiusdem Aequatoris, & Meridiani sectio communis.

2. IAM vero quia per propos. 2. Num. 4. Aequator in Astrolabio, eiusq; paralleli, diuidendi sunt in partes 360. æquales, vt eorũ gradus habeãtur; facile cuiusuis paralleli gradus habebũtur, si is in 360. partes æquales secetur. Ex quo fit, rectas per centrum E, traiectas, secantesq; circulos ex E, descriptos in 360. partes æquales, cões sectiones esse plani Astrolabij Aequatorisue, & maximorũ circulorum per mundi polos, & singulos gradus Aequatoris ductorum, cũ hi in sphæra oẽs parallelos partiantur in gradus, [b] in partes videlicet similes partibus Aequaris, proiicianturque per propos. 1. Num. 1. in lineas rectas in Astrolabium.

3. ITAQVE vt quilibet parallelus propositus per quemcunq; gradũ Mediani, siue Coluri solstitiorum transiens, in Astrolabio describatur, numeranda est in Analemmate eius declinatio, seu distantia ab Aequatore, ex puncto B, versus polũ arcticum C, aut versus antarcticũ A, prout datus parallelus borealis est, aut australis Recta enim per finem numerationis ex A, ducta abscindet ex EV, semidiametrum, ad cuius interuallum datus parallelus ex centro E, in Astrolabio describendus est. Vt si describendus sit parallelus ab Aequatore gradibus 60. in Boream declinans, numerabimus à B, versus C, grad. 60. vsque punctum a. Nã recta Aa, auferet eius semidiametrum apparentem Eb. Sic etiam, si describendus sit parallelus in austrum ab Aequatore declinans grad. 30. numerabimus à B, versus A, grad. 30. vsque ad punctum d. Recta namque Ad, producta abscindet eius semidiametrum visam Ee; atque ita de cæteris.

4. VICISSIM descripto quouis parallelo ex centro E, in Astrolabio, cognoscemus eius declinationem ab Aequatore siue in boream, siue in austrũ, hac ratione. Eius diameter in Astrolabio sumpta transferatur in rectam EV, ex E, in Analemmate. Ex termino enim ipsius recta ad A, ducta transibit in Meridiano ABCD, per punctũ, per quod parallelus datus in sphæra ducitur. Et si quidem recta illa secet quadrantẽ BA, parallelus australis erit, borealis vero, si quadrantem BC, secet. Vt si cognoscere velis, num parallelus HMIN, in Astrolabio sit australis, borealisue, & quantam habeat declinationem, transfer eius semidiametrum EM, beneficio circini in Analẽma ex E, in M Et quia recta ducta AM, secat

Oo quadra-

Satis est, si semidiametri duntaxat inueniantur.

Polus arcticus, & axis mũdi repræsentãtur in Astrolabio per centrũ.

Meridianus, & Horizon rectus in Astrolabio qui

a 19. vndec.

Diuisio parallelorum Aequatoris in gradus.

Circulos maximos per polos mundi & gradus singulos Aequatoris ductos in Astrolabio repræsentari per lineas rectas per centrum Astrolabij ductas diuidentesque quemlibet circulum ex eodem centro descriptum in 360. partes æquales.

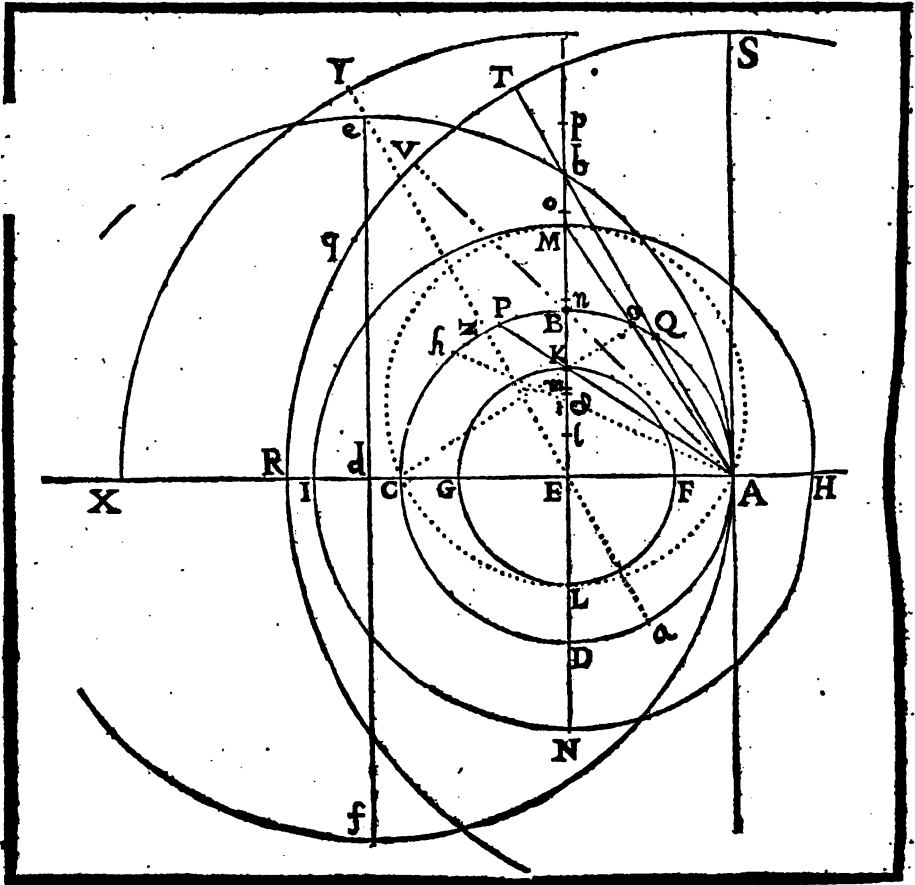
b 10. 2. The.

Parallelum quemlibet Aequatoris datæ declinationis, in Astrolabio ex Analemmate describere.

Paralleli cuiuslibet Aequatoris in Astrolabio descripti declinationem ex Analemmate cognoscere, & vtrum ea borealis sit, an australis.

quadrantem BA, in H, pũcto, quod à B, abest gr. 23. m. 30. erit parallelus HMIN, australis, ac proinde tropicus ♑. Sic diameter EK, paralleli FKGL, dabit in Analemmate arcum declinationis borealis BF, grad. 23. min. 30. ideoque parallelus erit tropicus ♋. Quia denique semidiameter EB, paralleli ABCD, in Analemmate coincidit cum semidiametro EB, erit ipse parallelus in Astrolabio Aequator. Et sic de cæteris.

Aequatorẽ eiusque parallelos in Astrolabio, sine cõstructione Analemmatis describere, si data sit Aequatoris magnitudo.

5. CAETERVM eosdem parallelos Aequatoris in plano Astrolabii, vnà cum Aequatore describemus, etiamsi Analemma seorsum non sit constructum, hoc modo. Descripto Aequatore cuiusuis magnitudinis ABCD, in plano Astrolabii ex E, centro (Huius enim circuli magnitudo arbitrio cuiusque determinari

potest.) ductisque duabus diametris AC, BD, sese ad angulos rectos in centro secantibus, sumatur circulus hic ABCD, pro Meridiano Analemmatis, quandoquidem

quidem Aequator Astrolabii, & Meridianus Analemmatis aequales sunt, vt dictum est; & AC, pro axe mundi; atque A, sit polus australis, & C, borealis; denique BD, in vtramque partem extensa accipiatur pro communi sectione Aequatoris, ac Meridiani, vt in Analemmate, perinde ac si semicirculus BAD, ad rectos angulos insistat plano Aequatoris, vel Astrolabii, in recta BD, & alter semicirculus BCD, eidem plano ex altera parte insistat ad rectos angulos; ita vt totus circulus ABCD, situm Meridiani obtineat. Itaque si à puncto B, supputetur versus C, declinatio borealis paralleli dati, declinatio vero paralleli australis uersus A, & ex A, per finem supputationis recta egrediatur, secabitur recta EB, in puncto, per quod parallelus datae declinationis ex E, centro describendus est. In iisdem enim punctis rectae ex A, egredientes rectam BD, in infinitum productam secabunt, in quibus eandem secarent, si circulus ABCD, ad rectos angulos plano Astrolabii insisteret in recta BD, vt perspicuum est. Ita vides supputatas esse ex vtraque parte maximas Solis declinationes BP, BO, grad. 23. min. 30. rectasque AP, AO, rectam EB, secare in K, M, punctis, per quae tropicus ♋, & tropicus ♑, descripti sunt.

6. ATQVE eadem arte quemcunque parallelum datae declinationis describemus, si eius declinationem à puncto B, numeremus versus C, si ea fuerit borealis, versus A, vero, si Australis. Ratio hic eadem est, quae in Analemmate. Nam per fines, verbi gratia, declinationum P, O, ducendae sunt diametri parallelorum illarum declinationum in Analemmate. Igitur earum extrema puncta P, O, apparebunt in K, M, ac proinde semidiametri eorum apparentes erunt EK. EM, &c.

Parallelum quemlibet Aequatoris, cuius declinatio data sit, in Astrolabio sine constructione Analemmatis describere.

CAETERVM satis est, si declinatio data ex B, in vnam partem numeretur, vt ex ea describamus parallelum tam borealem, quam australem illius declinationis. Nam si declinatio sit BO, abscindet radius AO, ex A, polo propinquiore emissus semidiametrum EM, paralleli australis: at radius CO, ex C, polo remotiore ductus auferet semidiametrum EK, paralleli borealis, &c.

Ex vno arcu declinationis in Aequatore describere tam australem, quam borealem parallelum illius declinationis.

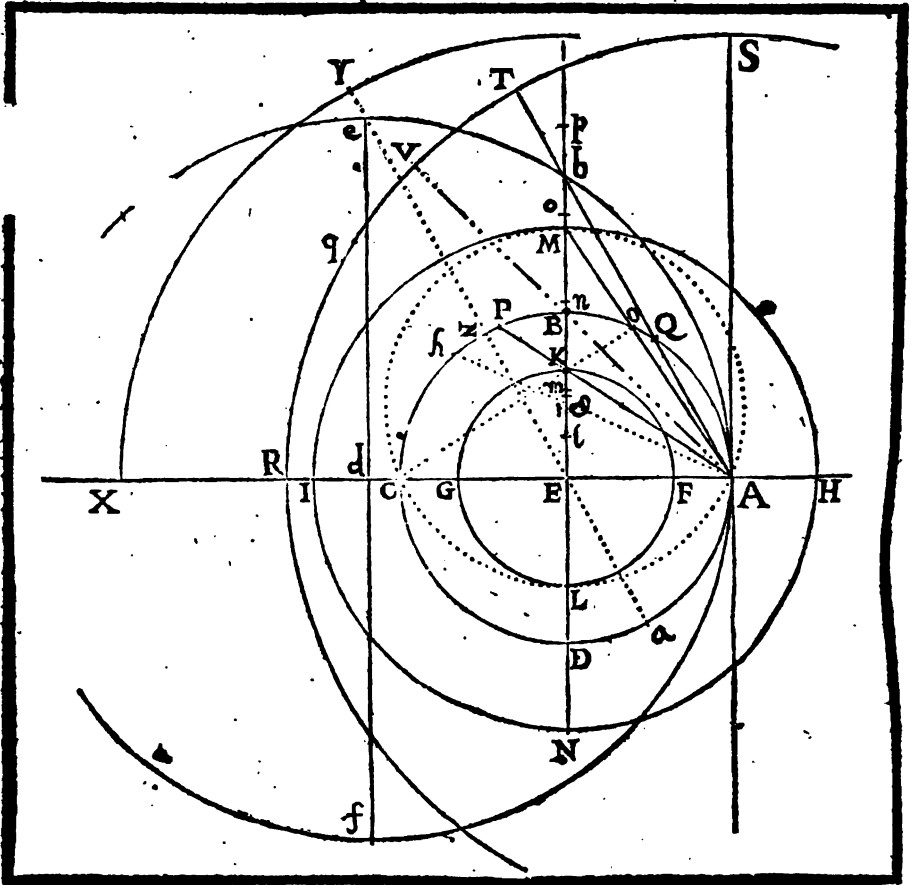
7. E contrario declinationem cuiuslibet paralleli in Astrolabio descripti cognoscemus, si ex puncto, vbi rectam EB, secat, ad A, rectã ducamus. Haec namque semicirculum ABC, in puncto declinationis secabit, & si quidem secet quadrantem BC, declinatio erit borealis, si vero quadrantem BA, australis. Vt ducta recta AK, dat in quadrante BC, declinationem borealem BP, recta vero AM, declinationem BO, australem in quadrante BA.

Paralleli cuiuslibet Aequatoris in Astrolabio descripti declinationem sine constructione Analemmatis cognoscere, & vtrum ea borealis sit, an australis.

8. QVONIAM vero cum declinatio australis dati paralleli, qualis est declinatio BQ, tãta est, vt puncta A, Q, parum inter se distent, difficile admodum radius visualis AQ, citra errorem producitur, propterea quod ob propinquitatem punctorum A, Q, regula, qua in lineis rectis ducendis vtimur, facillime à proprio situ hinc inde dimoueri potest, ideoq; punctum, quod in recta EB, semidiametrum paralleli apparentem terminat, exquisite inueniri nequit; vsurpandum tunc erit lemma 11. vbi docuimus per duo puncta parum inter se distantia, cuiusmodi sunt A, Q, in dato exemplo, lineam rectam quantumlibet producere. Et si forte recta haec tam oblique rectam EB, intersecaret, vt vix punctum intersectionis sine errore possit discerni, adhibendum quoque erit lemma 13. vbi punctum illud, quantumuis oblique sese rectae AQ, EB, intersecent, docuimus inuenire exquisitissime.

Semidiametros parallelorũ Aequatoris, praesertim australium, accuratius, atq; exquisitius inuenire.

9. EANDEM rectam AQ, in continuum producemus valde accurate hoc modo Ex A, descripto arcu RS, ad quoduis interuallum AR, quem in S, secet

recta AS, ad AR, perpendicularis, vt sit quadrans RS, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. sumatur arcus ST, dimidio arcus AQ, similis, hoc est, qui dimidiatum numerum graduum arcus AQ, contineat. (Hoc autem fiet, si per lemma 3. arcus sumatur Sq, arcui AQ, similis, bifariamque secetur in T. Nam ST, similis erit semissi arcus AQ.) Recta enim AT, per punctum Q, transibit, cum per lemma 10. rectæ AS, AQ, arcum auferant ex circulo RS, qui similis sit dimidio arcus AQ:

cuiusmodi est sumptus arcus ST. Quod si perpendicularis AS, arcum RS, in plano non secet, ducenda erit ex A, per B, recta secans arcum RS in V, & accipiendus arcus VT, similis semissi arcus BQ. Recta enim AY, rursus per Q, transibit, cum per lemma 10. rectæ AV, AT, auferant arcum VT, similem semissi arcus BQ. Est autem arcus RV, quadrantis semissis, cum ei insistat in centro A, angulus semirectus BAE, vt patet. Sed commodissime ita quoque agemus. Ex E, descripto

descripto arcu XY, cuius semidiameter EX, semidiametro AR, æqualis sit, diuisoq; arcu CQ, bifariam in Z, ducemus rectam EZ, (sumpto prius arcu Da, arcui BZ, æquali, vt accuratius per tria puncta a, E, Z. recta ducatur) quę arcum XY, secet in Y: eritq; arcus XY, arcui CZ, id est, semissi arcus CQ, similis, ex scholio propos. 22. lib. 3. vel propos. 33. lib. 6. Eucl. Si igitur arcui XY, beneficio circini æqualem arcum resecemus RT, (cum hi circuli sint æquales) erit quoque arcus RT, arcui CZ, similis, ac proinde rursum ducta recta AT, per Q, transibit. Quin etiam, [a] quoniã rectæ EZY, AQT, parallelæ sunt, [b] quod angulus externus XEY, in centro æqualis sit interno angulo RAT, in centro, ob æquales circulos RS, XY; si rectæ aEZ, per A, parallelam agamus AT, ex lemmate 4. transibit ea omnino per Q. Immo rectas aEZ, AQ, esse parallelas, demonstrabimus etiam hoc modo, etiamsi circuli RS, XY, descripti non sint. [c] Quoniam arcus Aa, CZ, ęquales sunt, ob angulos in centro æquales ad verticem AEa, CEZ; estque arcus CZ, arcui ZQ, æqualis; erit quoque arcus Aa, arcui ZQ, æqualis, atque idcirco ex schol. propos. 27. lib. 3. Eucl. rectæ aEZ, AQ, parallelæ erunt.

a 28. primi.
b 27. tertij.
c 26. tertij.

10. POTES quoque, si placet, ex quouis puncto d, in recta AC, accepto per A, describere circulum Abe, qui circulum ABCD, tangat in A. Nam diuiso eius quadrante Ae, in grad. 90. si sumatur arcus Ab, arcui AQ, similis, transibit recta Ab, per Q, cum ex lemmate 9. quælibet recta ex A, ducta abscindat ex circulis AB, Ae, tangentibus arcus similes. Has ergo cautiones, ac remedia, si adhibeas, fieri vix potest, vt error in ducendis radiis visualibus per declinationes australes, quamuis maximas, committatur. Quod si quadrans RS, secetur in partes 180. ęquales, vt singulæ singulis gradibus semicirculi CBA, respondeant, ac proinde ipsæ instar graduum haberi possint; si ex V, puncto medio quadrãtis RS, versus R, supputentur declinationes boreales, & versus S, australes, sumendo V. g. pro maxima declinatione Solis particulas 23 $\frac{1}{2}$. ex 180. in quas diuisus fuit quadrans RS, ac si forent gradus 23. min. 30. & pro declinatione grad. 45. min. 36. sumendo particulas 45. & min. 36. vnius particulæ, (quæ quanam ratione accipi possint, in lẽmate 3. traditũ est) & sic de cæteris, reperientur parallelorum semidiametri in recta EB, per rectas ex A, ad quadrantem RS, ductas, multo accuratius, quàm si eædem declinationes in semicirculo ABC, ex puncto B, vtrinque supputentur: propterea quod rectæ ex A, ad puncta quadrantis RS, magis exquisite ducuntur, quàm per puncta semicirculi ABC, cum illa sint his remotiora à puncto A.

Semidiametros parallelorũ Aequatoris alia ratione, & exquisite facis, inuenire.

11. NON est autem prætereundum hoc loco, semidiametrũ Aequatoris in Astrolabio esse medio loco proportionalem inter semidiametros duorũ parallelorum æqualium & oppositorũ. Sint enim duo paralleli in Astrolabio FKGL, HMIN, respõdentes quibuscunq; duobus parallelis in sphæra æqualibus inter se, & oppositis. Dico EB, semidiametrum Aequatoris esse mediam proportionalẽ inter eorũ semidiametros EK, EM, hoc est, ita esse EK ad EB, vt EB, ad EM, vel ita esse EM, ad EB, vt EB, ad EK. Ductis enim rectis AK, AM, secabitur semicirculus ABC, in punctis declinationum P, O, vt demonstratum est Num. 4. & 7. eruntque arcus declinationũ BP, BO, æquales, cum parallelis oppositis & æqualibus debeantur; ideoque & eorum complementa CP, AO, æqualia erunt; [d] ac proinde anguli PAC, OCA, (ducta prius recta CO,) ęquales erunt. Cum ergo & angulus COA, [e] qui in semicirculo rectus est, æqualis sit angulo recto AEK; erunt triangula COA, AEK, æquiangula. Eademque de causa æquiangula erũt triangula COA, MEA, cum rectus angulus COA, recto angulo MEA, æqualis sit, & angulus EAM, communis. [f] Igitur erit, vt CO, ad OA, ita ME, ad EA; atque

Semidiametrum Aequatoris inter semidiametros duorum parallelorum Aequatoris oppositorum in Astrolabio descriptorum esse medio loco proportionalem.

d 27. tertij.
e 31. tertij.
f 4. sexti.

a 11. quinti.

EA; atque ita EA, ad EK: a atque idcirco erit, vt ME, ad EA, hoc est, ad EB, ita EA, hoc est, EB, ad EK: ac proinde & conuertendo, vt EK, ad EB, ita EB, ad EM, quod est propositum. Et quoniam arcus CO, conflatus est ex quadrante CB, & arcu declinationis BO, ipse notus erit; & est quoque arcus AO, notus, cum sit complementum declinationis. Igitur & chordæ CO, OA, notæ erunt, ideoque & earum proportio erit nota. Cum ergo semidiametri EM, EB, EK, proportionales sint continue in proportione CO, ad OA, vt demonstrauimus, erit quoque proportio semidiametrorum continua, nota. Nam semper earum proportio, maioris ad minorem, est eadem, quæ chordæ arcus ex quadrante, & declinatione conflati, ad chordam complementi declinationis, nimirum CO, ad OA.

Quam proportionem continuam habeant semidiameter Aequatoris, & semidiametri duorum parallelorum oppositorum in Astrolabio.

Semidiametrum cuiusuis parallelli Aequatoris australis ex semidiametro paralleli borealis oppositi eruere in Astrolabio.

12. QVAE cum ita sint, satis erit in recta EB, per rectas ex A, per puncta declinationum in quadrante BC, emissas inuenire semidiametros apparentes parallelorum borealium; quod difficile non est, cum radii visuales ex A, per puncta quadrantis borealis BC, ducti, non admodum oblique semidiametrum EB, intersecent. Si enim per lemma 12. semidiametro apparenti cuiusuis paralleli borealis, & semidiametro Aequatoris, reperiatur tertia proportionalis, erit hæc semidiameter apparens oppositi paralleli australis. Adhibenda tamen hic omnino est cautio, quã eo in lemmate pro tertia proportionali inuenienda præscripsimus: Hoc est, quando semidiameter paralleli borealis multo minor est semidiametro Aequatoris, diuidenda est hæc continue bifariam, donec vltima particula (quæ vel erit semissis, vel quarta pars, vel octaua, vel sextadecima, &c. progrediendo semper per proportionem duplam) inueniatur, quæ sit vel æqualis, vel minor semidiametro paralleli borealis. Per hanc enim inuenietur quarta quædam proportionalis ad semidiametrum paralleli borealis, particulam vltimam semidiametri Aequatoris, & semidiametrum Aequatoris, quæ talis pars erit tertiæ proportionalis, hoc est, semidiametri paralleli australis, quæ desideratur, qualis est particula illa vltima semidiametri Aequatoris. Quare ea duplicata, vel quadruplicata, vel octuplicata, &c. dabit semidiametrum australis paralleli quæsitam. Atque hac ratione vitabitur omnis linearum rectarum obliqua sectio, ac proinde valde exquisite semidiametri parallelorum australium inuenientur. Exempli causa, Inuenta semidiametro EK, tropici ♋, si ex ea reperire velimus semidiametrum tropici ♑, secabimus semidiametrum Aequatoris EB, in g, bifariam. Et quia semissis Eg, minor iam est semidiametro EK, inueniemus ipsis EK, Eg, EB, quartam proportionalem, quæ, vt in lemmate 12. diximus, longe accuratius iam inuenietur, cum prima linea, qualis hic est EK, maior sit quam secunda EB. Erit enim hæc quarta proportionalis, semissis quoque semidiametri paralleli australis. Quare ea duplicata dabit semidiametrum quæsitam. Rursus si inuenienda sit semidiameter paralleli australis gradibus 41. min. 30. ab Aequatore in austrum recedentis, accipiemus in quadrante BC, boreali arcum Bh, grad. 41. min. 30. rectamque ducemus Ah, quæ auferat Ei, semidiametrum paralleli borealis grad. 41. min. 30. Et quia Eg, semissis semidiametri Aequatoris EB, maior est, quam Ei, subdiuidemus Eg, bifariam in l. Cum ergo iam El, quarta pars semidiametri Aequatoris EB, minor sit quam E i, inueniemus tribus E i, El, EB, quartam proportionalem Em, cui alias tres æquales accipiemus mn, no, op, vt tota Ep, quadrupla sit inuentæ Em, quemadmodum EB, quadrupla fuit ipsius El. Nam Ep, erit semidiameter paralleli australis grad 41. min. 30. ab Aequatore recedentis in austrum.

VERVM facilius inueniemus tertiam proportionalem duplici ea ratione, quam

quam ad finem lemmatis 12. attulimus. Nam si semidiameter paralleli borealis accipiatur versus D, vsque ad L, & per tria puncta A, L, C, circulus describatur, secabit is rectam BD, in M, eritque EM, tertia proportionalis ipsis EL, EB, vt ibi demonstratum est, &c. Eademque ratio in cæteris teneatur. Aliam quoque rationem inueniendi semidiametrum paralleli oppositi inuenies in sequenti propos. Num. 11.

Polum mundi australem solum ex omnibus punctis sphæræ in Astrolabium non posse proijci.

13. AD extremum, ex his, quæ diximus, facile etiam demonstrabimus, ex omnibus punctis sphæræ solum polum australem, vbi oculus constituitur, in planum Astrolabij proiici non posse, id quod ad propos. 1. innuimus. Quoniam enim E, polum boreum repræsentat, & recta EB, in infinitum extensa Meridianum circulum, ita vt EB, ED, referant duos eius quadrantes boreales inter polum & Aequatorem, & tota BD, totum semicirculum eius borealem; reliquæ vero partes à B, versus M, & D, versus N, excurrentes ad reliquum semicirculum Meridiani australem, in quo polus australis continetur, pertineant; si polus australis in plano Astrolabii extare posset, transiret vtraque BM, DN, per eum polum, ac proinde in eodem coirent. quod est absurdum. Rursus si polus australis in Astrolabio contineretur, proiiceretur per rectam AS, quæ Meridianum tangit in A, polo australi; (Nam aliæ rectæ ex A, egredientes, secantesque circuli ABCD, proiiciunt in planum Astrolabij illa puncta, per quæ ducuntur, vt ex demonstratis liquet.) ac proinde recta AS, cum recta EB, conueniret. quod est absurdum, [a] cum sint parallelæ, ob rectos angulos E, A. [b] Angulus enim EAS, rectus est à tangente AS, constitutus, & E, rectus est, ex constructione. Denique si polus antarcticus in Astrolabio locum haberet, cum rectę AC, BD, & omnes aliæ per centrum E, traiectæ, referant circulos maximos, qui per polos mundi ducuntur, quorum arcticus est *E*, vt diximus, transirent omnes illæ rectæ necessario quoque per polum antarcticum, sicuti per arcticum E, transeũt. Quare omnes in polo antarctico conuenirent. quod fieri non potest. Non ergo polus antarcticus in Astrolabium proiici potest. Immo neque alia omnia puncta semicirculi Meridiani australis BAD, (excluso etiam polo australi A,) in Astrolabium commode possunt proiici, propterea quod rectæ ex A, per puncta proxima eductæ in infinitum quodammodo excurrunt, antequam rectam BD, secare possint.

a 28. *primi.*
b 18. *tertij.*

Non omnia puncta sphæræ australia (etiam polo australi excluso) commode posse proiici in Astrolabium.

SCHOLIVM.

Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio describere, si tropici Capricorni magnitudo data sit.

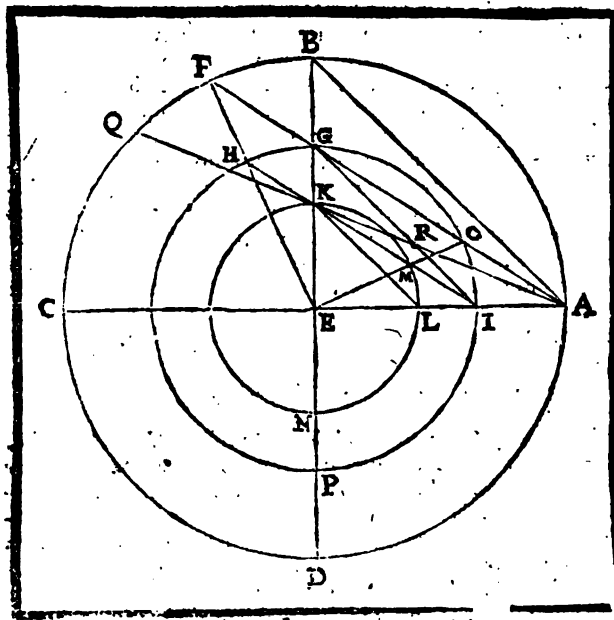
1. RATIO describendi Aequatorem cum suis parallelis in plano Astrolabij, quam hactenus explicauimus, ponit Aequatorem certam, ac determinatam habere quantitatem. Cum ergo Astrolabia vulgaria, atque vsitata, maximum circulum habeant tropicum ♑, non abs re erit, si breuiter cum alijs Astronomis doceamus, quo pacto ex tropico ♑, dato, in Astrolabij plano Aequator, & tropicus ♋, cum reliquis parallelis describendus sit. Sit igitur tropicus ♑, datus ABCD, pro magnitudine tabularum Astrolabij, cuius centrum E; linea Meridiana referens Meridianum circulum BD, quam ad angulos rectos secet AC. Sumpta igitur maxima declinatione Solis BF, ducatur recta AF, secans EB, in G, puncto, per quod ex E, circulus describatur GI: In quo sumpta quoque Solis maxima declinatione GH, (quam dabit recta ducta EF, cum arcus BF, GH, similes sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid.) ducatur recta IH, secans EB, in K, puncto, per quod ex E, circulus quoque describatur KL. Dico GI, esse Aequatorem, & KL, tropicum ♋, si ABCD, est tropicus ♑. Ductis enim rectis AB, GI, [c] quæ parallelæ sunt, cum latera EA, EB, secta sint proportionaliter in I, G, quippe cum ex æqualibus æqualia ablata sint. [d] Igitur alterni anguli BAF, IGO,

c 2. *sexti.*
d 29. *primi.*

æquales

æquales sunt: ideoque ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus BF, IO, similes erunt. Cum ergo BF, sit maxima Solis declinatio, etiam IO, maxima Solis declinatio erit. Si igitur GI, statuatur Aequator, atque idcirco Meridiano Analematis æqualis, & polus australis G, auferet recta GO, ex polo G, per maximam declinationem Solis ducta semidiametrum EA, tropici ♑, ita ut circulus ABCD, referat eum in sphæra, qui per maximam declinationem Solis ab Aequatore in austrum abest, ut demonstratum est. Posito igitur ABCD, tropico ♑, erit GI, Aequator, cum illa ab hoc per maximam Solis declinationem versus austrum distet, ut diximus, & res postulat. Recte ergo ex tropico ♑, Aequator inuentus est, quādo quidē idē Aequator inuentus exhibet nobis eundem tropicum ♑, propositū. Hinc perspicuū est, EK, esse semidiametrum tropici ♋, cum per Aequatorem GI, inuenta sit, ut supra docuimus, per rectam videlicet IH, ex I, polo australi per maximam declinationem Solis GH, ductam. Atque eadē ratione, inuēto Aequatore GI, alios oēs parallelos ipsius describemus, in Astrolabio, ut supra traditum est.

Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio describere, si tropici Cancri magnitudo data sit.

2. SED quid oberit, si hoc loco etiam doceamus, qua ratione ex tropico ♋, descripto in Astrolabio, Aequator cum tropico ♑, & reliquis parallelis describatur? Sit igitur tropicus ♋, datus KL, cuiuscunque magnitudinis circa centrum E, linea Meridiana referens Meridianum circulum BD, quam ad angulos rectos secet AC. Sumpta ergo maxima Solis declinatione LM, ducatur recta KM, secans EA, in I, puncto, per quod ex E, circulus describatur IG: Atque in hoc sumpta quoque maxima declinatione Solis IO, (quam dabit recta ducta EM, quod arcus LM, IO, bl...si similes sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid.) ducatur recta GO, secans EA, in A, puncto, per quod ex E, circulus quoque describatur ABCD, Dico GI, Aequatorem esse, & ABCD, tropicū ♑, si KL, est tropicus ♋.

Producta enim IK, ad H, quoniam arcus LM, IO, similes sunt; si addantur similes quadrantes LM, IP, erunt per lemma 6. toti quoque arcus NM, PO, similes. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. anguli NKM, PGO, æquales erunt; [a] ac propterea rectæ HI, GO, parallelæ erunt; ideoque ex scholio propos. 27. eiusdem lib. 3. arcus IO, GH, æquales

a 28. primi.

æquales erunt. Cum ergo IO, sit maxima Solis declinatio, erit quoque maxima declinatio Solis GH. Si igitur GI, statuatur Aequator, ideoque Meridiano Analemmatis æqualis, & polus australis I, auferet recta IH, ex polo I, per maximam declinationem Solis ducta semidiametrum EK, tropici ♋, ita vt circulus KL, referat eum in sphæra, qui per maximam Solis declinationem ab Aequatore in boream distet, vt diximus, & res postulat. Recte ergo ex tropico ♋, Aequator inuentus est; quandoquidem idem Aequator inuentus exhibet nobis eundem tropicum ♋, propositum. Hinc liquido constat, EA, esse semidiametrum tropici ♑, cum per Aequatorem GI, inuenta sit, vt supra docuimus, nimirum per rectam GO, ex polo australi per maximam declinationem Solis IO, ductam. Eademque ratione, inuento Aequatore GI, alios omnes eius parallelos in Astrolabio describemus, vt supra traditum est.

Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio describere, ex data cuiusuis paralleli magnitudine.

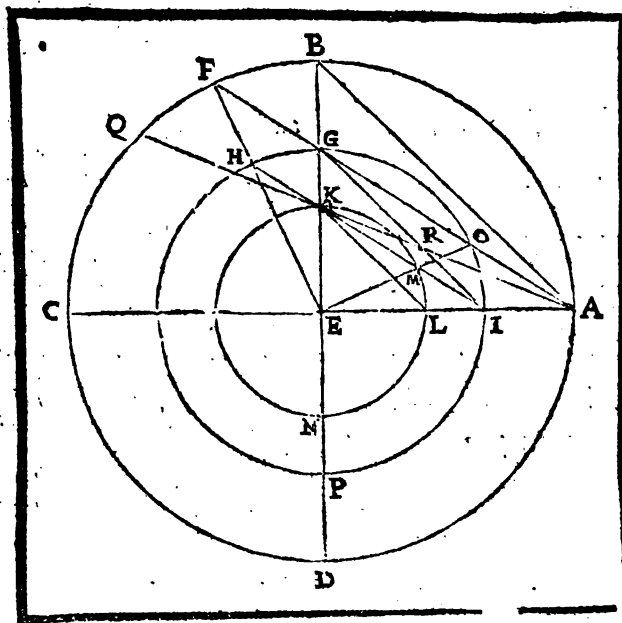
3. QVOD autem de tropico tam ♑, quam ♋, diximus, intelligendum quoque est de quocũque parallelo alio siue australi, siue boreali. Nam si in Astrolabio descriptus sit quicunque parallelus, si in eo numeretur eius declinatio ab Aequatore, loco maximæ declinationis Solis BF, vel LM, reperietur ex eo Aequator, atque ex hoc omnes alij paralleli. Eadem enim demonstratio in eo erit, quæ in tropico ♑, & tropico ♋.

Nullum parallelum Aequatoris in Astrolabio describi posse ex data paralleli oppositi magnitudine, nisi prius Aequator describatur.

4. QVAMVIS autem per datum Aequatorem in plano Astrolabij omnes eius paralleli tam boreales, quam australes, & per quemuis parallelum in eodem plano descriptum Aequator, atque per hũc deinde omnes alij quoque paralleli describi possint, vt in hac propos. eiusque scholio demonstrauimus: per nullum tamen parallelum alium oppositus describi potest, etiamsi in illo supputetur distantia vnius ab altero, nisi prius Aequator describatur: quod operæpretium fuerit aduertere, ne quis hac in re hallucinetur. Sint enim v.g. tres paralleli descripti in proxima figura, tropicus ♑, ABCD, Aequator GIP, tropicus ♋, KLN. Et quia si datus sit tropicus ♑, ABCD, inuenitur semidiameter Aequatoris EG, si sumatur maxima declinatio Solis BF, quam ab Aequatore tropicus ♑, habet, & recta ducatur AF, vt demonstratũ est: Dico hoc modo reperiri non posse semidiametrũ EK, tropici ♋, si nimirum à B, numeretur duplicata maxima Solis declinatio, & ad finem ex A, recta ducatur. Nã recta hæc nõ transibit per punctũ K, sed vel supra, vel infra. Quod in hunc modũ demonstrabimus. Sit, si fieri potest, arcus BQ, duplicatæ maximæ Solis declinationi æqualis, hoc est, FQ, sit maxima declinatio, cum BF, sit altera maxima declinatio, ex qua semidiameter Aequatoris EG, inuenta est, & recta AQ, per punctum K, transeat. Ducta ergo recta KL, quoniam FQ, est maxima declinatio, vt vult aduersarius, est autem & LM, maxima declinatio, vt supra patuit, quando ex tropico ♋, semidiametrum Aequatoris EI, inuenimus; erunt arcus FQ, LM, similes, ac proinde ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. anguli FAQ, IKL, æquales erunt. [a] Sed & totus angulus BAQ, toti angulo AKL, æqualis est, alternus alterno, [b] quod AB, KL, parallelæ sint, propterea quod latera EA, EB, in L, K, proportionaliter secta sunt; quippe cũ æqualia ex æqualibus abscissa sint. Igitur demptis illis, reliqui BAF, AKI, æquales quoque erunt. [c] Sed BAF, angulo AGI, æqualis est, alternus alterno, [d] quod etiam AB, GI, parallelæ sint, propterea quod latera EB, EA, proportionaliter secta sunt in G, I; quippe cũ ab æqualibus ablata sint æqualia; [e] & angulus AKI, angulo GAK, æqualis est, alternus alterno, [f] quod & AG, IK, parallelæ sint, propterea quod angulus EKI, angulo EGA, externus interno, æqualis est, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. cum insistant arcubus MN, OP; qui similes sunt, Nã cum similes sint arcus LM, IO, quod vterq; sit maxima declinatio Solis, vt supra patuit, additis similibus quadrantibus LN, IP, toti quoque arcus MN, OP, ex lemmate 6. similes fient. Igitur & anguli AGI, GAK, æquales inter se erunt; [g] ideoque rectæ GR, AR, æquales erunt. Rursus [h] quia anguli AKI, GIK, angulis æqualibus GAK, AGI, æquales sunt, alterni alternis, ipsi inter se æquales erunt; [i] ac pro-

a 29. primi.
b 2. sexti.
c 29. primi.
d 2. sexti.
e 29. primi.
f 28. primi.
g 6. primi.
h 29. primi.
i 6. primi.

 pterea

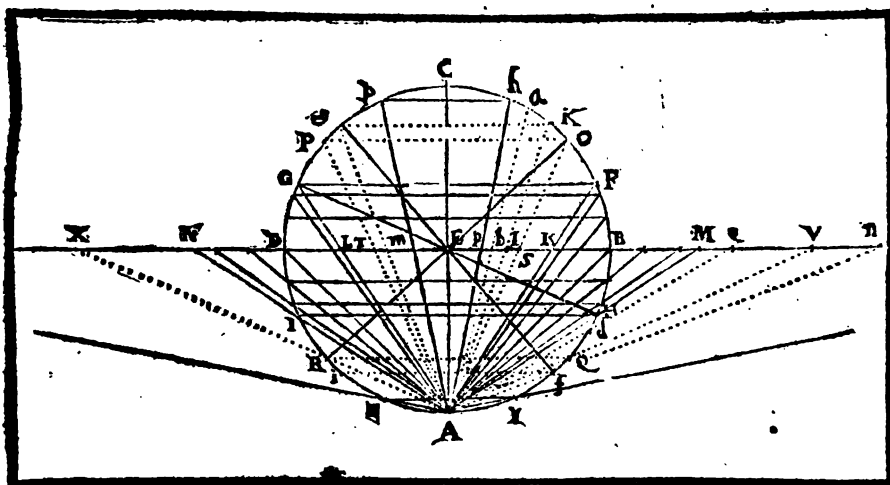
pterea recta quoque IR, KR, aquales erunt. Quoniam igitur duo latera GR, RK, duobus lateribus AR, RI, aqualia sunt, continentque angulos ad verticem R, aquales, [a] erunt anguli KGR, IAR, supra bases GK, AI, & lateribus aqualibus KR, IR, oppositi aquales. Fuerunt autem & anguli AGI, GAK, aquales. Igitur toti quoque anguli EGA, EAG, aquales erunt; [b] ideoque & latera EG, EA, aqualia erunt. Cum ergo EG, ipsi EI, aqualis sit, erunt quoque EI, EA, aquales, pars & totum. quod est absurdũ. Quocirca arcus BQ, nõ est duplicata Solis declinatio maxima: ac proinde cũ recta AQ, per K, transeat, non transibit recta ex A, ad finem maxima Solis declinationis duplicata ducta per punctum K, sed vel supra, vel infra. quod erat demonstrandum. Ex quibus omnibus liquet, ex Aequatore quidem in plano Astrolabij dato, describi posse quemcunque parallelũ, ex quouis parallelo Aequatorem, sed ex nullo parallelo eius parallelum oppositum reperiri posse, nisi prius Aequator inuentus sit.

[a] *4. primi.*

[b] *6. primi.*

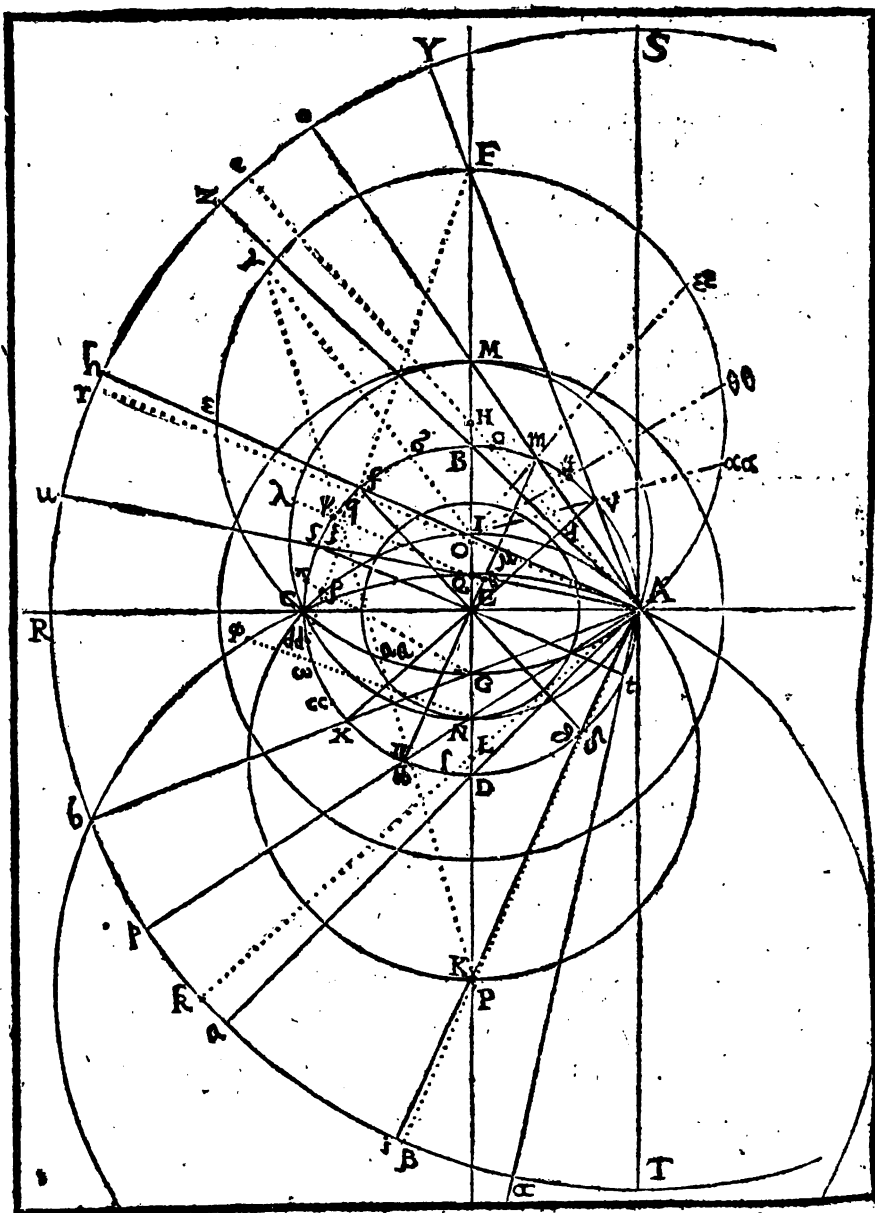
PROBL. II. PROPOS. V.

HORIZONTEM quemlibet obliquum, Verticalem eius primarium, Eclipticam, & quemcunque alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum tamen rectus sit, inclinationemque ad Aequatorem habeat notam, in Astrolabio describere, atque in gradus, hoc est, in partes inæquales, quæ eorum gradibus in sphęra æqualibus respondent, distribuere.

1. SI in Analemmate ad initium propos. 4. descripto ex recta n X, diametri visæ Horizontis, Verticalis primarii, & Eclipticæ, nimirum n m, S X, L M, quas radij visuales ex A, per extrema puncta diametrorum f g, O R, G H, eorundem circulorum in Analémate emissi abscindunt, & quæ omnium maximæ sunt, vt in scholio propos. 3. ostendimus, cum Meridianus, in cuius communi sectione cum Aequatore apparent, ad hos circulos rectus sit: si inquam, hæ diametri visæ ex recta n X. in Astrolabium in rectam BD, quæ rectæ n X, in Analemmate respondet, transferantur eo ordine ac situ, quem in Analemmate habent, & circa eas ex medijs earum punctis circuli describantur, descripti erunt in Astrolabio prædicti circuli maximi. Vt quoniam diameter visa Horizontis est n m, in Analemmate, transferemus partem eius maiorem E n, in Astrolabium ex E, centro vsque ad F; & partem minorem E m, vsque ad G, rectaque FG, diuisa bifariam in H, describemus ex H, ad interuallum H F, vel HG, Horizontem AGCF. Sic etiam diametri apparentes vel visæ Verticalis SX, partem minorem ES, transferemus ex Analemmate in Astrolabium ex E, vsque ad I, & maiorem partem EX, vsque ad K, diuisaque recta IK, bifariam in L, describemus ex L, per I, & K, Verticalem primarium AICK. Rursus ex Analemmate apparentis diametri Eclipticæ ML, maiorem partem EM, transferemus in Astrolabium ex E, vsque ad M, & minorem partem EL, vsque ad N, sectaque diametro MN, bifariam in O, describemus ex O, per M, & N,

Horizō obliquum Verticalis eius primarius, Ecliptica, & quiuis alius circulus maximus obliquus, ad Meridianum tamē rectus, quo pacto in Astrolabio ex Analemmate describātur.

Eclipticam AMCN, quæ tropicum ♋, tanget in N, & tropicum ♑, in M. Quod si in Analemmate ducantur f i, g K, ipsi BD, parallelæ, nimirum diametri parallelorum, quorum ille est semper delitescentium, hic vero semper apparentium maximus, & per eorum semidiametros visas E n, E m, describantur ex centro Astrolabij E, circuli per F, & G, incedentes, tāget eos Horizon, eritq; is, qui per F, transit, semper latentiū maximus, qui vero per G, transit, semper apparentiū maximus erit Pari ratione, si in eodē Analémate ducātur OP, QR, eidem BD, parallelę, diametri videlicet parallelorū, quos Verticalis primarius tangit,

Quos parallelos Ecliptica, Horizon, & Verticalis tangant.

Pp 2   & vnus

& vnus quidem per O, polum Horizontis siue Zenith, alter vero per R, alterum polum Horizontis, siue Nadir, ducitur, & per eorum semidiametros apparentes ES, EX, describantur ex E, centro Astrolabij circuli per I, K, tanget eos Verticalis primarius AICK, & is, qui per I, transit, referet eum, qui in sphęra per superiorem polum Horizontis, qui vero per K, incedit, eum, qui per inferiorem polum Horizontis ducitur. a Omnis enim circulus maximus obliquus ad Aequatorem tangit duos parallelos Aequatoris ęquales. Eadem prorsus ratione quilibet circulus maximus obliquus, qui ad Meridianum rectus sit, notamq; habeat inclinationem ad Aequatorem, in Astrolabio describetur, qua prædicti tres maximi circuli descripti sunt. Vt si describẽdus sit maximus circulus p polos Zodiaci ductus, & ad Meridianum rectus, qualis est ille, qui etiam per communes sectiones Aequatoris & Horizõtis ducitur, posito principio ♋, in Meridiano, & ad Aequatorẽ inclinatus est grad. 66. min. 30. ducemus in Analẽmate eius diametrum hZ, (Hanc, vt cõfusio vitaretur, nõ duximus) per puncta h, Z, quæ ab Aequatoris diametro BD, grad. 66. min. 30. absunt, & beneficio radiorũ visualium ex A, per extrema puncta h, Z, ductorũ diametrum apparentem in recta BD, inuestigabimus, &c. Ita vides in Astrolabio dictũ circulum descriptũ esse ex P, centro (quod qua ratione inquirendum sit, etiamsi totã diametrum visam non habeamus, paulo infra Num. 4. docebimus) per punctum Q, quod in Analemmate respõdet puncto p, per quod radius visualis Ah, ducitur. Eademque ratio est in cæteris. Omnes autem eiusmodi circuli maximi obliqui per puncta A, C, necessario transibunt, vt infra in scholio huius proposit. Num. 1. demonstrabimus.

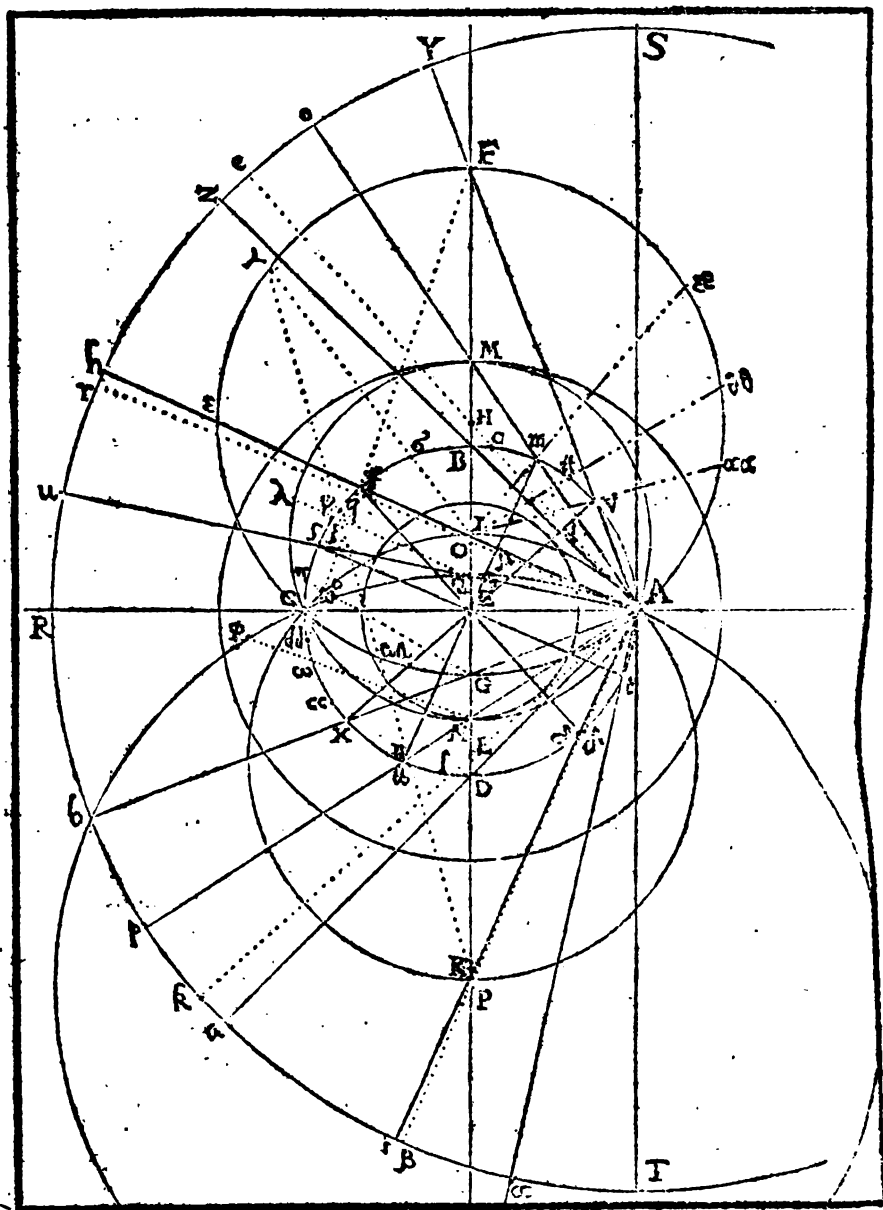
a 8. 2. Theo.

2. EOSDEM circulos maximos obliquos in Astrolabio describemus, etiamsi Analemma seorsum non sit cõstructum, hoc modo. Descripto Aequatore cum vtroq; *tropico*, vti supra, describatur ex A, ad quodlibet interuallum arcus *circuli SRT*, quẽ in S, T, secet recta ST, ducta per A, ad AC, perpendicularis, *vel ipsi BD*, vtrinque productæ parallela, vt duo quadrantes fiant RS, RT, ex *scholio* propos. 27. lib. 3. Euclid. ob rectos angulos ad A. Beneficio enim huius arcus SRT, magis exquisite puncta in Astrolabio inueniemus, quàm sine illo. Deinde à polis A, C, (Aequator enim ABCD, cum Meridiano Analemmatis sit æqualis, accipi potest pro Meridiano, & A, pro polo australi, & C, pro boreali, & recta BD, in vtramque partem extensa pro communi sectione plani, in quo Aequator, & alterius plani, in quo Meridianus ABCD, vt in propos. 4. Num. 5. dictum est; perinde ac si circulus ABCD, instar Meridiani, plano Astrolabij insisteret ad angulos rectos in recta BD.) numeretur in diuersas partes latitudo loci, pro quo Astrolabium construitur, siue (quod idem est) altitudo poli vsque ad V, & X, ducaturque diameter Horizontis VX. Ductis deinde rectis ex A, per B, & D, secabuntur quadrantes RS, RT, in Z, a, bifariam, si erratum non est. Cum enim angulus AEB, rectus sit, b & anguli EAB, EBA, æquales, erit vterque semirectus; c quòd omnes tres duobus rectis sint æquales. Igitur & reliquus angulus SAZ, ex recto semirectus erit, ideoque angulo RAZ, semirecto æqualis; d ac proinde arcus ZR, ZS, quibus insistunt, æquales erunt. Eodemque modo ostendes, æquales esse arcus aR, aT. Diuiso quoque vtroque quadrante RS, RT, in 180. partes æquales, numeretur in eis, ac si essent gradus, ex S, & R, versus R, & T, altitudo poli, vel (quod idem est) ex Z, & a, versus S, & R, complementum altitudinis poli, vsque ad Y, & b: vel certe per lemma 3. accipiantur arcus SY, Rb, semissi arcus AV, vel CX, altitudinis poli similes; vel arcus ZY, a b, semissi complementi altitudinis poli, hoc est, semissi arcus BV, vel DX, similes. Nam radij visuales AY, Ab, auferent diame-

Horizontẽ quẽ- uis obliquũ, verticalem eius primarium, Eclipticam, & quemcunque alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum tamen rectus sit, inclinationemq; ad Aequatorem habeat notam, in Astrolabio sine constructione Analemmatis describere.

b 5. primi.

c 32. primi.

d 26. tertij.

diametrum Horizontis visam FG, quippe qui transeant per extrema puncta V, X, diametri Horizontis, propterea quod per lemma 10. tam rectæ AS, AV, & AR, Ab, auferunt ex circulo SRT, arcus semissibus arcuum AV, CX, altitudinis poli similes, quales ex constructione sunt arcus SY, Rb, quàm rectæ AZ, AY, & Aa, Ab, ex eodem circulo SRT, intercipiunt arcus semissibus arcuum BV, DX, complementi altitudinis poli similes, quales accepti sunt arcus ZY, a b. Si igitur diameter inuenta FG, secetur bifariam in H, describetur ex H, per F, & G, Horizon AFCG. Recte autem inuentam esse visam diametrum FG, ex eo patet, quòd radij AV, AX, in iisdem prorsus punctis rectam BD, secant, in quibus eandem secarent, si circulus ABCD, plano Astrolabij, vel Aequatoris, ad rectos insisteret angulos in recta BD, ita vt situm Meridiani obtineret, vt constat. Vides igitur, arcum SRT, solum esse descriptum, vt radij ex A, per puncta circuli ABCD, (quæ alioquin sufficerent) rectius possint educi.

3. CENTRVM autem Horizontis apparentis, id est, punctum H, secans diametrum visam FG, bifariá, facile hoc modo inuenietur, etiamsi neutrum punctorum extremorum F, G, inuétum foret. Ducatur ex A, ad VX, diametrú Horizontis perpendicularis A c e. Hæc enim, vt in lemmate 35. demonstratum est, bifariam secabit basem FG, trianguli AFG, à radijs AV, AX, emissis abscisi: adeo vt recta ex polo australi ad diametrum circuli maximi obliqui in Aequatore Astrolabij descriptam perpendicularis ducta cadat in centrum eiusdem circuli obliqui. Ita vero perpendicularis Ace, facile ducetur. Arcus AV, quo Horizon in sphæra à polo australi abest, hoc est, altitudo poli, duplicetur vsque ad c; Et vt res sit magis accurata, arcui quoque SY, qui semissi arcus AV, similis est, æqualis sumatur Ye. Nam recta A[illegible] e, perpendicularis erit ad diametrum Horizontis VX, *in sphæra*. Cum enim arcus Ac, secetur bifariam in V, secabitur quoque ex *scholio* propos. 27. lib. 3. Eucl. recta Ac, bifariam in d; [a] ac proinde & ad angulos rectos. quod est propositum. Iam vero si ducatur axis Horizontis fg, ad VX, diametrum Horizontis perpendicularis, erit Cf, arcui VB, hoc est, complemento arcus AV, æqualis. Cum enim quadrantes æquales sint CB, fV, ablato communi arcu fB, reliqui arcus Cf, BV, æquales erunt. Ergo AV, Cf, quadrantem constabunt; ac proinde & arcus Vc, fc, reliquum quadrantem semicirculi ABC, conficient. Quare & arcus f c, complementum erit arcus cV, hoc est, arcus AV, ideoque ipsi Cf, æqualis. Quamobrem si complementum arcus AV, distantiæ Horizontis à polo, hoc est, si arcus VB, vel Cf, duplicetur ex altero polo C, inuenietur idem punctum c, per quod eiecta recta Ac, in H, centrum Horizontis apparentis cadit. Hoc autem posterius alio quoque modo demonstrauimus in lemmate 35.

Centrum Horizontis in Astrolabio inuenire, etiamsi diameter eius visa inuenta non sit.

Rectam ex polo australi ad diametrum circuli maximi obliqui in Aequatore descriptam, ad angulos rectos ductã, cadere in centrũ eiusdem circuli obliqui in Astrolabio.

[a] 3. tertij.

4. HAC eadem ratione centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio reperietur, si nimirum ex polo australi A, ad eius diametrum perpendicularis linea ducatur: quod quidem fiet, si eius distantia à polo ex polo australi A, vel complementum eius distantiæ ex polo boreali C, duplicetur, &c. vt in Horizonte factum est.

Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio inuenire, etiamsi eius diameter visa inuenta non sit.

5. EX his constat, centrum obliqui circuli maximi in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse: quod & propos. 3. Num. 4. demonstratum est; quia cum perpendicularis ex A, ad diametrum circuli obliqui ducta cadat in centrum eiusdem circuli obliqui apparentis, vt ostendimus, non transibit ea perpendicularis per E, centrum Astrolabij, cum AE, rectos angulos faciens cum BD, oblique secet diametrum circuli obliqui, non autem ad angulos rectos. Idem hac ratione

Centrum cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio à centro Astrolabij diuersum esse.

per

perspicuum fiet. Quoniam circulus maximus obliquus secat Aequatorem in duobus punctis, cum vnum extremum eius diametri sit intra Aequatorem, & alterum extra, vt patet ex inuentione eius diametri, perspicuumque est in diametro F G, erit eius centrum omnino diuersum ab E, centro Aequatoris, [a] cum duo circuli se mutuo secantes non possint idem centrum habere.

a 5. tertij.

6. NON aliter alios circulos maximos obliquos ad Meridianum rectos describemus. Sit enim diameter Verticalis primarij fg, secans Horizontis diametrum VX, ad angulos rectos, transiensque per f, g, polos Horizontis. Si igitur ex A, per f, g, radij visuales ducantur, secabunt ij rectam BD, in I, K, polis Horizontis, per quos ex L, puncto medio diametri visæ IK, Verticalis primarius AICK, describendus est. Sed vt extrema puncta diametri visæ IK, magis exquisite reperiantur, præsertim remotius K, accipiendus est arcus Zh, similis semissi arcus Bf, vel arcus Rh, similis semissi arcus Cf. Item arcus a i, similis semissi arcus Dg, vel arcus Ti, similis semissi arcus Ag. Centrum quoque L, inuentum est per rectam Ak, ad diametrum fg, perpendicularem, quæ videlicet ducitur per l, terminum arcus A l, qui duplus est arcus Ag, nec non per k, terminum arcus Tk, qui arcus T i, duplus est, &c.

7. SIT rursus diameter Eclipticæ m n, distans à BD, diametro Aequatoris per maximam declinationem Solis. Si igitur ex A, per m, n, radij visuales ducantur secantes BD, in M, N, erit MN, diameter Eclipticæ apparens; quæ accuratius inuenietur, si semissibus arcuum Bm, Dn, similes arcus sumantur Z o, a p. Centrum etiam O, repertum est per rectam A r, ad m n, perpendicularem, quæ nimirum ducitur per q, terminum arcus A q, qui duplus est arcus A m, complementi maximæ declinationis, nec non per r, terminum arcus S r, qui duplus est arcus S o: quæ puncta q, r, habentur etiam per arcus C q, R r, quorum ille maximæ declinationis duplus est, hic vero semissi arcus C q, similis.

Eclipticam semper apparere circulum in Astrolabio, eiusdemq; magnitudinis, etiamsi ad motũ diurnum in sphæra continuo circumferatur.

QVAMVIS autem Ecliptica vna cum Coluris in sphæra motu *diurno circumferatur*, non tamen idcirco in Astrolabio eius circularis figura *impeditur*. Nam quemcunq; situm Colurus Solstitiorum occupet, semper rectus est ad Eclipticam, ac proinde in eius communi sectione cum plano Aequatoris siue Astrolabij, (quæ ad motum diurnum cum omnibus rectis per centrum Astrolabii ductis congruit) diameter visa Eclipticæ semper maxima erit, semperque planum Astrolabij Aequatoris siue, in cono, cuius basis est Ecliptica, subcontrariam sectionem faciet, hoc est, circulum, vt demonstratum est propos. 3. Ex quo fit, Eclipticam semper proiici in circulum eiusdem magnituditidis in Astrolabium, quemcunque illa situm in sphæra obtineat.

8. SIT denique diameter ſt, circuli cuiusuis obliqui, ad Meridianum tamen recti, nimirum eius, qui per polos Zodiaci ſ, t, ducitur, & per communes sectiones Aequatoris & Horizontis, constitutis eisdem polis in Meridiano. Si igitur ex A, per ſ, t, ducantur radij visuales, secabit A ſ, rectam BD, in Q, polo Eclipticæ, per quem propositus circulus describendus est. Sed vt exquisitius hi radij educantur, accipiendi sunt arcus Ru, Tα, semissibus arcuum Cſ, At, similes. Et quia radius Aα, nimis procul cum BD, concurrit, ita vt alter polus Eclipticæ in plano ægre haberi possit, descripta est circuli propositi portio tantummodo AQC, ex centro P, quod inuenitur per rectam Aγ, ad diametrum ſt, perpendicularem, ductam videlicet per δ, terminum arcus Aδ, qui arcus At, duplus est, & per β, terminum Tβ, qui arcus Tα, duplus quoque est.

QVO

QVO modo autem maximus circulus obliquus ad Meridianum non rectus, sed rectus quidem ad Horizontem, in Astrolabio describendus sit, docebimus propos. 8. rectus vero ad Verticalem primarium, propos. 10. neque rectus deniq; ad Horizontem, aut Verticalem, propos. 12.

9. VT autem sciamus, quam in partem diameter cuiusuis circuli obliqui, sed ad Meridianum recti, ducenda sit, diligenter obseruanda est eius intersectio cum Meridiano in sphæra. Eodem enim modo eius diameter secare debet circulum ABCD, in Astrolabio, qui pro Meridiano sumitur, ita vt A, sit polus australis; C, borealis; & B, intersectio eius cum Aequatore in supero hemisphærio. Itaque quoniam Horizon secat in sphæra Meridianum inter Aequatorem in supero hemisphærio & polum antarcticum, ducenda est eius diameter inter B, & A; qualis est diameter VX. Quia vero Verticalis primarius in supero hemisphærio secat Meridianum inter Aequatorem, & polum arcticum, ducenda est eius diameter inter B, & C, vt factum est in diametro Verticalis fg, sic etiam quoniam Ecliptica (posito principio ♑, in Meridiano superi hemisphærij) secat Merinum inter Aequatorem, & polum antarcticum, ducenda est eius diameter m n, inter B, & A, veluti Horizontis diameter. Denique quia circulus maximus per polos Eclipticæ in eo situ, & polos Meridiani ductus, secat Meridianum inter Aequatorem, & polum arcticum, ducenda est eius diameter st, inter B, & C, quemadmodum diameter Verticalis. Atque ita de cæteris, habita semper ratione distantiæ circuli obliqui à polo A, vel polo C, aut certe ab Aequatoris intersectione B.

Diameter dati circuli maximi obliqui, & ad Meridianū recti, qua ratione in Aequatore Astrolabij ducēda sit, vt per eā circulus obliquus describatur in Astrolabio.

10. PORRO, [a] quoniam quilibet circulus maximus obliquus tangit duos parallelos Aequatoris æquales & oppositos, inuento puncto illo extremo diametri visæ cuiuscunque circuli maximi obliqui, quod à centro Astrolabij E, propius abest, (quod quidem commode haberi potest, cum radius visualis illud exhibens secet semper diametrum BD, intra Aequatorem) reperietur aliud extremum punctum remotius longe accuratius, si duabus rectis, quarum vna est portio rectæ BD, inter E, centrum Astrolabij, & extremum punctum propinquius, (hoc est, semidiameter paralleli borealis, quem maximus circulus obliquus eo in extremo tangit.) altera vero semidiameter Aequatoris, tertia proportionalis inueniatur, vt in lemmate 12. docuimus Hæc enim dabit alterum extremum diametri visæ propositi circuli maximi obliqui, cum sit semidiameter paralleli australis, quem idem circulus maximus tangit, vt propos. 4. Num. 11. demonstrauimus. Vt in Horizonte, inuento puncto G, si duabus EG, EB, inueniatur tertia proportionalis EF, inuentum erit alterum punctum extremum F. Sic in Verticali, postquam inuentum fuerit punctum I, si duabus EI, EB, adiungatur tertia proportionalis EK, habebitur extremum alterum K. Item in Ecliptica, inuento puncto N, si duabus EN, EB, tertia proportionalis adiungatur EM, datum erit alterum extremum M. Denique in circulo AQC, inuento puncto Q, si duabus EQ, EB, reperiatur tertia proportionalis, offeret ea alterum punctum extremū remotius diametri visæ eiusdem circuli. Et sic de cęteris. Verum inuentio huius puncti extremi remotioris non est oīno necessaria. Nam si exquisite centrum dati circuli obliqui reperiatur per lineam ex australi polo A, ad eius diametrū in Meridiano Analēmatis (qui in Astrolabio est ipse Aequator.) perpendicularē, vt supra Num. 3. diximus, describetur circulus obliquus in Astrolabio ex eo centro, ad interuallū semidiametri inter centrum, & punctum extremū propinquius inuentum intercepto, exhibebitq; simul alterū extremum remotius: Immo neque vicinius extremum erit necessarium omnino. Nam, vt in scho-

a 8. 2. Theo.

Extremum punctum diametri visæ circuli maximi obliqui, quod à centro Astrolabii remotius est, accuratius inuenire.

Circulum maximum obliquum in Astrolabio describere, etiamsi eius diameter visa inuenta non sit.

Y
S
F
Z
M
H
B
I
O
E
R
A
G
N
L
D
X
K
P
T
λ

in scholio Num. 1. ostendemus, circulus obliquus per punctum A, necessario transit. Si ergo ex centro inuento per A, circulus describatur, erit is maximus quaesitus, & simul vtrumque extremum exhibebit.

11. IMMO eadem hac arte semidiametrum cuiusuis paralleli Aequatoris australis nullo fere negotio eruemus. Nam si V. g. semidiameter paralleli, cuius declinatio australis sit BV, desideretur, ducemus diametrum circuli maximi VEX, & ad eam ducemus perpendicularem A d, quae rectam DB, productam secet in H. Si namque rectam HG, inter H, & punctum G, terminans semidiametrum paralleli borealis oppositi, (quod per rectam AX, indicatur, cum declinatio borealis DX, declinationi australi BV, aequalis sit) transferemus vsque ad F. erit EF, semidiameter quaesita, propterea quod H, est centrum circuli maximi tangentis in G, & F, duos parallelos oppositos & aequales, quorum declinationes sunt DX, BV, vt ex dictis patet.

Semidiametrum cuiusuis paralleli Aequatoris australis alio modo, quam supra, & valde expedite, inuenire.

12 POLVS quoque circuli cuiusuis maximi obliqui ad Meridianum recti, qui in sphaera à polo australi remotior est, indicatur in BD, linea meridiana Astrolabij per radium visualem, qui ex A, ad medium punctum illius semicirculi ducitur, quem eius circuli diameter aufert, siue (quod idem est) qui tam eum angulum, quem radij per extrema puncta diametri ipsius circuli ducti, quàm eum, quem radij per centrum Astrolabij, hoc est. centrum circuli obliqui in sphaera, & centrum eiusdem in Astrolabio ducti comprehendunt, bifariam diuidit. Verbi gratia radius A f, cadens in f, punctum medium semicirculi VfX, quem diameter Horizontis VX, abscindit, vel diuidens tam angulum VAX, quàm HAE. bifariam, exhibet I, polum Horizontis respondentem in sphaera polo f, qui à polo australi A, longius abest. Nam f. punctum aequaliter distans ab Horizonte per VX, ducto polus est Horizontis, ac propterea in I. apparebit. Rectam autem Af, diuidere bifariam tam angulum VAX, contentum sub radiis AV, AX, per extrema puncta diametri VX. ductis, quàm angulum HAE, quem radii AE, AH, per centrum Astrolabij, vel Horizontis in sphaera E & centrum Horizontis H in Astrolabio ducti constituunt, ita ostendemus. Quoniam arcus fV, fX, aequales sunt, [a] aequales quoque erunt anguli fAV, fAX. Deinde, [b] quia arcus CX, arcui AV, aequalis est, ob angulos in centro ad verticem aequales, & eidem arcui AV, sumptus fuit aequalis arcus Vc; erunt quoque arcus CX, Vc, aequales: quibus demptis ex quadrantibus fX, fV, reliqui arcus fC; fc, aequales etiam erunt; [c] ac proinde anguli EAf, HAf, illis arcubus insistentes, aequales erunt. Et quoniam poli per diametrum sunt oppositi in sphaera, cadet recta ducta fE, in alterum polum g; ac proinde radius Ag, ad Af, perpendicularis [d] (quod angulus fAg, in semicirculo fAg, rectus sit,) indicabit in Astrolabio alterum polum K, respondentem in sphaera polo g, qui à polo australi A, propius abest. Eademque ratio omnino est in aliis circulis obliquis maximis. Nam G, F, sunt poli Verticalis: Q, Eclipticae, alter vero per radium Aα, indicaretur, si id plani angustia permitteret, & N, M, circuli AQC.

Poli cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio per quas rectas indicentur in linea meridiana.

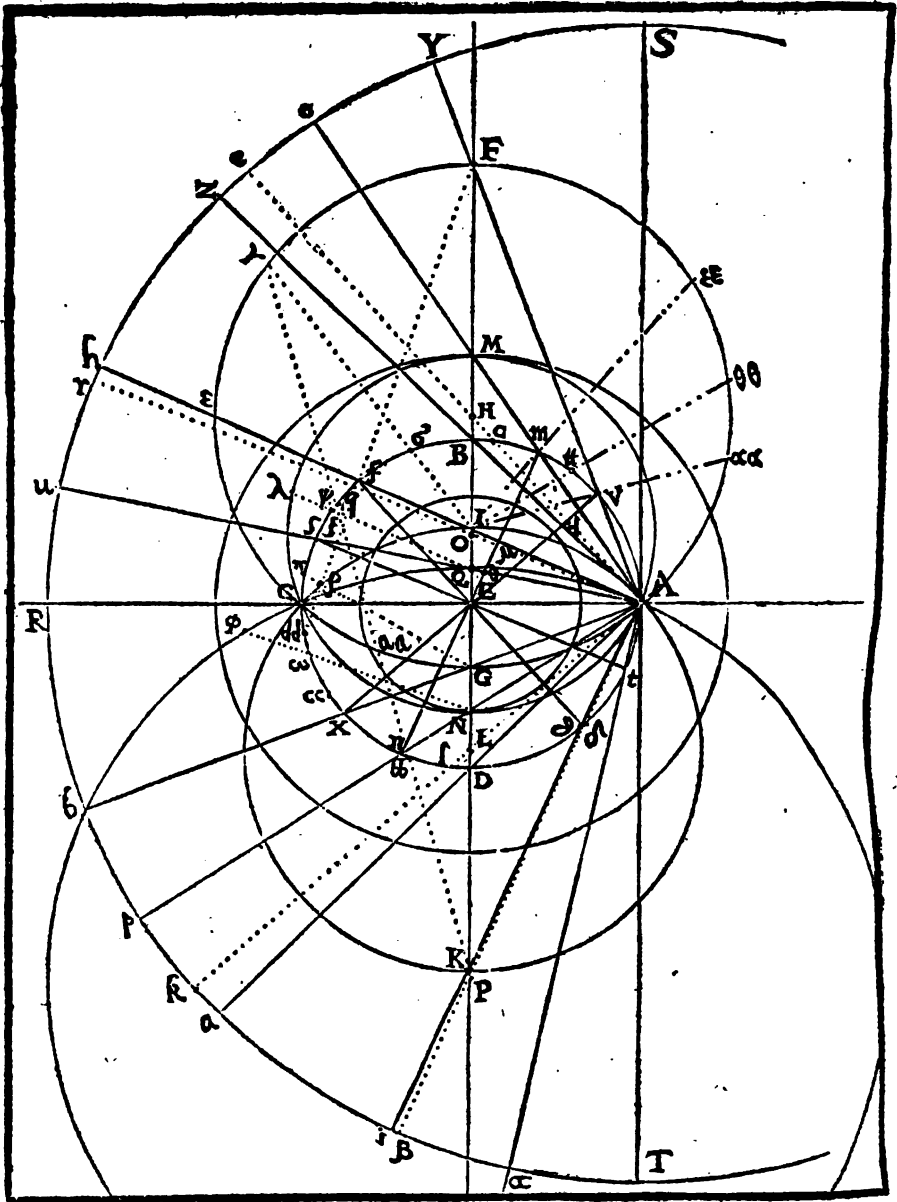
Radius ex polo australi per polum circuli obliqui maximi remotiorem ductus, quos angulos secet bifariam.

a 27. tertij.
b 26. tertij.
c 27. tertij.
d 31. tertij.

13. EX his liquet, in Astrolabio polum cuiuslibet circuli obliqui maximi à centro Astrolabij diuersum esse. Nam cum radius ex polo australi per polum circuli obliqui ductus non transeat per centrum Astrolabij, quod C. polus mundi non possit esse polus circuli obliqui, perspicuum est, polum circuli obliqui apparere extra centrum Astrolabij, ac proinde ab eo diuersum esse.

Polum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio à centro Astrolabii diuersum esse.

14. ITAQVE ducto radio ex A, per f, polum Horizontis, secante arcum RS, in h, si arcui Rh, sumatur aequalis arcus he, vel arcui Cf, aequalis arcus fc, cadet recta Ace, in H, centrum Horizontis in Astro-

Centrum circuli maximi obliqui, aliter reperire in Astrolabio.

 labio:

labio: a propterea quod anguli RAh, eAh, sunt æquales; ac proinde angulus RAe, comprehensus duabus rectis, quarum AR, per E, centrum Astrolabij, vel centrum Horizontis in sphæra, at vero Ae, per H, centrum Horizontis in Astrolabio ducitur, bifariam secatur. Idemque contingit in aliis circulis maximis obliquis.

a 27. tertij.

EST quoq; obiter hic notandum, radiũ Af, ex polo australi in polum circuli obliqui maximi cadẽtem, abscindere ex linea meridiana, & diametro eiusdem circuli maximi obliqui, duas lineas ęquales vsq; ad E, centrum Astrolabii; hoc est, rectam EI, vsq; ad I, polum visum, æqualem esse segmento rectę EV, vsq; ad radium Af: Eademq; ratione rectam EK, vsq; ad alterum polum visum K, æqualem esse segmento rectæ EV, productæ vsq; ad radium visualem KA, versus A, productum. [b] Quoniam enim tres anguli in triangulo AEI, æquales sunt tribus angulis trianguli à rectis Ef, fA, EV, constituti vsq; ad intersectionem rectarum fA, EV; suntq; tam ablati anguli recti AEI, fEV, æquales, [c] quàm anguli EAf, EfA, in Isoscele AEf: erit quoque reliquus EIA, trianguli AEI, reliquo in alio triangulo, quem rectæ EV, fA, in communi earum sectione constituunt, ęqualis. [d] Igitur recta EI, æqualis est segmẽto rectæ EV, vsq; ad radium Af. [e] Rursus quia tres anguli in triãgulo AEK, ęquales sunt tribus angulis triãguli à rectis Eg, gA, EV, cõstituti vsq; ad intersectionem rectarum gA, EV; suntq; tam ablati anguli recti AEK, gEV, æquales, [f] quam anguli EAg, AgE, in Isoscele AEg: erit quoq; reliquus EKA, trianguli AEK, reliquo in alio triangulo, quem rectæ gA, EV, in earum concursu efficiunt, æqualis. [g] Igitur recta EK, æqualis est segmento rectæ EV, productæ vsque ad radium gA, productum versus A. quod est propositum.

Quæ rectæ ęquales abscindat radius ex polo australi ad polum maximi circuli obliqui ductus.

b 32. primi.

c 5. primi.

d 6. primi.

e 32. primi.

f 5. primi.

g 6. primi.

15. EX his etiã constat, polum cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio à suo centro esse diuersum. Id quod in datis exẽplis vel facile videri potest. Quod tamẽ breuiter sic demõstrari poterit. Sit f, polus V. g. Eclipticę, apparens per radiũ Af, in Q. Dico Q, non esse centrũ Eclipticę. Quoniã enim centrum indicatur per radium perpendicularẽ ad diametrum Eclipticæ, vt Num 3. demonstratũ est; si Q. dicatur esse centrũ Eclipticæ, erunt anguli ad θ, recti, & æquales: Sunt autem & anguli mAθ, nAθ, æquales, ꝙ radius Aθ, per polum ductus secet angulum mAn, bifariã, vt Num. 12. ostensum est. Igitur duo anguli mθA, mAθ, trianguli Aθm, æquales sunt duobus angulis nθA, nAθ, trianguli Aθn. Cum ergo illis adiaceat latus commune Aθ; [h] erunt quoque latera mθ, nθ, æqualia; ac proinde cum nθ, recta maior sit, quàm nE; hoc est, quàm mE, erit quoque mθ, maior quàm mE, pars quàm totum. quod est absurdum. Non ergo Q, polus Eclipticæ centrum est eiusdem. Pari ratione sit O, centrum Eclipticæ, quod exhibet Aμ, ad mn, perpendicularis. Dico O, non esse polum Eclipticæ. Quoniam enim polus indicatur per radium, qui angulum mAn, diuidit bifariam, vt Num. 12. ostendimus; si O, dicatur esse polus Eclipticæ, erunt anguli mAμ, nAμ, æquales: sunt autem & anguli ad μ, æquales, quia recti. Igitur duo anguli mμA, mAμ, trianguli Aμm, duobus angulis nμA, nAμ, trianguli Aμn, æquales sunt. Cum ergo illis adiaceat latus commune Aμ; [i] erunt quoque rectæ mμ, nμ, æquales; ac proinde cum nμ, maior sit, quam nE, hoc est, quam mE, erit quoque mμ, pars maior, quã totum mE. quod est absurdum. Nõ ergo O, centrum Eclipticæ, polus est eiusdẽ. Eadẽq; ratio est in aliis circulis maximis. Quod tamẽ ita quoq; potest cõfirmari. Quoniã demonstratum supra est Nu. 12. radiũ per polum ductũ secare bifariã angulum contentũ radijs duobus per centrũ Astrolabij, & centrũ circuli obliqui ductis, necessariò differet radius per polũ ductus à radio per centrũ circuli obliqui ducto, ideoq; duo hi radij diuersa puncta in Astrolabio indicabunt.

Polum circuli maximi obliqui ab eius centro differre in Astrolabio.

h 26. primi.

i 26. primi.

16. SED

16. SED iam, quomodo quilibet circulus maximus obliquus in Astrolabio descriptus in gradus distribuatur, doceamus. Quoniam enim eorum arcus non semper in arcus similes proiiciuntur, vt propos. 3. Num. 2. & 3. demonstrauimus, non erunt eorum arcus singulis gradibus eorundem in sphæra respondentes, inter se æquales: alias similes essent arcus in Astrolabium proiecti arcubus in sphæra, qui proiiciuntur. Aliam ergo viam ac rationem inire oportet, qua gradus circulorum maximorum obliquorum in Astrolabio descriptorum habere possimus. Quamuis autẽ in gradus diuidi possint per circulos maximos, qui per eorum polos ducuntur, vt Horizon per circulos Verticales, & Ecliptica per maximos circulos, qui per eius polos ducuntur, & circuli latitudinum dici solent, & sic de cæteris: quia tamen nondũ docuimus, qua ratione huiusmodi circuli maximi describantur in Astrolabio, & eorum nonnulli in immensam ferme quantitatem excrescunt, vt vix sine errore delineari possint, diuidemus eosdem cõmodissime per lineas rectas, idq; pluribus viis, quarum prima omniũ est pulcherrima ac facillima, ac proinde eã inter alias eligendã censeo, cuius prior pars (quoniam duas continet, hoc est, duobus modis fieri potest,) sic se habet.

Horizontem in Astrolabio ex eius polo superiore in gradus distribuere.

17. INVENTO polo Horizontis, vel cuiusuis circuli obliqui maximi, (Eadem enim in omnibus est ratio, vt Num. 23. dicetur,) qui intra Aequatorem exstit, (qui quidem eũ exprimit, qui in sphæra a polo australi remotior est) si ex eo per singulos gradus Aequatoris rectę lineæ ducantur vsq; ad circulũ obliquũ, distributus erit obliquus circulus in gradus, hoc est, in arcus, qui quamuis inter se inæquales sint, respõdent tamen gradibus æqualibus illorum circulorum maximorum obliquorum, quos in sphæra referunt. Verbi gratia, si ex I, polo Horizontis per quodcunque punctum σ, Aequatoris recta ducatur Iσ, secans Horizontem in γ, respondebit arcus Fγ, tot gradibus Horizontis in sphæra, quot gradus in arcu Aequatoris Bσ, continentur. hoc est, arcus Fγ, representabit arcum Horizontis in sphæra arcui Aequatoris Bσ, æqualem: adeo vt si Bσ, arcus fuerit grad. 1. etiam arcus Fγ, sit grad. 1. si arcus Bσ, fuerit 2. grad. etiam arcus Fγ, sit 2. grad &c. Quod sic demonstrabimus. Planum, quod in sphæra per polum antarcticum, & polum Horizontis ab eo remotiorem, nimirum per Zenith, ducitur, abscindit ex Aequatore, & Horizonte arcus æquales, initio facto in Aequatore quidẽ à semicirculo Meridiani superiore, in quo Zenith existit, in Horizonte vero a sectione australi, quam cum Meridiano facit; vel in Aequatore a Meridiani semicirculo inferiori, in Horizonte vero à sectione boreali, vt in lemmate 23. demonstrauimus. Igitur illud idẽ planum (a quod quidẽ in sphęra circulũ facit) in Astrolabiũ proiectũ auferre conspicietur ex polo australi eosdẽ illos arcus æquales ex Aequatore, & Horizõte in Astrolabio cõspectis, illos videlicet, qui abscisis arcubus in sphera respondent. Cũ ergo planũ, seu potius circulus, quẽ in sphęra efficit, per polũ australẽ trãsiens faciat in Astrolabio per propos. 1. Num. 1. lineam rectam per polum I, transeuntem, referet recta Iσ, circulum illum per polum Horizontis I, & punctum Aequatoris σ, ductũ. Hæc igitur producta secabit Horizontem in puncto γ, quod illi in sphæra respõdet, per quod circulus ille ducitur; adeo vt in puncto γ, circulus ille Horizontem secare conspiciatur ex polo australi, Aequatorem vero in puncto σ. cũ radius visualis in illius circuli plano per omnia puncta circumductus ab eo non recedat, ideoque in Iγ, communi eius sectione cum plano Astrolabii semper existat. Arcus ergo Horizontis Fγ, illum in sphæra representat, qui a cui Aequatoris Bσ, æqualis est. Idem dicendum est de omnibus aliis rectis lineis ex Horizontis polo I, egredientibus, & tam Aequatorem, quam Horizontem secantibus.

a 1. 1. Theo.

Nam

Nam & recta I fε, aufert ex Horizonte arcuum Fε, tot graduum, quot in arcu Aequatoris B f, continentur; & recta IA, abscindit arcum Horizontis FA, tot graduum, quot quadrans Aequatoris BA, complectitur, nimirum 90. ita vt FA, referat quadrantem Horizontis in sphæra. Denique quælibet recta ex I, polo Horizontis educta, & meridiana linea BD, in vtramque partem extensa, si opus sit, intercipient semper in Aequatore & Horizonte duos arcus æquales, hoc est, qui gradus numero æquales complectantur; initio semper sumpto vel a duobus punctis B, F, vel a duobus D, G, quorum priorum duorum punctum B, in Aequatore est superius, & F, in Horizonte australe; posteriorum vero duorum punctum D, in Aequatore est inferius, & G, in Horizonte boreale. Id quod seruandum esse in maximis circulis præcepimus in lemmate 23. quando polus Horizontis a polo australi remotior assumitur, qualis est polus assumptus I. Eademque ratione duæ quælibet rectæ ex I, emissæ includant in Aequatore, Horizonteque duos arcus æquales, cuiusmodi sunt duo arcus γε, σ f, inter duas rectas Iγ, Iε: Item duo arcus γ C, σ C, inter duas rectas Iγ, & IC, (si duceretur) interiecti. Itaque si ex I, per singulos gradus Aequatoris rectæ lineæ ducerentur, distribueretur Horizon in 360. arcus, qui singulis gradibus Horizontis in sphæra responderent.

SED quoniam accidit interdum, polum I, esse valde propinquum puncto B, ac proinde vix posse ex eo per gradus Aequatoris prope B, rectas sine errore educi, quæ gradus in circulo obliquo nobis exhibeant; afferemus huic incommodo remedium facillimum propos. 6. ad finem Num. 21. vbi docebimus, quo pacto alius circulus cuiusuis magnitudinis ex certo quodam centro describi possit, ita vt rectæ ex I, per eius gradus emissæ indicent gradus respondentes in circulo obliquo, non secus ac rectæ ex I, per gradus Aequatoris egredientes, vt demonstratum est.

Quo pacto exquisitius obliquus circulus in gradus distribuatur, quando polus I, valde propinquus est Aequatoris circumferentiæ.

18. ITAQVE si desideretur in Horizonte gradus quicunque, hoc est, arcus quotuis graduum, cuius initium sit vel in altera sectionum eius cum Meridiano, vt in F, vel G, vel in altera eius intersectione cum Aequatore, vt in A, vel C, numerandi sunt illi gradus a puncto Aequatoris correspondente, nimirum à B, vel D, aut ab A, vel C, in illam partem, in qua arcus abscindendus est. Recta enim ex I, polo Horizontis per finem numerationis in Aequatore emissa secabit Horizontem in gradu, qui desideratur. Vt si quis cupiat arcum grad. 25. initium sumentem ab intersectione Horizontis cũ Aequatore orientali, qualis in Astrolabio solet esse punctum C, (quamquam & A, accipi possit pro orientali, & C, pro occidentali.) & tendentem versus boream, supputandi sunt gradus 25. à C, versus D, in Aequatore. (Punctum enim G, Horizontis est boreale, cum referat extremum punctum X, diametri Horizontis, quod remotius est a polo australi A: at punctum F, australe est, cum respondeat puncto extremo V, eiusdem diametri, quod propius ab eodem polo australi abest.) Recta namque ex I, per finem grad. 25. ducta offeret punctum in Horizonte gradui 25. respondens, atque ita de cæteris. Sic etiam, si quis velit in Horizonte arcum grad. 15. cuius principiũ sit in quadrante orientali australi, & in grad. 22. ab eius intersectione australi cum Meridiano, numerandi sunt primum grad. 22. à B, vsque ad σ, ducendaque recta Iσ, secans Horizontem in γ, puncto, quod gradibus 22 ab australi sectione F, distat. Deinde à puncto σ, numerandi sunt propositi grad. 15. vel versus B, vel versus C, prout arcus Horizontis abscindendus vergere debet in austrum, vel in boream. Nam recta ex I, per finem grad. 15. ducta transibit in Horizonte per grad. 15. &c.

Gradus quilibet propositus quo pacto in Horizõte ex eius polo superiore inueniatur in Astrolabio.

Pars orientalis, occidentalis, borealis, & australis in Horizonte Astrolabii quæ.

IMMO

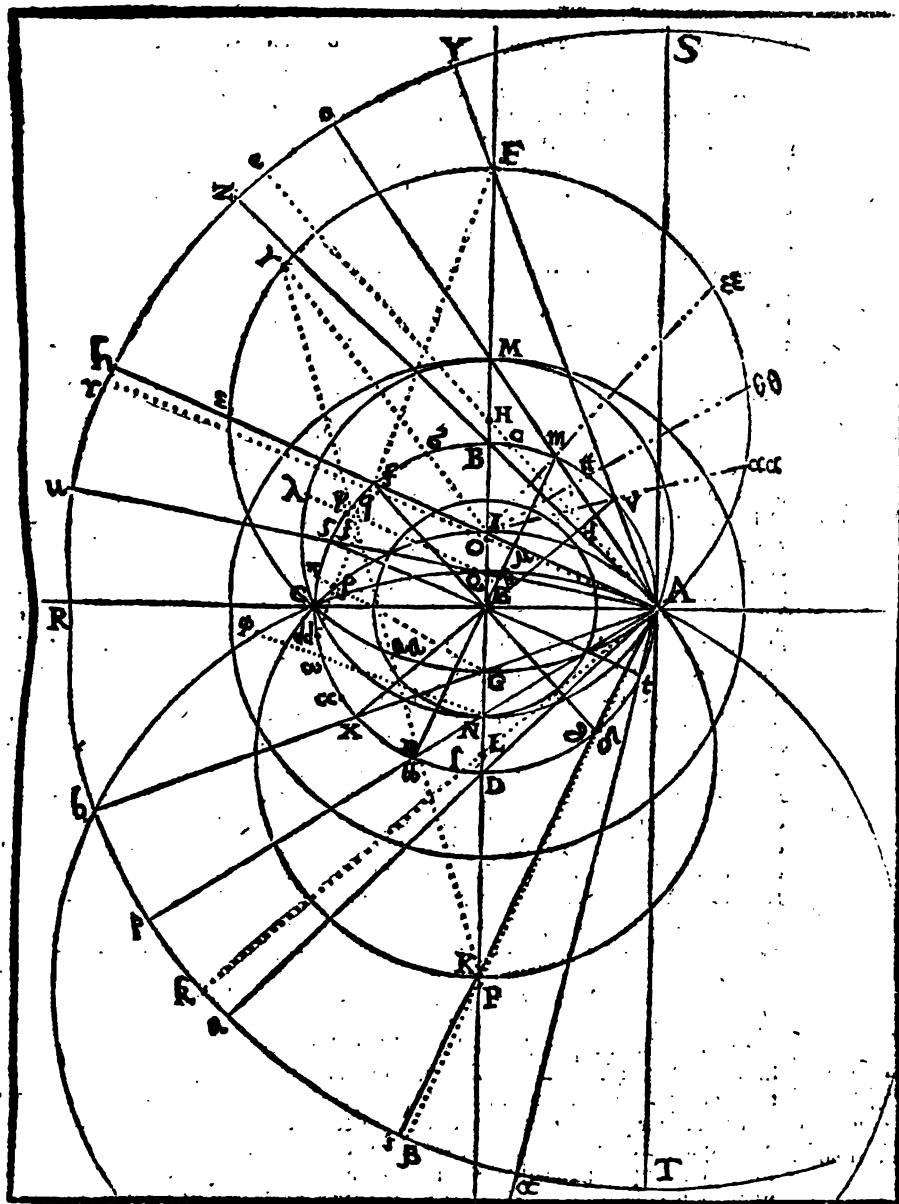
Datum arcũ maximi circuli obliqui in Astrolabio diuidere bifariam.

IMMO eadem prorsus ratione datum quemcunque arcum circuli maximi obliqui bifariã secabimus. Sit enim datus arcus, verbi gratia Horizontis α α ε ε, diuidendus bifariam. Ductis ex eius polo I, rectis I α α, I ε ε, secantibus Aequatorem in V, m, partiemur arcum V m, bifariam in tt. Nam recta I tt, secabit arcum datum in θ θ, bifariam, id est, arcus α α θ θ, θ θ ε ε, continebunt gradus numero æquales. Id quod ex demonstratis liquet, cum hi arcus arcubus æqualibus n t t, t m, in Aequatore respondeant. Idem effici poterit aliis viis, quibus circulos maximos obliquos in gradus partiri in iis, quæ sequuntur, docebimus, quod semel monuisse satis sit.

Quot gradus in dato arcu Horizontis Astrolabii contineantur, ex eius polo superiore cognoscere.

19. VICISSIM si scire quis cupiat, quot gradus in quolibet arcu Horizontis proposito contineantur, ducendæ sunt ab extremis punctis dati arcus duæ rectæ ad I, polum Horizontis, secantes Aequatorem versus eandem partem Horizontis, in qua datus arcus existit. Hæ etenim in Aequatore intercipient tot gradus, quot in dato arcu continentur. Si ergo per lemma 3 inquiratur, quot gradus in illo arcu Aequatoris includantur, numerus graduum in dato arcu Horizontis contentorum ignorari non poterit. Posterior autem pars huius primæ viæ hæc est.

Horizontem in Astrolabio ex ei⁹ polo inferiore in gradus distribuere.

20. INVENTO altero polo circuli obliqui extra Aequatorem, (qui nimirum illum in sphæra repræsentat, qui a polo australi propius abest.) si ex eo per singulos gradus Aequatoris rectæ lineæ ducantur, secantes circulum obliquum, erit iterum obliquus circulus in gradus distinctus: sed ordo graduum in Aequatore, & circulo obliquo aliter nunc sumendus est, quàm prius. Nam si in Aequatore incipiunt a puncto superiore B, iidem in Horizonte inchoandi sunt a puncto boreali G: si vero in Aequatore incipiunt ab inferiore puncto D, inchoandi sunt in Horizonte a sectione eius australi F, cum Meridiano, vt in lemmate 23. faciendum esse monuimus. Exempli causa, si ex K, polo Horizontis extra Aequatorem existente per quodcunque punctum b b, quadrantis Aequatoris DC, recta K b b, ducatur, abscindet ea ex Horizonte arcum F γ, a puncto F, inchoatum tot graduum, quot in arcu Aequatoris inter punctum D, & punctum b b, assumptum, per quod linea recta K b b, ducta est, cõtinentur: quia punctum D, Aequatoris in Meridiano est inferius, & punctum F, Horizontis australe. Sic etiam arcus Horizontis à puncto G, boreali per C, vsque ad punctum aa, vbi a dicta recta K b b, secatur, æqualis est (quod ad numerum graduum attinet) arcui Aequatoris a pũcto B, superiore Aequatoris vsq ad punctũ ⏚, in quadrante CB, per quod recta linea A b b, ducta fuit. Quod si arcus æquales abscissi incipere debeant a puncto A, vel C, sumendi semper erunt in contrarias partes, ita vt arcus Aequatoris à C, versus B, æqualis sit arcui Horizontis à C, versus G, si vterque inter eandem rectam ex K, emissam, & punctum C, intercipiatur. Nam hac ratione arcus ex Aequatore abscissus tendit versus punctum superius B, arcus vero ex Horizonte abscissus versus punctum boreale G. Sic etiam eadem recta abscindet duos arcus æquales a puncto A, vel C, inchoatos, quorum s, qui in Aequatore sumitur, versus D, punctum inferius, qui vero in Horizonte versus F, punctum australe tendit, vt ratio postulat. Sed quoniam eadem recta cadens extra puncta A, C, secat tam Aequatorem, quàm Horizontem in duobus punctis, (nisi quando vtrumque circulum tangit, vt in scholio Num. 15. 16. & 17. dicetur) respondebunt inter sese illa puncta, quæ sunt puncto A, vel C, propinquiora, vel remotiora ab eodem. Hæc autem omnia ex eodem lemmate 23. demonstrabuntur hoc modo. Planũ in sphæra per polum antarcticum, & polum Horizontis ei propinquiorem, qualis est, quem refert polus K, ductum abscindit ex

dit ex Aequatore, & Horizonte arcus æquales inchoatos a punctis prædictis, nimirum in Aequatore à superiore, in Horizonte vero a boreali; vel in Aequatore ab inferiore, & in Horizonte ab australi, vt ibi demonstratum est. Igitur illud idem planum in Astrolabio descriptum eosdẽ arcus auferet, illos videlicet, qui arcubus abscissis in sphæra respõdent. Cũ ergo per propos. 1. Num. 1. planũ illud per polum australem transiens in Astrolabium proiiciatur in lineam rectam per polum K, transeuntẽ, referet quælibet recta ex polo K, egrediẽs planũ illud, ac propterea æquales arcus abscindet ex Aequatore, & Horizõte, vt diximus.

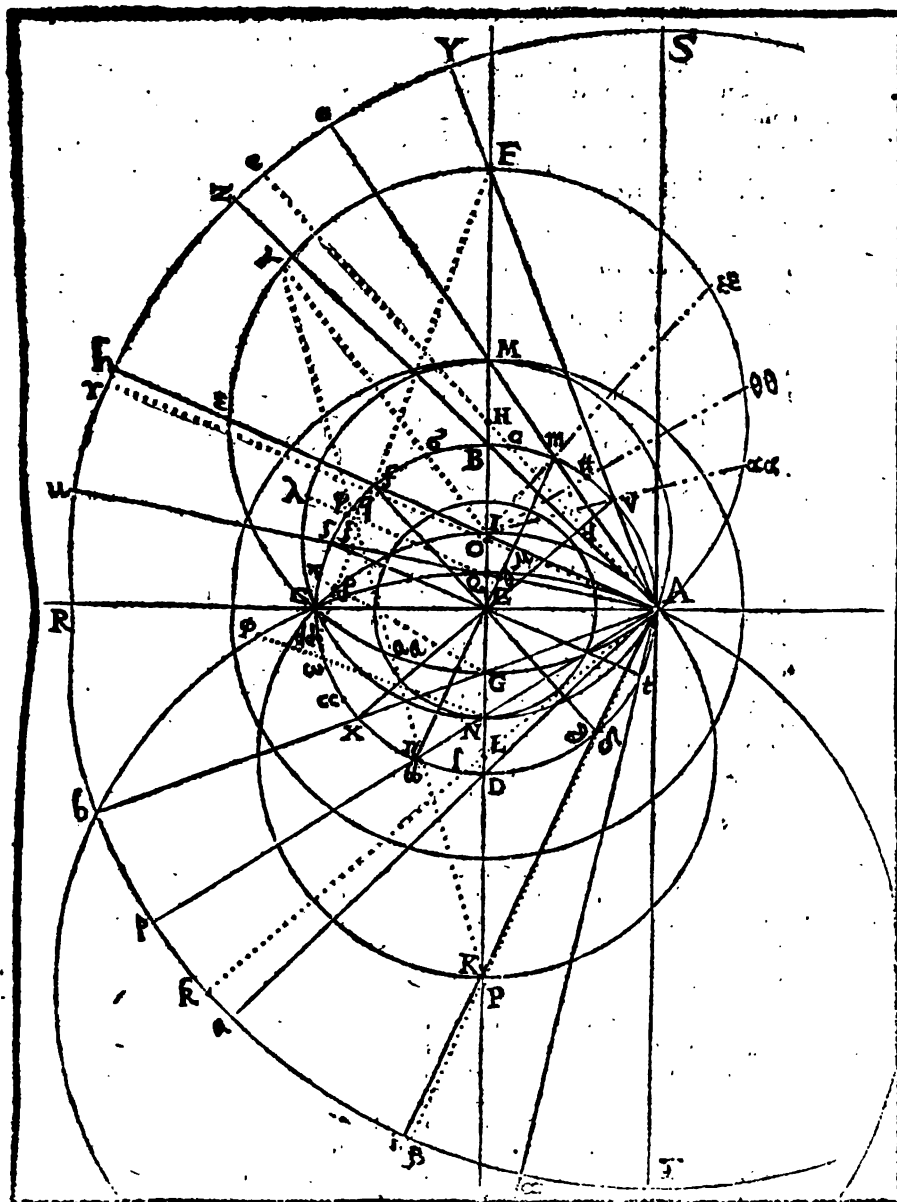
ITAQVE quemadmodum recta Iϑ, dedit punctum γ, in Horizonte, ita recta ex polo K, educta per terminum arcus Aequatoris a puncto D, inchoati, qui arcui Bϑ, æqualis sit, exhibebit necessario idem punctum Horizontis γ, si circuli recte descripti sint. Atque ita idem semper punctum optatum in Horizonte reperire licebit per duas rectas, quarum vna ex polo I, altera vero ex polo K, egreditur, si modo ea obseruentur, quæ de initiis arcuum abscissorum ex Aequatore, & Horizonte consideranda præcepimus.

Eclipticã, Verticalem primarium, & quemuis alium circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus sit, in Astrolabio ex vtrouis eius polo in gradus partiri.

21. OMNIA hæc intelligenda etiã sunt in Ecliptica AMGN, Verticali AICK, & circulo AQG, cũ eadẽ in his circulis demõstratio sit, quę in Horizonte. Nã recta Qξ, e polo Eclipticę Q, intra Aequatorem emissa aufert arcũ Eclipticę Mλ, arcui Aequatoris Bξ, æqualẽ. Idemq. punctũ λ, reperietur, si ex altero polo Eclipticę (nimirum ex puncto illo rectæ EK, in quod cadit recta Aα, vel in quo à circulo AQC, secatur) recta ducatur per terminũ arcus Aequatoris Dcc, à D, inchoati, qui arcui Bξ, æqualis sit, vel per terminum arcus Aequatoris Bcc, à B, inchoati, qui arcui Dξ, æqualis sit: quia posteriori hac ratione abscindetur arcus Eclipticę Nλ, respondens arcui Aequatoris Bcc. Pari ratione recta Gπ, ex polo Verticalis G, intra Aequatorẽ aufert arcũ Verticalis Iρ, æqualẽ arcui Aequatoris Bπ; quia si Verticalis cõcipiatur esse Horizõ, supra quẽ polus borealis attollitur, punctũ Aequatoris B, est inferius, & punctũ I, Verticalis boreale: At punctũ D, Aequatoris est superius, hoc est, in semicirculo Meridiani superiore, in quo videlicet existit polus Verticalis G, à polo australi remotior, qui nimirũ intra Aequatorẽ existit, & punctũ K, Verticalis est australe. Idemq; punctũ ρ, inuenietur per rectã ex F, altero polo Verticalis ductã per terminũ arcus Aequatoris Ddd, à pũcto D, superiore inchoati, qui arcui Bπ, sit æqualis, vel per terminũ arcus Aequatoris Bdd, à puncto B, inferiore inchoati, qui arcui Dπ, æqualis sit: quia hac posteriori via abscindetur arcus Verticalis Kρ, a puncto australi K, inchoatus, respõdens arcui Aequatoris Bdd. Deniq; recta quoq; Nω, ex N, polo circuli AQC, intra Aequatorẽ abscindit arcũ Qφ, ęqualẽ arcui Aequatoris Dω; Idemque punctum φ, habebitur, si ex M, altero polo circuli AQC, recta ducatur per terminum arcus Aequatoris à D, inchoati, qui arcui Bω, sit æqualis, &c.

22. ECLIPTICA igitur in gradus distribuetur per rectas ex eius polo Q; Verticalis vero per rectas ex eius polo G; & circulus AQC, per rectas ex eius polo N, per singulos Aequatoris gradus eductas, quemadmodum de Horizonte diximus.

Circulum quẽlibet maximũ obliquũ, qui ad Meridianũ rectus non est, ex vtrouis eius polo in gradus distribuere in Astrolabio.

23. EODEM prorsus modo quilibet alius circulus maximus obliquus in Astrolabio descriptus, qui ad Meridianum rectus non est, in gradus distribuetur, si eius poli reperiantur; sed loco meridianæ lineæ BD, accipienda est linea alia recta, quæ per centrum circuli obliqui, & centrum Astrolabii ducitur, communisque sectio est Aequatoris, vel plani Astrolabii, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui transeuntis, instar proprii cuiusdam Meridiani propositi circuli obliqui. Quo pacto autem poli cuiusuis circuli obliqui in Astro-

Astrolabio inueniantur, infra propos. 8. Num. 17. ostendemus.

Regula facilis pro initiis arcuũ abscissorum determinãdis in diuisionibus circulorum maximorum in gradus, per rectas ex alterutro polorum cuiusuis circuli obliqui emissas.

PORRO in maximis circulis in gradus distribuendis, non est, quod solliciti simus, & anxii, vtrum punctorũ in Aequatore superius sit, inferiusue, & vtrã sectionũ circuli maximi obliqui australis sit vel borealis. Nã quoniã polus circuli obliqui intra Aequatorẽ existens, est quoque intra ipsum circulum maximum obliquum; si ex eo polo instituatur diuisio, initium sument arcus in Aequatore, & circulo obliquo, a rectis ex eo polo eductis abscissi, a punctis ad easdem partes ipsius poli assumpti in Astrolabio existentibus, hoc est, superioribus inferioribusue; vel certe ab alterutro punctorum, in quibus Aequator, & circulus maximus obliquus se intersecant. Ita vides factum esse in superioribus circulis maximis diuidendis in gradus. Nam arcus Aequatoris, & Horizontis a rectis ex polo I, emissis abscissi, initium sumpserunt à punctis B, F, vel D, G, vel certe a puncto C, vel A. Sic etiã, vt Verticalis diuideretur, assumpta sunt pro initiis arcuũ puncta B, I, vel D, K, vel certe alterum ipsorum A, C, quãdo diuisio facta est per rectas ex G, polo Verticalis intra vtrumq; circulum existente emissas. Eodẽ modo, cum diuideretur Ecliptica per rectas ex eius polo Q, eductas, arcus abscissi initium habuerunt a punctis B, M, vel D, N, vel certe a C, vel A. Denique in diuisione circuli AQC, ex eius polo N, initium faciendum est a punctis B, Q, vel a puncto D, & altero, in quo idem circulus rectam BD, extensam secaret, vel certe ab alterutro punctorum A, C.

QVANDO autem diuisio per rectas ex altero polo, qui extra vtrumq; circulũ existit, egredientes facienda est, danda est opera, vt initiũ sumatur a duobus punctis ad diuersas partes alterius poli in Astrolabio existentibus, ita vt quãdo punctum Aequatoris superius assumitur, accipiatur in circulo maximo obliquo inferius, & cõtra; vel si ab alterutro punctorum A, C, libeat incipere, vt arcus in diuersas partes tendãt. Appello aũt hic punctũ inferius, & superius Aequatoris, ac circuli maximi obliqui illud, quod in figura superiorẽ, vel inferiorẽ locũ occupat respectu centri Astrolabii, non autem illud, quod in cælo superius est aut inferius. Hac ratione in Aequatore, Horizonte, Verticali, Ecliptica, & circulo AQC, superiora puncta sunt B, F, I, M, Q, inferiora vero D, G, K, N, & alterum, in quo circulus AQC, totus descriptus rectam BD, extensam secaret.

Regula facilis ad cognoscendum, vtrum punctorũ Aequatoris in cælo sit superius, vel inferius: Et vtrum punctorũ circuli maximi obliqui sit boreale, vel australe.

VT tamen facile cognoscamus, vtrum punctorum Aequatoris vere dici possit superius, inferiusue in cælo, hoc est, ad Meridiani semicirculum superiorem spectet, vel inferiorem; Item vtrum punctorum circuli maximi obliqui, in quibus a recta per centrum Astrolabij, & centrum circuli obliqui, ducta secatur, sit boreale, vel australe, hæc regula tenenda est. In Aequatore punctum illud, quod polo circuli obliqui intra Aequatorẽ existenti propinquius est, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabii per dictum polum ducta transit, superius dicitur, quia vere in semicirculo Meridiani superiori existit, si circulus obliquus pro Horizonte sumatur, supra quem polus arcticus eleuetur: alterum vero punctum ab eodem polo magis distans, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabii per alterum polum extra Aequatorem ducta transit, appellatur inferius, ob contrariam causam. Itaque respectu Horizontis, & Eclipticæ, in superiori figura, punctum Aequatoris B, superius est, & D, inferius; respectu vero Verticalis, & circuli AQC, punctum D, superius est, & B, inferius. Item in circulo obliquo punctum centro Astrolabii propinquius, est boreale, remotius autem, australe. Quæ res si attente consideretur, nulla difficultas erit in arcuum initiis præfigendis, ex vtro polorum circuli obliqui diuisio instituatur, dummodo seruentur ea, quæ in lemm. 23. de eisdem initiis præscripsimus.

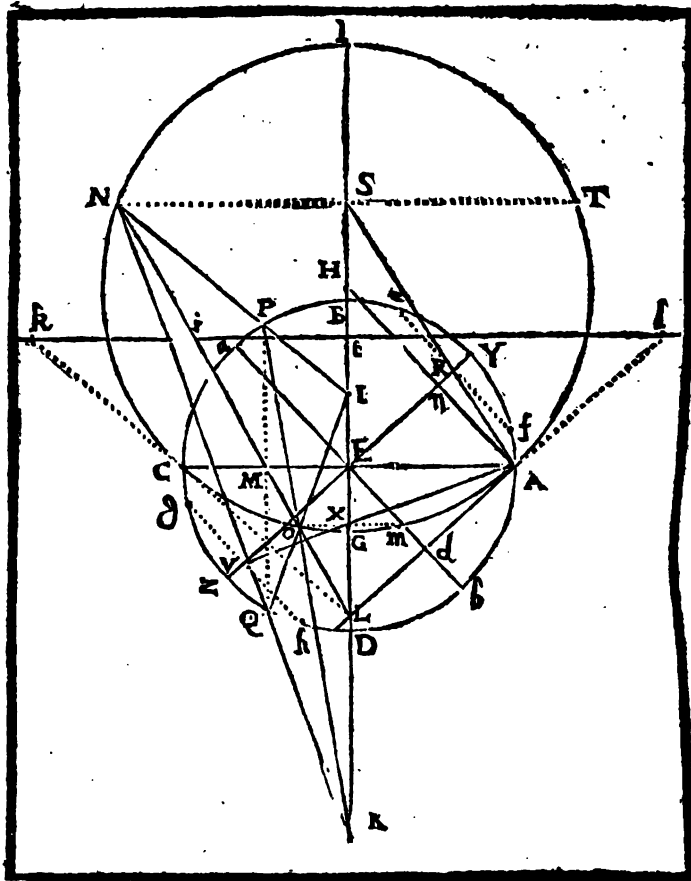
ET quoniam in diuisione circuli obliqui per rectas ex polo intra Aequato rẽ existente nulla est omnino difficultas, cũ quælibet huiusmodi rectarũ abscindat ex Aequatore, & circulo obliquo arcus respõdẽtes, qui initiũ sumũt vel a cõ sectione Aequatoris cũ circulo obliquo, vt a pũcto C, vel A, vel a duobus pũctis proximis, in quibus recta per centrũ Astrolabii, & centrũ obliqui circuli ducta, Aequatorẽ circulũq; obliquũ intersecat, vt a pũctis B, & F, vel D, & G, vt ex iis, q̃ diximus, liquet: facili negotio intelligemus, quonã modo gerere nos debeamus in diuisione p rectas ex altero polo egredientes, cũ arcus in Aequatore incipere debeat vel ab opposito pũcto rectæ per cẽtra ductæ, ita vt, si prius incipiebat à superiori pũcto, nũc ab inferiori incipiat, versus eandẽ tamen sectionẽ circulorum progrediẽdo, & cõtra; vel ab eadẽ intersectione circulorũ in cõtrarias partes, ita vt, si in Aequatore arcus ab ea sectione descendat, in circulo obliquo ascẽdat, & cõtra; Quæ oĩa obseruata esse vides in superiori figura, & in sequẽti. Nã recta IN in sequẽti figura aufert arcus æqualiũ numero graduũ CP, CN, ab eadẽ sectione C, inchoatos, versus eãdẽ partẽ, vel arcus BP, FN, a ꝓximis pũctis BF, inchoatos: At vero recta KN, abscindit arcus ęqualiũ num. graduũ DQ, FN, a pũctis D, F, inchoatos, quorũ illud in in æquatore inferius est, & hoc in Horizõte superius, vel arcus GQ, CN, ab eadẽ sectione C, inchoatos, tẽdẽtes tamẽ in partes cõtrarias.

Regula facilior pro initiis arcuũ præscindis.

24. ALTERA via, qua circulus quilibet obliquus maximus in Astrolabio descriptus in gradus distribuatur, est eiusmodi. Sit Aequator ABCD, circa cẽtrũ E, Horizon obliquus AFCG, vel quiuis alius circulus maximus obliquus, sed ad Meridianũ rectus, hoc est, habẽs tã cẽtrũ, quã polos I, K, in linea meridiana BD, vtrinq. extẽsa. Deinde semidiameter EC, per lẽm. 8. secetur in partes inæquales, quas efficiũt perpendiculares ex singulis gradibus quadrãtis BC, ad CE, demissæ. Inuento autẽ L, cẽtro circuli maximi, qui in sphæra per polos circuli obliqui AFCG; & communes sectiones Aequatoris cum circulo obliquo ducitur, (qualis est Verticalis primarius, si circulus obliquus AFCG, sit Horizon; aut maximus circulus per polos Zodiaci, & communes sectiones Eclipticę cum Aequatore ductus, positis principijs ♎, & ♑, in Meridiano, si circulus obliquus AFCG sit Ecliptica.) quod inuenitur per lineam A d, ad eius diametrum a b, perpendicularem, vel diametro YZ, circuli obliqui dati in sphæra, quem circulus AFCG, reprȩsentat, parallelam: Inuento, inquam, centro hoc L, si ex eo per omnia puncta semidiametri EC, rectæ ducantur, secabunt singulæ obliquum circulum in binis punctis, quæ respondent illis gradibus circuli obliqui, quibus puncta semidiametri EC, respondent, ita vt partes arcus CNF, respondeant gradibus quadrantis CB, partes vero arcus COG, gradibus quadrantis CD. Singula enim puncta semidiametri EC, binis gradibus debentur, illis videlicet, in quos perpendiculares per dicta puncta eductæ cadunt. V.g. Si ex L, per punctum M, quod gradui 60. à C, in vtramq, partem numerato vsque ad P, Q, respondet, recta ducatur LM, secans circulum obliquum in N, O, erit vterque arcus CN, CO, graduum 60. & sic de cæteris. Quoniam vero rectę ex L, per A, C, emissæ circulum AFCG, tangunt in A, C, vt paulo inferius Num. 28. probabitur, institui poterit hæc diuisio commodius, præsertim quando recta EC, exigua est, vt non facile admittat tot puncta diuisionum, hac ratione. Agatur kl, ipsi AC, parallela, secans LA, LC, in k, l, & a recta AC, quantumlibet distans, vt kl, fiat multo maior, quam AC. Nam si vtraque semisis eius tk, tl, secetur, vt in lemmate 8. traditum est, (quod etiam fiet, si circa diametrum kl, circulus describatur, & ab eius gradibus ad kl, perpendiculares demittantur, vt in lemmate 7, factum est) habebuntur in kl, puncta, per quæ si rectæ emittantur ex L, secabitur circulus AFCG, vt prius, per rectas ex L

Circulum quẽuis maximum obliquum qui ad Meridianum rectus est, in Astrolabio diuidere in gradus ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar verticalis primarij.

per

per puncta rectæ AC, emissas. Nam per lemma 7. rectæ AC, kl, similiter secantur illis punctis. Cum ergo & rectæ ex L, similiter secent rectas easdem AC, kl, ex scholio propos. 4 lib. 6. Eucl. fit, vt ex recta ex L, per quodlibet punctum vnius earum ducta transeat per punctum respondens, & simile alterius. Ita vides rectã LN, transire per puncta respondentia M, i, cum eadem sit proportio CM, ad MI quæ k i, ad i t, ex prædicto scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. Idem hoc remedium adhibendum erit in diuisionibus parallelorum in gradus, vt propos. 6. Numer. 26. dicetur.

RECTE autem hoc modo circulum obliquum distribui in gradus, sic demonstrabitur. Per lemma 25. planum in sphæra per rectam AL, ductum vtcunq. aufert ex circulo obliquo diametri YZ, cui AL, æquidistat, duos arcus æquales a punctis Y, Z, inchoatos. Igitur idem illud planum in Astrolabium proiectum

ab-

abscindere conspicietur ex polo australi eosdem illos arcus æquales ex Horizõte in Astrolabium proiecto, illos videlicet, qui abscissis arcubus in sphæra respõdent. Cum ergo planum illud per polum australem incedens faciat, per propos. 1. in Astrolabio rectam lineam per centrum L. transeuntem; recta linea LM, ducta per centrum L, & punctum M, diametri AC, (quæ communis sectio est circuli obliqui, & Aequatoris, vt constat, si Meridianus ABCD, concipiatur circa BD verti, donec rectus sit ad Aequatorem, seu planum Astrolabij. Erit enim tunc, & Aequator, & circulus obliquus ad Meridianum rectus, [a] ideoq. & eorum communis sectio ad eundem recta erit, ac proinde & ad rectam BD, in Meridiano existentem perpendicularis erit in centro sphæræ E. Cum ergo AC, ad BD, sit perpendicularis, erit ipsa AC, communis sectio circuli obliqui, & Aequatoris, siue plani Astrolabij.) referet planum illud per eadem puncta, L, M, ductum: ideoque producta secabit obliquum circulum in punctis N, O, quæ illis respondent, quæ a plano illo ex circulo obliquo in sphæra abscinduntur; adeo vt planum illud ex polo australi conspiciatur secare circulum obliquum in punctis N, O, cum radius visualis per omnia puncta illius plani circumductus ab eo non recedat, ac propterea perpetuo in LN, communi eius sectione cum plano Astrolabij Aequatoris siue, existat. Arcus ergo circuli obliqui CN, illum in sphæra repræsentat qui arcui Aequatoris CP, arcus vero CO, illum, qui arcui CQ, æqualis est; & reliqui arcus FN, GO, reliquis arcubus BP, DQ, æquales sunt. Eademq. est ratio de omnibus alijs rectis ex L, emissis. Qualibet enim duos arcus ex circulo obliquo abscindit, quorum is, qui a C, versus F, tendit, tot gradus complectitur, quot sunt in arcu Aequatoris à C, uersus B, vsque ad perpendicularem per punctum diametri AC. ductam; ille autem qui à C, versus G, uergit, tot continet gradus, quot in arcu Aequatoris à C, versus D, vsque ad eandem perpendicularem continentur: adeo vt si ex singulis gradibus Aequatoris ad diametrum AC, perpendiculares ducantur, & per earum puncta ex L, rectæ traijciantur, totus circulus obliquus in singulos gradus distributus sit. Sed satis est vnum semicirculum hoc modo diuidere. Puncta enim diuisionum in alterum semicirculum translata dabunt gradus in altero illo semicirculo.

[a] 19. vndec.

25. ITAQVE si abscindendus sit ex circulo obliquo arcus ab F, versus C, vel A, aut à G, versus C, vel A; aut à C, versus F, vel G, aut denique ab A, versus F, vel G, quotquot graduum, numerandi sunt illi gradus a B, versus C, vel A, in Aequatore; aut a D, versus C, vel A; aut a C, uersus B, vel D; aut denique ab A, versus B, vel D; & à termino numerationis ad AC, perpendicularis ducenda. Nam recta ex L, per punctum huius perpendicularis in AC, eiecta dabit arcum qui quæritur.

Gradus quilibet propositus, quo pacto in circulo obliquo maximo inueniatur in Astrolabio ex cẽtro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij.

26. E CONTRARIO si de proposito arcu circuli obliqui, quot contineat gradus, quæratur, ducendæ sunt ex terminis eius ad L, duæ rectæ, & ex punctis, vbi diametrum AC, secant, ad AC, duæ perpendiculares excitandæ. Arcus namque Aequatoris inter eas perpendiculares dabit graduum numerum, qui desideratur.

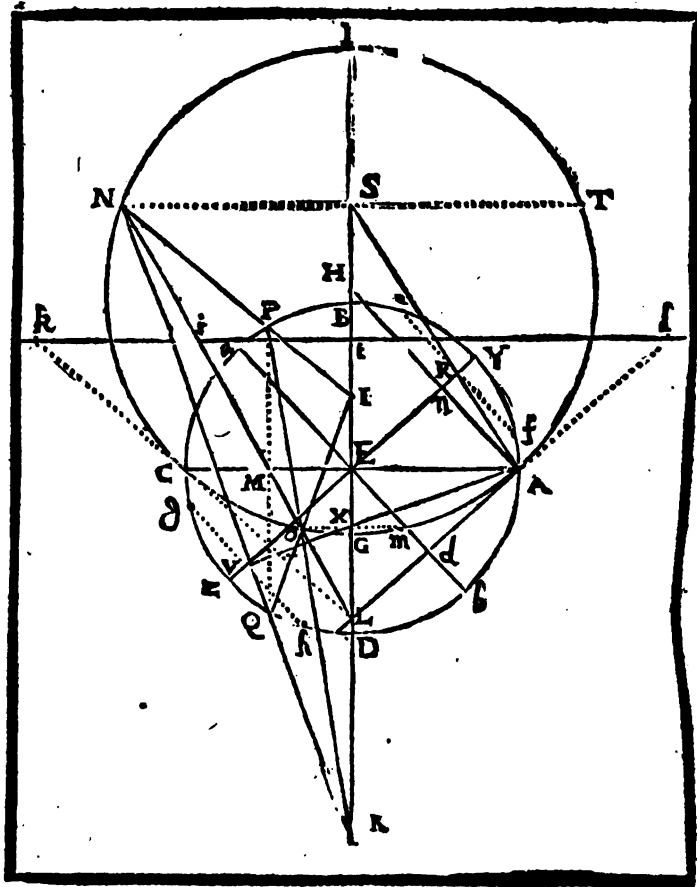
Quot gradus in arcu dato circuli maximi obliqui in Astrolabio cõtineantur, ex centro alterius circuli maximi, qui respectu illius est instar Verticalis primarij cognoscere.

27. HAEC eadem intelligenda etiam sunt de quouis circulo obliquo, qui ad Meridianum non sit rectus, si pro meridiana linea BD, accipiatur recta per eius centrum, & centrum Astrolabij ducta, & pro centro L, centrum alterius circuli maximi, qui sit instar Verticalis circuli primarij respectu circuli obliqui, tamquam Horizontis cuiusdam obliqui, &c.

Circulũ quemuis obliquũ maximũ q ad Merid. rect⁹ nõ sit, d iuidere in gradus ex centro alteri⁹ circ. max. q respectu illius est instar Verticalis primarij.

VIDE autem in figura pulchram conuenientiam, & quasi consensum huius modi cum altero illo priore: Quemadmodum enim recta LM, in hoc modo exhibet

Constructio secundæ viæ diuidendi circulos maximos obliquos, eam prima

hibet nobis in circulo obliquo arcus FN, GO, respondentes arcubus Aequatoris BP, DQ, ita eosdem nobis præbent rectæ IP, IQ, ex polo I, per eosdem gradus Aequatoris ductæ, vt prior pars primæ viæ præcepit: Item eosdem omnino subministrant rectæ KQ, KP, ex altero polo K, per eosdem Aequatoris gradus contrario modo emissæ, vt primæ viæ pars posterior exigit.

Quæ lineæ circulum obliquũ maximum tangant in Astrolabio.

28. NEQVE vero studiosum lectorem latere volo, rectas ex L, per A, & C, emissas tangere circulum obliquum in punctis A, C Quoniam enim planum per AL transiens & circumductum per omnia puncta diametri AC, (posito circulo ABCD, ad planum Astrolabij, Aequatorisue, recto.) quæ communis sectio est circuli obliqui, & Aequatoris, secat semper circulum obliquum per lineas ad diametrum AC perpendiculares, quæ vtrinq; à punctis A, & C, arcus æquales abscindunt,

scindunt, vt constat ex lemmate 25. fit, vt cum primum ad puncta A, & C, peruenerit, non amplius secet circulum obliquum, sed in illis punctis illum contingat, quod tamen Geometricè etiam mox probabitur. Cum ergo recta L A, vel LC, communis sectio sit eiusdem plani cum plano Astrolabij, ac proinde ab eo numquam recedat, sed perpetuo in illo existat, efficitur, vt eadem recta L C, vel LA eundem circulum obliquum in Astrolabio tangat in puncto C, vel A. Si enim secaret, secaret quoque planum illud per eam ductum, circulum obliquum in sphæra in duobus punctis, quæ illis, in quibus à recta LC, vel LA, secaretur, respondet. quod est absurdum; cum ipsum contingat tantummodo in C, vel A, vt diximus, & quod Geometricè ita quoq. demõstrabimus. Posito circulo ABCD, ad planum Astrolabij Aequatoris ue, recto, vt diameter YZ, sit Meridiani, & circuli obliqui communis sectio; si per AC, in Astrolabio iacentem concipiatur circulus maximus duci ad circulum obliquum diametri YZ, in proprio situ rectus; a erit idem ad Meridianum rectus, cum transeat per A, C, polos Meridiani, hoc est, per intersectiones Aequatoris cum circulo obliquo in sphæra. Igitur cum & Meridianus, & circulus obliquus ad illum maximum circulum per AC, ductum rectus sit, b erit quoque eorum communis sectio YZ, ad eundem rectus, c ac proinde & AL, in plano Meridiani existens, & ipsi YZ, parallela, ad eundem circulũ maximum recta erit; d Igitur planum per AL, in eodem Meridiani plano existẽtem, & per punctum C, vel A, in sphæra existens ductum, hoc est, circulus ab eo in sphæra factus, cum eodem circulo maximo rectos faciet angulos. Quocirca cũ & hic circulus per AL, & punctum C, vel A, ductus, & circulus obliquus per AC ductus. (si omnia in proprio situ concipiantur in sphæra.) ad circulum illum maximum rectus sit; e erit quoque communis eorum sectio ad eundem recta; ac proinde & ad diametrum AC, circuli obliqui, & ad diametrum circuli per AL, & C, vel A, ducti, quam circulus ille maximus facit, (Quoniam enim maximus ille circulus secans circulum per AL, & C, vel A, ductum ad angulos rectos, vt probatũ est, f secat eum bifariam, & per polos; transibit per eius centrum, & in eo diametrum efficiet.) perpendicularis erit cum vtraq. diameter in eo maximo circulo existat. Igitur eadem illa communis sectio circuli obliqui, & circuli per AL, & per C, vel A, ducti, vtrumq. circulum continget in C, vel A, ex coroll. prop. 16. lib. 3. Eucl. atque idcirco ijdem duo circuli in C, vel A, se mutuo tangent, & nullo modo secabunt, ex definitione lib. 2. Theodosij.

a 15. 1. Theo. — b 19. vndec. — c 8. vndec. — d 18. vndec. — e 19. vnde. — f 13. 1. Theo.

29. VERVM rectas ex L, per A, & C, ductas tangere circulũ obliquũ AFCG facilius sic probabimus. Quoniam ducta recta An, ad YZ, diametrum circuli obliqui in sphæra perpendicularis cadit in H, centrum circuli obliqui in Astrolabio, vt supra demonstratum est Num. 3. huius propositionis, estq. AL, ipsi YZ, parallela; g erit angulus LAH, rectus. Igitur ex coroll. propos. 16. lib 3. Eucl. recta LA, circulum AFCG, in A, continget, &c.

g 29. primi.

SED soluenda videtur hoc loco difficultas quædam, quæ alicui negocium posset facessere. Cum enim rectę FG, NO, auferant ex Horizonte arcus FN, GO æquales, quod ad numerum graduum spectat, hoc est, referant in Horizõte sphęræ duas parallelas, quarum vna est communis sectio Horizontis, ac Meridiani, altera vero communis sectio eiusdem Horizontis, & plani ducti per polum australem, & punctum L, (quod nimirum circumduci diximus circa rectam A L, Horizonti parallelam in proprio situ, per omnes lineas, quæ in Horizonte meridianæ lineæ ducuntur parallelæ) mirum alicui videri possit, rectas F G, NO, coire in L, cum tamen parallelæ illæ, quas referunt, non coeant. Hinc. n. sequi videtur vt queadmodum singula puncta rectarũ FG, NO, respõdent certis qui-

Lineas quasdã in Astrolabio cõcurrentes repræsentare in cælo lineas parallelas, & nõ concurrentes.

busdam punctis earum parallelarum, ita quoque punctum L, respondeat vni puncto communi in vtraq. parallela, quod tamen habere non possunt, cum numquã concurrant. Huic dubio occurrendum est, oĩa puncta rectarũ FL, NL, supra pũctum L, respondere punctis illarum parallelarum, sed ipsum punctũ L, nullũ in illis respondens habere. Nã quia AL, inter polum australẽ & punctũ L, in plano Astrolabij Aequatorisue, æquidistat plano Horizontis, in quo sunt illæ paralle-

læ, non poterit vnquã radius AL, etiam in infinitum productus, cum illis conuenire. ac proinde nullum earum punctum in L, apparebit. At vero, quia radius ex polo australi per quodcunq. punctũ vel rectæ FL, vel rectę NL, quantũlibet propinquũ ipsi L, secat parallelã in Horizõte existentẽ, cũ eius æquidistãtẽ AL, secet in A, existatq. in plano per AL, & illã parallelã ducto, fit, vt quodlibet punctum supra L, habeat punctum respondens in parallela, illud nimirũ, in quod radius ex au-

australi polo per illud punctũ rectæ FL, vel NL, transiens e adit. Itaq. si circulus ABCD, intelligatur esse Horizon in proprio situ, vergẽte pũcto B, in austrũ, & D in septẽtrionẽ, C, in ortũ, & A, in occasũ oĩa pũcta parallelarũ BD, PQ, qu ę cõtinẽtur in semissibus borealibus ED, MQ, habebũt respõdentia pũcta in rectis EL ML, vsq. ad punctũ L, exclusiue, cõprehensa vero in semissibus australibus EB, MP, habebũt pũcta respõdentia in rectis E F, MN, in infinitũ extensis, vt in sphæra materiali perspicuũ est. Nõ est ergo mirum, rectas FL, NO, . ẽ sit parallelas re pręsentent, concurrere in L, quia non solũ illas parallelas referunt, sed tota etiã plana, quæ per AL, in proprio situ, & per parallelas illas ducuntur, repręsentant. Sicut igitur parallelæ illæ non existunt in omnibus partibus illorũ planorum, ita neque omnia puncta rectarũ FL, NL, plana illa repręsentantium respondere possunt aliquibus punctis parallelarum, sed puncta illa, quæ repręsentant partes planorum existentes extra parallelas, necessario extra parallelas apparebunt in Astrolabio, ita vt ad illas nullo modo pertineant.

30. TERTIA via circulũ quemlibet maximũ obliquũ in gradus partiemur in Astrolabio hac ratione. Vtraq semidiameter circul i obliqui in sphæra EY, EZ, secetur, per lem. 8. in partes inæquales, quas efficiunt perpẽdiculares ex singulis gradibus quadrantũ a Y, a Z, ad YZ, demissæ. Satis aũt est vnam diuidere, cũ puncta illius in alterã translata eã eodem modo diuidant. Deinde ex A, polo australi per omnia puncta sectionum diametri YZ, rectæ ducantur secantes diametrũ FG, circuli dati obliqui in punctis, per quæ si ad eandẽ diametrum FG, perpendiculares excitẽtur, diuisus erit circulus obliquus AFCG, in gradus. Exẽpli causa. Si ex A, per punctum R, quod gradui 30. ab Y, in vtramq. partem numerato vsq. ad e, f, respondet, recta ducatur AR, secans FG, in S, & per S, ad FG, perpendicularis excitetur NT, continebit vterq. arcus FN, FT, gr. 30. hoc est, referet arcũ illum circuli obliqui in sphæra, qui vtriq. arcui Ye, Yf, æqualis est, & ita de cæteris. Demonstratio huius rei hæc est. Posito circulo ABCD, ad planum Astrolabij recto, vt YZ, diameter circuli obliqui cõmunis sectio sit Meridiani, & circuli obliqui, circulusq. tunc per YZ, & AC, ducatur: quoniam planũ in sphæra per australem polum A, in eo situ circuli ABCD, & per rectam, quæ per R, ad diametrũ YZ, in plano circuli obliqui perpendicularis est, ductũ occurrit plano Astrolabij in S, facitq per lem. 24. rectam ad FG, (quæ cõmunis sectio est Meridiani, siue circuli per polos Mundi, & polos circuli obliqui incedentis) perpendicularẽ transibit idem illud planum per rectam NT, conspicieturq. in Astrolabio eosdẽ gradus abscindere ex circulo obliquo AFCG, quos in sphæra ex eodẽ abscindit cum radius visualis per omnia puncta illius plani circumductus ab eo non recedat, ac propterea perpendicularem per R, ductã, auferentemq. hinc inde gr. 30. ab Y, incipiendo, in rectam NT, proijciat in Astrolabium. Arcus igitur circ uli obliqui FN, FT, repræsentant in sphæra illos, qui arcubus Ye, Yf, æquales sunt; at uero arcus CN, AT, illos, qui æquales sunt arcubus ae, bf, & sic de alijs rectis ex A, emissis: Ita vt si ex singulis gradibus Aequatoris ad diametrum YZ, perpendiculares demittantur, & per earum puncta ex A, rectę egrediãtur, recta FG secta conspicietur in punctis, per quæ perpendiculares ad FG, ductæ dabunt singulos gradus circuli obliqui.

Circulum quemlibet maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus sit, in grad. distribuere ex polo ustrali Analemmatis.

31. ITAQVE si ex circulo obliquo abscindendus sit arcus quotlibet graduum ab F, incipiendo, vel à G, numerandi sunt gradus propositi ab Y, vel Z, in vtramq. partem, v. g. vsq. ad e, f, vel g, h, & recta ducenda est, secans E Y, in R, vel g h, secans EZ, in V. Recta enim AR, vel AV, occurret rectæ FG, in S, vel X, puncto, per quod perpendicularis ad FG, ducta NT, vel Om. auferet vtrumq arcũ

Gradus quotlibet propositi in circulo maximo obliquo ad Merid. recto inuenire ex polo australi Analemmatis.

FN, FT, vel GQ, Gm, continentem datum numerum graduum, qui in arcubus Ye, Yf, vel Zg, Zh, continentur.

Quot gradus in arcu dato circuli maximi obliqui ad Meridianum recti contineantur, ex polo Australi Analemmatis cognoscere.

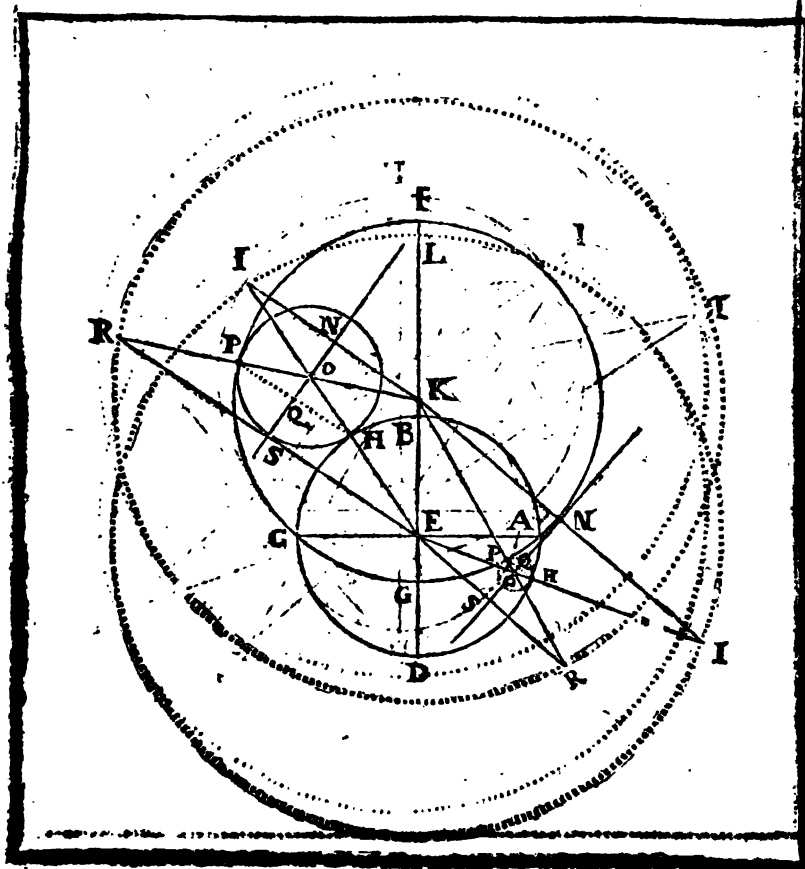
32. CONTRA si scire quis velit, quot gradus in dato arcu circuli obliqui contineantur, ducendę sunt ex terminis illius ad FG, duæ perpendiculares, & ex earum punctis, vbi FG, secatur, ad A, duæ rectæ ducendæ, quæ secent YZ, in duobus punctis, atque ex ijs ad YZ, duæ perpendiculares erigendæ. Arcus. n. Aequatoris inter illas perpendiculares indicabit numerum graduum, qui quæritur.

Circulum quemuis maximum obliquum in Astrolabio, qui ad Meridianum rectus non sit, partiri in gradus ex polo australi Analemmatis.

33. PERSPICVVM autem est, rationem hanc quadrare etiam in omnem alium circulum obliquum, qui ad Meridianum rectus non sit, si pro meridiana linea BD, accipiatur recta per eius centrum, & centrum Astrolabii ducta, quæ nimirum communis sectio sit plani Astrolabii Aequatorisue, & circuli maximi per mundi polos, & polos circuli obliqui ducti, &c.

HIC etiam videre licet conuenientiam huius tertiæ viæ cum prioribus duabus. Nam iidem prorsus arcus FN, GO, vel CN, CO, per hanc inuenti sunt, quos per illas inuenimus.

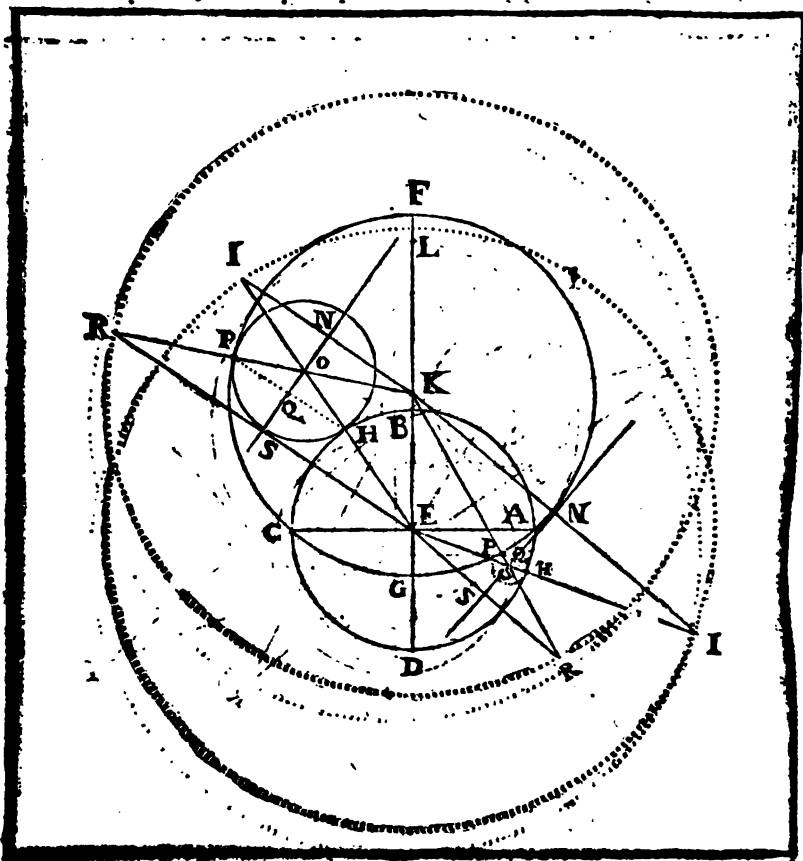
Consensus tertiæ viæ diuidendi circulos maximos obliquos, cũ prioribus duabus.

34. LIBET hoc loco explicare aliam adhuc viam distribuendi maximũ quẽuis circulum obliquum in gradus, quæ licet vsum videatur habere aliquanto magis impeditũ, quã aliæ, quas explicauimus, præsertim si totus circulus in gradus sit distribuẽdus, cõmodissima tamen est, si vnus interdũ, aut alter gradus duntaxat inuestigãdus sit: quia in ea neq; poli circuli obliqui requirũtur, vt in primo

modo, quẽ Num. 17. & 20. explicauimus, neque centrum maximi circuli, qui instar est Verticalis primarij respectu dati circuli obliqui, vna cũ sectionibus diametri AC, vt in secunda ratione Num. 24. explicata, neq; deniq; diameter circuli obliqui diuisa in Analẽmate, vt tertius modus postulabat; sed solũ per rectas lineas ex cẽtro Aequatoris, & proprio centro eductas perficitur, hoc videlicet modo.

Sit

Circulum quemuis maximè obliquum in Astrolabio distribuere in gradus ex proprio centro, & centro Astrolabij.

Sit Aequator ABCD, cuius centrum E, & circulus obliquus quicunque AFCG, cuius centrum K; sitq; gradui Aequatoris H, inueniendum punctum respondens in circulo obliquo. Ducatur ex E, centro Aequatoris per H, punctum datum recta EH, in qua producta sumatur HI, aequalis semidiametro circuli obliqui, in quo punctum respondens inueniendum est, (quando totus circulus in gradus diuidendus sit, vel plura puncta inuenienda, expedit, vt sumpta recta BL, aequali semidiametro FK, ex E, per L, circulus LI, describatur. Ita enim om-

nes rectae ex E, eductae vsque ad circulum istum habebunt inter eundem, & Aequatorem adiectas portiones semidiametro FK, aequales. Cum enim tam EL, EI, ex centro, quam EB, EH, aequales sint, erunt quoque reliquae BL, HI, aequales: & sic de caeteris.) & iungatur ad centrum K, circuli diuidendi recta IK, quam bifariam, & ad angulos rectos secet NO, secās EI, in O, puncto, per quod ex K, centro recta ducatur KO, secans circulum diui-dendum

dendum in P. Dico punctum P, puncto dato H, respondere, hoc est, arcus BH, FP, æquales esse in numero graduum. Quoniam enim duo latera KN, NO, duobus lateribus IN, NO, æqualia sunt, angulosq; continent æquales rectos; [a] erunt & bases OK, OI, æquales. Sunt autẽ & KP, IH, æquales, quod illa sit semidiameter obliqui circuli: hæc vero eidem semidiametro ponatur æqualis. Ablatis igitur æqualibus ex æqualibus, reliquæ OP, OH, æquales quoque erunt. Quocirca circulus ex O, per H, P, descriptus vtrumque circulum tanget, (eo quod rectæ OH, OP, ad centra E, K, pertineant,) vt in lemmate 42. ostendimus, circulumq; sphæræ referet eosdem tangentem in punctis, quæ punctis I, P, respondent: ac proinde per lemma 43. arcus BH, FP, æquales numero gradus complectentur. Punctum porro P, inuenietur quoque per rectam KP, constituentem in centro K, angulum angulo I, æqualem. [b] Nam sic rursum æquales erunt rectæ OK, OI, &c. Immo si per punctum H, datum in Aequatore agatur HP, parallela rectæ KI, inuentum erit idem punctum P. Quia enim Isoscelia sunt triangula IOK, HOP, [c] angulosque ad O, habent æquales; erunt reliqui reliquis æquales. [d] Cum ergo tã I, K, quam H, P, inter se æquales sint, erunt quoque OIK, OHP, æquales: [e] ac proinde IK, HP, parallelæ erunt.

a 4. primi.
b 6. primi.
c 15. primi.
d 5. primi.
e 27. vel 28. primi.

RVRSVS puncto P, circuli obliqui reperiendum sit punctum in Aequatore respondens. Ducta ex K, centro obliqui circuli per datũ in eo punctũ P, recta, accipiatur PR, æqualis semidiametro Aequatoris, in quo punctum respondens inueniendum est: (Hic quoque, si plura puncta inuenienda sint, describendus erit circulus ex K, per R, vt omnes rectæ ex K, ad eum circulum eductæ habeant segmenta inter eundem, & circulum obliquum semidiametro PR, æqualia.) Ducta autem ex R, ad E, centrũ Aequatoris recta RE, secetur bifariam, & ad angulos rectos per rectam SO, quæ secet KR, in O. Nam rursus recta ex E, centro per O, ducta dabit in Aequatore punctum H, quæsitum. Nam rursum tam OE, OR, quam HE, PR, æquales sunt. Igitur æqualibus demptis ex æqualibus, reliquæ OH, OP, æquales erunt. Quapropter circulus ex O, per H, P, descriptus vtrumque circulum tanget; &c. eo quod rectę OH, OP, ad centra E, K, pertineant. Idem quoque punctum H, reperietur, si in E, centro fiat angulo R, æqualis angulus E: vel si ex dato puncto P, in obliquo circulo parallela ducatur ipsi RE, &c.

ATQVE hæc ratio in omnes circulos maximos quadrat, etiam si neuter duorum circulorum sit Aequator.

Circulum quemuis maximum Astrolabii partiri in gradus per aliũ circulum maximum diuisum.

35. ITAQVE datis duobus circulis maximis in Astrolabio, si in vno eorum detur arcus quantuscunque à communi eorum sectione inchoatus, facili negotio ei æqualem in numero graduum ex altero resecabimus. Nam si datus sit arcus CP, in circulo AFCG, (secantibus sese duobus maximis circulis ABCD, AFCG, in A, & C.) si ex eius centro K, ducatur per punctum extremum P, recta, & in eã producta sumatur PR, semidiametro alterius circuli æqualis, ducaturq; ex R, ad eiusdem centrum E, recta, quam ad angulos rectos, & bifariã secet SO; secans KR, in O, dabit recta ex O, ad centrum E, eiusdem circuli arcum CH, ei cui CP, æqualem, & sic de cæteris. Potest quidem, & hoc fieri per primum modũ diuidendi circulos obliquos in gradus, sed opus est prius inuenisse datorum circulorum polos. Nam si ex termino dati arcus ad eius polum recta ducatur, abscindetur ex Aequatore arcus æqualis: Per cuius terminum si ex polo alterius circuli recta ducatur, abscissus erit ex eo arcus æqualis quesitus. Sed ratio hoc loco explicata commodior videtur, cum polis circulorum non indigeat.

Dato arcui in circulo quouis maximo abscindere arcum æqualem in numero graduum ex quouis alio circulo maximo.

36. ALIVM quoque modum distribuendi maximos circulos in gradus per facilem, atque iucundum reperies in sequenti propos. Num. 36. Hic autem negotium

tium

Cum hoc concludemus alio quodam modo pulcherrimo, per lineas rectas: quippe quo vnum idemque punctum in circulo maximo inueniri possit per plurimas rectas lineas. Est autem eiusmodi.

Alius modus pulcherrimus describendi circulum quemuis maximum obliquum in gradus.

SIT Aequator ABCD, cuius centrum E; circulus maximus obliquus quicunque AFCG, cuius centrum H; & diameter vera i k; recta DF, per eius centrum, & centrum Astrolabij ducta, referens circulum maximum per polos mundi, & polos ipsius ductum, instar Meridiani cuiusdam proprij; polus eiusdem obliqui circuli K. Et quia recta AC, communem sectionem Aequatoris & dati circuli obliqui in sphaera repraesentat, vt in scholio sequenti Num. 1. demonstrabitur; apparebunt omnia puncta communis illius sectionis in sphaera existentis, in hac communi sectione AC, quae in Astrolabio apparet, in eisdem prorsus distantiis, & situ, quem in sphaera obtinent, cum eadē sint puncta vera in sphaera, & visa in Astrolabio; propterea quod radii visuales ex polo australi procidentes in eisdem punctis terminantur, & non vlterius protenduntur: quippe cū communis illa sectio sit eadē prorsus, quae visa. Concipiatur circulus ABCD, circa BD, moueri, donec rectus sit ad Aequatorem, & i k, diameter circuli obliqui proprium situm habeat, vergente semicirculo BAD, versus austrum infra planum Astrolabii, hoc est, a tergo ipsius, & semicirculo BCD, boreā versus supra planum Astrolabii: quo posito, proiicientur omnia puncta diametri i k, in lineam FD, per radios visuales ex A, emissos, cum tres rectae AC, i k, FD, in ea positione sint in eodem circulo ad obliquum circulum recto, qui videlicet instar Meridiani est circuli obliqui per diametrum i k, ducti.

Quoniam vero planum, in quo obliquus circulus maximus diametri i k, existit, circa AC, circumductum congruet aliquando cum Aequatore, fiet vt rectae ex quolibet puncto Astrolabii in recta FD, vel etiam extra ipsam posito, per gradus circumferentiae ABCD, emissae secent rectam AC, in eisdem punctis, in quibus eandem secarent, si ex respondentibus punctis plani, in quo circulus obliquus diametri i k, proprium situm habentis, per gradus circuli obliqui educerentur. Verbi gratia. Recta B S, per extremum punctum S, arcus CS, grad. 30. ducta secat AC, in T, puncto, in quo eandem secat recta ex puncto i, proprium situm habente, quod puncto B, respondet, (cum ambo puncta aequaliter absint a centro E, & in eodem Meridiano dati circuli existant) educta per grad. 30. circuli obliqui a puncto C, numeratū: propterea quod,

quod, vt dictum est, circulus obliquus diametri ik, circa AC, circumuolutus cõgruit necessario cum Aequatore, vel plano Astrolabii, & vicissim planũ Aequatoris, vel Astrolabii circa AC, circumuolutum necessario cum circulo obliquo proprium situm habente congruit; & punctum i, cum B; & k, cum D. Constat autem rectam BS, in eodem semper puncto T, secare rectam AC, quantumuis planum circuli ABCD, circa AC, circumducatur. Eadem de causa recta, quæ ex k, in plano circuli obliqui proprium situm habente duceretur per punctum puncto Q, respondens, secaret eandem AC, in R, vbi a recta DQ, secatur. Sic recta IS, eandem secat in e, puncto, in quo a recta secaretur, quæ ex puncto c, æqualem cum puncto I, distantiam habente in diametro i k, à centro E, duceretur in plano circuli obliqui proprium situm habente, ad punctum respondens puncto S. Et sic de cæteris.

HIS positis, si arcui AM, æqualis arcus abscindendus sit, ducemus ex aliquo puncto rectæ FD, vt ex B, per M, rectam, quæ ipsam AC, secet in N. Et quia punctũ i, circuli obliqui, quod respõdet puncto B, apparet ex polo australi in F, apparebit tota recta BN, trãsire per duo puncta F, N; quandoquidẽ eius pũctum B, vel i, conspicitur in F; & N, in N. Ducta ergo recta FN, secabit obliquũ circulum in puncto O, quod puncto M, respondebit, propterea quod punctum M, circuli obliqui ABCD, propriam positionem habentis apparet in O, puncto, per quod recta BN, per datum punctum M, transiens, conspicitur trãsire, vt dictum est. Eodem pacto ducta recta BS, secãte AC, in T, cadet ducta recta FT, in V, pũctum respondens puncto S. Rursus quia punctum k, quod respondet puncto D, apparet in G; si ducatur recta DQ, secans AC, in R, cadet ducta recta GR, in punctum X, ipsi Q, respondens.

SED quoniam rectæ ex punctis B, & D, per propinqua puncta circumferentiæ ABCD, eductæ secant rectam AC, productam extra circulum valde oblique; vt omnia puncta intra circulum habeamus, ducemus per puncta semicirculi ABC, rectas ex D. Nam rectæ ex G, per intersectionum puncta in recta AC, dabunt in semicirculo obliquo AFC, puncta respondentia. Per puncta autem semicirculi ADC, ducemus rectas ex B. Rectæ enim ex F, per puncta intersectionum in recta AC, indicabunt in semicirculo obliquo AGC, puncta respondentia. Atque per hæc duo puncta F, G, binis punctis B, D, respondentia commodissime totus circulus in gradus distribuetur.

Bina puncta obliqui circuli ad diuisionem aptissima quæ sint.

HAC eadem ratione ex quolibet puncto rectæ BD, præter cẽtrum Astrolabii E, (si tamen radius ex A, ad illud emissus, diametrum ik, etiam productam, si opus sit, cõmodè secet) rectas educere poterimus, secantes obliquum circulum in gradus; si nimirum ex A, ad illud punctũ radiũ emittamus, & punctum intersectionis illius cum diametro ik, in rectam FD, ex E, transferamus. Nam si ex hoc puncto in lineam FD, translato per quẽlibet gradum circuli ABCD, rectã ducamus secantẽ AC, cadet recta ex assumpto puncto per punctũ intersectionis in recta AC, emissa in gradum circuli obliqui propositũ. Verbi gratia, Si ex H, centro obliqui circuli ducenda sit recta cadens in grad. 30. a puncto C, versus G, numeratum, ducemus radium AH, secantem ik, in c, puncto, in quo centrum H, apparet, & rectæ Ec, æqualem abscindemus EI, vt punctum translatum habeamus I. Deinde ex I, puncto translato ad S, punctum terminans grad. 30. rectam emittemus secantem AC, in e. Recta enim ex H, per e, eiecta cadet in V, grad. 30. quæsitũ; cum recta IS, proiiciatur in rectam He; quandoquidem eius punctum c, cui respondet punctum I, apparet in H, & recta Ie, per punctum e, transire conspicitur. Quemadmodum autem recta IS, producta secat Aequato-

Ex quolibet puncto meridianæ lineæ circuli obliqui rectas educere secantes circulum maximum in gradus.

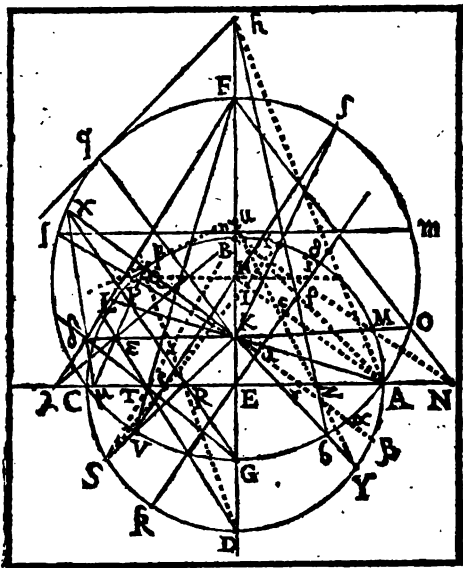
rem altera ex parte in t, ita recta H e, producta exhibet in circulo obliquo aliud punctum ſ, puncto t, reſpondens, ita vt arcus Bt, Fſ, æquales ſint: propterea quod recta tS, in circulo obliquo vero exiſtens (poſito circulo ABCD, in proprio ſitu, hoc eſt, circumuoluto circa AC, donec diameter BD, diametro ik, in proprio Meridiano poſitæ congruat, atque idcirco & punctum I, puncto c.) proiicitur, vt dictum eſt, in rectam ſV; quandoquidem tranſire conſpicitur per puncta H, c; punctum quidem e, vel I, per H; & e, per ipſummet punctum e, quod eſt in communi ſectione plani Aequatoris, & circuli obliqui.

RVRSVS ſi ex puncto h, in linea meridiana dato extra datũ circulũ maximũ obliquum ducenda ſit recta, quę abſcindat ex quadrante AG, arcum arcui AY, æqualem, ducemus radium Ah, ſecantem ki, protractam in g, & punctum g, transferemus ex E, in u, vt punctum u, translatum habeamus. Deinde ex u, ad Y, rectam iungemus ſecantem AC, in Z. Recta namque hZ, offeret punctum b, puncto Y, reſpondens. Punctum autem interſectionis rectæ hZ cum circulo obliquo prope F, reſpondebit puncto interſectionis rectæ u Y, cum circulo A B C D, prope B.

QVOD ſi quando accidat, rectam ex aliquo puncto translato extra circulum ABCD, vt ex u, quod ipſi g, reſpondet, per datum punctũ, nimirũ per p, ductã circulũ ABCD, tangere in dato puncto p; ducenda erit ex h, puncto viſo, recta hq, tangens obliquum circulum. Punctum enim contactus q, reſpondebit dato pũcto contactus p. Nam ſicut up, tangit circulum obliquum in ſphæra, ita conſpicietur tangere in Aſtrolabio eundẽ circulum viſum. Cum ergo punctum g, cui reſpondet u, appareat in h, proiicietur tangens u p, in tangentem hq.

SIC etiam, ſi quando contingat, rectã ex aliquo puncto trãſlato intra circulum ABCD, vt ex H, quod puncto f, reſpondet, ductam per datum punctum, nimirum per P, efficere cũ recta FD, angulum rectum, ducenda erit per punctum n, in quo apparet punctum f, perpendicularis m n l. Punctum enim l, reſpondebit dato puncto P, & punctum m, alteri puncto, in quo recta PH, producta circulum A B C D, ſecat. Id quod ſupra Num. 30. demonſtrauimus: propterea quod recta HP, reſpondet rectæ, quæ per f, in circulo obliquo duceretur in ſphæra perpendicularis ad diametrum i k, auferretque arcus æquales arcui BP, &c.

POSTREMO ſi ex K, polo viſo circuli obliqui diuiſio facienda ſit, hoc eſt, abſcin-

est, abscindendus, v.g. ex obliquo circulo arcus arcui BQ, æqualis, transferemus, punctum a, in rectam FD, vsque ad K, quod rectæ E a, EK, æquales sint, vt supra, Num. 14. demonstrauimus, (quod tamen clarius demonstratum reperies circa finem Num. 21. propos. 6.) ita vt punctum translatum a viso non differat: Deinde, ex K, puncto translato, quod puncto a, respondet, per Q. rectam traiiciemus secantem AC, in r. Nam recta ex K, puncto viso, in quo videlicet apparet punctum a, per punctum sectionis r, ducta, quæ à priori non differt, propter eadem puncta K, r, indicabit punctum X, puncto Q, respondens, & producta dabit alterum punctum α, puncto β, respondens. Ex quo liquido etiam constat, rectam ex polo viso per quodcunque punctum Aequatoris ductam offerre in circulo obliquo punctum illi puncto respondens: id quod supra Num. 17. ex lemmate 23. lib. 1. ostendimus.

AD maiorem euidentiam huius modi, inuenimus eadem puncta O, V, b, f, q, I, X, α, punctis M, S, Y, t, p, P, Q, β, respondentia per rectas ex viso polo K, emissas, vt Num, 17. traditum est.

Dato puncto in circulo maximo obliquo, punctū respondens in Aequatore reperire.

NON erit autem difficile, vicissim ex dato puncto in circulo obliquo inuestigare punctum respondens in Aequatore, vel circulo obliquo in sphæra, cuius vices Aequator gerit. Sit enim datum punctum O. Ex puncto F, quod respondet puncto B, per O, rectam emittemus secantem AC, in N. Recta namque BN, secabit Aequatorem in puncto M, quod dato puncto O, respõdet, vt ex dictis liquet. Idem efficiemus ex quocunque alio puncto in meridiana linea dato, vt ex H. Ducto enim radio AH, secante diametrum i k, in c, tranferatur punctum c, in rectam FD, vsque ad I: sitque propositum inuestigare punctum Aequatoris respondens puncto V. Ducta recta HV, secante AC, in e, cadet recta I e, ex translato puncto I, egrediens in quæsitum punctum S. & sic de cæteris.

IAM si ex centro circuli, qui instar proprii Verticalis est dati circuli obliqui, quale est punctum L, in superiori figura Num. 24. diuisio instituenda sit, quoniam illud non habet punctum verum respondens in diametro YZ, quod transferri possit in rectam FD; quod recta AL, cadens in dictum centrum L, parallela sit diametro YZ, ac proinde tota extra planum dati circuli obliqui, vt ex Num. 4. patet, ducenda erit per datum in Aequatore punctum ipsi FD, parallela, & per punctum sectionis in AC, ex eo centro recta ducenda, &c. vt Num. 24. traditum est.

Dato quouis pūcto in plano alicuius circuli maximi in sphæra etiam extra circulum, inuenire eius situm in Astrolabio.

IAM vero per ea, quæ hoc loco declarata sunt, reperiemus cuiuscunque puncti in dato circulo quouis maximo, vel in eius plano producto, extra ipsum circulum assignato, situm in Astrolabio, hoc est, locum, vbi in eodem plano circuli visi appareat ex polo australi inspectum. Sit enim datum punctum ε, quod si fuerit in Aequatore, eius situs erit in ε, cũ in ε, appareat: Si vero intelligatur esse in quouis circulo maximo, vt in eo, quẽ refert circulus AFCG, ita vt in eo talẽ situm ac positionem habeat, qualem in Aequatore Astrolabii, inueniemus eius locum visum hoc modo. Ducta ex quouis puncto rectæ FD, nimirum ex B, recta B ε, secante AC, in γ, ducatur ex puncto F, quod ipsi B, respondet, recta Fγ; apparebitque punctum ε, in recta Fγ, cum tota Bγ, in rectam Fγ, proiiciatur, vt ex dictis liquet. Ducta rursum ex quolibet alio puncto D, recta Dε, secãte AC, in T, ducatur ex puncto G, quod ipsi D, respondet, recta GT; apparebitque rursus idem punctum ε, in recta GT, cum tota DT, in rectam GT, proiiciatur, vt ex iis, quæ dicta sunt, perspicuũ est. Erit ergo punctum δ, vbi coeunt rectæ Fγ, GT, situs punctis ε. Quod si altera rectarum ex B, & D, per assignatum punctũ ε, ductarum nimis procul, & oblique secet rectam AC, accipi potest pro eo pun-

cto, a quo recta per ε, ducta extra circulum ABCD, cadit, (cuiusmodi est punctum B,) quodcunque aliud punctum Q. Ducta enim recta Q ε, secante AC, in μ, si inueniatur punctum X, in circulo obliquo respondens assumpto puncto Q, & ducatur X μ, secabitur GT, in eodem puncto δ, quæsito. Immo inuenta vna duntaxat linearum Fγ, GT, Xμ, in qua punctum datum ε, apparet, si ex K, polo viso circuli obliqui per ε, recta ducatur, secabit ea illam rectam in eodem puncto δ, quæsito. Nam cum polo viso K, respondeat in diametro i k, punctum a, sintque æquales E a, EK, non differet punctum translatum a viso. Quare in eadem recta K ε, existet idem punctum δ, apparens, quemadmodum in KQ, producta existit punctum visum X, puncto Q, respondens, quod linea KQ, a linea r K, non differat, vt supra dictum est. Si punctum datum sit in recta FD, hoc est, in diametro circuli obliqui, cui recta FD, (circumducto circa AC, plano Astrolabii) congruit, vt v.g. punctum I, abscindemus rectæ EI, æqualem E c; ex diametro i k, vt habeamus punctum verum c. Nam radius A c, indicabit punctum c, visum in H.

Quæ puncta vera in plano dati circuli obliqui in sphæra non habeant respondentia puncta visa in Astrolabio.

EXCIPIENDA autem sunt puncta in communi sectione cuiusuis circuli obliqui in sphæra, & plani, quod per polum australem Aequatori ducitur parallelum, existentia. Hæc enim nulla habent puncta visa respondentia in Astrolabio; cum tota illa communis sectio in Astrolabio euanescat, & nullum eius punctum in Astrolabio appareat: quippe cum omnes radii visuales in illo plano parallelo existentes, plano Aequatoris, Astrolabii ue æquidistent. Qua de re plura scribemus propos. 6. Num. 37.

Dato quouis puncto in Astrolabio, inuenire eius situm in plano cuiusuis circuli maximi.

VICISSIM dato quouis puncto δ, viso in Astrolabio, inueniemus eius situm verum in sphæra, hoc est, in circulo illo sphæræ, quem circulus Astrolabii, in quo punctum δ, visum intelligitur, repræsentat. Ductis enim ex F, G, punctis circuli obliqui per datum punctum δ, rectis secantibus AC, in γ, T, ducantur ex γ, T, ad puncta B, D, punctis F, G, respondentia rectæ intersecantes sese in ε, puncto, quod erit quæsitum; cum rectæ Bγ, DT, proiiciantur in rectas Fγ, GT, &c. Eodem modo si per δ, ducatur alia recta δX, secans AC, in μ, & puncto X, respondens punctum Q, reperiatur, transibit ducta recta μQ, per idem punctum ε.

Quæ puncta visa Astrolabii nõ habeant vera respondentia in plano dati circuli obliqui in sphæra.

SOLVM punctis, quæ in recta ad FD, perpendiculari ducta per centrum circuli, qui instar est proprii Verticalis dati circuli obliqui, cuiusmodi est punctum L, in superiori figura Num. 24. afsignari non possunt vera puncta respondentia

dentia in plano circuli obliqui. Cum enim ea recta referat planum, quod per polum australem ducitur, circulo obliquo in sphæra paralleium, vt prop 6. Num. 3. ostendemus, existent vera puncta, quæ punctis in dicta recta existentibus respondent, in illo plano parallelo, non autem in illo circulo obliquo. Quod si quis eo modo, quem explicauimus, tentet inuenire in Horizonte verum punctum respondens puncto viso L, in figura Num. 24. ducendo videlicet rectas ex L, per duo apparentia puncta in Horizontis circumferentia, reperiet duas rectas, quæ per sectionum puncta rectæ AC, cum illis duabus rectis, & per puncta circuli ABCD, apparentibus illis punctis Horizuntis respondentia ducuntur, parallelas esse rectæ FD, non autem sese intersecare. Si autem cuiuis alij puncto prædictæ rectæ perpendicularis ad FD, per L, ductæ respondens verum punctum in eodem Horizonte vero inuenire velit, reperiet duas rectas etiam inter se parallelas per intersectionum puncta in recta AC, ductas, quamuis ipsi FD, non æquidistent, &c.

Ex quolibet puncto extra meridianam lineã dato in Astrolabio, datum circulum maximũ in gradus distribuere.

EX hoc colligitur, ex quocunque puncto in Astrolabio extra meridianam lineam, & rectã AC, dato, maximũ circulũ posse diuidi. Nã si ex puncto δ, inueniẽdũ sit u.g punctũ respondẽs dato puncto Q inuestigandũ prius erit, vt proxime ostẽsum est, punctũ verũ ε, puncto δ, respondens. Deinde per ε, punctũ verũ inuẽtum ad Q, ducenda recta secans AC, in μ. Recta.n. ex δ, per μ, ducta cadet in X, punctum puncto dato Q, respondens, quod tota recta Qμ, in rectam Xμ, proijciatur, vt ex dictis constat: quandoquidẽ ε, punctum verũ est in circulo ABCD, quem obliquus AFCG, repræsentat, quod quidem apparet in δ, &c. Hic etiam excipienda sunt puncta in recta ad FD, ducta perpendiculari per centrum proprii Verticalis dati circuli obliqui. Cum enim, vt dictum est, illa puncta non habeant vera puncta respondentia in circulo illo obliquo in sphæra, non poterit ex illis punctis visus circulus in gradus distribui eo modo, quem explicauimus.

Aliæ tres viæ distribuendi circulos obliquos in gradus tum per lineas meridianæ lineæ parallelas, tum ex centro Astrolabii, tum deniq; ex quolibet puncto in cõmuni sectione circuli dati, & plani Aequatoris, vel Astrolabij, extra lineam meridianam dato.

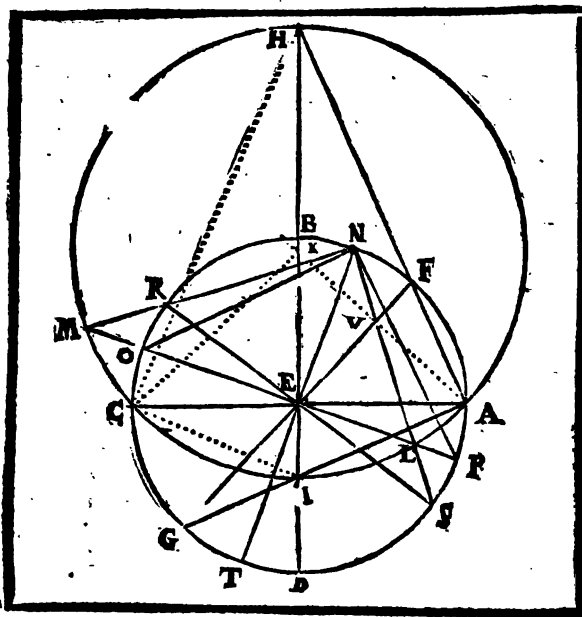
QVO autem pacto diuisio fieri possit, & quidem per lineas parallelas ex pũcto illo, quod in sphæra respondet puncto, in quo diametrum k i, circuli obliqui productam secat recta ad AC, perpendicularis in A, polo australi, tradẽmus, pro pos. 6. Num. 37. Vbi etiam alium modum reperies, quo circulus obliquus visus per rectas per centrum E, Astrolabii emissas in gradus distribuatur, ita vt quælibet recta offerat duo puncta per diametrum opposita. Postremo ibidem Num. 38. eosdem circulos tam maximos, quam non maximos in gradus partiemur cõmodissime ex quolibet puncto dato in communi sectione plani Astrolabii, & circuli propositi in sphæra. Hos enim tres modos eum in locum distulimus, ne figura hic proposita nimis tanta linearum multitudine confunderetur.

SCHOLIVM.

Circuli maximi obliqui, & ad Meridianum recti, per quæ puncta Aequatoris ducantur in Astrolabio.

1. IAM vero quilibet circulus maximus obliquus, qui ad Meridianũ rectus sit, ac proinde centrũ in linea meridiana Astrolabij habeat, necessario in Astrolabio, si erratũ non sit, per puncta A, & C, vbi Aequator ab Horizõte recto AC, secatur, trãsibit. Quoniã enim puncta A, C, sunt illa, in quibus Horizon; Verticalis primarius, Ecliptica, (positis principijs ♋, & ♑, in Meridiano,) & quicunq; alius circulus maximus polos habens in Meridiano, [a] *ac proinde ad eũ rectus existens, Aequatorẽ intersecãt; propterea quod recta AC, refert Horizontẽ rectũ, vel Colurum æquinoctiorũ, congruẽte solstitiorũ Coluro cũ Meridiano, vt prop. 4. Num. 1. demonstrauimus: fit vt in plano Astrolabij circulus huiusmodi maximus obliquus conspiciatur necessario trãsire per duo illa pũcta A, C, quandoquidem per ea repræsentantur illa puncta sphæra, per qua idem ille circulus ducitur,*

a 15. 1. Theo.

tus ducitur, adeo vt recta AC, illam diametrum obliqui circuli exhibeat in Astrolabio, quæ in sphæra cõmunis sectio est ipsius cũ Aequatore. Necesse enim est, vt in Astrolabio circuli per eandem lineam, & per eadẽ illa puncta conspiciantur incedere, per quæ in sphæra ducuntur. Quod tamen Geometrice etiam ex ipsa proiectione eiusmodi circulorum maximorum obliquorum in planum Astrolabij facile demonstrabimus hoc modo. Sit Aequator ABCD, cuius centrũ E; linea meridiana, hoc est, communis sectio Meridiani, & plani Aequatoris, Astrolabijue BD; quam ad rectos angulos secet AC; diameter circuli obliqui ad Aequatorem, & ad Meridianum recti FG, ita vt arcus AF, sit altitudo poli supra illum circulum obliquum. Sumitur enim, vt dictum est supra in hac propos. Num. 2. & in propos. 4. Num. 5. circulus ABCD, pro Meridiano Analemmatis. Ex radijs visualibus AG, AF, inuenta sit diameter visa HI, quæ diuisa bifariam in K, per rectam AK, ad FG, in V, perpendicularem, vt demonstratum est, describatur ex K, per H, I, circulus. Dico eum transire per A, & C. a Quoniam enim angulus FAG, in semicirculo rectus est, erit triangulum HAI, rectangulum. Cum ergo latus HI, recto angulo oppositum bifariam sectum sit in K, transibit necessario, ex scholio prop. 31. lib. 3. Eucl. circulus ex K, per H, I, descriptus, per angulum rectum A. Eadẽ de causa per punctam C, transibit. Nam ductis rectis CH, CI, angulus HCI, est etiam rectus, quod sic probatur. Quoniam duo latera EH, EA, duobus lateribus EH, EC, æqualia sunt, angulosque continent æquales, nimirũ rectos; b erunt bases AH, CH, æquales. Non aliter ostendes, æquales esse bases IA, IC, in triãgulis AEI, CEI. Quia igitur duo latera AH, AI, duobus lateribus CH, CI, æqualia sunt, & basis HI, communis; c æquales erunt anguli HAI, HCI, ideoque cum HAI, rectus sit, & HCI, rectus erit; ac proinde circulus circa HI, descriptus per C, transibit, ex eodem scholio propos. 31. lib. 3. Euclid.

a 31. primi.

b 4. primi.

c 8. primi.

QVOD tamen facilius ita potest ostendi. Ducta recta CK, cum duo latera EK, EA, duobus lateribus EK, EC, æqualia sint, angulosque complectantur æquales, nimirum rectos; d erunt quoque bases KA, KC, æquales. Igitur circulus HMI, ex centro K,

d 4. primi.

tro K, per A, descriptus, per punctum C, transibit. quod est propositum.

2. HINC *etiam liquet, circulum quemlibet maximum in Astrolabio descriptum maiorem esse Æquatore. Ductis enim ex centro K, obliqui circuli maximi, (quod diuersum esse ab E, centro Astrolabij, supra Num. 1. huius propos. demonstrauimus) duabus semidiametris KA, KC, erunt ea toti diametro HI, aequales simul sumpta.* [a] *Cum ergo maiores sint, quam AC; erit quoque diameter HI, maior diametro AC, ideoque & circulus obliquus AHCI, maior erit Æquatore ABCD: eadémque ratio est de cateris.*

Circulum maximum obliquum quemlibet in Astrolabio esse maiorem Aequatore.

a 20. primi.

3. EADEM *prorsus ratione, descripto quouis alio circulo maximo obliquo in Astrolabio, qui ad Meridianum rectus non sit, si per eius centrum, & centrum Astrolabij recta ducatur, (communis videlicet sectio plani Astrolabij Aequatorisue, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui ducti,* [b] *ac proinde ad eundē rectã in quam nimirum, maximam circuli obliqui diametrum visam proijci demonstrauimus in scholio propos. 3. Num. 1. & 3.) quam ad rectos angulos diameter Aequatoris secet, demonstrabimus, circulum illum obliquum transire per extrema puncta huius diametri, qua quidem communem sectionem circuli obliqui, & Aequatoris in sphara repraesentat, vt mox ostendemus. Vt si circulus AHCI, in Astrolabio ponatur maximus quicunque obliquus ad Aequatorem, & Meridianum, & per eius centrum K, & centrum Astrolabij E, recta ducatur HI, qua communis sectio est plani Astrolabij, vel Aequatoris, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli obliqui transeuntis, cum in ea sectione centrum circuli obliqui in Astrolabio existat, vt in scholio propos. 3. Num. 4. demonstratum est, quippe cum in ea existat maxima eius diameter apparens, & ad HI, ducatur diameter Aequatoris AC, perpendicularis, demonstrabimus, eum necessario transire per puncta A, C, quemadmodum ostendimus, eundem, quando ad Meridianũ rectus est, cuiusmodi est Horizon, Verticalis primarius, Ecliptica, (posito principio ♋, in Meridiano) & alij, per puncta A, C, transire. Id quod etiam de Verticalibus demonstrabitur propos. 8. Num. 16. Ex quo fit, quemlibet circulum maximum in Astrolabio diuidere Aequatorem bifariam, cum transeat per duo eius puncta per diametrum opposita. Recta quoque AC, referet communẽ sectionem Aequatoris, & illius circuli obliqui in sphara: quod non secus ostendemus, ac monstratum est, eandem AC, communem sectionem referre Aequatoris, & Horizontis, vel Verticalis primarij, vel Eclipticae, si circulus AHCI, ex his circulis vnus statuatur.* [c] *Quoniã enim & Aequator, & circulus obliquus ad maximum circulum per mũdi polos, & polos obliqui circuli ductum, rectus est;* [d] *erit ad eundem communis eorum sectio recta; ac proinde eadem ad HI, in illo circulo maximo existentem perpendicularis erit in centro Aequatoris, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Ergo AC, ad HI, perpendicularis, communis illa sectio erit.*

b 15. 1. Th.

Circuli maximi obliqui, & ad Meridianum nõ recti, per quæ pũcta Aequatoris in Astrolabio ducantur.

Quemlibet circulum maximũ in Astrolabio diuidere Aequatorẽ bifariam, hoc est, transire per eius duo puncta per diametrum opposita.

Cõmunis sectio Aequatoris, & cuiusuis circuli maximi obliqui in sphæra, per quã rectam repræsentetur in Astrolabio.

c 15. 1. Theo.

d 19. undec.

4. ITAQVE *quemadmodum in sphara quilibet circulus maximus Aequatorem diuidit bifariam, ita quoque in Astrolabio Aequator a quolibet circulo maximo obliquo, siue is ad Meridianum rectus sit, siue non, bifariam secatur, cum ab eo secetur in extremis punctis diametri AC, qua ad HI, communem sectionem plani Astrolabij, & maximi circuli per mundi polos, & polos circuli obliqui transeuntis, instar proprij cuiusdam Meridiani, perpendicularis est, vt demonstrauimus. Et quoniam Aequator vicissim in sphara quemuis circulum maximum bifariam diuidit,* [e] *(quod circuli maximi omnes in sphara se mutuo secent bifariam) fit vt in Astrolabio quoque cernatur diuidere quemlibet circulum maximum obliquum bifariam, adeo vt arcus AHC, vnum semicirculum, & arcus AIC, alterum repraesentet, licet hi arcus valde inter se inaequales sint. Hoc enim necessario in Astrolabio ita contingere, ratio euidens demonstrat.*

Aequator, & quilibet circulus maximus obliquus in Astrolabio se mutuo secant bifariam, licet segmẽta circuli obliqui inter se valde sint inæqualia.

e 11. 1. Theo.

5. QVIA *enim cuiusuis circuli maximi obliqui vnus semicirculorum, quos*

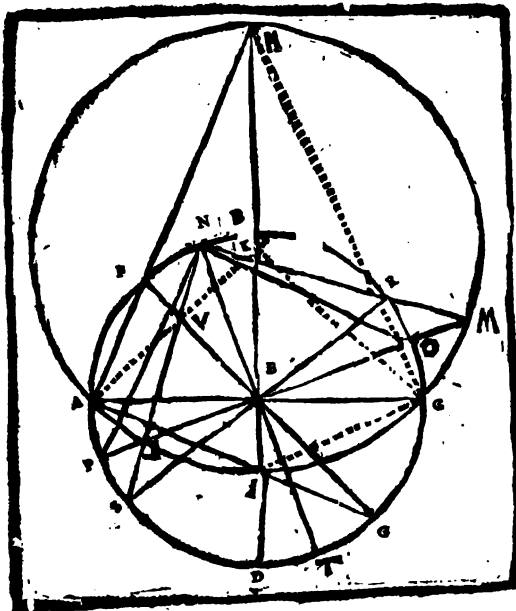
communis

semicirculi cuiusuis obliqui circuli maximi ab Aequatore secti, cur fiant inaequales in Astrolabio.

communis eius sectio cum Aequatore facit, ab Aequatore versus polum australem, & alter versus boreale declinat, apparebit is, qui propius ab oculo, vel polo australi abest, maior, quam ille, qui longius abest, vt ex Perspectiuis liquet. [a] *Item quia omnis circulus maximus obliquus tangit duos parallelos oppositos, & aequales, borealem vnum, & alterum australem; australis autem proijcitur in circulum Aequatore maiorem, & borealis in minorem, ex propos. 2. proijcietur necessario semicirculus borealis circuli obliqui intra Aequatorem, qualis est AIC, australis vero extra Aequatorem, qualis est AHC; ac proinde hic illo maior erit, cum longius excurrat semicirculus AHC, a recta AC, quam semicirculus AIC.*

a, 8. 3. The.

Aequator in Astrolabio cur a quouis circulo maximo obliquo secetur in duos semicirculos aequales in duobus punctis per diametrum oppositis.

6. AT verò quoniam vterque semicirculus Aequatoris, quomodocunque secetur per diametrum, aequaliter abest ab oculo, vel polo australi, aequales ambo apparebunt: quod etiam ex propos. 2. liquido constat, vbi demonstratum est, Aequatorem, ac parallelos ipsius ita in Astrolabium proijci, vt arcus eorum aequales in arcus aequales proijciantur. Hinc enim fit, vt semicirculi aequales proijciantur in semicirculos aequales: ac propterea quilibet circulus obliquus maximus; cum Aequatorem bifariam in sphaera diuidat, necessario in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita transibit, vt duos ex eo semicirculos aequales auferat, quos ex eodem in sphaera abscindit.

Quilibet circulus siue maximus, siue non maximus, diuidens in sphaera aliquem Aequatoris parallelum bifariam, transit in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita in eo parallelo.

7. PARI ratione quilibet circulus siue maximus, siue non maximus, diuidens aliquem ex parallelis Aequatoris in sphaera bifariam, necessario per duo puncta per diametrum opposita in parallelo illo descripto in Astrolabio transibit, vt illum bifariam quoque secet.

Circulus nō maximus nō potest Aequatorē in Astrolabio secare bifariam.

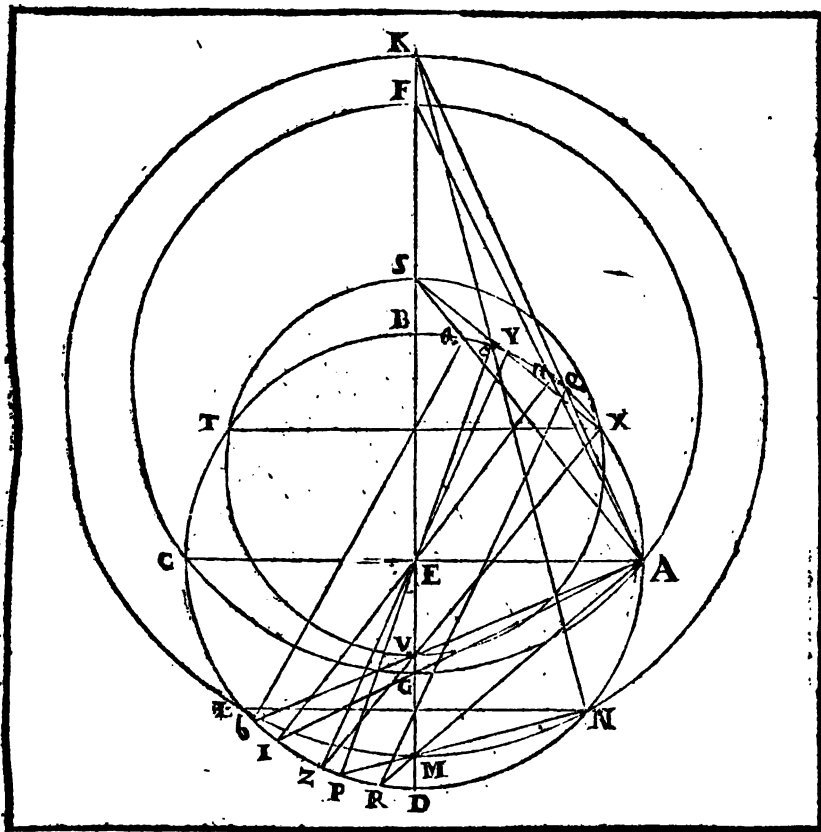
8. NVLLVS autem circulus non maximus in Astrolabio per duo puncta per diametrum opposita in Aequatore describetur, cum eum in sphaera bifariam diuidere nequeat. Esset enim maximus, quippe qui per diametrum Aequatoris, ideoque & per centrum sphaerae, siue Aequatoris transiret. quod cum hypothesi pugnat.

Circul⁹ in Astrolabio secans Aequatorē bifariā

9. EX his manifestum etiam relinquitur, circulū in Astrolabio, qui Aequatorem duobus in punctis per diametrum oppositis secat, repraesentare circulum maximum in sphaera:

sphæra; quandoquidem non maximus Aequatorem bifariam secare non potest, ut proxime dictum est; qui vero Aequatorem in duobus punctis non per diametrum oppositis secat, referre circulum non maximum. Nam si maximum referret, diuideret Aequatorem bifariam, ut monstratum est. quod non ponitur.

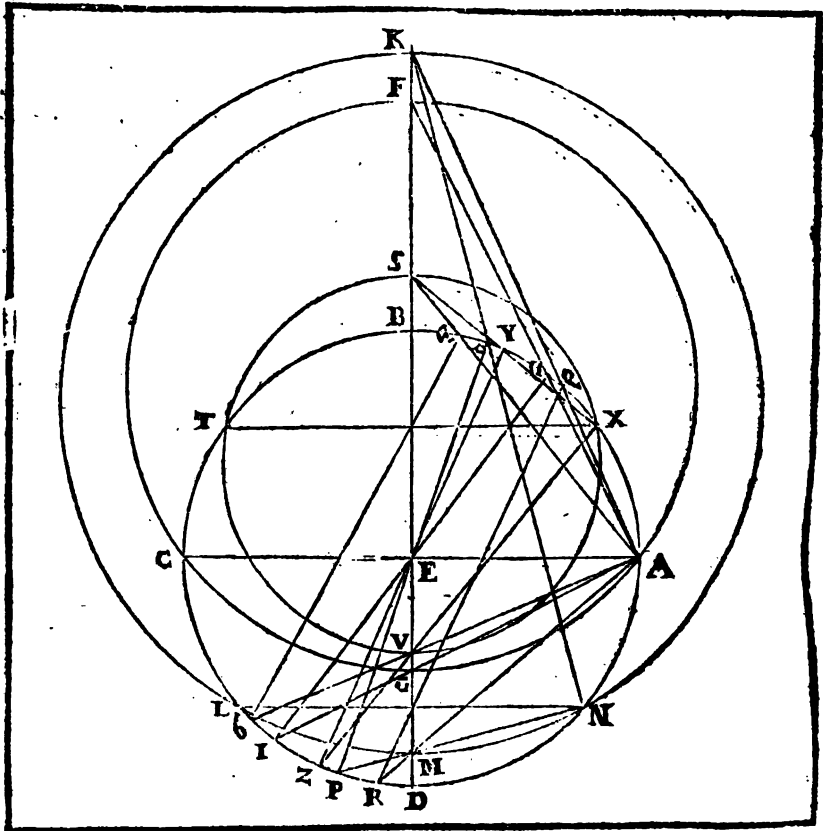
repræsentat in sphæra circulum maximum: qui vero non bifariã diuidit, refert nõ maximum.

HOC ipsum Geometrice quoq; hac ratione demonstrabimus. Sit Aequator ABCD, cuius centrum E, eumq; bifariam secet circulus FCGA, in punctis A, C, per diametrũ oppositis. Dico eũ repræsentare circulũ maximũ in sphæra. Ducta enim diametro AC,

ducatur per E, centrum Aequatoris, & centrum circuli FCGA, recta FD, quæ ad AC, quam bifariam in centro E, diuidit, a perpendicularis erit, referetque maximum circulum per polos mundi, & polos circuli FCGA, ductum, ut in scholio propos. 3. Num. 4. demonstratum est; ideoque recta AE, perpendicularis, axis mundi erit, & A, C, poli mundi, (si circulus ABCD, intelligatur esse rectus ad Aequatorem, siue planũ Astrolabij.) cum quadrante absint ab Aequatore per BD, ducto. Egrediantur iã radij

a 3. tertij.

AF, AG, per extrema maxima diametri visa secantes Aequatorem in H, I, iunganturque HI, qua diameter erit eius circuli, quem repraesentat FCGA, quandoquidē eius extrema apparent in F, G, extremis diametri maxima visa FG. a *Et quoniam angulus FAG, hoc est, HAI, rectus est; erit ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. HAI, semicirculus, & propterea HI, per centrum E, transibit, diameterque erit maximi circuli, quem quidem FCGA, refert.*

a 31. tertij.

DEINDE circulus KLMN, secat Aequatorem in L, N, non bifariam infra

puncta A, C, ita vt ducta recta LN, per centrum E, non transeat. Dico eum referre circulum non maximum. Ducta enim rursus KM, per centrum eius, & centrum E, Astrolabij, pro communi sectione Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli KLMN, ducti, ducatur ad eam perpendicularis AC, pro axe mūdi, vt prius. Emittantur deinde ex N, per extrema diametri visa KM, recta NK, NM, secantes Aequatorem in O, P, iungaturque OP. b *Et quia angulus KNM, hoc est, ONP, rectus est; erit, ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. ONP, semicirculus, eiusque diameter OP.*

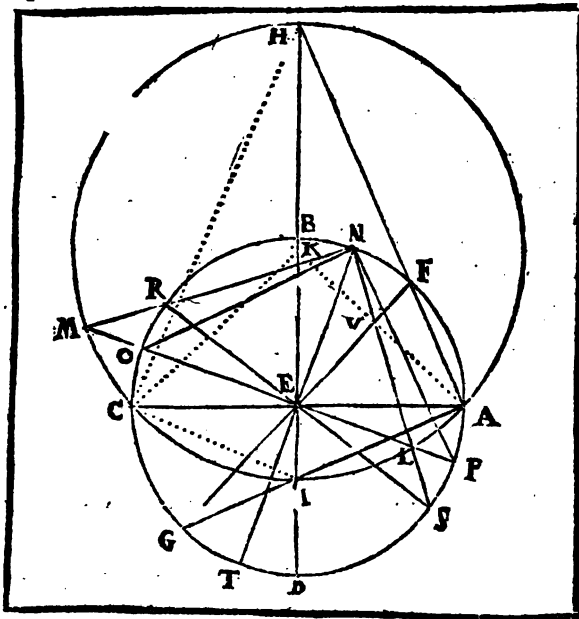
b 31. tertij.

Quare

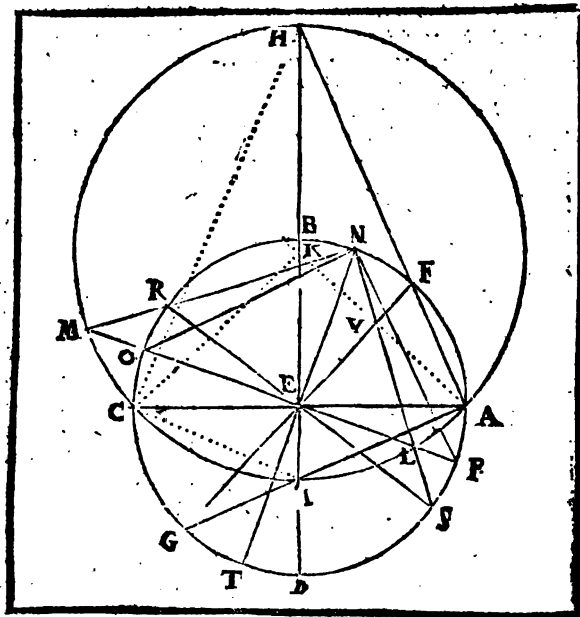
Quare cum radij ex polo A, emissi ad eadem extrema K, M, diametri visa KM, secent Aequatorem citra puncta O, P, in Q, R; (nam AK, est citra KN, & AM, secat NM, in M.) erit QAR, segmentum semicirculo minus; ac proinde iuncta recta QR, quæ diameter est circuli, quem KLMN, repræsentat, per centrum non transibit, diameterq; idcirco erit circuli non maximi.

POSTREMO circulus STVX, Aequatorem secet in T, X, non bifariam supra puncta A, C, ita vt ducta recta TV, per centrum E, non transeat. Dico eum referre quoq; circulum non maximum. Ducta enim rursus recta SV, per eius centrum, & E centrũ Astrolabij, pro communi sectione Astrolabij, & circuli maximi per polos mundi, & polos circuli STVX, ducti, & ad eam perpendiculari AC, pro axe mundi; educantur rectæ XS, XV, per extrema diametri visæ SV, secantes Aequatorem in YZ, siue Y, sit supra X, siue infra, (fieri enim potest, vt quando S, procul distat, recta XS, secet Aequatorem infra X.) iungatur recta YZ. Et quia angulus SXV, hoc est, YXZ, rectus est, erit ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. YXZ, semicirculus, eiusque diameter YZ. Quare cum radij ex A, polo emissi per eadem extrema S, V, diametri visæ SV, secent Aequatorem in a, b, vltra puncta Y, Z. (Nam AS, cadit infra XS, & AV, secat XV, in V.) erit aAb, segmentum semicirculo maius: ac propterea iuncta recta ab, quæ diameter est circuli, quem STVX, repræsentat, per centrum non transibit, diameterque idcirco erit circuli non maximi. quod erat demonstrandum.

a 31. tertij.

10. RVRSVS quoniam omnes diametri cuiuslibet circuli maximi obliqui in sphæra per centrum sphæræ ducuntur, ac per idem in Astrolabio transire conspiciuntur; fit, vt omnis linea recta per centrum Astrolabij ducta in vtramque partem ad circuli obliqui circũferentiam vsq; exprimat illam diametrum circuli obliqui in sphæra, quæ per illa puncta ducitur, quæ repræsentantur per illa in circulo obliquo Astrolabij, ad quæ extenditur recta illa per centrũ Astrolabij traiecta: adeo vt qualibet linea eiusmodi in Astrolabio sit instar alicuius diametri circuli obliqui incedens per duo puncta, quæ duo referũt in sphæra per diametrũ opposita. Verbi gratia. in figura prima huius scholij recta LM, per E, centrum Astrolabij eiecta

Omnem lineam rectam per centrum Astrolabij ductam indicare in circulo maximo obliquo duo pũcta per diametrum opposita, ita vt ipsa vices gerat diametri eiusdam.

bij electa refert in sphæra diametrum illam circuli obliqui, quem AHCI, repræsentat, atque tot gradibus a communi sectione circuli obliqui cum Aequatore in austrũ recedit, quot gradus exhibet arcus CM, in Astrolabio; (quo vero pacto cognoscatur, quot gradus contineantur in arcu CM, in hac propos. 5. Num. 19. traditum est) ita vt puncta L, M, exprimant duo puncta in sphæra per diametrum opposita.

11. QVOD autem quælibet linea per centrum Astrolabij extensa, videlicet LM, repræsentet, vt diximus, diametrum aliquam circuli maximi obliqui, (licet eum in partes inæquales secet,) indicetq; in circulo obliquo duo puncta L, M, per diametrum opposita, non secus: ac recta linea AC, quam ostendimus referre communem sectionem circuli obliqui, & Aequatoris in sphæra, hac alia ratione cum Ptolemæo Geometrice demonstrabimus. Repetita prima figura huius scholij, excitetur in E, ad LM, perpendicularis EN, producaturq; vsque ad T. Producta quoque ML, vsque ad P, iungantur rectæ MN, ON, LN, PN. seceturq; Aequator ab MN, LN, in R, S. Quia igitur in circulo AHCI, duæ rectæ AC, LM, se intersecãt in E, [a] erit rectangulum sub LE, EM, rectangulo sub AE, EC, æquale, hoc est, quadrato rectæ AE, ac proinde & quadrato rectæ EN, vel ET. [b] Igitur vtraque EN, ET, media proportionalis est inter EM, EL; ideoq; circulus circa diametrũ LM, descriptus per pũcta N, T, transibit. Nam si vltra punctũ N, verbi gratia, transiret, vel citra N, abscinderet ex perpendiculari EN, vel maiorem lineam, vel minorem linea EN, quæ ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. media quoque proportionalis esset inter eadem segmenta LE, EM, ac proinde æquales forent abscissa illa linea, & EN, pars, & totum. quod est absurdum. Quod etiam ex lemmate 15. demonstrari potest. Transibit ergo circulus ille per N, ac proinde & per T, eandem ob causam; ideoque circulum aliquem maximum in sphæra repræsentabit, vt paulo ante Num. 6. & 9. ostendimus, quandoquidem Aequatorem bifariam diuidit in N, T. [c] Et quoniã circulus maximus obliquus tangit duos parallelos oppositos, & æquales; erũt circuli, qui ex E, centro, & interuallo semidiametrorum EL, EM, describerentur, circulumque illum, cuius diameter LM, ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl.

a 35. tertij.

b 17 sexti.

c 8. 2. Theo

Eucl. tangerent in L, M, duo paralleli oppositi, & aequales.[a] Quocirca, cum puncta contactuum per diametrum opponuntur in sphaera, repraesentabunt L, & M, duo puncta in sphaera per diametrum opposita, ac propterea recta LM, diametrum aliquam circuli maximi obliqui referet. quod est propositum. Vt autem intelligamus, quaenam puncta sphaerae a punctis L, M, repraesententur, & quam diametrum recta LM, referat, ita progrediemur. Quoniam circulus circa diametrum LM, descriptus, transit per N, vt demonstrauimus,[b] erit angulus MNL, in semicirculo rectus, atque idcirco angulo ONP,[c] qui in semicirculo ONP, rectus etiam est, aequalis;[d] ideoque arcus RTS, OTP, aequales erunt. Cum ergo OTP, sit semicirculus, quod recta LM, per E, centrum transire posuit, erit & RTS, semicirculus; ac proinde recta ducta RS, diameter erit circuli ABCD. Quamobrem si circulus ABCD, concipiatur esse maximus per polos mundi, & diametrum RS, ductus, faciens in plano Astrolabij, Aequatorisue sectionem PLEOM (qui quidem ad circulum diametri FG, in sphaera, quẽ in Astrolabio circulus AHCI, refert, obliquus erit, cum per eius polos non transeat; quod maximus circulus per mundi polos, & per polos circuli obliqui diametri FG, ductus faciat in Astrolabio siue Aequatore, sectionem DEH, non autẽ PEM.) erunt N, T, poli mundi, & NT, axis, quandoquidem in circulo maximo ABCD, per mundi polos ducto puncta N, T, quadrante absunt ab Aequatore per rectam OP, ducto. Posito ergo polo antarctico N, apparebunt puncta extrema R, S, diametri RS, in plano Astrolabij in punctis M, L, per radios visuales NR, NS, ex polo australi N, inspecta. Igitur puncta M, L, referunt puncta R, S, in sphaera per diametrum opposita, & quorum distantia a polis mundi sunt arcus NR, TS; recta autem ML, diametrum RS, repraesentabit, quae communis sectio est circuli obliqui, quem in sphaera exprimit circulus AHCI, & circuli maximi ABCD, per mundi polos ducti, & qui ad circulum obliquum eundem obliquus est. Quod si in sphaera per diametrum RS, concipiatur duci circulus maximus ad circulum ABCD, rectus in eo situ, quem eum diximus habere, erit ML, maxima diameter visa circuli illius per RS, ducti, ac proinde circulus circa ML, descriptus repraesentabit circulum illum per RS, ductum, & qui ad circulum ABCD, rectus est. Et vt res tota fiat adhuc planior, ponamus circulum AHCI, esse Horizontem aliquem obliquum. Si igitur Colurus v.g. solstitiorum circumducatur in sphaera, donec eius segmentum inter polum australem, & Horizontem simile sit arcui NR, segmentum vero eiusdem inter polum borealem, & Horizontem simile arcui TS; referet circulus ABCD, Colurum solstitiorum in eo situ, & RS, erit diameter Horizontis, quae communis sectio est Coluri solstitiorum in eo situ, atque Horizontis, proijciturque in rectam ML, in communi sectione Astrolabij Aequatorisue, & eiusdem Coluri in eodem illo situ, quam diximus esse rectam PLEOM. Denique paralleli Aequatoris oppositi, & aequales, quos circulus circa ML, descriptus tangit, vt diximus, sunt illi, quorum declinationes ab Aequatore sunt arcus OR, PS: quae res intellectu difficilis non est, si sphaera materialis adhibeatur; eademque ad alios circulos maximos obliquos non difficulter transferri potest.

a Coroll. 6. 2. Theod.
b 31. tertij.
c 31. tertij.
d 26. tertij.

12. QVIA vero propos. 3. Num. 3. pollicitus sum, me hoc loco demonstraturum, arcus aequales circulorum obliquorum proijci in Astrolabiũ in arcus inaequales ordine cõtinuato, demonstrandum id erit hoc modo. Sit Aequator Astrolabij ABCD, cuius centrum E; circulus obliquus maximus AFCG, cuius centrum H, & vnus polorum I, & alter Y. Sumptis autem in Aequatore arcubus aequalibus BK, KL, ducantur ex I, polo recta IK, IL, secantes obliquum circulum in M, P. Respondebunt arcus FM, MP, arcubus circuli obliqui in sphaera aequalibus, qui arcubus BK, KL, aequales sunt, cum (vt in hac propos. Num. 17. demonstratum est, in primo modo diuidendi circulos obliquos in gradus.) tot gradus complectantur, quot in arcubus BK, KL, continentur. Et quoniam per lemma 33. FM, maior est, quam MP; & MP, maior, quam arcus insequens,

Arcus aequales circuli maximi obliqui proiici in arcus inaequales, ordine continuato.

F
M
B
K
H
P
S
Z
L
V
I
T
C
X
E
A
Q
G
O
N
D
Y

sequens, qui arcui Aequatoris respondet, qui aequalis sit arcui KL, & ita deinceps, vsque ad finem semicirculi FCG; perspicuū est, arcus aequales circuli maximi obliqui proijci in arcus inaequales ordine continuato, cum is, qui puncto F, propinquior est, sit semper remotiore maior, si aequalibus arcubus Aequatoris respondeāt, vt lemmate 33. demonstratū est. Itaque si circulus obliquus AFCG, in 360. gradus distribuatur, vt supra docuimus, decrescent ij gradus continue ab F, vsque ad G, in vtroque semicirculo FCG, FAG; ita vt gradus sint maximi prope punctū F; at iuxta punctum G, minimi. Ex quo fit, partes circuli obliqui in Astrolabio non esse similes partibus respondētibus eiusdē circuli in sphaera.

13. FIERI *nihilominus potest, vt vna aliqua pars quotuis graduum, pauciorum tamen, quam 180. similis sit vni parti: quod alicui fortassis incredibile videri possit. Ducta namque ex I, polo ad FG, perpendiculari IT, si ad vtramque eius partem constituātur duo anguli TIM, TIQ, aequales, erunt per lemma 34. arcus MQ, KO, similes. Et quoniam, vt in eodem lemmate demonstrauimus, totus angulus MIQ, vtrique angulorum MHQ, KEO, aequalis est, si totus angulus MIQ, ex duobus aequalibus TIM, TIQ, constans, insistat arcui grad. 1. vel 2. vel 3. vel 4. vel 20. vel 100. &c. in circulo, qui ex I, describeretur, insistent quoque anguli MHQ, KEO, arcubus MQ, KO, totidē graduum in proprijs circulis; quod hi illis similes sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. Ex quo efficitur, arcum quotlibet graduum in circulo obliquo maximo quocunque in arcum similem, totidem videlicet graduum, proijci posse, illum nimirum, qui arcui MQ, respondet. Nam ille arcus in sphaera, aequalis erit arcui KO, quem similem ostendimus arcui MQ, quotcunque tandem graduum fuerit assumptus. Quoniam enim ex lemmate 23. plana per polum australem, & rectas IK, IO, ducta auferunt ex Horizonte sphaerae arcum arcui KO, aequalem; est autem arcus KO, ostensus similis arcui Horizontis MQ, in Astrolabio: erit quoque arcus ille Horizontis in sphaera, qui quidem proijcitur in arcum MQ, per duo illa plana per rectas IK, IO, & polum australem ducta, similis arcui eidem MQ. Atque eodem modo quaecunque alia duae recta ex I, egredientes, constituentesque angulum vel maiorem, vel minorem angulo MIQ, diuisum a recta IT, bifariam, abscindent ex circulo obliquo, & Aequatore arcus similes: nunquam tamen dabuntur duo arcus, aut plures, in circulo obliquo, quorum vnus sit totus extra alium, qui similes sint duobus arcubus, aut pluribus, in Aequatore, quorū vnus sit etiam totus extra alium, sed solum plures pluribus similes esse possunt, singuli singulis, quando vnus intra alium includitur: propterea quod recta auferentes arcus similes debent cum IT, angulos aequales ex vtraque parte constituere, vt dictum est. Nunquā ergo duo, vel plures aequales arcus circuli obliqui in sphaera in duos, aut plures arcus aequales in Astrolabium proijci possunt: quae omnia in lemmate 34. demonstrata sunt.*

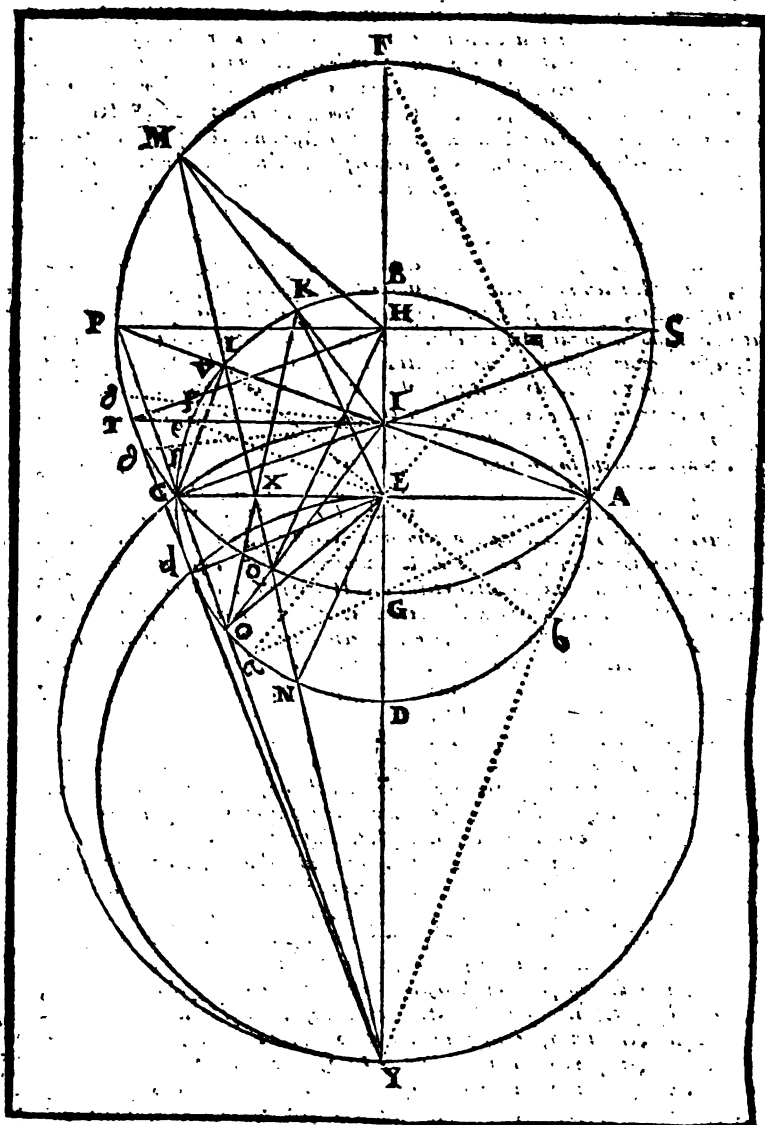
Arcum vnū quēpiam maximi circuli obliqui in sphaera proiici Posse in Astrolabiū in arcum similē.

14. SED *libet hoc loco ad maiorem doctrinā nonnulla alia, quae ad circulos maximos obliquos in Astrolabium proiectos pertinent, neque iniucunda, neque inutilia demonstrare. Primum ergo per I, Y, polos circuli obliqui AFCG, descripto circulo AICY, circa diametrum IY, qui maximus erit, cum per puncta I, Y, in sphaera per diametrum opposita describatur, referetque eum in sphaera, qui per polos circuli obliqui, quē AFCG, repraesentat, ducitur, ad eumque rectus est, instar Verticalis primarij respectu Horizontis, vt ex ijs, quae in hac propositione dicta sunt, perspicuum est. Nam si puncta I, Y, per diametrum sunt opposita, erunt duo paralleli Aequatoris ex E, per I, & Y, descripti aequales & oppositi, tangentque circulum AICY, in I, & Y, ex scholio propos. 13. lib. 3. Euclid. Cum ergo maximus circulus in sphaera tangat duos parallelos oppositos & aequales; referet circulus AICY, illum maximum tangentem. Igitur maximus circulus AICY, per puncta A, C. transibit, vt demonstrauimus: ductaque per H, centrum obliqui circuli ad FG, diametro perpendiculari PS; iacebunt tam tria puncta A, I, P, quam tria C, I, S, in vna linea recta, hoc est, recta per quaecunque duo ducta transibit*

Proprietates variae circulorū maximorum obliquorū in Astrolabio.

Circulum in Astrolabio per duo pūcta per diametrum opposita descriptum, esse maximum.

a 8. 2. Theo.

F
M
B
K
H
P
S
L
V
T
X
E
C
A
G
O
N
D
Y
b

transibit etiam per reliquum: quod idem dicendum est tam de tribus punctis P, C, Y, quam de tribus S, A, Y. Sit enim Z a, diameter circuli obliqui in sphæra, per cuius extrema Z, a, radij visuales ducti AZ, Aa, diametrum eius visam abscindunt FG: Item diameter Lb, diametrum Za, ad angulos rectos secet, ut L, b, poli sint circuli diametri Z a, ac proinde radij visuales AL, A b, in polos I, Y, cadãt, abscindantq; visam diametrum IY, circuli diametri Lb. Quoniam igitur per lemma 10. rectæ AL, Aa, auferunt ex circulis ABCD, AFCG, arcus similes; Est autem abscissus arcus La, quadrans, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. ob angulum rectum LEa. Igitur producta AL, erit quoque ex circulo AFCG, arcus abscissus quadrans. Cum ergo arcus PG, ex eodem scholio quadrans sit, ob angulum rectum PHG, transibit AIL, per punctum P, ut quadrantem GP, auferre possit. Et quia duo latera EI, EC, duobus lateribus EI, EA, æqualia sunt, angulosque continent rectos æquales, [a] erunt quoque anguli ICE, IAE, æquales; [b] ac proinde arcus, cui angulus ICE, insistit in circulo AFCG, arcui CP, cui angulus IAE, in eodem insistit, æqualis erit. Cum ergo, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. arcus CP, AS, inter parallelas AC, PS, æquales sint, cadet recta CI, producta in punctum S, ut arcum arcui CP, auferre possit æqualem. Tam ergo tria puncta A, I, P, quam tria C, I, S, in recta linea iacent. Rursus iunctis rectis CP, CY, [c] quoniã anguli PCS, YCS, in semicirculis PCS, ICY, recti sunt; [d] erunt rectæ CP, CY, in continuum & directum coniunctæ; idemque dicendum est de rectis AS, AY. Iacent ergo tam tria puncta P, C, Y, quam tria S, A, Y, in linea recta. Ex quo fit, radium A b, ad inueniendum alterum polum Y, duci posse per tria puncta S, A, b; quandoquidem tam recta SA, quam recta PC, producta in polum Y, cadit, ut ostendimus.

a 4. primi.
b 26. tertij.
c 31. tertij.
d 14. primi.

EST autem obseruatione quoque dignum, quadrantem cuiusuis circuli obliqui in Astrolabio australem, quem eius linea meridiana, & perpendicularis diameter ad eandem lineam meridianam includunt, æqualem esse, quod ad numerum graduum attinet, arcui altitudinis poli mundani supra illum circulum in sphæra; arcum vero eiusdem inter diametrum perpendicularem ad eius lineam propriam meridianam, & intersectionem ipsius cum Aequatore, non solum æqualem esse, quod spectat ad numerum graduum, complemento altitudinis poli mundi supra circulum illum in sphæra, verum etiam similem omnino. Nam quadrans FP, tot gradus continet, quot in arcu BL, continentur, ut constat ex ijs, quæ in hac propos. 5. Num 17. demonstrata sunt; cum recta AIL, cadat in P, ut demonstratum est. Perspicuum autem est, arcum BL, æqualem esse arcui AZ, altitudinis poli supra circulum maximum, quem circulus AFCG, refert, & cuius diameter vera est a Z, propter quadrantes æquales VZ, BA, & arcum communem BZ. Ex quo sequitur, reliquum arcum LC, esse complemento altitudinis poli æqualem, quem repræsentat arcus PC, ut ex eadem hac propos. Num. 17. liquet: ac proinde æquales esse arcus PC, LC, quod ad numerum graduum attinet. Eosdem autẽ esse quoque similes, manifestum est ex lemmate 10. ubi demonstratum est, rectas AP, AC, abscindere similes arcus PC, VC. Quod etiam constat ex lemmate 34. [e] Cum enim anguli IGA, IAC, æquales sint; [f] sit autem ICE, alterno CIT, & IAE, externo PIT, æqualis: erunt quoque anguli CIT, PIT, æquales, ideoque arcus PC, LC, similes, ut in dicto lemmate 34. demonstratum est.

e 5. primi.
f 29. primi.

15 DEINDE quiã in posteriori parte primi modi diuidendi circulũ obliquum maximum AFCG, in gradus, recta qualibet ex Y, emissa resecat a circulo obliquo arcum inter F, & rectam illam comprehensum tot gradibus respondentem, quot in arcu Aequatoris inter D, & eandem illam rectam incluso continentur; fit, ut recta ex Y, egrediens, & vnum circulorum tangens, tangat & alterum, ut videlicet arcus inter F, & punctum contactus positus respondeat arcui inter D, & punctum contactus comprehenso. quod tamen Geometrice demonstrabimus, & simul puncta contactuum inueniemus,

Quæ recta Aequatorem, & circulum maximũ obliquum in Astrolabio tangãt, & vbi.
Recta ex polo inferiore circuli maximi obliqui ducta, si tangat Aequatorem, tanget & circulum obli

F
M
K
B
H
P
S
L
V
I
E
X
A
G
O
N
D
Y

niemus, hoc modo. Secta recta EY, bifariam, describatur ex puncto diuisionis per E, & Y, semicirculus secans Aequatorem in d. Dico rectam Y d, tangere Aequatorem in d, eandemque productam tangere obliquum circulum in T, puncto, in quod cadit recta IT, ducta ex I, polo circuli obliqui ad FG, perpendicularis. [a] Iuncta enim recta E d, erit angulus E d Y, in semicirculo E d Y, rectus; ac proinde, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Euclid. recta Y d, ad semidiametrum d E, perpendicularis tanget Aequatorem in d.

quum: Et si tangat circulū obliquum, tanget & Aequatorem.

a 31. tertij.

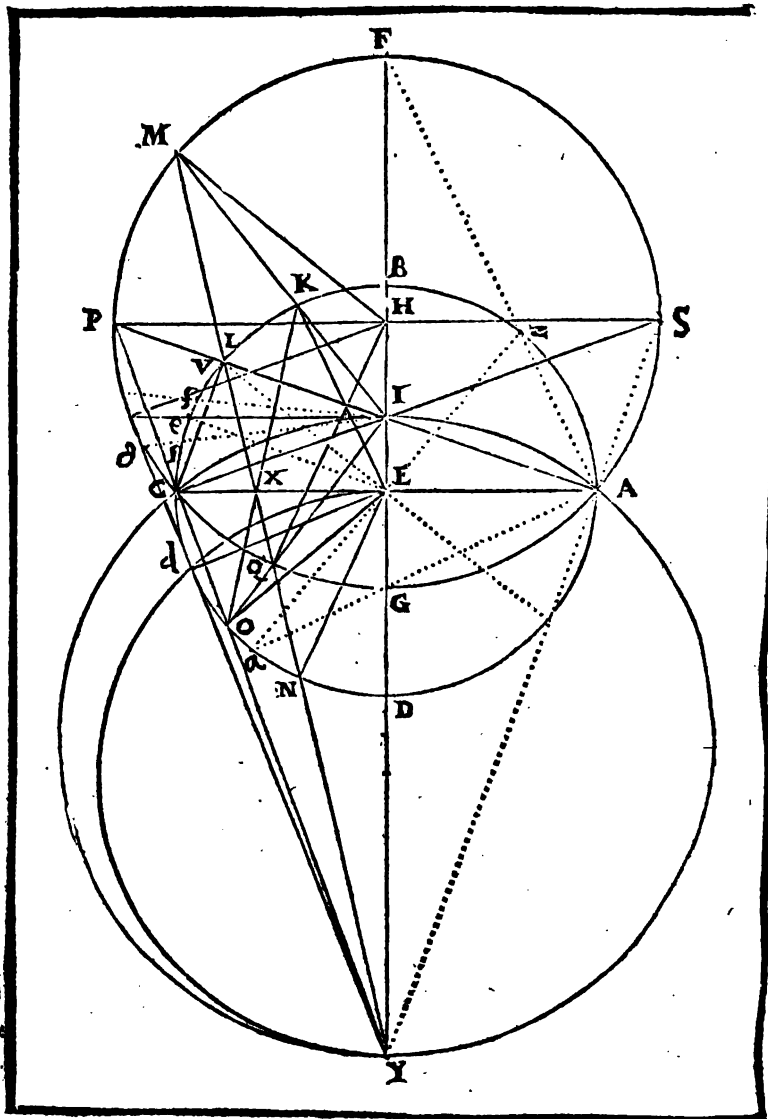
16. VT autem demonstremus, eandem productam tangere circulum obliquum in T, ostendendum prius est, perpendicularem IT, auferre arcum Aequatoris e B, similem arcui circuli obliqui TG, & quamcumque aliam rectam ex polo I, eductam, qualis est I g; abscindere arcum f B, arcui g G, dissimilem: quorum vtrumque ita conficiemus. Iunctis rectis E e, HT; quoniam triangula PHI, AEI, aequiangula sunt, cum anguli ad H, E, recti sint, [b] & anguli ad verticem I, aequales; (Nam recta AI, producta cadit in P, vt demonstrauimus,) [c] nec non & alterni P, A; [d] erit vt PH, hoc est, vt TH, ad HI, ita AE, hoc est ita, e E, ad EI. Igitur cum in triangulis THI, e E I, anguli recti ad I, aequales sint, & latera circa angulos H, E, proportionalia, vt ostendimus, ac reliquorum angulorum T, e, vterque minor sit recto; ([e] quod recta EP, GP; B e, D e, in semicirculis rectos angulos efficiant, quorum illi partes sunt.) [f] erunt triangula THI, e E I, aequiangula, angulusque THI, e E I, habebunt aequales in centris H, E: ac propterea, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus, e B, T G, similes erunt. quod est primum. Quod autem alia recta quacunque I g, auferat arcus non similes f B, g G. sic concludemus. Si I g, cadat supra perpendicularem IT, erit arcus f B, minor, quam e B, ac proinde minor, quam vt similis sit arcui TG, cum huic similis ostensus sit arcus e B. Multo ergo minor erit arcus f B, quam vt similis sit arcui g G, cum hic maior sit quam TG. Si vero I g, cadat infra perpendicularem IT, erit arcus f B, maior quam e B; ac proinde maior, quam vt similis sit arcui TG, cui similis ostensus est e B. Multo ergo maior erit arcus f B, quam vt similis sit arcui g G, qui minor est, quàm TG; ac proinde sola perpendicularis IT, arcus similes abscindit B e, TG.

Recta ad meridianam I ducta ex polo circuli maximi obliqui perpendicularis, quos arcus similes abscindat ex Aequatore, & circulo maximo obliquo.

b 15. primi.
c 29. primi.
d 4. sexti.
e 31. tertij.
f. 7. sexti.

17. HIS demonstratis, facile ostendemus rectam Y d, productam tangere obliquum circulum in T. Nam ducta recta HT, ipsi E d, parallela, probabimus rectam Y d, productam tangere obliquum circulum in T, & perpendicularem ad FG, ex I, eductam cadere in T, punctum contactus, ac proinde eandem Y d, productam tangere circulum obliquum in T, puncto extremo perpendicularis IT. [g] Quoniam enim parallelae sunt PH, CE, ob rectos angulos ad H, E, rectaque YC, producta cadit in P, vt ostendimus; aequiangula erũt ex coroll. propos. 4. lib. 6. Eucl. triãgula YHP, YEC. [h] Igitur erit, vt YH, ad HP, ita YE, ad EC; & permutando, vt YH. ad YE, ita HP, hoc est. HT, ad EC, hoc est, ad Ed. Cũ ergo HT, Ed, parallelae sint, transibit recta Y d, producta per T, ex scholio prop. 4. lib. 6. Eucl. [i] Et quia angulus Y d E, in semicirculo rectus est, [k] & angulo YTH, aequalis, externus interno; erit quoque YTH, rectus, ac proinde YT, circulum AFCG, in T, continget. Iuncta autem recta IT, secante Aequatorem in e, quoniam punctum T, inuenitur quoque per rectam ex altero polo Y, emissam, quae abscindat ex Aequatore arcum à D, inchoatum aequalem arcui B e, vt patet ex primo modo diuidendi circulum obliquum in gradus; erit arcus Dd, arcui B e, aequalis. Ita enim vtraque recta I e, Y d, abscindet arcum eundem FT, tot graduum, quot in arcu B e, vel Dd, continentur. Est autem arcus D d, arcui T G, similis, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. ob angulos DEd, GHT, in centro, [l] qui aequales sunt, externus, & internus, in parallelis Ed, HT. Igitur & arcus B e, eidem arcui TG, similis erit. Cum ergo sola perpendicularis ex I, ad FG, educta abscindat arcum a B, inchoatum, similẽ arcui à D, inchoato,

g 28. primi.
h 4. sexti.
i 31. tertij.
k 29. primi.
l 29. primi.

F
M
B
K
H
P
S
L
V
I
f
e
X
E
C
A
d
Q
G
O
a
N
D
Y

inchoato, vt demonstratum est; erit IG, ad FG, perpendicularis; atque idcirco recta Yd, producta tangit obliquum circulum in puncto T, in quod perpendicularis ex I, ad FG, excitata cadit. quod est propositum.

18. TERTIO *ducta ex Y, vtcunque recta YM, secante Aequatorem in V, N; (casu autem factum est, vt punctum V, cum puncto L, coincidat in figura.) & circulum obliquum in M, Q, ductisque rectis IM, IQ, secantibus Aequatorem in K, O; erunt arcus VCN, MCQ; Item BV, FM, & GQ, DN, similes: Arcus item VCN, KCO, aequales: ac tandem anguli MIF, OID, aequales quoque erunt. Iunctis enim rectis HM, HQ, & EV, EN:* [a] *quoniam est, vt YH, ad HP, ita YE, ad EC; estque HQ, ipsi HP, & EN, ipsi EC, aequalis; erit quoque vt YH, ad HQ, ita YE, ad EN. Quare triangula YHQ, YEN, angulum Y, habent communem & latera circa angulos H, E, proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum Q, N, vterque sit recto maior; (*[b] *Nam tam angulus HQY, maior est recto angulo HTY, quam angulus ENY, angulo recto EdY.)* [c] *erunt triangula YHQ. YEN, aequiangula; aequalesque habebunt angulos ad H, E. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus GQ, DN, similes sunt. Eodẽ modo,* [d] *quoniam est, vt YH, ad HP, hoc est, ad HM, ita YE, ad EC, hoc est, ad EV, habebunt triãgula YHM, YEV, angulum Y, communem, & latera circa angulos H, E, proportionalia. Cum ergo reliquorum angulorum M, V, vterque minor sit recto, (quia cum ambo ad circumferentias insistant tantummodo semidiametris HQ, EN, acuti sunt:* [e] *Recti enim fierent, si semidiametris QH, NE, productis, ad earum extrema puncta ex M, V, recta ducerentur.)* [f] *erunt triangula YHM, YEV, aequiangula, angulosque aequales habebunt YHM, YEV; ac proinde & ex duobus rectis reliqui aequales erunt FHM, BEV. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus FM, BV, similes sunt: ac proinde, ex eodem scholio, vel ex lemmate 6. & ex semicirculis reliqui VD, MG, similes erunt: Fuerunt autem & DN, GQ, similes. Igitur ex lemmate 6. & reliqui arcus VN, MQ, similes erunt. Constat ergo, rectam YM, vndique arcus similes auferre, nimirum tam superiores FM, BV, quam inferiores, GQ, DN, & tam ad sinistram positos MQ, VN, quam ad dexteram MAQ. VAN, reliquos videlicet ex totis circulis, si similes MQ, VN, tollantur. Deinde quia idem punctum M, reperitur per rectas IK, YN; erunt arcus BK, DN, aequales, vt constat ex primo modo diuidendi circulum obliquum in gradus: Item quia idem punctum Q, inuenitur per rectas IO, YV; erunt eandem ob caussam arcus DO, BV, aequales. Igitur erunt arcus BK, DO, simul duobus arcubus DN, BV, simul aequales: ac proinde & ex semicirculis reliqui KO, VN, aequales erũt. Et quia VN, similis fuit arcui MQ, erit eidem arcui MQ, similis etiam arcus KO. Igitur & rectae IM, IQ, ducta per puncta circuli obliqui, in quibus a recta YM, secatur, abscindunt ex Aequatore arcum KO, arcui MQ, similem. Ex quo denique sequitur ex lemmate 34. angulos MIT, OIT, atque idcirco & ex duobus rectis reliquos MIF, OID, aequales esse. Quod sine lemmate 34. ita quoque ostendi potest.* [g] *Quoniam est vt PH, ad HI, ita AE, ad EI, ob triangula PHI, AEI, aequiangula; erit quoque vt MH, ad HI, ita OE, ad EI. Et quia anguli hisce lateribus contenti MHI, OEI, aequales sunt, quod ex duobus rectis reliqui MHF, OED, aequales quoque sint, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. ob arcus FM, DO, qui similes sunt. (Cum enim similes sint ostensi FM, BV, erit quoque DO, ipsi BV, aequalis, eidem FM, similis.)* [h] *erunt triangula MHI, OEI, aequiangula, aequalesque habebunt angulos MIF, OID. quod est propositũ. Vbi etiam obiter notandum videtur, rectas KO, VN, sese mutuo intersecare in diametro Aequatoris AC, in puncto X, hoc est, diametrum AC, per earum intersectionem X, transire. Ducta enim recta CV; quoniam tam arcus BK, DN, quam arcus BV, DO, aequales sunt, vt dictum est; erunt quoque tam reliqui CK, CN, quam reliqui CV, CO, aequales,* [i] *ac proinde tam anguli COK, CVN, insistentes arcubus aequalibus*

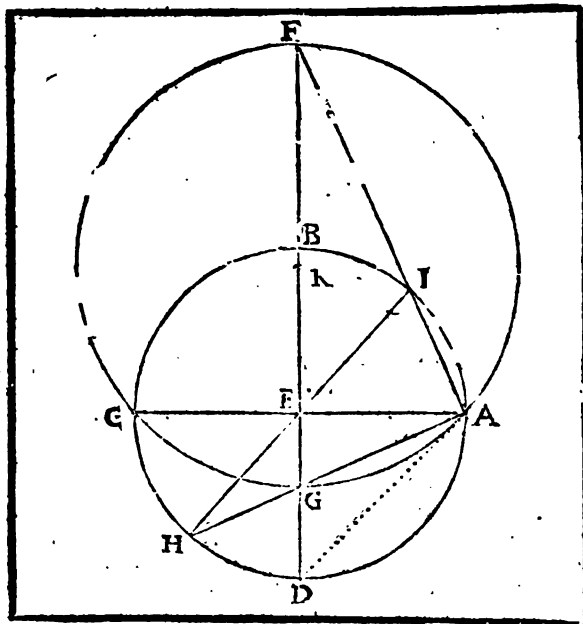
Quos arcus similes ex Aequatore, & circulo maximo obliquo abferãt rectae ex polis eiusdem circuli obliqui eductae.

a 4. sexti.
b 21. primi.
c 7. sexti.
d 4. sexti.
e 31. sexti.
f 7. sexti.
g 4. sexti.
h 6. sexti.
i 27. tertij.

bus CX. CN, quã anguli ACO, ACV, insistentes arcubus aequalibus AO, AK. (Nam si aequalibus arcubus DO, BV, aequales quadrantes AD, AB, adijciantur, toti arcus AO, AK, aequales fiunt) inter se etiam aequales. Itaque cum in triangulis COX, CVX, quae a recta AC, abscinduntur, (quamuis nondum constet, eam per idem punctum X, transire) duo anguli COX, OCX, duobus angulis CVX, VCX, aequales sint, [a] sint autem & latera adiacentia CO, CV, aequalia, ob aequales arcus CO, CV; [b] erunt quoque latera CX, CX, aequalia, hoc est, segmenta rectae AC, inter C, & rectas KO, VN. Transit ergo AC, per X. Nam si duobus in punctis secaret rectas KO, VN, esset vnum segmentum altero maius, propterea quod vnum punctũ propinquius foret puncto C, quam alterum. Denique ex ijs, quae dicta sunt, inferre quoque licebit, si ad polum I, circuli obliqui constituantur duo anguli aequales MIF, OID, rectam per puncta M, Q, vbi rectae IM, IO, obliquum circulum secant, traiectam cadere in alterum polum Y, hoc est, tria puncta M, Q, Y, iacere in vna linea recta. Nam si ducta recta MY, non dicatur transire per punctum Q, sed secare obliquum circulum in alio puncto, constituet recta ex hoc puncto ad I, ducta cum ID, angulum aequalem angulo MIF, vt paulo ante demonstrauimus; ac proinde & angulo OID; atque ita pars ac totum aequalia erunt. quod est absurdum. Transit ergo recta MY, per punctũ Q, quod est propositum. Atque haec de proprietatibus varijs circulorum obliquorum maximorum dicta sint, nunc ad institutum reuertamur.

a 29. tertij.
b 26. primi.

Aequatorem in Astrolabio ex circulo maximo obliquo, qui ad Meridianum rectus sit, inclinationemque ad Aequatorem habeat notam, describere.

19. CVM in scholio prop. 4. Num. 1. & 2. ex dato tropico ♑, vel ♋, in plano Astrolabij Aequatorem descripserimus, doceamus quoq. hoc loco, qua ratione ex dato quouis circulo obliquo maximo, q. ad Meridianũ rectus sit, (qualis est Horizon, Verticalis primarius; Ecliptica, posito principio ♋, in Meridiano; & denique omnis circulus maximus per polos Meridiani, hoc est, per cõmunes sectiones Aequatoris, Horizontisque ductus.) inclinatio nemque ad Aequatorẽ habeat notam, Aequatorem in plano Astrolabij describere liceat. Nam non raro res haec magnã affert commoditatem, cũ quilibet circulus obliquus in Astrolabio maior sit, quam Aequator, vt supra Num. 2. demonstrauimus.

strauimus, accuratiusque ex maiore circulo minor describatur, quam maior ex minore. Sit ergo in Astrolabij plano datus circulus maximus obliquus AFCG, & ad Meridianum rectus, cuius inclinatio ad Aequatorem contineat gradus 30. hoc est, altitudo poli Borealis supra illum circulum, siue complementum inclinationis eius ad Aequatorem, complectatur grad. 60. oporteatque in eodem plano Aequatorem describere. Ducta diametro circuli FG, per eius centrum K, numeretur a puncto G, in vtramque partem complementum inclinationis, siue altitudo poli, hoc est, in dato exemplo grad. 60. vsque ad A, & C, ducaturque recta AC; quæ in E, secabitur bifariã, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. propterea quod diameter FG, arcum AGC, bifariam diuidit: ac tandem ex E, per A, & C, circulus describatur ABCD. Dico hunc esse Aequatorem. Ducta enim recta AG, secante circulum ABCD, in H. erunt ex lemmate 10. arcus CG, CH, similes. Cum ergo CG, metiatur altitudinem poli supra datum circulum maximum obliquum, metietur eandem arcus CH. Ducta igitur recta ex H, per centrum E, diameter erit circuli maximi, cuius complementum inclinationis, vel altitudo poli sit CH. Et quia ducta recta AI, a angulus HAI, rectus est in semicirculo, cadet ea producta in punctum F. Si enim citra F, vel vltra caderet, efficeret ducta recta FA, in semicirculo FAG, alterum angulum rectum FAG, priori æqualem, atque ita pars & totum æqualia forent. quod est absurdum. Itaque si ABCD, statuatur Aequator, describetur circulus datæ inclinationis AFCG, cum radij visuales AH, AI, per extrema puncta eius diametri ducantur, abscindantque diametrum apparentem FG, vt ex ijs, quæ in hac propos. Num. 2. demonstrata sunt, perspicuum est. Est enim HI, diameter eius circuli in sphæra, cum arcus CH, AI, metiantur altitudinem poli supra ipsum, vt diximus. Vicissim ergo, posito AFCG, circulo obliquo, qui altitudinem poli habeat AI, vel CH, erit ABCD, Aequator: quandoquidem ex hoc Aequatore ille describitur, veluti demonstrauimus. Quod si maior pars obliqui circuli dati vergere debeat in partem inferiorem, vt contingit in Verticali primario, numerandum erit complementum eius inclinationis ad Aequatorem, vel altitudo poli ab F, in vtramque partem, &c. Nam eius diameter cadere debet inter B, & C, vt ex ijs patet, quæ in hac propositione Num. 9. scripsimus, quando declarauimus, quam in partem ducenda sit diameter cuiusuis circuli obliqui, qui tamen ad Meridianum rectus sit. Hac eadem ratione ex quouis alio circulo maximo, qui ad Meridianum rectus non sit, Aequatorem describemus in Astrolabio, vt propos. 8. Num. 17. scribemus.

a 31. tertij.

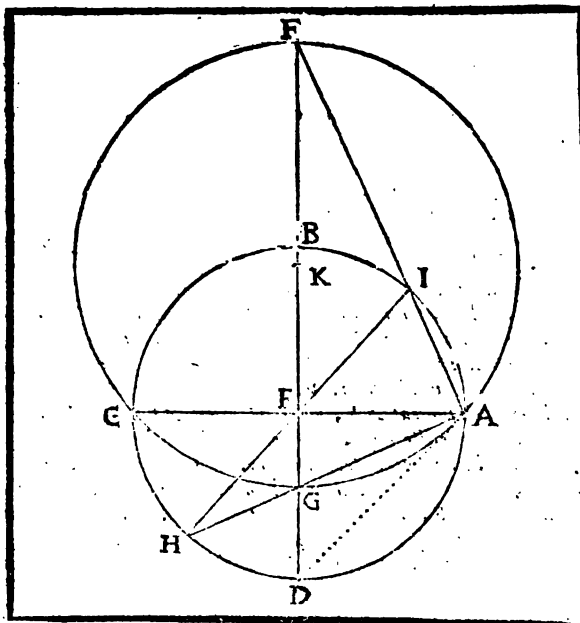
20. CONSTAT ex his, si in quouis puncto A, circumferentiæ Aequatoris angulus rectus constituatur FAG, a quo per centrum E, recta ducatur AC, & ad hanc in eodem centro E, perpendicularis excitetur FG, secans rectas AF, AG, angulum rectum constituentes in F, G; puncta F, G, repræsentare duo puncta in sphæra per diametrum opposita, hoc est, rectam interceptam FG, esse diametrum maximi circuli. Quia enim ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. IAH, semicirculus est, abscindent radij AI, AH, per extremitates diametri HI, educti, diametrum visam FG, circuli maximi, cuius diameter HI, per ea, quæ Num. 2. huius propos. demonstrata sunt; ac proinde puncta F, G, per diametrum sunt opposita in circulo maximo circa diametrũ visam FG, descripto, cum puncta I, H, per diametrum opposita referant.

Quæ puncta in Astrolabio p diametrũ opponantur.

21. DENIQVE descripto quouis circulo obliquo maximo in Astrolabio, qui tamen ad Meridianum rectus sit, hoc est, per puncta A, C, transeat, cognoscemus eius inclinationem ad Aequatorem, altitudinem poli supra ipsum, & situm eiusdem in sphæra, hac ratione. Ex A, polo australi per G, punctum, vbi circulus obliquus AFCG, meridianam lineam BD, intersecat, centro Astrolabij E, propinquius, recta ducatur AG, secans Aequatorem in H. Nam CH, erit arcus altitudinis poli, & eius complementum

Altitudinem poli supra circulũ maximum obliquum in Astrolabio, qui ad Meridianum rectus sit, & eius inclinationem ad Aequatorẽ, situmq; in sphæra, cognoscere.

DH, incli-

DH, inclinatio ad Aequatorem; propterea quod recta AH, cadit in H, extremum diametri circuli obliqui, cum radius AH, indicet extremum G, diametri visæ, vt ex iis, quæ dicta sunt, perspicuũ est. Ratio altera huius operationis perspicua hæc est. Quoniam arcus circuli maximi per mundi polos, & polos obliqui circuli maximi in sphæra ducti, inter polum mundi, & circulum obliquum positus, metitur altitudinem poli supra ipsum circulum obliquum, arcus vero inter eundem obliquum circulum, & Aequatorem interceptus metitur eiusdem inclinationem ad Aequatorẽ, fit, vt cũ recta BD, referat illum circulũ maximũ, vt prop. 1. Num. 1. ostensum est, portio EG, inter E, polum mundi, & circulum obliquum interiecta repræsentet arcũ altitudinis poli, & portio GD, inter eundem obliquum circulum, & Aequatorem, exprimat arcum inclinationis eiusdem circuli obliqui ad Aequatorem. Quocirca cum portio EG, arcum CH, & portio GD, arcũ HD, referat, vt propos. 5. Num 6. ostendimus, erit CH, arcus altitudinis poli, at vero HD, arcus inclinationis ad Aequatorem. Quod si punctum G, vicinius centro Astrolabij, fuerit infra rectam AC, secabit in sphæra circulus maximus, quem AFCG, repræsentat, Meridianum inter A, polum australem, & B, punctum Aequatoris in supero hemisphærio: si vero punctum G foret supra rectam AC, secaret circulus obliquus Meridianum inter C, polum borealem, & B, punctum Aequatoris in eodem hemisphærio. Atque hæc eadem ratio quadrat quoque in quemuis circulum maximum obliquum, qui ad Meridianum rectus non sit, vt propos. 8. Num. 22. dicemus.

PROBLEMA III. PROPOS. VI.

HORIZONTIS cuiuslibet obliqui, Verticalis eius primarij, Eclipticæ, & cuiuscunque alterius circuli maximi obliqui, siue is ad Meridianum rectus sit, inclinatio nemque

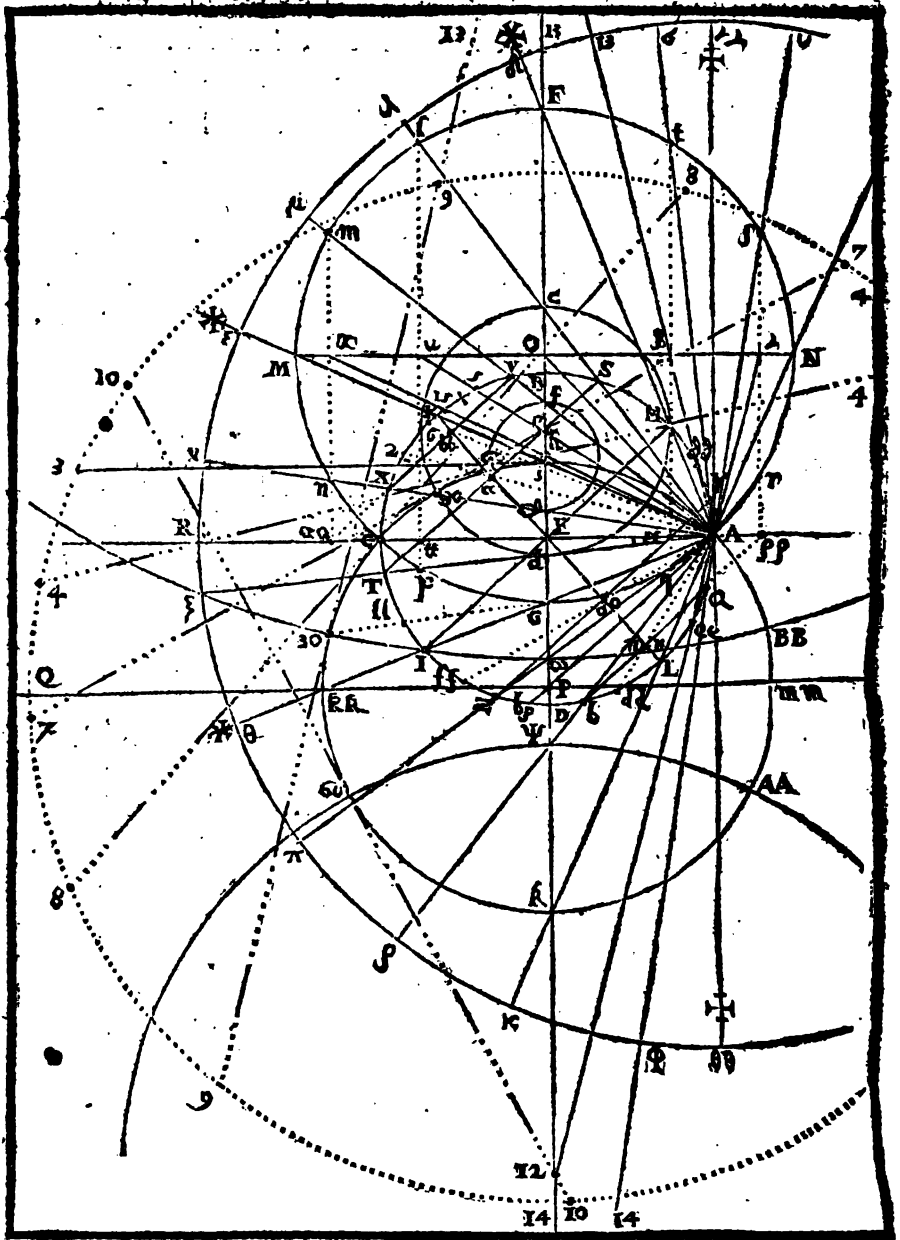
nationemque ad Aequatorem habeat notam, siue non rectus, in Astrolabio tamen descriptus, Parallelos in Astrolabio describere, atque in gradus, hoc est, in partes inæquales, quæ eorum gradibus in sphæra æqualibus respondent, distribuere.

1. PRIMO loco de parallelis illorũ circulorum maximorum obliquorum agemus, qui ad Meridianum recti sunt; quamuis eadem sit ratio in illis, qui ad Meridianum recti non sunt, vt Num. 25. dicemus. Si igitur diametris horum circulorum in Analemmate ad initium propos. 4. descripto ducantur parallelæ rectę per singulos gradus circuli Analemmatis, erunt eæ diametri parallelorum per singulos gradus ductorum. Quare si ex polo australi A, per extrema puncta harum diametrorum radij visuales emittantur, abscindentur ex recta nX, diametri apparentes, seu visæ parallelorum: quæ si transferantur in lineam meridianam Astrolabij BD, eo ordine ac situ, quem in Analemmate habent, & circa eas ex medijs earum punctis circuli describantur, descripti erunt paralleli circuli Horizontis, & aliorum circulorum maximorum, quos in propos. nominauimus.

Horizontis, & cuiuis alterius circuli maximi obliqui, ad Meridianum tamẽ recti, parallelos in Astrolabio ex Analẽmate describere.

2. EOSDEM parallelos cõmodissimè in Astrolabio describemus, etiamsi seorsum Analemma constructum non sit, si diametris dictorum circulorum maximorum in Aequatore Astrolabij inuentis, vt in præcedenti propos. traditum est, parallelæ rectæ per singulos gradus Aequatoris agantur. Hæ namque erunt rursus diametri parallelorum. Quamobrem si per earum puncta extrema ex A, polo australi radij visuales emittantur, abscindentur ab ijs in meridiana linea BD, vtrinque producta diametri parallellorum apparentes maximæ, vt in scholio propos. 3. ostensum est, quippe cum Meridianus, in cuius communi sectione cum Aequatore apparent, ad hosce parallelos rectus sit. Si igitur ex medijs punctis diametrorum visarum circa easdem circuli describantur, descripti erunt prædicti paralleli in Astrolabio. Quod vt planius fiat, sit exempli gratia, in Astrolabio Aequator ABCD; centrum E; diameter Horizontis HI; Verticalis primarij KL; Horizon AFCG; Verticalis primarius AiCk; centrum Horizontis O; Verticalis P; Polus Horizontis superior, hoc est, vertex capitis, siue Zenith, punctum i; Polus inferior, siue Nadir, punctum k. Si ergo paralleli u g. Horizontis, quos Almucantarath Arabes dicunt, describendi sint, diuidendus erit Aequator, initio sumpto ab Horizontis diametro HI, in 360. gradus, si paralleli omnes Horizontis, per singulos nimirum gradus Verticalis primarij transeuntes, desiderentur. Nos ad vitandam confusionem contenti fuimus diuisione in 12. partes æquales, ita vt singulæ tricenos gradus complectantur. Deinde quælibet bina puncta à punctis H, I, æqualiter distantia lineis rectis iungenda, quæ ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. ipsi HI, parallelæ erunt, cuiusmodi sunt rectæ ST, VX, YZ, a b, ac proinde diametri erunt parallelorum Horizontis per tricenos gradus ductorum, hoc est, communes sectiones Meridiani, (pro quo nunc circulus ABCD, sumitur) & parallelorum Horizontis, cum omnes hæ sectiones inter se parallelæ sint, factæ videlicet à plano Meridiani in planis parallelis. Igitur si ex A, polo australi per S, T, radij emittantur, abscindetur paralleli ST, diameter visa cd, qua bifariam diuisa in e, describatur ex e, circulus per c, d, qui parallelum Horizontis, cuius

Horizontis, & cuiuis alterius circuli maximi obliqui, ad Meridianum tamen recti, parallelos in Astrolabio per Aequatorẽ, etiamsi Analemma seorsum constructum nõ sit, describere.

a 16. vndec.

Yy diameter

diameter ST, repræsentabit. Pari ratione radij AV, AX, abscindent diametrum visam fg. paralleli Horizontis, cuius in sphæra diameter VX. Sic extremum Z, diametri YZ, apparebit per radium AZ, in puncto ω, alterum autem extremum Y, cernetur per radium AYσ, in concursu huius radij cum meridiana linea DBF, qui in puncto admodum procul distante contingit, vt in plano notari non possit. Quare vt portio eius paralleli per ω, transeuntis describi queat, inueniendum est eius centrum, etiamsi alterum extremum non habeatur, vt paulo infra Num. 9. docebimus. Atque omnes hi paralleli, quorum diametros in Aequatore Astrolabij recta AK, ex polo australi A, ad polum Horizontis K, educta intersecat, hoc est, qui in sphæra inter polum australem, & zenith Meridianum intersecant, habent sua centra in Astrolabio supra Zenith i, versus F, describunturque circa i, Zenith, siue polũ Horizontis superiorẽ.

Parallelos Horizontis, qui in sphæra inter polum australem, & Zenith Meridianum intersecant describi in Astrolabio circa Zenith.

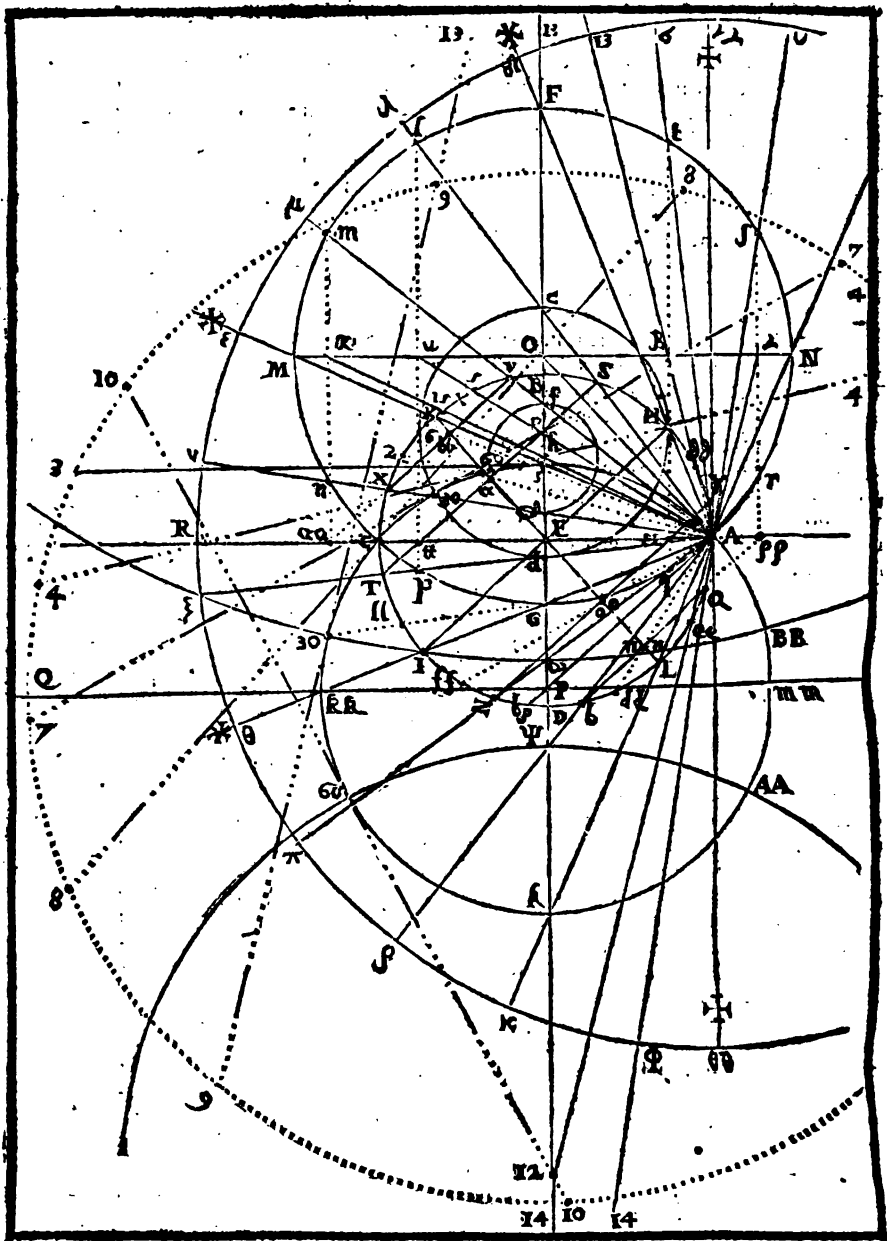
3. AT parallelus Horizontis, cuius diameter per polum A, australem transit, qualis est recta Abρ, ad axem Horizontis KL, perpendicularis, cadens in P, centrum Verticalis, vt supra demonstratum est propos. 5. Num. 3. proijcitur in lineam rectam PQ, ad BD, perpendicularem in P. Quòd n. lineam rectam efficiat in Astrolabio, constat ex propos. 1. Num. 1. cum per polum australem ducatur. Quod autem faciat rectam PQ, ad BD, perpendicularem in P, sic probatur. Quoniam tam planum Aequatoris, Astrolabijue, quàm planum paralleli diametri AP, ad Meridianum rectum est; ([a] Meridianus enim per ipsorum polos ductus ad vtrumque rectus est, ac proinde vicissim ipsa plana ad Meridianum recta erunt.) [b] erit & eorum communis sectio ad eundem recta, atque idcirco ex defin. 3. lib. 11. Eucl. & ad rectam BD, in Meridiano existentem perpendicularis erit in puncto P, vbi plano Astrolabij parallelus occurrit. Igitur perpendicularis PQ, erit communis illa sectio referens parallelum Horizontis per A, polum australem ductum.

Parallelum Horizontis, qui in sphæra per polũ australẽ ducitur, proijci in Astrolabio in lineam rectam, quæ ad meridianam perpendicularis est in centro Verticalis primarij.

a 15. 1. Theod.
b 19. vnd.

4. ALII denique paralleli, quorum diametros in Aequatore Astrolabij recta AK, ex polo australi A, ad K, polum Horizontis ductum non secat, hoc est, qui in sphæra inter polum australem, & Nadir Meridianum intersecant, centra sua habent in Astrolabio infra Nadir k, describunturque circa idem Nadir k, ita vt eorum circũferentiæ à recta PQ, deorsum versus curuentur, quemadmodum priorum circumferentię ab eadem recta PQ, sursum versus tendũt. Ita vides radium Ab, per b, extremum diametri ab, indicare vnum punctum extremum illius paralleli visum ♃; alterum vero extremum indicabitur per radium Aaφ, qui per alterum extremum a, ducitur, infra Nadir k, in concursu 14. si in plano notari posset; ita vt tota diameter visa infra rectam PQ, existat, inter cuius extrema ipsum Nadir k, reperitur. Sed quia hoc alterum extremum nimis procul excurrit, præstat inuenire centrum paralleli, quod est punctum 12. (quod paulo post Num. 9. inuenire docebimus) licet alterum extremum diametri visæ non habeatur. Circulus igitur ♃ 60. ex centro 12. descriptus circa Nadir k, repræsentabit parallelum diametri ab. Atque hoc eodem artificio omnes paralleli Horizontis describentur, tam ij, qui sunt in supero hemisphærio supra Horizontem, quos illi repræsentant, qui intra Horizontem descripti sunt, quàm illi, qui infra Horizontem existunt, quos videlicet referunt ij, qui extra Horizontem designantur. Maior tamen vsus illorum, quàm horum est in rebus Astronomicis: Ex quo factum est, vt in Astrolabijs extra Horizontem nullus parallelus ipsius describi soleat, præter eũ, qui grad. 18. infra Horizontem existit, diciturque linea crepusculina, de qua propos. 10. agemus.

Parallelos Horizontis, qui in sphæra inter polũ australem, & Nadir Meridianum intersecant, describi in Astrolabio circa Nadir.

F
O
M
N
R
S
T
Q
L
A
E
I
K
D
AA
BB
3
4
7
8
10
30
12
14
10
14

OMITTENDVM etiam non est hoc loco, quando parallelus aliquis circuli maximi obliqui Aequatorem intersecat, (quod contingit, cum eius diameter meridianam lineam intra Aequatorem secat, cuiusmodi est diameter ST.) duo puncta intersectionum Aequatoris cum parallelo, & punctum intersectionis lineæ meridianæ cum eiusdem paralleli diametro, in vna recta iacere linea, nimirum in communi sectione plani Aequatoris, & plani paralleli in sphæra, quæ ad lineam meridianam perpendicularis est in Astrolabio. Quoniam. n. tam parallelus diametri ST, in propria positione, quam Aequator ad Meridianum rectus est; [a] erit quoque communis eorum sectio ad eundem Meridianum recta, ideoque & ad meridianam lineam BD, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. perpendicularis. Si ergo per punctum intersectionis diametri ST, cum meridiana linea, ad eandem lineam meridianam perpendicularis ducatur, erit ea, communis sectio paralleli, & Aequatoris. Cum ergo ex polo australi conspiciatur parallelus per illam communem sectionem transire, secabit necessario parallelus visus in Astrolabio descriptus Aequatorem in punctis extremis illius communis sectionis: ac proinde duo puncta sectionum Aequatoris, & paralleli, & punctu intersectionis diametri ST, cum linea meridiana iacebunt in vna linea recta, in communi videlicet sectione paralleli, & Aequatoris. Hac ratione experieris, intersectiones duas paralleli c 30 d, cum Aequatore, & intersectionem diametri ST, cum meridiana linea, in vna iacere linea recta: quod etiam de duabus intersectionibus paralleli BB α 30. cum Aequatore, & intersectione diametri YZ, cum linea meridiana dicendum est. Voco autem Meridianum cuiusuis obliqui circuli maximi, eiusque parallelorum, circulum maximum, qui per polos mundi, & polos circuli obliqui ducitur; & meridianam lineam, communem sectionem plani Astrolabij, & illius circuli maximi per polos mundi, & circuli obliqui transeuntis.

Sectionem communem Aequatoris, & paralleli, obliqui esse ad meridianam lineam in Astrolabio perpendicularem.

a 19. vndec.

Meridianus, & linea meridiana cuiusuis circuli obliqui, quo modo intelligatur.

ADVERTENDVM quoque est, parallelum obliquum per E, centrum Astrolabij transeuntem, æqualem esse parallelo obliquo, qui in sphæra per polum australem ducitur, proiiciturque in Astrolabio in rectam PQ; quia vterque in sphæra æqualiter à proprio polo distat, ille quidem à superiore, hic vero ab inferiore; cum vtriusque distantiam metiatur arcus Meridiani proprii inter polum mundi, & proprium polum interiectus: Vtrique vero æqualem esse tam parallelum Aequatoris per I, polum circuli obliqui, quam parallelum Aequatoris per k, alterum polum obliqui circuli descriptum: quia horum vterque recedit in sphæra à polo mundi per arcum inter polum mundi, & polum circuli obliqui interiectum; quemadmodum & vterque illorum à proprio polo per eundem arcum distat.

5. QVEMADMODVM autem in sphæra verticalis circulus primarius per polos Horizontis, eiusque parallelorum ductus, [b] secat omnes parallelos, ipsumque Horizontem bifariam, ita quoque in Astrolabio idem fieri necesse est: adeo vt quemadmodum in Horizonte arcus AFC, AGC, referunt duos semicirculos ipsius, vt supra in scholio præcedentis propos. Num. 4. diximus, ita quoque in parallelis Horizõtis arcus, quos Verticalis primarius AICk, abscindit, semicirculos repræsentent. Rursus quemadmodum Verticalis, ac Meridianus diuidunt eosdem parallelos Horizontis, atque ipsum etiam Horizontem in sphæra, in quadrantes, ita quoque in Astrolabio arcus Horizontis, eiusque parallelorum inter Verticalem, & Meridianum, quem recta BD, in vtramque partem extensa exprimit, comprehensi referunt eorum quadrantes: cuiusmodi sunt arcus Horizontis AF, FC, CG, GA, & parallelorum arcus

b 15. 1. Th.

Semicirculi, & quadrantes Horizontis, eiusque parallelorum, à Verticali primario, ac Meridiano effecti in Astrolabio, qui.

c 30, 30 d;

c30,30 d; f60.60g; ω 30; ψ 60. &c. Immo & diameter Verticalis primarii ſecans in P, ad rectos angulos meridianam lineam BD, exhibet ſemicirculum paralleli, cuius diameter in ſphæra eſt A bρ, quem per rectam PQ repræſentari diximus; ſemidiametri autem P kk, P mm, eiuſdem paralleli quadrantes referunt; ſemicirculum, inquam, & quadrantes eiuſdem, qui à polo auſtrali A, longius abſunt.

Diametros apparentes parallelorum Horizõtis, vna cum eorundem centris, per ipſummet Horizontem inuenire in Aſtrolabio.

6. ALIO modo & fortaſſe accuratius reperiemus in meridiana linea BD, vtrinque extenſa diametros apparentes parallelorum Horizontis, eorumque centra ſimul, hoc eſt, diametrorum puncta media, ſi Horizõte deſcripto AFCG, per eius centrum O, diameter MN, ducatur ad FG, perpendicularis, ipſeque Horizon in 360. gradus diſtribuatur, facto principio à puncto F, vel G, ſi omnes paralleli deſiderentur, (Nos confuſionis euitandæ cauſa eum in 12. partes equales, quarum ſingulæ tricenos gradus complectuntur, partiti ſumus) ac tandem per bina quæuis puncta à diametro FG, æquè remota rectæ occultæ ducantur ſecantes diametrum, MN, in u, α, β, γ, quæ omnes ex ſcholio propoſ. 27. lib. 3. Eucl. ipſi FG, & inter ſe parallelæ erunt, diuidenturque omnes biſariam à diametro MN, ex eodem ſcholio propoſ. 29. lib. 3. Eucl. His namque peractis radii ex A, per extrema puncta cuiuſuis parallelæ emiſſi abſcindent ex FG, diametrum viſam illius paralleli, qui in ſphæra tot gradibus ab Horizonte diſtat, quot gradibus ipſa parallela à diametro FG, remouetur, atque parallelus ipſe ſupra quidem Horizontem exiſtet, ſi parallela verſus punctum M; vergat, infra vero eundem, ſi verſus punctum N, tendat, ita vt ſemicirculus FCG, ad parallelos ſupra Horizontem, & ſemicirculus FAG, ad parallelos infra Horizontem pertineat. Recta verò ex A, per punctum, in quo diameter MN, à parallela ſecatur, emiſſa indicabit in recta FG, centrum eiuſdem paralleli, id eſt, diametrum eius viſam diuidet biſariam. Verbi gratia, quoniam parallela l p. recedit à diametro FG, verſus M, grad. 30. abſcindent radii Al, Ap, diametrum apparentem c d, paralleli, qui ab Horizonte verſus Zenith totidem gradibus abeſt; recta vero Au, diametrum cd, ſecabit biſariam in e, centro paralleli c 30 d. quod hunc in modum demonſtrabimus. Quoniam rectæ AF, Al, per 10. lemma, in circulis ABCD, AFCG, intercipiunt arcus ſimiles, tranſitque AF, per punctum H, extremum diametri Horizontis, quod per radium AH, inuentum ſit punctum F, extremum diametri viſæ Horizontis; tranſibit Al, per S, quòd arcus Fl, HS, ſimiles ſint. Quemadmodum ergo radius, AS, exhibuit punctum c, ita idem punctum c, per radium Al, indicabitur. Rurſus quia per idem lemma 10. rectæ AG, Ap, in eiſdem circulis arcus ſimiles intercipiunt, rectaque AG, tranſit per I, tranſibit Ap, per T, quòd arcus Gp, IT, ſimiles ſint. Igitur punctum d, reperietur per radium Ap, ſicuti per radium AT, inuentum eſt. Et quia ex ſcholio propoſ. 4. lib. 6. Eucl. eſt, vt lu, ad up, ita ce, ad ed; eſtque lu, ipſi up, equalis; erit quoque ce, ipſi ed, æqualis. Eſt ergo e, centrum parallelli circa cd, deſcripti inuentum per rectam Au. Eadem ratione radii Am, An, auferent viſam diametrum fg, eamque biſariam ſecabit recta Aα: quia ex eodem lemmate 10. tam rectæ AF, Am, quam rectæ AG, An, ſimiles arcus intercipiunt in circulis eiſdem. Cum ergo arcus HV, arcui Fm, & arcus IX, arcui Gn, per conſtructionem ſimilis ſit, tranſibit recta Am, per V, & An, per X, &c. Sic etiam radij At, Aq, per Y, Z, tranſibunt, & recta Aβ, in centrum paralleli per ω. deſcripti incidet; cum ex eodem lemmate 10. arcus ſimiles intercipiant in eiſdem circulis rectæ AF, At, &c. Denique radii quoque Aſ, Ar, per puncta a, b, tranſibunt. Quoniam enim rectæ AN, Aſ, verſus A, productæ

ductæ intercipiunt, ex eodem lemmate 10. similes arcus, propter æquales angulos ad verticem A; transit autem NA, per L; Nam vt in scholio præcedentis propos. Num. 4. ostendimus, quatuor puncta N, A, L, k, in vna recta linea iacent. Igitur SA, producta transibit per a, cum arcus Nf, La, similes sint. Rursus rectæ AN, Ar, productæ versus A, ex eodem lemmate 10. similes arcus abscindunt. Cum ergo NA, transeat per L, vt dictum est, arcusque L b, arcui N r, similis sit, transibit r A, producta per b. Recta quoque Aγ, versus A, producta cadet in punctum 12. quod centrum erit paralleli circa diametrū visam ♃ 14. descripti. Nam rursus recta fr, & diameter visa ♃ 14. secantur proportionaliter in γ, 12. cum parallelæ sint fr, ♃ 14. hoc est, ita se habet rγ, ad γf, vt ♃ 12. ad 12 14; (sumendo 14. pro concursu rectarū BD, Aa.) quod eodem modo demonstrabitur, quo scholium propos. 4. lib. 6. Eucl. probatum fuit. Cum ergo fr, in γ, secta sit bifariam, secabitur quoque ♃ 14. in 12. bifariam.

7. ACCIDIT autem in vtroque modo exposito, parallelas in Aequatore, & Horizonte ductas, eiusdem ordinis sese intersecare in diametro AC, vel in ea producta. Ita vides parallelas ST, l p, sese intersecare in puncto tt, diametri AC. Item parallelas VX, mn, productas secare AC, productam in vno eodemq; puncto aa: parallelas vero YZ, tq, in puncto ss; & parallelas denique a b, fr, productas conuenire in eodem puncto pp, rectæ CA, productæ. Ratio huius rei hæc est. Quoniam recta AO, cadens ex A, polo australi in O, centrum Horizontis, ad HI, diametrum Horizontis est perpendicularis, (si enim non credatur esse perpendicularis, si ex A, duceretur perpendicularis, caderet ea, vt demonstratum est in præcedenti propos. Num. 3. in centrum Horizontis, atque ita haberet Horizon duo centra. quod est absurdum.) [a] erunt AO, KL, parallelæ, [b] ideoque angulus externus cc E tt, interno OAE, æqualis. Cum ergo & recti E cc tt, AEO, æquales sint; æquiangula erunt triangula AEO, E cc tt. [c] Igitur erit, vt AE, semidiameter Aequatoris ad AO, semidiametrum Horizontis, ita cc E, sinus arcus HS, ad E tt. Sed per lemma 5. semidiametri eandem proportionem habent, quam sinus arcuum similium. Igitur erit E tt, sinus arcus, qui similis sit arcui HS, hoc est, sinus arcus Fl, qui ostensus est similis arcui HS: ac proinde recta lp, abscindens ex EC, sinum arcus Fl, cadet in punctum tt, vbi recta ST, rectam EC, secat. Eadem quoque in ceteris demonstratio est, cum triangulum E bb aa, triangulo AEO, sit æquiangulum: nec non & triangula E oo ss, E nn pp, eidem triangulo AEO, æquiangula, propter alternos angulos EAO, nn EA, æquales, &c.

Diametri parallelorum Horizontis ductæ in Aequatore, & Horizonte, vbi se intersecent.

a 28. primi. b 29. primi. c 4. sexti.

QVONIAM vero ratio hæc secunda inueniēdi diametros parallelorum Horizontis percommoda est, ac facilis, libet in ea paulo diutius insistere, varias proprietates, quæ illam consequuntur, demonstrando. Quod vt commodius, & sine confusione linearum fiat, describemus figurā seorsum, in qua rursum Aequator sit ABCD, cuius centrum E: Horizon AFCG, cuius centrum H. Paralleli Horizontis cum eorum diametris in ipso Horizonte, vt supra, nisi quod arcus, Fl, lm, mM, &c. hic non sunt æquales, vt ibi. Primum igitur circulus circa tria puncta, quorum vnum est polus australis A, è quo omnes radii exeunt, alia vero duo in extremitatibus diametri visæ cuiusuis paralleli existunt, tangit Horizontem in australi polo A. Ita vides circulum Acd, Horizontem contingere in A. Cum enim diameter visa cd, reperiatur per radios ex A, ad extremitates rectæ lp, ipsi FG, parallelæ eductos, vt hic ostensum est Num. 6. erit in triangulo Alp, basi lp, parallela recta cd. Igitur per lemma 40. circuli AFCG, Acd, descripti circa triangula Alp, Acd, mutuò se tangent in A: & I, centrum circuli

Circulum per extrema puncta diametri visæ cuiusuis paralleli Horizontis, & per polum australem descriptum, tangere Horizontem in polo australi.

Acd

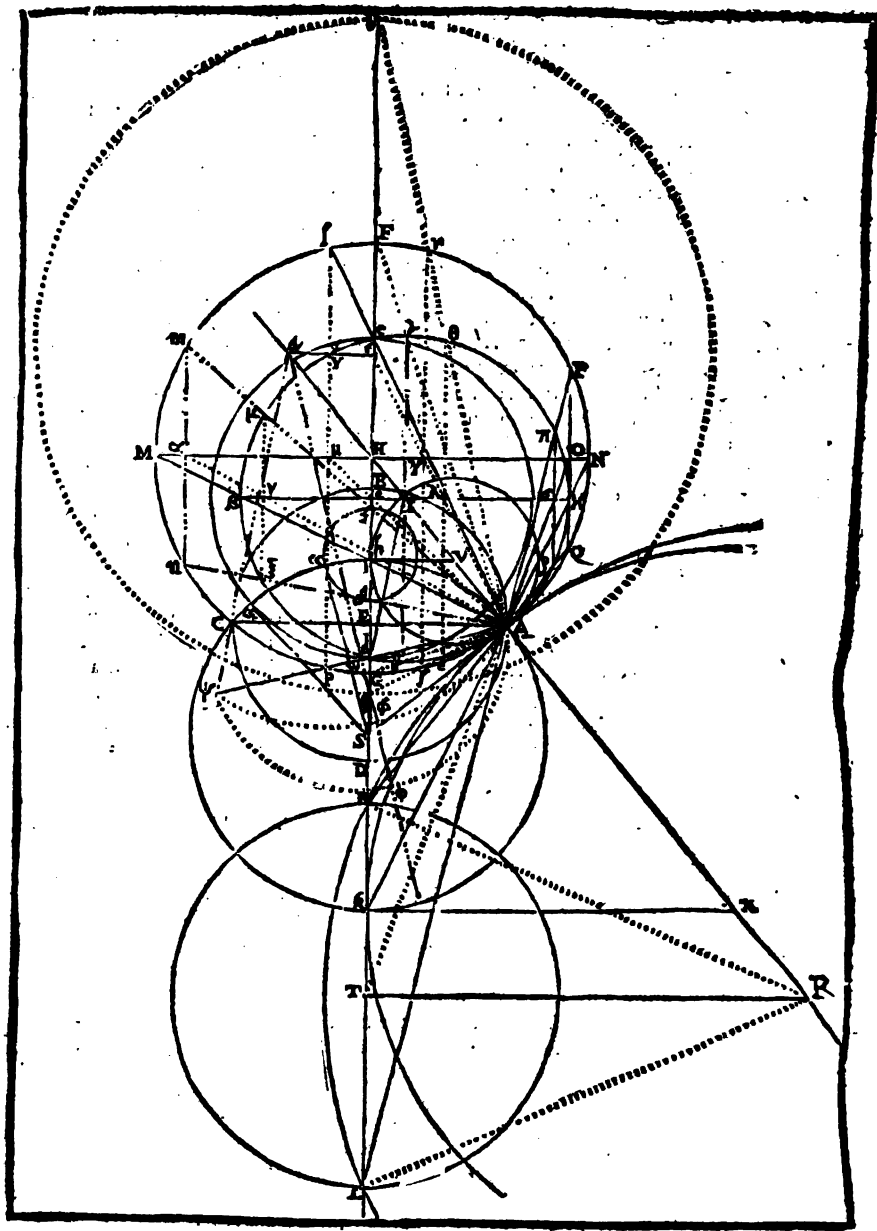
A cd, existet in recta AH, ex A, per centrum Horizontis emissa: quod inuenitur per rectam dI, facientem cum radio Ad, per d, extremitatem diametri visæ paralleli ducto angulum IdA, angulo IAd, æqualem; [a] quod tunc rectæ IA, Id, æquales sint, ac proinde circulus ex I, per A, descriptus transeat per d; ideoque & per c, cum per duo puncta A, d, vnus tantum circulus describi possit circulum AFCG, tangens, qualem ostendimus esse eum, qui per tria puncta A, c, d, describitur. Nam si per puncta A, d, alius circulus circulum AFCG, tangens describi posset; tangeret is quoque circulum Acd, cum centrum haberet in recta AH, quod est absurdum, cum eundem vel secaret, vel tangeret quoque in d. Eademque ratione, si in c, altero extremo diametri visæ paralleli, constituatur angulus angulo cAI, æqualis, cadet recta eum angulum constituens in I, centrum. Idem contingit in parallelis, quorum diametri visæ infra S, centrum Verticalis existunt, & circa alterum polum Horizontis k, describuntur. Sit enim KL, diameter visa; quam exhibent radij AP, AQ, ad extremitates rectæ PQ, ipsi FG, parallelæ ducti, ac per A extensi. Dico circulum quoque circa tria puncta A, K, L, descriptum tangere Horizontem in A. Quia namque in triangulis APQ, ALK, latera PQ, LK, parallela sunt, circuli AFCG, AKL, circa ea triangula descripti, se mutuo per lemma 40. in A, contingent: atque R, centrum circuli AKL, in recta HA, extensa reperietur per rectam LR, quæ angulum ALR, angulo LAR, vel per rectam KR, quæ angulum AKR, angulo KAR, æqualem constituit. Denique si ex polis Horizontis i, k, ad rectam Fk, excitentur perpendiculares iV, kX, erunt etiam V, X, centra circulorum per i, k, transeuntium, Horizontemque tangentium in A. [b] Nam rectæ iV, kX, erunt parallelæ ipsi MN, ob angulos rectos ad H, i, k, ideoque tam triangula AHM, AVi, quàm AHN, AXK, similia erunt. [c] Igitur erit, vt AH, ad HM, ita AV, ad Vi; & vt AH, ad HN, ita AX, ad Xk. Cum ergo semidiametri AH, HM, HN, sint æquales, erunt quoque tam VA, Vi, quàm XA, Xk, æquales. Circuli igitur ex V, X, per i, k, descripti transibunt per A, punctum, in eoque Horizontem tangent. Vbi etiam vides, rectas iV, kX, facientes angulos ViA, XkA, angulis VAi, XAk, æquales, cadere in centra V, X. [d] Nam tam illi duo, quàm hi anguli æquales sunt.

> a 6. primi.
> b 28. primi.
> c 4. sexti.
> d 5. primi.

EX hoc sequitur, si desideretur diameter visa alicuius paralleli Horizontis, non determinando eius distantiam ab Horizonte, vel ab eius polo, id dicto citius fieri posse, si à quouis puncto I, in recta AH, assumpto, ad interuallum rectæ IA, beneficio circini duo puncta c, d, abscindantur. Nam cd, diameter erit visa alicuius paralleli, illius videlicet, cuius distantiam ab Horizonte radij Ac, Ad, determinant in punctis l, p. Cum enim circulus per A, c, d, descriptus Horizontem in A, tangat, erunt per lemma 9. rectæ cd, lp, parallelæ. Igitur vt supra Num. 6. ostensum est, recta cd, diameter erit visa paralleli distantis ab Horizonte per arcum Fl, vel Gp. Sic etiam, si ex assumpto puncto a, ad interuallum a A, duo puncta b, q, abscindantur, erit bq, diameter visa paralleli, cuius distantia ab Horizonte est arcus Fr, vel G s. Item si ex puncto R, assumpto ad interuallum RA, abscindantur duo puncta K, L, erit KL, diameter visa paralleli, cuius distantia ab Horizonte est arcus FP, vel GQ.

> Ex meridiana linea Astrolabij rectam abscindere, quæ sit diameter visa alicuius paralleli Horizontis.

HINC rursus facillima via elicitur, qua ex dato vno extremo diametri visæ cuiuslibet paralleli Horizontis, alterum extremum eruatur: quæ res magnam habet vtilitatem in punctis, quæ supra centrum Horizontis longius excurrunt, inuestigandis, quod ibi radij valde oblique meridianam lineam

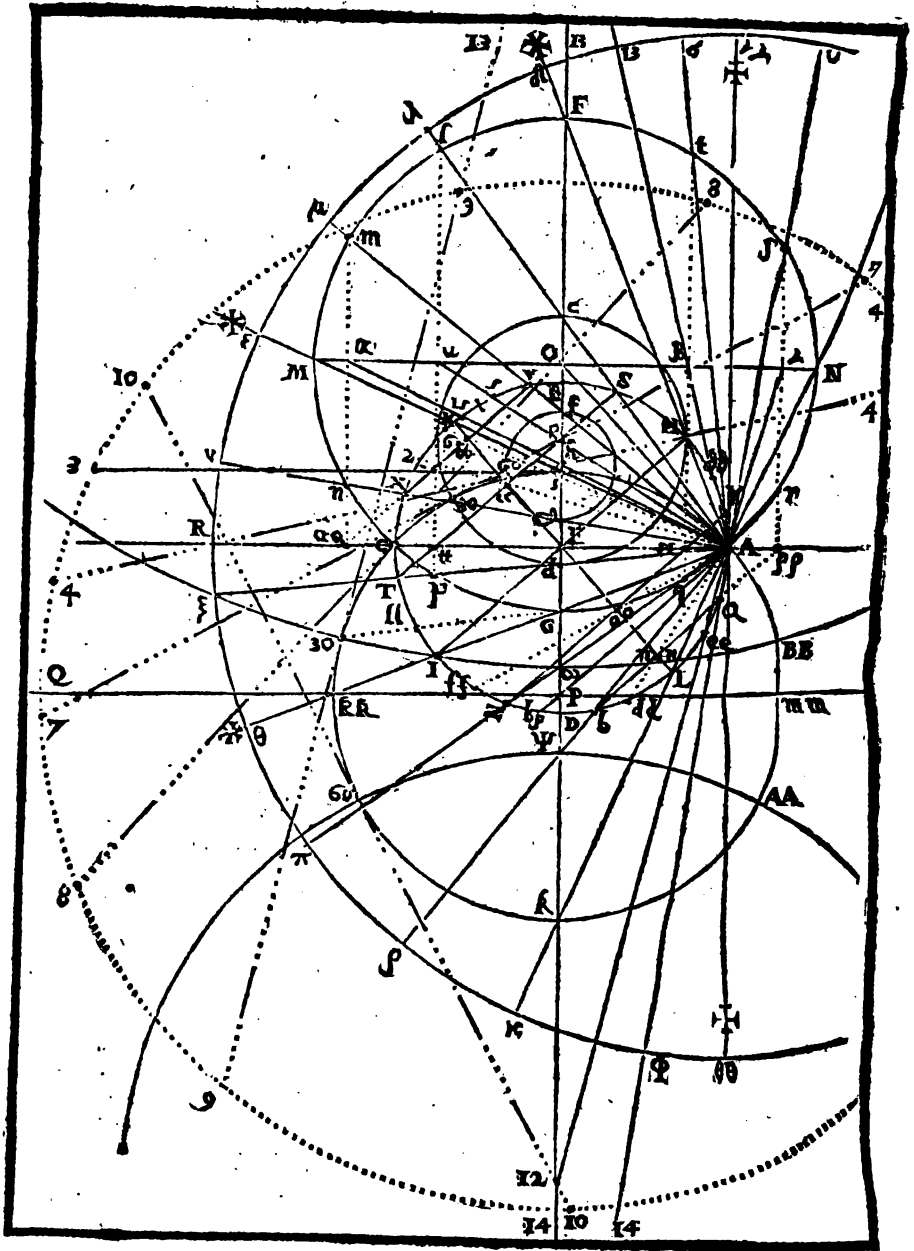
> Dato vno extremo diametri visæ cuiuslibet paralleli Horizontis, reperire alterum extremum per circulũ, qui Horizontem tangit, inuentamque diam. tempser lineam perpendicularem secare bifariam.

Zz inter-

intersecent. Ita ergo faciemus. Sit data distantia paralleli sub Horizonte arcus Fr, vel Gf, cuius visa diameter inuestiganda est. Ducto radio Af, secante meridianam lineam in q, (omnes autem hæ sectiones inter 1, polum & S, centrũ Verticalis minus obliquæ sunt, ac proinde magis commodæ,) fiat angulus A q a, angulo q A a, æqualis, secetque recta q a, rectam AH, in a; ac tandem ex a, ad interuallum aA, vel a q, sumatur in linea meridiana punctum b. quod dico esse alterum extremũ diametri visæ, in quod scilicet radius Ar, incurrit: propterea quod circulus ex a, per A, q, b, descriptus Horizontem tangit in A; ac proinde, vt demonstrauimus, resecat diametrum paralleli Horizontis. Cum ergo q, sit vnum extremorum, erit b, alterum. Quod si forte recta q a, nimis oblique rectã AH, secet, vtemur hoc artificio. Ex quolibet puncto rectæ q a, facientis angulum a q A, angulo q A a, æqualem, describemus per A, arcũ circuli Aφψ, secantem rectam a q, productam in in φ; & arcui φ A, arcum φψ, æqualem sumemus. Si namq; ducta recta A ψ, angulo HAψ, æqualis fiat angulus Aψa, cadet rursum recta ψ a, in a, sectioque eius cum AH, minus erit obliqua. Quod aũt ψ a, incidat in a, vbi A a, q a, conueniunt, constat. Ducta enim ex a, recta a ψ; quoniam latera ψ ω, ω a, lateribus Aω, ω a, æqualia sunt, angulosque cõtinent ad ω, rectos; (Nam recta q a, transiens per centrum arcus a φψ, secansque eum bifariam in φ, secat quoque ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. rectam A ψ, bifariam, [a] ideoq; ad angulos rectos.) [b] erunt & bases a A, aψ, & anguli a A ψ, a ψ A, æquales: ac proinde recta faciens in ψ, cum recta A ψ, angulum angulo HAψ, æqualem cadet in a. Sic etiam, si diametri KL, extremum K, inuentum sit per radium QAK, (quod facilius reperitur, quam alterum L, propter sectionẽ obliquiorem) & angulo RAK, æqualis fiat angulus RKA; ac tandem ex R, vbi recta KR, rectã HAR, secat. ad interuallum RK, meridiana linea secetur in L, erit L, alterum extremum. Inuento hac ratione altero extremo, dabit ducta perpendicularis ad lineam meridianam ex puncto rectæ AH, ex quo illud extremum inuentum est, centrum paralleli, hoc est, secabit diametrum visam bifariam. Ita vides perpendicularem Ie, cadere in centrum e, paralleli cd; & perpendicularem a t, in centrum t, paralleli bq; & perpendicularem RT, in centrum T, paralleli KL. Quia enim rectæ RK, RL, æquales sunt, cum ex R, ad interuallum RK, sumptum sit punctum L; [c] erunt anguli K, L, æquales: Ponuntur autem & anguli T, recti. Igitur cum latera RK, RL, illis opposita, sint æqualia; [d] erunt & latera KT, LT, æqualia. Eademque ratio est in aliis, cum & I d, I c, & a q, a b, sint æquales, &c.

a 3. tertij.
b 4. primi.
c 5. primi.
d 26. primi.

QVOD si Horizon tantæ interdum magnitudinis existat, vt vix in eo ob angustiam plani parallelæ lp, mn, &c. duci queant, vti poterimus commodissime quouis circulo Aγβδ, ex aliquo puncto rectæ AH, per A, descripto, ideoq; Horizontem tangente in A. Nam si ducamus diametrum βκ, diametro MN, vel AC, parallelam, eamq. ad angulos rectos secemus alia diametro γδ, accipiendi sunt arcus γc, cμ; δd, dξ, γθ, θπ, δε, ερ, arcubus Horizontis Fl, lm; Gp, pn; Fr, rP; Gf, fQ. similes, hoc est, circulus Aγβδ, diuidendus, vt Horizon diuidebatur, & rectæ ducendæ cd, μξ, θε, πρ, &c. quia radii Aγ, Ac, Aμ, &c. cadunt in F, l, m, &c. propterea quod per lemma 9. similes arcus intercipiunt γc, Fl, cμ, lm, &c. Vt igitur in Horizonte, sic in hoc circulo radii Aμ, Aξ, dabunt diametrum apparentem paralleli fg, & radius Aν, in centrũ h, incidet, &c. Itaque si circulus Aγβδ, in partes æquales diuidatur, (quod in figura factum non est,) describẽtur iidem prorsus paralleli, qui supra Num. 6. per Horizontem descripti sunt.

Diametros visas parallelorum Horizontis per circulum, qui Horizontem in polo australi tangit, inuenire.

FACILE quoque ex his demonstrabimus, rectas ex S, centro Verticalis

ad interſectiones eiuſdem Verticalis cum parallelis ductas, parallelos ibidem tangere; quales ſunt See, Scc. Iuncta. n. recta SA, tanget Horizontem in A, vt propoſ. 5. Num. 28. oſtendimus. Si igitur deſcribatur circulus Acd, Horizontem tangens in A, tranſienſque per cd, extrema puncta diametri paralleli, vt paulo ante monſtratum eſt, tanget eadem recta SA, hunc circulum in A. a Quapropter rectangulum ſub cS, Sd, quadrato rectæ SA, vel See, (quæ ipſi SA, æqualis eſt) æquale erit; ac proinde recta See, parallelum ceed, tanget in ee, & ſic de cæteris parallelis circa Zenith I, deſcriptis. Neque diuerſa ratio eſt in parallelis circa Nadir K, deſcriptis. Nam deſcripto circulo AKL, Horizontem tangente in A, tranſeunteque per K, L, extrema puncta diametri paralleli KL, tanget SA, hunc circulum in A [c] cum perpendicularis ſit ad HAR [d]. Igitur rectangulum ſub LS, SK, æquale erit quadrato rectæ SA, hoc eſt, quadrato rectæ ex S, ad interſectionem Verticalis cum parallelo KL, ductæ, [e] ac proinde hæc recta parallelum in eadem interſectione tanget. Eademque ratio eſt de cæteris parallelis circa Nadir k, deſcriptis.

Rectas ex centro Verticalis ad interſectiones parallelorum Horizontis cum Verticali ductas, tangere parallelos in eiſdem interſectionibus.

a 36. tertij.
b 37. tertij.

c 18. tertij.
d 36. tertij.
e 37. tertij.

ATQVE ex hoc rurſus infertur, ſi inuentum fuerit vnum extremorum diametri Horizontis, vel eius paralleli, & duabus rectis, quarum prima eſt inter centrum Verticalis S, & extremum inuentum, ſecunda verò diameter Verticalis, inueniatur tertia proportionalis, extremum huius punctum eſſe alterum extremum diametri. Quia enim SA, tangit Horizontem, [f] erit rectangulum ſub SG, SF, quadrato rectæ SA, æquale. [g] Igitur erit, vt SG, ad SA, ita SA, ad SF. Eadem ratione, quia See, tangit parallelum cd, in ee; [h] erit eius quadratum rectangulo ſub Sd, Sc, æquale. [i] Igitur erit, vt Sd, ad See, ita See, ad Sc. Quamobrem inuento extremo d, inuenietur alterum c, ſi duabus Sd, See, inueniatur tertia proportionalis Sc. & ſic de cæteris.

Dato vno extremo diametri Horizontis, vel eius paralleli, inuenire alterum extremum, per tertiã proportionalem ad rectam, inter datum extremũ, & centrum Verticalis, & ad ſemidiametrum Verticalis.

f 36. tertij.
g 16. ſexti.
h 36. tertij.
i 16. ſexti.

8. EORVNDEM parallelorum Horizontis diametros viſas, etiamſi neque in Aequatore, neque in Horizonte diametri eorum ductæ ſint, reperiemus hoc etiam tertio modo. Ex puncto A, in priori figura, deſcripto circulo cuiuſcunque magnitudinis γγ R θθ, ductaque γγ θθ, ad AR, perpendiculari, vt quadrantes fiant R γγ, R θθ; ſit arcus R ε, ſemiſsis complementi altitudinis poli, hoc eſt, ſemiſsis illius arcus, qui arcui CK, ſimilis ſit, tranſibitque ducta recta A ε, per K, cum per lemma 10. rectæ AR, AK, auferant arcum R ε, ſemiſſem arcus, qui arcui CK, ſimilis ſit. Eadem de cauſa, ſi arcus εδ, εθ, ſint quadrantum ſemiſſes, tranſibunt ductæ rectæ Aδ, Aθ, per H, I, quòd KH, KI, quadrantes ſint. Diuiſo iam quadrante δθ, qui ſemicirculo HKI, reſpondet, in 180 partes æquales, hoc eſt, vtroque arcu εδ, εθ, in 90 ſi omnes Almucantarath deſiderentur, (Nos vtrumque in tres partes diſtribuimus, vt ſingulæ tricenas partes contineant, hoc eſt, quindenos gradus) abſcindent quilibet duo radij ex A, per duo puncta æqualiter diſtantia à puncto ε, quod vertici capitis reſpondet, emiſſi, ex BD, diametrum apparentem illius paralleli Horizontis, qui tot gradibus à Zenith in ſphæra abeſt, quot ſemigradibus puncta illa duo à puncto ε, diſtant, vel qui tot gradibus ab Horizonte diſtat, quot ſemiſsibus graduum duo illa puncta à punctis δ, θ, abſunt verſus Zenith, ſi puncta aſſumpta ſint in quadrante δθ, aut verſus Nadir, quando puncta aſſumpta ſunt à punctis δ, θ, verſus γγ, & θθ. Ita vt quadrans δθ, reſpondeat parallelis Horizontis ſupra Horizontem, partes vero à δ, & θ, verſus γγ, & θθ parallelis infra Horizontem. Verbi gratia. Radii Aλ, Aξ, abſcindent diametrum cd, paralleli, qui 60. grad. à Zenith diſtat: quia cum rectæ Aε, Aλ in circulo Rδ, intercipiant 60. ſemigradus, auferent eædem ex Aequatore grad. 60, per Lemma 10.

Semidiametrum Verticalis medio loco proportionalem eſſe inter rectam, quæ inter centrum Verticalis, & alterutrũ extremorum diametri Horizontis vel eius paralleli interijcitur, & rectam inter idẽ centrum Verticalis & alterum extremũ diametri Horizontis, vel eius paralleli poſitã.

Diametros viſas parallelorum Horizontis reperire per arcum quemcunque ex polo auſtrali deſcriptum.

ac pro-

ac proinde radius $A\lambda$, per S, transibit; eademque ratione radius $A\xi$, per T, transibit: Ideoque ambo per puncta c, d, quemadmodum prius radii AS, AT, transibunt. Simili modo radii $A\mu$, $A\nu$, per V, X, transibunt, diametrumque visam fg, abscindent, Atque hi quidem radii inter ς, & puncta δ, θ, existentes auferent diametros parallelorum supra Horizontem. Alii vero radii vltra pũcta δ, θ, diametros parallelorum infra Horizontem abscindent. Vt radii A 6, $A\pi$, dabunt diametrum visam paralleli, qui per ω, infra Horizontem describitur. Ambo tamen radii à puncto ς, æqualiter distantes, vel à punctis δ, θ, si rectam BD, secent infra punctum P, exhibebunt diametrum paralleli infra polum antarcticum existentis, quique in Astrolabio infra rectam PQ, circa Nadir k, describitur. Huiusmodi sunt radii $A\upsilon$, $A\rho$, abscindentes diametrum visam ⅃ 14. Itaque si omnes tres modi, quos tradidimus, adhibeantur, exquisitissimè inuenientur diametri visæ parallelorum Horizontis, cum pro singulis radiis ex A, ducendis habeantur præter punctum A, terna alia puncta, per quæ duci debeant, vnum videlicet in Aequatore, alterum in Horizonte, & tertium in circulo $\gamma\gamma$ R $\theta\theta$, vt ex dictis perspicuum est.

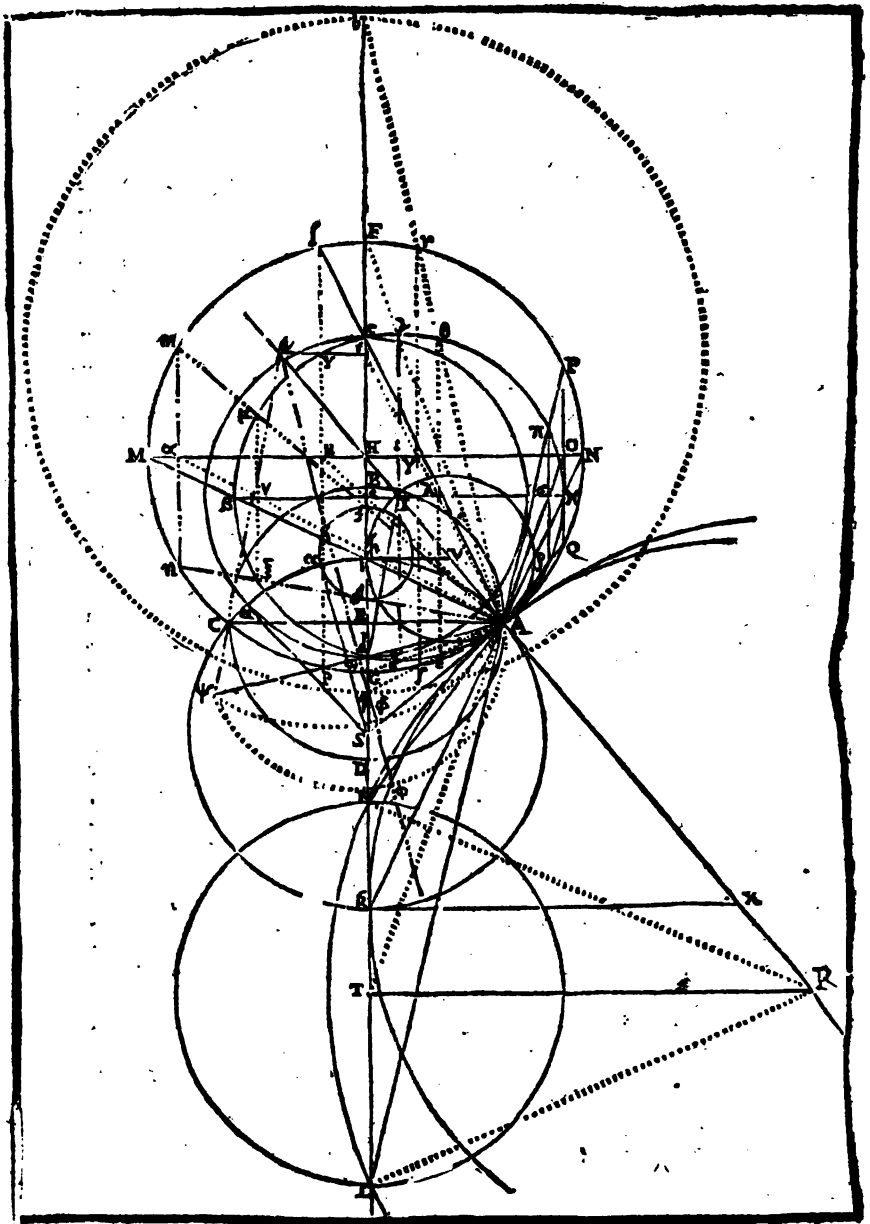
9. CAETERVM quemadmodum si angulo CAK, quem cum radio AK, in Zenith cadente, recta AC, per E, punctum, vbi axem Horizontis KL, diameter Horizontis HI, secat, emissa constituit, fiat ex altera parte eius radij angulus æqualis OAK, hoc est, si arcui CK, sumatur à K, versus B, arcus æqualis, & per finem recta AO, ducatur; recta AO, in centrum Horizontis in Astrolabio cadit, id est, diametrũ visam Horizontis FG, diuidit bifariam, vt in præcedenti propos. Num. 3. ostendimus: ita quoque, si ducta ex A, recta A z. per punctum cc, vbi ST, diameter paralleli Horizontis eundem axem KL, secat, angulo z AK, fiat æqualis angulus 5 AK, hoc est, si arcui z K, æqualis arcus K5, sumatur; recta ducta A5, incidet in e, centrum paralleli in Astrolabio, cuius diameter in sphæra est ST, hoc est, visam diametrum cd, eiusdem paralleli bifariam diuidet, per ea, quæ à nobis in lemmate 35. demonstrata sunt. [a] Nam axis KL, ad diametrum ST, perpendicularis est, cum perpendicularis sit ad Horizontis diametrum HI, cui ST, æquidistat. Pari ratione, si ex A, per punctum bb, vbi diameter VX, eundem axem KL, intersecat, recta ducatur Abb 6, & arcui K 6, æqualis accipiatur K 15, cadet ducta recta A 15; in h, centrum paralleli, cuius diameter VX. Item si ex A, per punctum oo, vbi diameter YZ, axem eundem KL, diuidit, ducatur recta Aooff, & arcui K ff, sumatur Kgg, æqualis, vel (quod idem est) arcui Lff, sumatur æqualis, Lgg, cadet ducta recta Agg, in centrum paralleli, cuius diameter YZ. Denique eandem ob causam, si ex A, per punctum nn, vbi diameter ab, eundem axem KL, secat, ducatur Anndd, recta, & arcui L dd, æqualis sumatur L ee, cadet recta producta Aee, in 12. centrum paralleli, cuius diameter ab, &c. Eadem enim in omnibus est demonstratio. Idem hoc quadrat etiam in circulum $\gamma\gamma$ R $\theta\theta$. Nam si, verbi gratia, recta A cc, produceretur secans circulum Rς, in puncto aliquo, & arcui inter hoc punctum, & punctum ς, æqualis abscinderetur, caderet recta per terminum huius arcus ducta in e, centrum paralleli, cuius diameter ST. Nam propter arcus æquales ad vtramque partem puncti ς, [b] fierent anguli ad A, centrum illis insistentes æquales; [c] ac propterea insisterẽt quoq; in circulo ABCD, arcubus æqualibus Kz, K5. Quare, vt demonstratum est, recta A5, caderet in centrum e, &c.

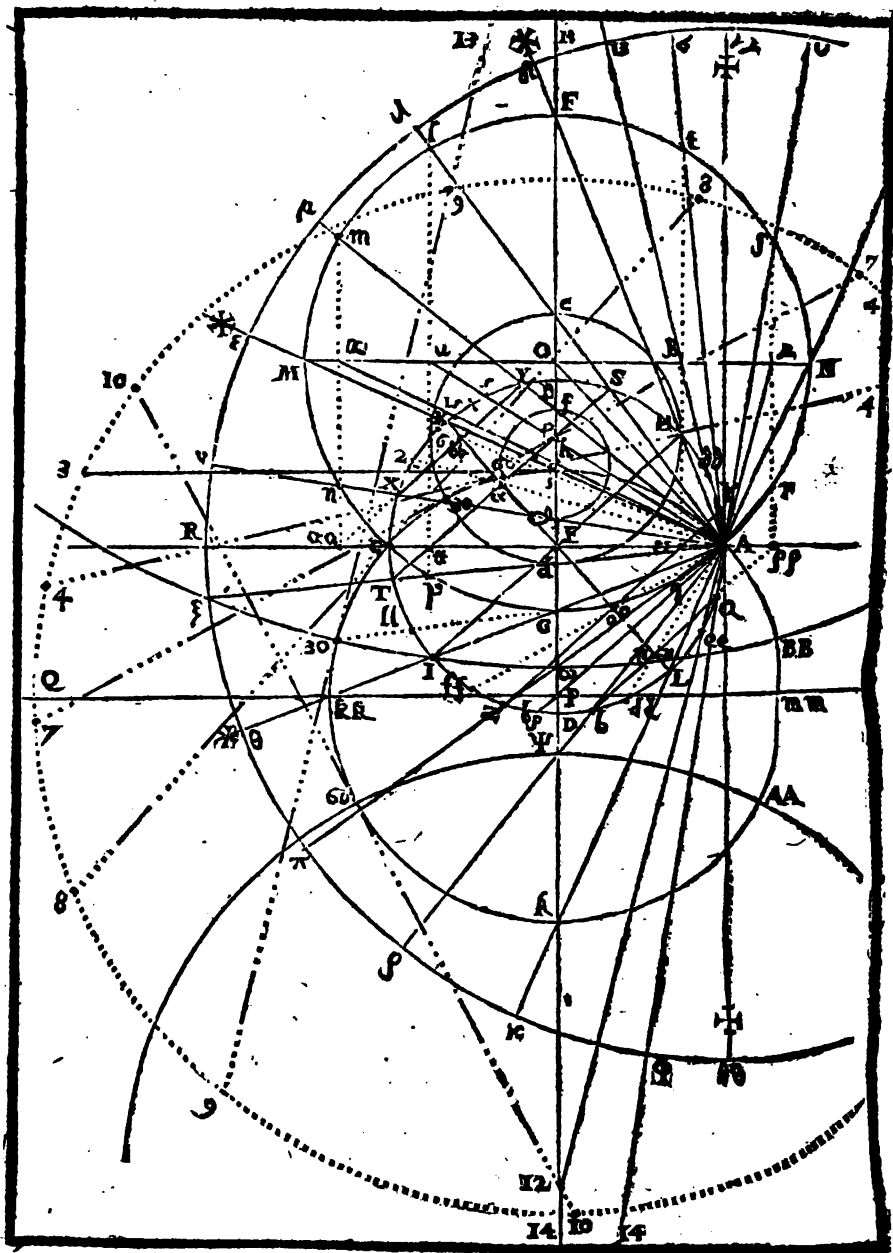
10. PRAETER tres modos expositos excogitauimus quartam adhuc rationem pulcherrimam, atque facillimam describendi parallelos Horizontis in Astro-

Quæ lineæ ex polo australi emissæ secẽt diametros visas parallelorum Horizõtis in primo & tertio modo inuẽtas bifariã, hoc est, in centra parallelorum cadant.

a 29. primi.

b 27. tertij.
c 26. tertij.

Semidiametram, & centrum cuiusuis paralleli Horizontis, per vnã solam lineam, quæ Verticalem tangat, inuenire.

Astrolabio, qua videlicet per vnam solam rectam lineam, quæ Verticalem tangat, inuenitur semidiameter paralleli describendi, eiusque centrum. Ea autem est eiusmodi. Descripto Verticali primario A i C k, diuidatur eius quadrans i C, in 90. gradus, si omnes paralleli supra Horizontem describendi sint, similiterque quadrans C k, si omnes paralleli infra Horizontem desiderentur. Nos vtrumque quadrantem in ternas partes partiti sumus, vt singulæ tricenis gradibus respondeant: quæ diuisio ex ijs, quæ tradita sunt, difficilis non est. Nam si vterque quadrans Aequatoris CB, CD, in tot partes æquales secetur, in quot quadrantes Verticalis diuidendi sunt, & ex G, polo Verticalis (quemadmodum n. K, L, poli veri sunt Horizontis, ita H, I, poli veri sunt Verticalis, qui in punctis F, & G, apparent.) per diuisionũ puncta in Aequatore rectæ occultæ ducantur, diuidetur vterque quadrans Verticalis Ci, Ck, in punctis 30. 60. quæ illis in Aequatore respondent, vt in præcedenti propos. Num. 17. demonstratum est in primo modo distribuendi circulos maximos obliquos in gradus, exẽplumque posuimus hic in recta G30. quæ per 11, gradum 30. Aequatoris à C, versus D, numeratum transiens aufert arcum C 30. graduum 30. ex Verticali circulo. Deinde per puncta diuisionum vtriusque quadrantis in Verticali ducantur rectę tangentes Verticalem. Hæ namque in meridiana linea BD, indicabunt centra parallelorum per eadem illa puncta Verticalis describendorum, ita vt portiones tangentium inter puncta contactuum, & rectam BD, sint parallelorum semidiametri. Exempli gratia. Per C, si ducatur recta CO8. tangens Verticalem in C, cadet ea in O, centrum Horizontis, qui est omnium illorum parallelorum maximus, semidiameter autem erit OC. Igitur circulus ex O, per C, descriptus dabit Horizontem. Sic recta 30 e 7. tangens Verticalem in puncto 30. quadrantis C i, cadet in e, punctum, ex quo per punctum illud 30. circulus descriptus dabit parallelum Horizontis, qui 30. gradibus ab eo versus Zenith distat: Recta autem 60 h 4. tangens Verticalem in puncto 60. eiusdem quadrantis Ci, præbebit h, centrum paralleli per punctum 60. describendi, qui 60. grad. ab Horizonte versus Zenith distat. Simili modo recta 30 9 13. Verticalem tangens in puncto 30. quadrantis Ck, secabit DB, protractam in centro paralleli per punctum 30. eiusdem quadrantis Ck, describendi, qui 30. gradus sub Horizonte latet. Denique recta 60 12. tangens Verticalem in puncto 60. eiusdem quadrantis Ck, transibit per 12. centrum paralleli per illud punctum 60. describendi, qui 60. gradibus ab Horizonte versus Nadir recedit. Eademque ratio est de cæteris. Demonstratio huius descriptionis, quæ inter omnes magis mihi placet, hæc est. Paralleli transeunt necessario per puncta in Verticali hoc modo inuenta, cum hæc referant illa puncta Verticalis primarij in sphæra, per quæ paralleli, quos hi in Astrolabio descripti referunt, ducuntur. Quoniam vero, vt supra Num. 7. demonstrauimus, rectæ lineæ ex P, centro Verticalis ad puncta, vbi Verticalis parallelos secat, emissæ tangunt parallelos in eisdem illis punctis, [a] erunt rectæ ex illis punctis ad centra parallelorum ductæ, perpendiculares ad prædictas rectas ex P, centro Verticalis ad puncta intersectionum Verticalis cum parallelis ductas. Igitur eædem illæ rectæ ex centris parallelorum ductæ, cum sint ad semidiametros Verticalis, hoc est, ad rectas ex centro P, eductas, perpendiculares, Verticalem ijsdem in punctis tangent, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Quare lineę rectæ Verticalem tangentes per centra parallelorum transibunt, quandoquidem rectæ ex his centris ad puncta sectionum Verticalis ductæ, Verticalem tangunt, vt ostendimus, alioquin duæ rectæ Verticalem in eodem puncto tangerent, illa

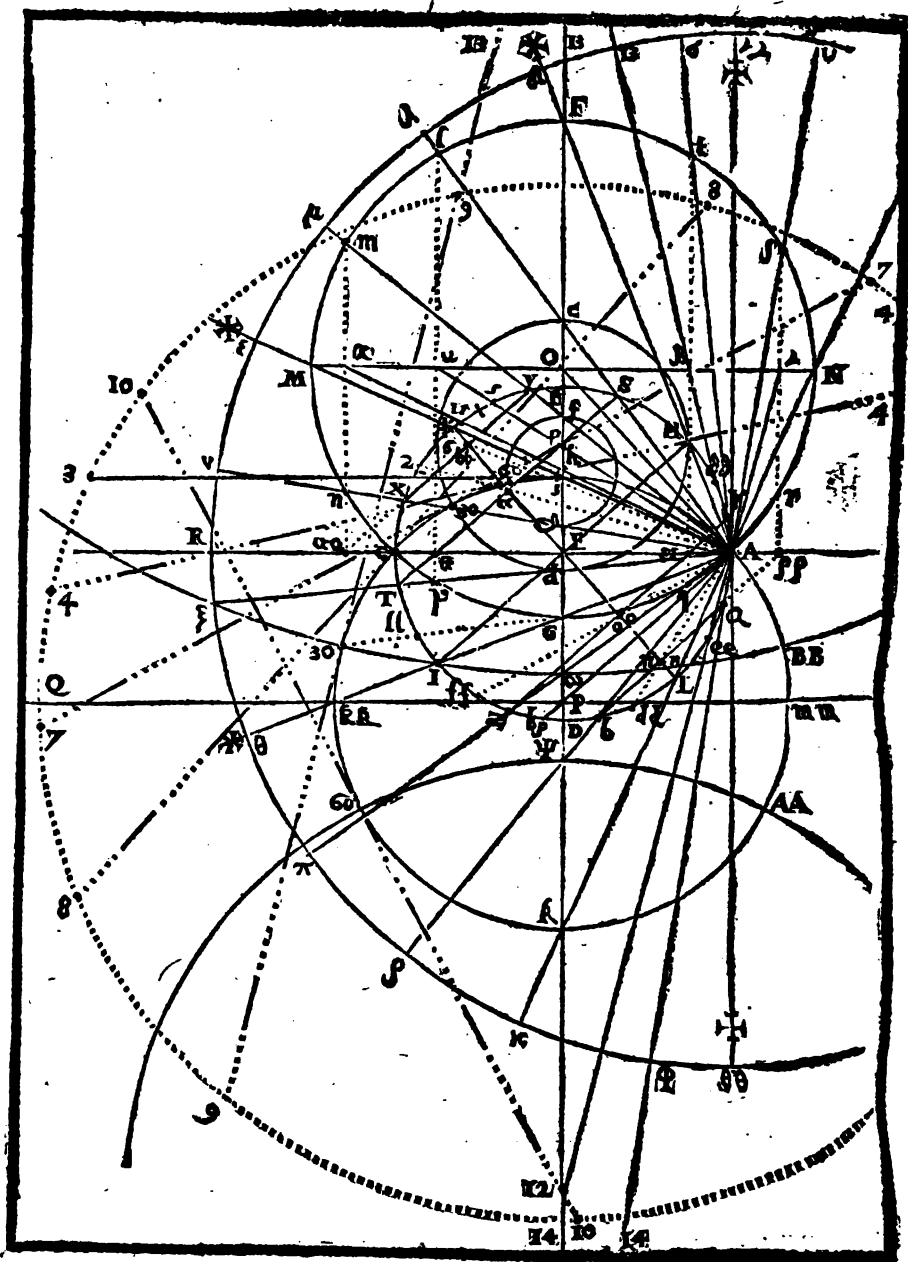
[a] 18. tertij.

videlicet, quæ ex puncto sectionis ducitur tangens Verticalem, & illa, quæ ex centro paralleli ad idem sectionis punctum ducitur. quod est absurdum.

11. HOC autem artificio, si plures paralleli proponantur describendi, lineas Verticalem tangentes sine magno labore ducemus. Descripto ex P, centro circuli Verticalis, circulo cuiuscunque magnitudinis, occulto tamen, ne confusio gignatur, qualis est Q 4 3 9. ducatur ex i, ad i k, perpendicularis i 3. secans circulum descriptum in 3. Nam si beneficio circini interuallum i 3. acceptum transferas ex quolibet puncto circuli Verticalis in circumferentiam Q 4 3 9. ex P, descriptam, siue in vtramque partem, siue in alteram tantum, recta linea ex inuento puncto in dicta circumferentia descripta, per illud punctum Verticalis ducta tanget Verticalem in eodem illo puncto. Vt quia ad interuallum i 3. ex puncto Verticalis 60. in quadrante i C, circinus secat vtrinque circumferentiam in punctis 4. 4. tanget recta 4 60 4. Verticalem in puncto 60. Eadem ratione, quia circinus eodem interuallo ex puncto 30. eiusdem quadrantis secat circumferentiam vtrinque in punctis 7. 7. tanget recta 7 30 7. Verticalem in 30. Rursus idem interuallum ex C, dat vtrinque in circumferentia puncta 8. 8. Igitur recta 8 C 8 tanget Verticalem in C. Item quia interuallum idem ex puncto 30. quadrantis C k, secat circumferentiam ex vtraque parte in 9. 9. tanget recta 9 30 9. Verticalem in 30. Denique quoniam idem interuallum exhibet vtrinque in circumferentia puncta 10. 10. ex puncto 60. eiusdem quadrantis, recta 10 60 10, Verticalem in 60. continget. Atque ita de cæteris. Ratio huius operationis est, quod omnes tangentes inter Verticalem i C k, & circulum 3 4 7. æquales sunt per lemma 48. Quin etiam quia, vt in eodem lemmate demonstratum est, arcus inter binas tangentes positi, similes sunt, si arcui i 60. similis accipiatur 3 4; & arcui i 30. arcus 3 7; & arcui i C, arcus 3 8; & arcui i C 30. arcus 3 9; & arcui i C 60. arcus 3 10. (quod facile fiet, si ex P, centro Verticalis per puncta Verticalis i, 60. 30. C, &c. rectæ emittantur. Hæ namque ex circulo descripto 3 4 7. arcus similes abscindent, qui ex puncto 3. in circumferentiam 3 4 7. transferendi sunt.) habebuntur eadem puncta 4. 7. 8. 9. 10. per quæ tangentes lineæ ducendæ sunt.

Praxis facilis ad plures lineas ducendas, quæ datū circulum in datis punctis tangant.

EX his omnibus facile colligere licebit, nullum parallelum Horizontis, quamuis minimum, centrum habere in ipso polo i. Quia enim recta A i, per polum i, extensa cadit in M, extremum punctum diametri Horizontis, vt in scholio præcedentis propositionis Num. 14. monstratum est, recta autem ex A, per centrum cuiusuis paralleli ducta cadit in aliquod punctum interius eiusdem diametri Horizontis MN, in illud videlicet, per quod transit recta ipsi F G, æquidistans, respondensque diametro paralleli in Aequatore, vt paulo ante Num. 6. ostendimus, perspicuum est, centrum cuiusuis paralleli a polo i, esse diuersum, quandoquidem rectæ ex A, per centrum, & polum i, emissæ inter se differunt. Quod etiam probari potest ex iis, quæ Num. 9. demonstrauimus. Nam cum centrum reperiatur per rectam ex A, eductam ad punctum Aequatoris tanto spatio distans a polo K, versus B, quanto ab eodem polo K, recta ex A, per intersectionem diametri paralleli cum axe K L, emissa abest versus C, vt ibi ostendimus; manifestum est, rectam ex A, per centrum ductam a recta A K, diuersam esse. Idem denique ex iis etiam constat, quæ Numero 10. demonstrata sunt: quia nimirum recta tangens Verticalem in puncto, vbi à parallelo secatur, cadit in centrum paralleli; quæ quidem tangens nullo modo in punctum i, cadere potest, ᵃcum recta ab intersectione paralleli cum

Centrum cuiusuis paralleli Horizontis ab eius polo diuersum est.

a 2. tertij.

Verticali ad i, ducta, intra Verticalem cadat, non autem tangat.

12. NON est autem prætereundum, ex quolibet parallelo Horizontis descripto in Astrolabio describi posse parallelum oppositum, etiamsi eius diameter apparens non sit inuenta. [a] Quoniam enim per quodlibet punctum circuli nō maximi in sphæra circulus maximus eum tangens discribi potest, [b] tanget circulus ille maximus alium non maximum priori æqualem ac parallelum. Cum ergo per Coroll. propos. 6. lib. 2. Theod. puncta contactuum per diametrum sphæræ sint opposita, erit cuilibet puncto assignato in quouis parallelo Horizontis aliud per diametrum sphæræ oppositum in parallelo opposito, illud nimirum, in quo circulus maximus priorem parallelum tangens in assignato puncto, posteriorem parallelum oppositum tangit. Quamobrem si tribus punctis quibusuis in descripto parallelo assignatis inueniantur tria puncta per sphæræ diametrum opposita, vt mox docebimus, & per hæc circulus describatur, descriptus erit parallelus oppositus. Describetur autem per tria illa puncta circulus, si centrum inueniatur ex scholio propos. 5. lib. 4. Eucl. (quod tamen hic facile inuenietur, cum semper existat in meridiana linea BD,) vel quando centrum nimis procul distat, per instrumentum, quod in lemmate 14 construximus.

a 14. 2. Th.
b 6. 2. Th.

Ex quouis parallelo Horizontis in Astrolabio descripto, parallelū oppositum describere, etiamsi eius diameter inuenta non sit.

13. CAETERVM hac arte cuilibet puncto in Astrolabio dato oppositum punctum per diametrum reperietur. Ducta ex dato puncto recta linea per centrum Astrolabij, inueniatur per Lemma 12. duabus lineis, quarum prior sit recta inter datum punctum, & centrum Astrolabij interiecta, posterior vero Aequatoris semidiameter, tertia proportionalis, cui æqualis abscindatur ex illa recta per centrum Astrolabij ducta, initio facto ab eodem centro. Nam terminus erit punctum oppositum. Quoniam enim, vt supra ostendimus propos. 4 Num. 11. semidiameter Aequatoris medio loco proportionalis est inter duas semidiametros parallelorum Aequatoris oppositorum, fit, vt posita linea inter centrum Astrolabii, & datum punctum semidiametro vnius paralleli Aequatoris, altera linea inter idem centrum Astrolabij, & inuentum punctum, sit semidiameter paralleli Aequatoris oppositi, ac proinde inuentum punctum dato puncto sit oppositum per diametrum. Inuenietur autem tertia proportionalis facili negocio ea ratione, quam ad finem Lemmatis 12. explicauimus. Nam si ad rectam ex dato puncto per centrum Astrolabij eiectam excitetur diameter Aequatoris ad angulos rectos, & per extrema puncta huius diametri, & punctum datum circulus describatur, abscindet is tertiam proportionalem, vt ibi demonstrauimus, &c.

Dato puncto in Astrolabio punctum per diametrum sphæræ oppositū reperire.

FACILIVS inueniemus cuiuis puncto dato punctum oppositum hac ratione. Detur in superiori figura punctum F, extra Aequatorem, à quo per centrum E, ducta recta FG, excitetur ad eam in E, perpendicularis EA, & ad iunctam AF, perpendicularis erigatur AG, secans FG, in G: quod fiet, si arcui Aequatoris BH, æqualis sumatur oppositus DI Nam recta AI, ad AF, perpendicularis erit, hoc est, angulus HAI, in semicirculo HAI, rectus erit: [c] Nam punctum G, per diametrum erit puncto F, oppositum, per ea, quæ in scholio prop. 5. Num. 20. demonstrata sunt. Rursus detur punctum i, intra Aequatorem, à quo per centrum E, ducta recta i k, excitetur ad eam in E, perpendicularis EA, & ad iunctam i A, perpendicularis erigatur, Ak; eritque rursum k, punctum per diametrum puncto i, oppositum. Quod si quando contingat, perpendicularem Ak, valde oblique secare rectam i k, commode ita agemus. Producta AE, vsque ad C, describemus per tria puncta A, i, C, circulum. Hic enim

c 31. tertij.

secabit

a 31. tertij. secabit i k, in k, puncto per diametrum puncto i, opposito, a cum angulus i A k, in semicirculo rectus sit. Quo pacto autem dato puncto paralleli inueniatur pũctum in eodem per eius diametrum oppositum, docebimus propos. 14. Num. 4. Quando datum punctum fuerit in circumferentia alicuius maximi circuli, dabit recta ex eo per centrum Astrolabij ducta, in circumferentia eiusdem circuli punctum per diametrum oppositum.

14. QVIA vero, vt in scholio antecedentis propos. Num. 10. demonstrauimus, quælibet recta linea per centrum Astrolabij traiecta indicat in quouis circulo maximo obliquo duo puncta per diametrum opposita, fit, vt rectæ lineæ ex punctis, in quibus Verticalis datum parallelum secat, per centrum Astrolabij extensæ, indicent in eodem Verticali duo puncta illis opposita. Verbi gratia. Descripto parallelo Horizontis c 30 d, si ex puncto 30. vbi à Verticali secatur, per E, centrum Astrolabij ducatur recta linea, secabitur Verticalis in BB, puncto opposito: Eademque ratione recta ex altera intersectione Verticalis, & prædicti paralleli, per E, ducta exhibebit in Verticali punctum quoque oppositum 30. Quòd si duabus rectis Ec, EB, reperiatur tertia proportionalis E ω, (quod facile fiet, si per tria puncta A, c, C, circulus describatur. Hic enim abscindet tertiam proportionalem E ω, vt ad finem Lemmatis 12. ostensum est.) erit punctum ω, puncto c; oppositum. Per tria ergo puncta 30. ω, BB, parallelus ipsi c 30 d, oppositus describendus est. Et si pluribus punctis paralleli c 30 d, parum inter se distantibus opposita puncta reperiantur, describetur oppositus parallelus per plura illa puncta, (si nimirum puncta illa coniungantur per lineam curuam) etiamsi centrum non inueniatur, neque per instrumentum Lemmatis 14. descriptio fiat. Rursus si ex punctis duobus, vbi Verticalis parallelum f 60 g, intersecat, per centrum E, rectæ emittantur, secabitur Verticalis in punctis AA, 60. quæ illis opponuntur. Et si fiat, vt E f, ad EB, ita EB, ad aliud, inuenietur punctum ♃, puncto f, oppositum; (*Id quod facile etiam fiet, si per tria puncta A, f, G circulus describatur. Hic enim abscindet tertiam proportionalem E* ♃, *vt ad finem Lemmatis 12. demonstratum est.*) ac propterea parallelus ipsi f 60 g, oppositus, per puncta 60. ♃, AA, describendus erit.

15. QVOD si cuicunq; alij puncto, nimirum puncto α, in recta MN, inueniendum sit punctum oppositum, ducenda erit recta ex α, per E. Nam si fiat, vt E α, ad E B, ita EB, ad aliud, inuenietur tertia linea, cuius terminus à puncto E, incipiendo est punctum ipsi α, oppositum. Et sic de cæteris: quæ quidem tertia linea reperietur facili negotio, per ea, quæ ad finem Num. 13. paulo ante scripsimus.

16. EX hoc rursum inueniemus in dato parallelo Aequatoris quocunque punctum, in quo secetur à parallelo Horizontis, qui quotlibet gradibus ab Horizonte distet versus Nadir, etiamsi parallelus hic nõ describatur: quæ res commodissima est, quando parallelus parum à recta P Q, distat, hoc est, cuius distantia ab Horizonte fermè æqualis est altitudini poli AH: huiusmodi enim paralleli descriptio difficillima est, quòd eius centrum nimis procul distet, & parallelus ipse in Astrolabio recta quasi linea existat. Ita ergo progrediemur. Sit v. g. inuestigandum punctum, in quo parallelus Horizontis distans ab ipso Horizonte versus Nadir grad. 40, parallelum Aequatoris, cuius declinatio australis sit grad. 20, intersecet. Descripto parallelo Aequatoris opposito, cuius scilicet declinatio borealis sit grad. 20. & insuper parallelo Horizontis opposito,

Punctum in parallelo Aequatoris australi dato inuenire, in quo à parallelo Horizontis infra Horizontem proposito secetur, quando secatur, etiam si descriptus non sit.

qui

qui videlicet grad. 40. ab Horizonte versus Zenith recedat; si à punctis, vbi hi duo paralleli se intersecant, per centrum E, rectæ ducantur, secabitur datus parallelus Aequatoris in duobus punctis, quæ illis duobus opposita sunt; ac proinde in quibus parallelus Horizontis propositus parallelum Aequatoris datum secaret, si descriptus esset, propterea quòd oppositi paralleli ducuntur per opposita puncta in sphæra. Quòd si quando contingat, parallelum borealem Aequatoris dato parallelo australi oppositum à descripto parallelo Horizontis non secari, argumento est, neque australem propositum à nominato parallelo Horizontis secari posse.. Sed vt res planior fiat, sit inuestigandum punctum, in quo parallelus Horizontis grad. 30. sub Horizonte Aequatorem diuidat. Descripto ergo parallelo Horizontis grad. 30. supra Horizontem circa diametrum cd, qui Aequatorem secet in H, (Aequator enim, cum sit circulus maximus, oppositum parallelum non habet, qui describatur) ducatur ex H, per E recta HE, secans Aequatorem in I; eritque I, punctum oppositum puncto H. Cum ergo parallelus Horizontis grad. 30. sub Horizonte, qui videlicet parallelo diametri cd, opponitur, transeat necessario per punctum puncto H, oppositum, secabit omnino Aequatorem in puncto I, quod puncto H. opponitur, atque ita inuentum est punctum I, etiamsi parallelus Horizontis BB ω 30. descriptus non esset. Sumpsimus pro exemplo puncta H, I, extrema diametri Horizontis, quia licet non omnino in his prædicti paralleli Horizontem intersecent, non procul tamen ab illis intersectiones fiunt, vt satis aptè per illa res explicetur, ne aliam lineam cogamur ducere, maiorque confusio in figura oriatur.. Quòd si quis peteret punctum, in quo parallelus Horizontis grad. 60. sub Horizonte Aequatorem secet; describendus foret parallelus Horizontis grad. 60. supra Horizontem, circa diametrum fg. Sed quia hic Aequatorem non secat; sed totus intra ipsum existit, dicemus parallelum Horizontis grad. 60. infra Horizontem nullo modo Aequatorem secare. Id quod perspicuum est in parallelo AA ♃ 60. Et sic de cæteris.

Parallelum Horizontis in sphæra dati, in Astrolabio describere.

17. EX his, quæ dicta sunt, nullo negotio quemcunque parallelum Horizontis, cuius ab Horizonte distantia data sit, siue versus Zenith, siue versus Nadir, describemus. Sit enim describendus v. g. parallelus Horizontis grad. 30. versus Zenith. In primo modo, numerabimus in Aequatore à diametro vera Horizontis HI, versus Zenith K, grad. 30. vsque ad S, T, vt habeatur eius diameter in sphæra ST, Radij, enim AS, AT, resecabunt diametrum visam cd, propositi paralleli. In secundo autem modo, eosdem 30. grad. supputabimus à diametro visa Horizontis FG, versus M, vsque ad l, p. Nam radii Al, Ap, eandem visam diametrum cd, dati paralleli abscindent. At in tertio modo, in circulo γγ R θθ, numerabimus à punctis δ, θ, versus ε, partes 30. ex ijs 90. in quas vterque arcus εδ, εθ, diuisus est, vsque ad λ, ξ. Radii. n. Aλ, Aξ, eandem diametrum visam cd, exhibebunt. Denique in 4. modo, in Aequatore à puncto C, versus B, Sumemus arcum grad. 30. & per eius terminum ex G, polo Verticalis rectam ducemus, quæ Verticalem secet in 30. Nam recta tangens Verticalem in 30. offeret e, centrum dati paralleli per punctum 30. describendi, &c. Quod si describendus sit parallelus Horizontis grad. 30. versus Nadir, numeratio ab eisdem terminis instituenda est in contrarias partes: vt in primo modo, à diametro HI, versus L; In secundo à diametro FG, versus N; In tertio a punctis δ, θ, versus

γγ, &

γγ, & θθ; In quarto denique, a puncto C, in Aequatore versus D, &c.

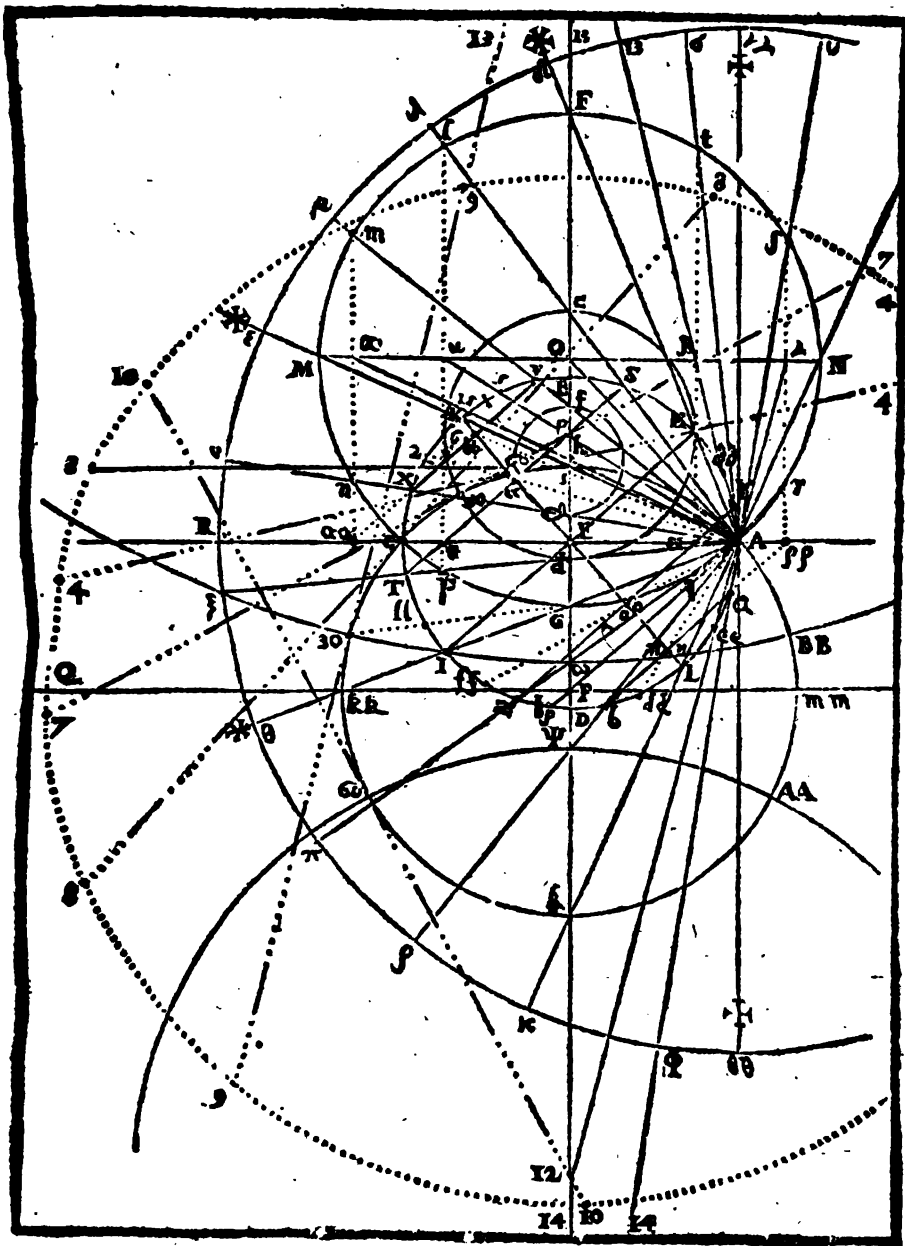
Dato parallelo Horizontis in Astrolabio, quanta sit eius ab Horizonte distantia, cognoscere.

18. VICISSIM cognoscemus, quantum quilibet parallelus Horizontis in Astrolabio descriptus ab Horizonte absit siue versus Zenith, siue versus Nadir, hoc modo. Sit descriptus parallelus Horizontis secans meridianam lineã BD, in c, d, punctis, a quibus ad A, polum australem rectæ ducantur cA, dA, Aequatorem secantes in S, T. Vterq. enim arcus HS, IT, complectitur distantiam descripti paralleli ab Horizonte, versus K, Zenith. Necesse est autem, si error commissus non sit, ductam rectam SD, parallelam esse diametro Horizontis HI, hoc est, arcus HS, IT, esse æquales Sit rursus descriptus parallelus Horizontis AA♃ 60, secans lineam meridianam BD, in ♃, puncto, quod satis est, licet alterum punctum sectionis, propter nimis magnam distantiam, nequeat haberi, ducaturq. recta ♃A, secans Aequatorem in b. Nam arcus I b, metitur distantiam eius paralleli ab Horizonte versus L, Nadir, & sic de cæteris.

IDEM assequemur hoc et modo. Ex G, polo Verticalis ducatur per punctũ sectionis paralleli dati cum Verticali recta linea secans Aequatorem. Nam arcus Aequatoris inter hanc rectam, & punctum B, indicabit distantiam paralleli a Zenith i; ac proinde eius complementum erit distantia eiusdem ab Horizonte. Vt recta G 30. per sectionem paralleli 30 ω BB, cum Verticali secat Aequatorem in ll. Igitur B ll, arcus est distantia paralleli à Zenith i; arcus vero D ll, monstrat distantiam eiusdem a Nadir k. Denique C ll, arcus est distantiæ eiusdem infra Horizontem. Atque ita de cæteris. Ratio est, quia rectæ ex G, polo Verticalis emissæ auferunt ex Aequatore, & Verticali arcus æqualium numero graduum, vt in præcedenti propositione Num. 17. demonstratum est.

Quando tamen non constat, propositum circulum esse vnum ex parallelis Horizontis, vtendum est priori ratione. Nam per eam simul cognoscimus, num datus circulus sit vnus ex parallelis Horizontis, necne, prout scilicet inuenta fuerit eius diameter diametro Horizontis parallela, aut non. Quem autem circulum in sphæra referat, quando eius diameter inuenta non æquidistat diametro Horizontis, propos. 17. explicabimus.

Quopacto omnia, quæ de parallelis Horizõtis describendis dicta sũt, ad describendos parallelos aliquõ circulorum, maximorum obliquorum, ad Meridianum tamen rectorum accomodentur.

19. OMNIA, quæ de parallelis Horizontis in Astrolabio describendis præcepimus, nullo negotio ad alios circulos obliquos, qui ad Meridianum recti sunt, transferentur, si in primo modo descriptionis parallelorum, diametro circuli maximi obliqui, cui circuli describendi æquidistant, parallelæ rectæ ducantur in Aequatore per gradus eiusdem Aequatoris, quemadmodum Horizontis diametro HI, parallelæ ductæ fuerunt ST, VX, &c. In secundo autem modo, pro Horizonte AFCG, accipiatur proprius circulus maximus obliquus, atque in gradus distribuatur, facto initio a meridiana linea Astrolabij BD, &c. Vt si paralleli Verticalis primarij describendi forent, ducendæ essent in primo modo, diametro KL, parallelæ; & in secundo, Verticalis AiCk, in gradus distribuendus, principio sumpto a punctis i, & k: In tertio vero modo pro puncto ε, quod ipsi Zenith, siue polo Horizontis superiori respõdet, assumatur in eodem circulo ex A, descripto punctum respondens alterutri polorum circuli maximi, cui paralleli describendi æquidistant in sphæra, & pro punctis δ, θ, quæ extremis punctis diametri Horizontis HI, respondent, recipiantur puncta extremis punctis diametri assumpti circuli maximi obliqui respondentia: Vt in parallelis Verticalis circuli describendis accipiendum est pro ε, alterutrum punctorum θ, δ: Hæc enim polis Verticals respondent: Deinde puncta ε, ϰ, pro punctis δ, θ, accipienda &c: In quarto denique modo pro Verticali primario ad Meridianum recto, & per polos Horizontis ducto, adhibeatur circulus maximus ad Meridianum

num rectus, & per polos circuli maximi assumpti ductus; pro polo autem Verticalis G, sumatur polus circuli maximi, qui vices Verticalis gerit. Vt in eisdem parallelis Verticalis describendis, adhibendus est Horizon, eiusque polus I, &c.

Quo pacto omnia, quæ de parallelis Horizontis describendis dicta sunt, ad describendos parallelos cuiusuis alterius circuli maximi obliqui, & qui ad Meridianum quoque obliquus sit, accommodentur.

20. IMMO eisdem prorsus viis parallelos cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio descripti, qui ad Meridianum rectus non sit, describere licebit, si pro meridiana linea B D, accipiatur recta per centrum circuli obliqui, & centrum Astrolabii extensa, id est, communis sectio Aequatoris, siue plani Astrolabii, & circuli maximi per polos mundi, & polos propositi circuli obliqui ducti, instar proprii Meridiani eiusdem circuli obliqui. Exemplum huius rei inuenies proposit. 8. Num. 19.

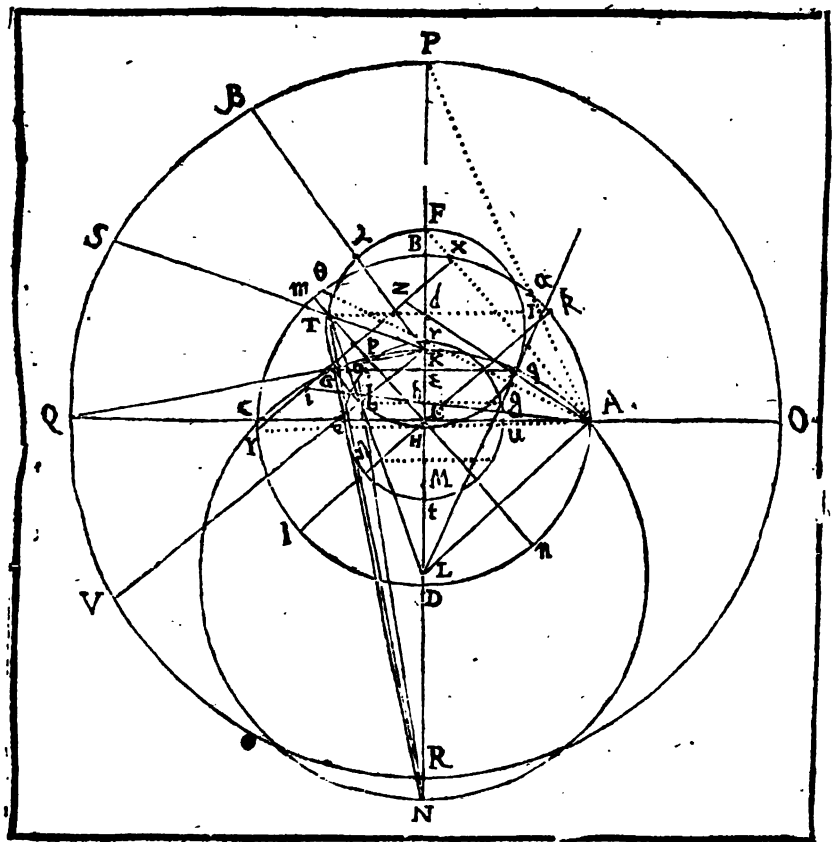
Parallelos cuiusuis circuli maximi obliqui in gradus distribuere ex eorum polo superiore.

21. IAM vero parallelos cuiusuis circuli maximi obliqui in gradus distribuemus, hoc est, in partes inæquales, in quas gradus eorum in sphæra proijciuntur in Astrolabium, iisdem modis, quibus in antecedenti propos. à Num. 17. vsque ad finem circulos maximos obliquos in gradus partiti sumus. In priore ergo parte primi modi ita rem exequemur. Sit Aequator Astrolabii ABCD, cuius centrum E; circuli maximi cuiusuis obliqui, v.g. Horizontis, diameter kl; diameter cuiuslibet eius paralleli X Y, & parallelus idem in Astrolabio descriptus F G H q; Verticalis primarii diameter m n; & Verticalis ipse descriptus AKCN, cuius centrum L; K, polus Horizontis superior; N, inferior; M, polus Verticalis à polo australi in sphæra remotior, hoc est, punctum intersectionis Meridiani & Horizontis ex parte boreali, per quod videlicet Horizon descriptus transiret. Et quia Horizontis parallelus FGH q, in priore hac parte primi modi distribuendus est in gradus ex K, polo Horizontis intra Aequatorem reperto, quique in sphæra à polo australi remotior est, describendus erit parallelus Aequatoris O P Q R, tanto interuallo distans à polo australi, quanto datus parallelus Horizontis à polo m, qui remotior est in sphæra à polo australi, abest, ita vt arcus A α, metiens distantiam paralleli Aequatoris à polo australi A, æqualis sit arcui m X, qui distantiam paralleli Horizontis à polo remotiore m, metitur; adeo vt quando diameter paralleli Horizontis XY, recedit à diametro Horizontis kl, versus m, polum eius à polo australi remotiorem, diameter paralleli Aequatoris recedat à diametro Aequatoris BD, versus polum australem A, hoc est, parallelus Aequatoris sit australis: quando vero illa diameter ab Horizontis diametro versus polum Horizõtis n, polo australi propinquiorem vergit, hæc à diametro Aequatoris vergat versus borealem polum C, id est, parallelus Aequatoris sit borealis: qui quidem parallelus Aequatoris ex E, describi potest, etiamsi eius diameter visa inuenta non sit, per punctum Q, vbi recta KG, ex polo circuli obliqui K, per G, intersectionem paralleli obliqui cum circulo maximo AKCN, ducta diametrum Aequatoris AC, intersecat. Nam vt mox ostendemus, sicut FG, repræsentat quadrantem paralleli, ita recta KG, auferre debet ex parallelo Aequatoris, quadrantẽ.

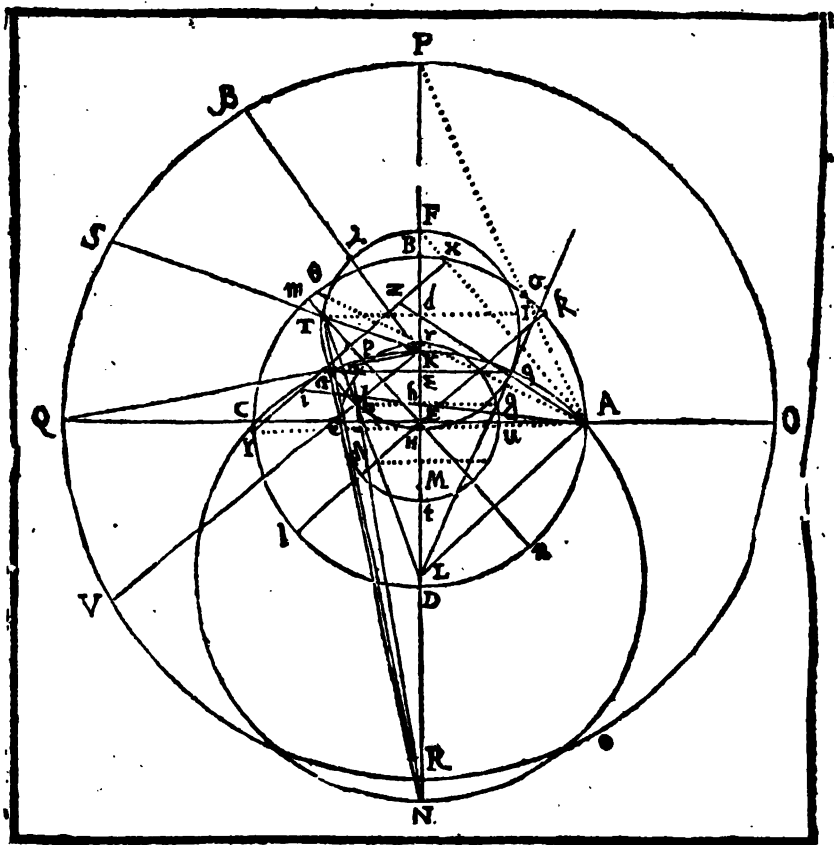
Parallelum Aequatoris australẽ in Astrolabio describere ex parallelo æquali circuli maximi obliqui circa eius polum ab australi polo remotiorẽ descripti,

Descripto autem hoc parallelo Aequatoris, eodemq; per duas diametros, OQ, PR, perpendiculares in quatuor quadrantes diuiso, si ex K, polo Horizontis per singulos gradus paralleli OPQR, rectæ lineæ ducantur, sectus erit parallelus Horizontis F G H, in gradus, hoc est, in arcus quidem inæquales, sed qui repræsentent gradus æquales eiusdem paralleli in sphæra. Exempli gratia, si ex K, recta ducatur KS, abscindens arcum PS, grad. 60. auferet eadem ex parallelo Horizontis arcum FT; respondentem arcui grad. 60 eiusdem paralleli in sphæra. Sic si recta KV, resecet arcum RV, grad. 60. abscindetur quoque

ex paral-

ex parallelo Horizontis arcus Hb, grad. 60. Denique recta KQ, auferens quadrantem PQ, auferet quoque quadrantem FG, ex parallelo Horizontis, hoc est, transibit per G, punctum, vbi Verticalis parallelum Horizontis intersecat. Nam quemadmodum in sphæra Meridianus ac Verticalis diuidunt ipsum Horizontem eiusque parallelos in quadrantes, ita quoque in Astrolabio contingat necesse est, adeo vt arcus FG, GH, H q, q F, referant quadrantes eiusdem parallelí in sphæra: id quod supra Num. 5. huius propos. declarauimus. Sumendum

autem est initium arcuum in vtroque parallelo, à duobus punctis eiusdem ordinis, hoc est, vel à superioribus P, F, vel inferioribus K, H. & versus eandem partem progrediendum vel descendendo in vtroque parallelo, vel ascendendo Nã punctum P, paralleli Aequatoris est in semicirculo Meridiani superiore, in quo nimirum Zenith continetur, punctum autem F, paralleli Horizontis est australe: Item punctum R, paralleli Aequatoris est in semicirculo Meridiani inferiore,

Initium arcuum respondẽtium in parallelis, vnde sumẽdum in hac priore parte primi modi, ex corã polo superiore.

riore,& punctum H, paralleli Horizontis est boreale. Quare per ea, quæ in Lemmate 23. dicta sunt, recte initium sumendum esse diximus, vel a punctis P,F, superioribus, vel ab inferioribus R,H. Appello autem hic puncta superiora illa, quæ superiorem locum in figura tenent respectu partium Astrolabii, inferiora vero, quæ inferiorem; non autē illa, quæ in cælo superiora sunt, vel inferiora. Idem initium sumi potest a recta KQ, quæ ex parallelis quadrantes abscindit, vt a punctis Q,G, versus eandem semper partem progrediendo: quia hac ratione semper

tenditur versus puncta, a quibus incipiendum esse diximus. Ita vides arcus respōdentes PS,FT, incipere à superioribus pūctis P,F,& descēdere versus eādem partem sinistrā; arcus vero respondentes RV,Hb, incipere a punctis inferioribus R, H.& versus eādem partem ascendere,&c. Hoc autem intelligendum est, quando polus circuli obliqui intra Aequatorem existens, reperitur quoque intra parallelum obliquum. Nam quando extra ipsum est, vt contingit in parallelo per polum

lum australem ducto, & in aliis parallelis infra eum existentibus, quorum circumferentiæ in Astrolabio in contrarias partes describuntur, non autem versus maximum circulum obliquum, non possunt hoc modo sumi puncta superiora, & inferiora. Quare seruanda tunc sunt ea, quæ in Lemmate 23. de initiis arcuum abscissorum scripsimus.

Regula facilis ad cognoscendum, vtrum punctorũ paralleli Aequatoris in Astrolabio, dicatur superius in cælo, inferiusue, respectu dati circuli maximi obliqui. Item vtrum punctorum paralleli obliqui boreale sit, vel australe.

VT autem in Astrolabio facile cognoscamus, vtrum punctorum paralleli Aequatoris sit in cælo superius, vel inferius, hoc est, contineatur in Meridiani semicirculo superiore vel inferiore, si circulus maximus obliquus, cui paralleli obliqui æquidistant, pro Horizonte sumatur, supra quem eleuetur polus arcticus; Item vtrum punctorum paralleli obliqui sit boreale, australeue, hæc regula tenenda est. Punctum paralleli Aequatoris, quod polo circuli obliqui intra Aequatorem contento propinquius est, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabii per dictum polum ducta transit, repræsentat in cælo punctum superius, alterum vero, quod ab eodem polo magis distat, hoc est, per quod recta ex centro Astrolabij per alterum polum eiecta transit, inferius est. Item punctum paralleli obliqui centro Astrolabii (quod quidem a polo boreali non differt) propinquius, boreale est; remotius vero australe. Quæ res si vna cum iis, quæ in Lemmate 23. de initiis arcuum præfigendis scripsimus, attente consideretur, nullus erit labor in principiis arcuum abscissorum præfiniendis, siue ex polo circuli obliqui intra Aequatorem existente diuisio paralleli facienda sit, siue ex altero polo.

HVIVS autem diuisionis parallelorum obliquorum in gradus hanc accipe demonstrationem. Planum, quod in sphæra per polum antarcticum, & polum Horizontis ab eo remotiorem ducitur, abscindit per Lemma 25. ex parallelo Aequatoris, & ex parallelo Horizontis æquali, (ita vt ille tanto spatio absit a polo australi, quanto hic a polo suo, qui a polo australi remotior est.) arcus æquales, initio facto a punctis, quæ diximus. Igitur idem planum, a quod in sphæra circulum efficit, in Astrolabium proiectum conspicietur ex polo australi auferre eosdem illos arcus æquales ex duobus illis parallelis in Astrolabio descriptis. Cum ergo planum illud, vel potius circulus, quem in sphæra per polum australem transiens efficit, faciat per propos. 1. Num. 1. in Astrolabio lineam rectam per polum K, transeuntem, referet recta K S, circulũ illũ per polũ Horizontis K, & punctum paralleli Aequatoris S, ductum. Hæc ergo secabit parallelũ Horizontis in T, puncto quod illi in sphæra respondet, per quod circulus ille ducitur: adeo vt circulus ille parallelum Horizontis ex polo australi conspiciatur secare in T, Aequatoris vero parallelum in S, propterea quod radius visualis in illius circuli plano per omnia eius puncta circumductus ab eo nusquam recedit, sed semper in K S, communi eius sectione cum plano Astrolabii existit. Arcus igitur FT, paralleli Horizontis repræsentat illum in sphæra, qui arcui P S, paralleli Aequatoris æqualis est. Idemque dicendum est de recta K V, & omnibus aliis, quæ ex K, polo Horizontis egredientes vtrumque parallelum secant. Quapropter si ex K, per singulos gradus paralleli Aequatoris rectæ ducantur, secabitur parallelus Horizontis in 360. arcus, qui gradibus 360. eiusdem paralleli in sphæra respondent: ita vt quælibet duæ rectæ ex K, emissæ intercipiant in duobus illis parallelis duos arcus æquales, quod ad numerum graduum attinet, hoc est, duos arcus, qui in sphæra duobus arcubus omnino æqualibus in eisdem parallelis respondent. Huiusmodi sunt duo arcus SQ, T G. Item duo SV, Tb; & QV, Gb, &c.

a 1.1.Theod.

Gradum quemlibet propositũ in parallelo Horizõtis ex eius polo superiore inuenire in Astrolabio.

22. EX his colligitur modus inueniendi quemcumque gradum propositum in parallelo Horizontis, cuius videlicet distantia sumatur vel ab alterutra sectionum F, H, paralleli cum Meridiano, vel ab alterutra sectionum G, Q, eiusdem paralleli circulo cum Verticali Horizontis primario. Si enim gradus propositus numeretur in parallelo Aequatoris ab aliquo quatuor punctorũ P, Q, R, O, quatuor punctis F, G, H, q, paralleli Horizontis respondentium, & per finem numerationis ex K, recta ducatur, secabit ea parallelum in gradu proposito. Vt si a puncto E, versus G, abscindendus sit arcus grad. 60. vel a G, versus F, arcus grad. 30. numerabimus a P, versus Q, grad. 60. vel a Q. versus P, grad. 30. vsque ad S. Nam recta KS, secabit parallelum Horizontis in T, gradu 60. ab F, vel gradu 30. à G; atque ita de cæteris. Punctum porro F, spectat ad meridiem; H, ad septentrionem; G, ad ortum, & q, ad occasum, quemadmodum de Horizonte diximus.

Quot gradus in dato arcu paralleli Horizontis cõtineantur in Astrolabio, ex polo eius superiore cognoscere.

23. E CONTRARIO facile etiam cognoscemus, quot gradibus quilibet arcus in dato Horizontis parallelo propositus respondeat, si ab extremis duobus punctis dati arcus ad K, polum Horizontis, eiusque parallelorum rectæ lineæ ducantur. Arcus namque paralleli Aequatoris inter eas comprehensus tot gradus complectetur, quot in dato arcu continenlur, vt ex iis, quæ dicta sunt, perspicuum est. Igitur si per Lemma 3 inquiratur, quot gradus in illo arcu paralleli Aequatoris contineantur, cognitus fiet numerus graduum in proposito arcu paralleli Horizontis contentorum. Exempli causa. Si datus sit arcus γT, in parallelo Horizontis, ductis ex K γ, KT, secantibus parallelum Aequatoris in β, S, erunt tot gradus in arcu γT, quot in arcu βS, continentur.

Parallelos cuiuscunque circuli maximi obliqui in gradus distribuere ex eorum polo inferiore.

24. IN posteriore autem parte eiusdem primi modi ita agendum erit. Describatur parallelus Aequatoris u r e t, æqualis quoque parallelo dato Horizontis FGHq, sed priori parallelo Aequatoris OPQR, oppositus, hoc est, tanto interuallo a polo australi distans, quanto datus parallelus Horizontis a suo polo n, qui polo australi propior est, recedit, ita vt arcus A θ, n X, qui parallelorum dictas distantias metiuntur, æquales sint, siue, quod idem est, diameter paralleli Horizontis a diametro Horizontis k l, & diameter paralleli Aequatoris a diametro Aequatoris versus eandem partẽ vergant, non versus oppositas, vt prius. Descripto namque hoc parallelo Aequatoris, eoque in quadrantes diuiso a diametris r t, e u, sese ad rectos angulos secantibus, si ex N, altero polo Horizontis, qui extra Aequatorem existit, propinquiorque est in sphæra polo australi, per omnes gradus ipsius rectę lineæ ducantur, secabitur parallelus Horizontis in suos gradus, vt prius: sed ordo graduum in vtroque parallelo sumendus non est a duobus punctis eiusdem ordinis, nimirum a superioribus r, F, vel inferioribus t, H, sed à contrariis, hoc est, a superiore vnius, & inferiore alterius, ita vt in vno fiat descensus, & in altero ascensus, versus eandem tamen partem sinistram, vel dextram. Idemque initium fieri potest a recta NG, quę ex parallelis quadrantes abscindit, vt a punctis e, G, in diuersas tamen partes progrediendo, ita vt in vno parallelo fiat ascensus, & in altero descensus. Sed quoniam non semper discerni queunt duo puncta superiora, vel inferiora, in figura, propter parallelos obliquos, quorum circumferentiæ non vergunt ad partes maximi circuli obliqui, cui æquidistant, sed in contrarias, præstat ordinem graduum præfinire ex iis, quæ in Lemmate 23. scripsimus, nimirum vt in parallelo Aequatoris sumatur punctum superius, & in parallelo obliquo punctum boreale, vel in illo punctum inferius, & in hoc australe. Quo modo autem punctum superius, aut inferius in parallelo Aequatoris, & boreale, australeue in parallelo obliquo accipiendum

Initium arcuum respõdentium in parallelis, vnde sumẽdum in hoc modo diuidendi parallelos obliquos in gradus ex eorum polo inferiore.

sit, e-

sit respectu partiũ cæli, paulo ante in priore parte huius primi modi diuidẽdi parallelos in gradus Num. 21. explicatũ est. Exẽpli gratia, si ex N, ducatur recta Nδ, abscindens arcum tδ, grad. 60. auferet eadẽ ex parallelo Horizontis arcũ FT, respondentem arcui grad. 60. eiusdẽ paralleli in sphæra. Sic si recta N a, auferat arcum r a, grad. 60. abscindetur quoque ex Horizontis parallelo arcus Hb, grad. 60 Denique recta N e, auferens quadrantem t e, resecabit etiam ex parallelo Horizontis quadrantem FG, hoc est, transibit per G, punctum sectionis Verticalis primarii cum parallelo Horizontis. Nam vt supra dictum est, arcus FG, GH, Hq, qF, quadrantes sunt. Vbi vides, initium arcuum æqualium, quod ad numerum graduum attinet, fieri semper a punctis contrariis, vt expositum est. Hoc autem demonstrabitur hoc modo. Planum in sphæra ductum per polum antarcticum, & polum Horizontis ei propinquiorem, quem refert polus N, abscindit, per Lemma 23. ex parallelo Aequatoris, & ex parallelo Horizontis æquali, (ita tamen, vt ille tanto interuallo absit a polo australi, quanto hic a suo polo, qui a polo australi propius abest.) arcus æquales, initio facto a punctis, a quibus initium faciendum esse, paulo ante, & in dicto Lemmate præcepimus, qualia sunt puncta r, H: Itẽ q F. Igitur idem illud planum in Astrolabio descriptum eosdem arcus auferre conspicietur, illos videlicet, qui in sphæra arcubus abscissis respõdent. Cum ergo propos. 1. Num. 1. planum illud per australem polum transiens in Astrolabio efficiat lineam rectam per polum N, transeuntem, referet quælibet recta ex polo N, emissa planũ illud, ac propterea ex vtroque parallelo æquales arcus abscindet, vt dictum est.

ITAQVE eadem puncta T, b, G, inuenta sunt per rectas lineas ex vtroque polo K, N, egredientes, singula scilicet per binas. Atque eadem arte quodlibet punctum in Horizontis parallelo reperire licebit per duas rectas, quarum vna ex polo K, & altera ex polo N, egreditur, si modo posterior hæc per arcum paralleleli Aequatoris ducatur, qui initium sumat à puncto meridianæ lineæ BD, contrario illi, a quo arcus paralleli Horizontis incipit, vt expositum est.

EX iis autem, quæ dicta sunt, facile intelliges, quid agere debeas, vt arcum ex parallelo Horizontis abscindas quotlibet graduum, & vt cognoscas, quot gradus in proposito arcu contineantur.

Quo pacto omnia, quæ de diuisione parallelorũ *Horizontis* dicta sunt, ad alios parallelos obliquos accommodentur.

25. EODEM prorsus modo parallelus cuiuscunque alterius maximi circuli obliqui in gradus distribuetur, si eius poli reperiantur, & quando obliquus circulus ad Meridianum rectus non est, pro meridiana linea BD, accipiatur communis sectio Aequatoris, planitie Astrolabii, & maximi circuli per mundi polos, & polos circuli obliqui transeuntis, hoc est, recta linea per centrum Astrolabii, & centrum circuli obliqui traiecta:

Parallelum obliquum per circulum cuiusuis magnitudinis in gradus æquales diuisum, in gradus distribuere, quãdo opus non sit describere parallelum australem immodicæ quantitatis, aut borealẽ perexiguæ magnitudinis.

SED quoniam quando parallelus obliquus prope abest a polo superiore m, parallelus Aequatoris australis ei æqualis describendus in immensam propemodum magnitudinem excrescit: contra vero, cum ille non procul distat a polo inferiore n, parallelus Aequatoris borealis ei æqualis describendus valde exiguus est; fit, vt non facile parallelus obliquus hoc modo in gradus beneficio paralleli Aequatoris distribui possit: idcirco adhibendum erit sequens artificium, quo quidem sine parallelo Aequatoris parallelum obliquum per circulum cuiusuis magnitudinis in gradus distribuemus, hoc modo. Sit Aequator ABCD, cuius centrum E; semidiameter maximi circuli obliqui E t, & eius axis HX; diameter paralleli obliqui FG, secans eius axem in f; radius AH, exhibens K, polum obliqui circuli visum, secet FG, in e; radii AG, AH, abscindentes diametrum paralleli obliqui visam N q, circa quam descriptus sit ipse parallelus visus

N i a q k. Producta recta E t, si ex H, per F, recta emittatur secans E t, in L, erit EL, semidiameter paralleli Aequatoris australis, cuius diameter in sphæra diametro FG, æqualis est. Ná si concipiatur H, polus mundi australis, & axis mundi HX, referet EL, lineam meridianam, id est, communem sectionem plani Astrolabii, vel Aequatoris, ac Meridiani. Igitur radius HF, abscindet semidiametrum visam EL, paralleli, cuius diameter FG, vt ex iis constat, quæ propos. 4. Num. 5. demóstrata sunt. Si igitur ex E, per L, commode in plano Astrolabii parallelus describi poterit LdmQR, partiemur eius beneficio parallelũ obliquum N i a q k, vt dictũ est, ducendo ex K, rectas per omnes gradus paralleli L d m. Si vero propter immodicam quantitatem dictus parallelus describi nequeat, perficiemus eandem diuisionem per circulum cuiusuis magnitudinis, qui commode describi possit, & in gradus æquales diuidi, hoc modo. Sit data circuli diameter gh, beneficio cuius parallelus obliquus in gradus est distribuendus. a Secetur gh, in r, vt fF, semidiameter vera paralleli obliqui secta est in e, a radio AH, vel vt Ed, semidiameter paralleli Aequatoris (quando ea commode haberi potest) secta est in K, polo viso circuli obliqui. Nam vt mox ostendemus, ita secatur Ed, in K, vt f F, in e. Iã vero sumpta recta KI, æquali ipsi gr, describatur ex I, ad datũ interuallũ gh, circulus blPSMn. Dico rectas ex polo K, per gradus huius circuli emissas secare parallelum N i a q k, in gradus; ita vt u g. arcus N k, tot gradibus respódeat, quot in arcu bn, cótinẽtur, & in Ni, tot, quot in bl. & in q a, tot, quot in SP. Quoniam enim est, ex constructione, vt d K. ad K E, ita b K. ad KI; erit quoque componendo, vt d E, ad KE, ita b I, ad KI: Et permutando, vt d E, semidiameter ad bI, semidiametrum, ita KE, ad KI. Similiter ergo punctum K, (quod instar duorum est) a centris B, I, remotum est. Igitur ex scholio Lemmatis 21. rectæ ex puncto K, egredientes (quarum singulæ instar binarum sunt angulos æquales ad K, constituentium, si circuli LdmQR, blPSMn, seorsum descripti essent) ex circulis LdmQR, blPSMn, arcus similes abscindent; ita vt tam arcus d m, b l, quam d ſ, b n, & R Q, SP, similes sint. Cum ergo, vt paulo ante in in hoc Num. 21. ex lemmate 23. demonstrauimus, recta Kſ. auferat arcum N k, arcui d ſ, æqualem, quod ad numerum graduum spectat, auferet quoque recta K n, (sumpto arcu b n, simili arcui dſ,) eundem arcum Nk. quandoquidem in ſ, cadit; quippe quæ arcus similes abscindat bn, dſ, vt demonstratum est. Eadem de causa continebit arcus N i, tot gradus, quot in arcu bl, continentur: eodemque modo

a 10. sexti.

que modo arcus q a, arcui SP, similis erit in numero graduum.

ESSE autem sem. diametrum Ed, ita sectam in K, polo, vt f F, secta est in e, quod vt verum assumpsimus, facile ostendemus. Quoniam enim ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. est vt fe, ad e F, ita Eu ad uL: Est autem Eu, ipsi EK, æqualis, (Nam cum triangula AEK, HEu, rectangula, [a] habeant angulos EAK, EHu, in Isoscele AEH, æquales; erunt & reliqui anguli EKA, EuH, æquales; [b] ideoque & latera EK, Eu, æqualia erunt. Atque ita semper radius ex polo australi ad polum circuli obliqui ductus abscindet ex meridiana linea; & diametro obliqui circuli maximi rectas vsque ad centrum Astrolabii æquales: quod supra etiam probauimus propos. 5. ad finem Num. 14.) & EL, ipsi Ed; erit quoque vt fe, ad eF, ita EK, ad Kd.

a 5. primi.
b 6. primi.

Quas rectas æquales abscindat radius in polum circuli obliqui cadens.

QVOD si ex quolibet puncto semidiametri EH, vt ex O, rectæ EL, parallela agatur OV, secans AH, in s, & HL, in V; erit quoque ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. recta OV, secta in s, vt secta est f F, in e. Quare si rectæ s O, æqualis sumatur KI, & ex I, ad interuallum OV, circulus describatur blPSMn, reperiemus in dato parallelo gradus respondentes gradibus huius circuli.

NON dissimilis ratio erit, quando parallelus obliquus iuxta polum inferiorem existit, ac proinde parallelus Aequatoris borealis describendus est. Vt si diameter paralleli obliqui sit $\varphi\xi$, abscindet radius Hξ, ex E t, semidiametrum paralleli Aequatoris visam E 3: Eritq; rursus ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. semidiameter E3, secta in u puncto, quod polo viso K, respondet, propter æqualitatem rectarum E u, EK, vt secta est semidiameter $\omega\xi$, in 4. Si igitur data semidiameter gh, secetur in cc, vt $\omega\xi$, secta est in 4. vel E 3, in u; & rectæ ccg, æqualis abscindatur K7, erit 7. centrum circuli interuallo gh, describendi, beneficio cuius parallelus obliquus diametri $\varphi\xi$, in Astrolabio descriptus in gradus distribuetur. Rursus si diameter paralleli obliqui sit TZ, abscindet radius HZ, ex E t, semidiametrum paralleli Aequatoris visam E p: Eritq; rursum ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. vt semidiameter Ep, ad E u, ita semidiameter YZ, ad Yα. Si igitur data sit semidiameter YZ, abscindenda est K8, æqualis ipsi αY, & ex 8, interuallo YZ, circulus describendus, &c. Quod si alia semidiameter detur, adiungenda erit ei recta, ita vt eam proportionem habeat data illa semidiameter ad adiunctam, quam YZ, ad Z α, vel Ep, ad p u, &c. Atque in hoc casu, quando semidiameter paralleli obliqui tota est infra AC, qualis est TZ, erit polus visus K, extra parallelum Aequatoris semidiametri Ep, & extra circulum ex puncto 8. descriptum.

Quando parallelus obliquus iuxta polum inferiorem existit.

IAM vero vt facilius centrum, & semidiameter circuli describendi, ex quo parallelus diuidendus est, ad libitum inueniatur, poterit segmentum f e, bis, ter, quater, aut quinquies, &c. sumptum ex K, deorsum transferri in rectam KD, & termino huius translatæ lineæ circulus describi ad interuallum, quod semidiametri fF, duplum quoque sit, triplum, quadruplum, vel quintuplum, &c.

IDEM prorsus artificium in circulis maximis obliquis diuidendis adhibendum erit, quando eius polus superior parũ abest ab Aequatoris circumferentia. Vt si circulus maximus circulus Aσcγ, diuidẽdus sit in gradus beneficio circuli maioris Aequatore, accipiẽda est semidiameter cuiusuis magnitudinis, & diuidẽda, vt BE, semidiameter Aequatoris diuisa est in K; & eius segmentum segmento KE, respondens ex K, deorsum transferendum, vt centrum habeatur circuli interuallo assumptæ semidiametri describendi. Nos in figura segmentum KE, duplicauimus vsque ad γ, & ex γ, interuallo $\gamma\rho$, quod duplum etiam est semidiametri EB, (Ita enim erit vt BK, ad KE, ita ρK, ad Kγ.) circulum $\rho\mu\beta\tau$, descripsimus:

Maximum circulum obliquũ in gradus partiri p circulum Aequatore maiorem cuiusuis magnitudinis.

ſcripſimus: qui ſi in 360. gradus ſecetur, diuident rectæ ex K, per eius gradus emiſſæ circulum obliquum A6Cγ, in gradus: propterea quod punctum K, ſimiliter abeſt a centro Aequatoris E, & γ, centro illius circuli, ac proinde rectæ ex K, egredientes Aequatorem, & circulum A6Cγ, in arcus ſimiles partiuntur, vt in ſcholio Lemmatis 21. demonſtratum eſt. Ita vides rectam Kβ, abſcindere arcum γθ, reſpondentem arcui πβ, vel arcui Aequatoris Dδ, qui arcui πβ, ſimilis eſt. Sic etiam recta Kμ, auferet arcum 6λ, arcui ρμ. & recta Kn, arcũ 69, arcui ρn, ſimilem, quod ad numerum graduum attinet Idẽ fieret, ſi recta KE, triplicaretur, vel quadruplicaretur, &c. atq; ex termino rectæ KE, triplicatæ, vel quadruplicatę, &c. ad interuallũ ipſius EB, triplũ, vel quadruplũ, &c. circulus deſcriberet, &c.

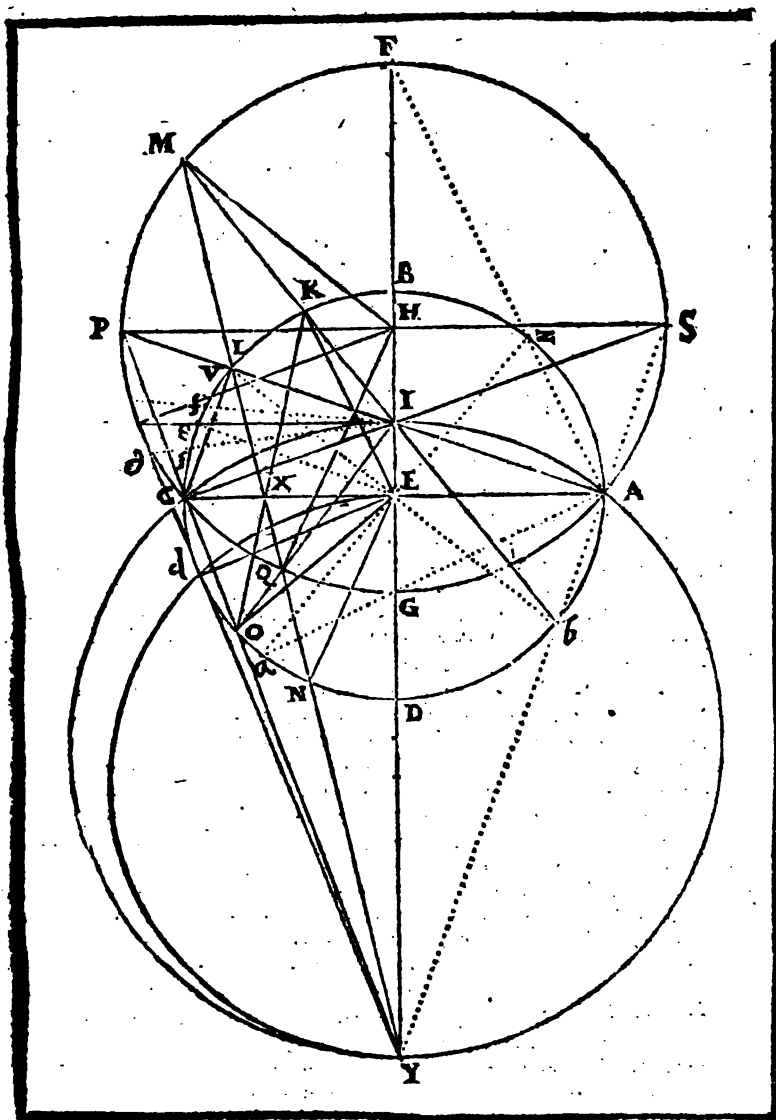
Circulum maximũ quemuis viſum in gradus apparentes diuidere beneficio graduum æqualium eiuſdem circuli maximi vſq; ex eius polo ſuperiore, quæ ratio omniũ præſtantiſſima eſt, & expeditiſſima.

CVM hæc ſcriberem, ecce Chriſtophorus Gruenbergerus Mathematicarum diſciplinarũ in noſtro Collegio Romano Profeſſor, in nouis demonſtrationibus inueniendis perſpicaciſſimus, & cuius opera, ac diligentia non pauca huic meo Aſtrolabio acceſſerunt, aduertit circulos obliquos tã maximos, quam non maximos per lineas rectas ex gradibus æqualibus eorundem met circulorũ per alterutrum polorũ viſorum ductas in gradus apparentes diuidi poſſe. Quæ res quoniã egregia eſt atq; præclara, licet fortaſſe incredibilis prorſus cuipiã videri poſſit, nullo modo prætermittenda hoc loco videtur. Ita ergo agẽdum erit. Repetatur figura in ſcholio propoſ. 5. Num. 12. deſcripta, in qua Aequator ABCD, cuius centrum E; circulus maximus obliquus AFCG, cuius centrũ H, & poli apparentes I, Y; diametri Aequatoris, & circuli obliqui AC, PS, ſecãtes FG, ad angulos rectos. Et quoniã in eodẽ ſcholio Num. 14. demõſtrauimus, tã tria pũcta A, I, P, quam tria C, I, S, in vna iacere linea recta, ita vt vtraq; recta AP, CS, per polũ I, tranſeat; ſi per I, ducatur recta vtcunque MIb, ſecans Aequatorem, & circulum obliquum in K, i: erit per lemma 9. tam arcus BK, Aequatoris arcui Gi, circuli obliqui, quam arcus Db, Aequatoris arcui FM, circuli obliqui ſimilis. Igitur ſi à puncto F, verſus C, abſcindendus ſit arcus quotuis graduum, numerandi erunt illi gradus in parte oppoſita circuli obliqui à puncto G, vſque ad i. Recta enim ex i, per I, eiecta abſcindet arcum FM, tot gradibus reſpondentẽ, quot in arcu Gi, continentur. Cum enim arcus Gi, arcui BK, ſit ſimilis; auferat autem recta IK, arcum FM, tot graduum, quot in arcu BK, continentur, vt propoſ. 5. Num. 17. demonſtrauimus, auferet eadem recta iIK, eundẽ arcũ FM, tot graduum, quot in arcu Gi, cõtinẽtur. Eadẽ ratione recta MI, auferet ex circulo obliquo arcũ Gi, tot gradibus in cęlo reſpondentẽ, quot vere in arcu FM, cõtinentur. Itẽ ducta recta CIS, abſcindet arcũ FC, tot gradibus in cęlo reſpõdẽtẽ, quot re ipſa in arcu GS, cõtinẽtur, nimirũ 90. Et viciſſim eadẽ recta auferet arcũ GS, tot gradibus reſpõdẽtẽ in cęlo, quot in arcu oppoſito FC, cõtinẽtur, qui quidẽ plures ſunt, quã 90. cũ GA, quadrantẽ referat, ac proinde GS, arcũ quadrãte maiorẽ, quẽadmodũ & FC, quadrãte ſui circuli maior eſt, licet quadrantẽ viſũ referat. Et ſic de cęteris. Itaq; ſi totus circulus AFCG, in 360. gradus æquales diſtribuatur, ex quibus per I, polum viſum rectæ traiiciãtur, ſectus erit circulus obliquus AFCG, in gradus viſos, ſiue apparẽtes, ita tamẽ, vt quilibet gradus apparẽs reſpõdeat gradui vero in parte oppoſita inter eaſdem duas rectas incluſo, inter quas apparẽs cõtinetur.

Idem efficere ex polo inferiore.

RVRSVS quia in prędicto ſcholio propoſ. 5. Num. 18. demonſtrauimus, ſi ducatur ex Y, polo inferiore recta vtcunque YM, tam arcum Aequatoris BL, arcui circuli obliqui FM, quam arcum Aequatoris DN, arcui obliqui circuli GQ; ſimilem eſſe: ſi à puncto F, verſus C, abſcindendus ſit arcus quotuis gradibus reſpondens, numerandi erunt gradus propoſiti in eodem ſemicirculo ex puncto G, oppoſito vſque ad Q. Nam recta ex Y, polo

inferiore

F
M
B
K
H
P
S
L
V
I
f
ξ
∂
s
X
E
C
A
d
Q
G
O
b
a
N
D
Y

inferiore per Q, emissa abscindet arcum F M, tot gradibus in cælo respondentem, quot vere in arcu GQ, continentur. Cum enim arcus G Q, arcui DN, similis sit, auferat autem recta Y N, arcum F M, tot graduum, quot in arcu D N, continentur, vt propos. 5. Num. 20. ostensum est; auferet eadem recta Y N Q, eundem arcum F M, tot graduum, quot continentur in arcu G Q. Eadē ratione e contrario recta Y M, abscindet arcum GQ, tot gradibus visis respōdentem, quot re ipsa in arcu MF., continentur. Sic recta Y C, euferet arcum FP, tot gradibus respondentem, quot in arcu G C, continentur: Et vicissim eadem recta Y P, auferet arcum F C, quadranti GP, respondentem. Rursus eadem recta Y P, auferet arcum F C, quadranti G P, respondentem. Denique tangens recta Y T, abscindet arcum F T, tot gradibus respondentem, quot in arcu G T, continentur: Item arcum G T, tot gradibus respondentem, quot in arcu F T, continentur. Itaque si ex Y, per omnes gradus circuli A F C G, rectæ ducantur, sectus erit ipse circulus in omnes gradus apparentes, ita tamen, vt cuilibet gradui æquali respondeat gradus apparens ex eadem parte inter easdem duas lineas ex Y, egredientes.

Parallelum obliquum quemuis visum in gradus apparentes distribuere beneficio graduum æqualium eiusdem paralleli, ex eius polo superiore.

SIT rursum parallelus obliquus K n L C, cuius centrum O, & poli visi P, Q; parallelus Aequatoris australis illi æqualis V X Y, & borealis b k e, ducaturque per E, diameter X E, ad V Y, perpendicularis. Et quoniam, vt infra in scholio huius propos. Num. 3. demonstrabimus, recta ex X, per P, ducta cadit in extremum diametri paralleli obliqui per O, ductæ ad V Y, perpendicularis; si per P, ducatur recta vtcunque s A, secans parallelum obliquum in ſ, C; Erit per lemma 9. arcus V s, arcui L C, & arcus Y A, arcui K ſ, similis. Igitur si a puncto K, versus n, abscindendus sit arcus quotuis graduum, numerandi erunt gradus illi a puncto L, opposito in contrariam partem vsque ad C. Recta namque ex C, per P, educta abscindet arcum quæsitum K ſ, cum producta auferat arcum V s, arcui L C, similem, vt dictum est; demonstratum autem supra sit Num. 21. rectam P s, auferre arcum K ſ, arcui V s, respondentem. Simili modo eadem recta resecabit arcum L C, tot gradibus in cælo respondentem, quot in arcu K ſ, vere includuntur. Et sic de cæteris. Itaq; si totus parallelus in gradus apparentes sit distribuendus, diuidēdus prius erit in 360. ex æquales. Rectæ enim gradus hisce gradibus per P, traiectæ indicabunt gradus oppositos apparentes, vt de circulo maximo dictum est.

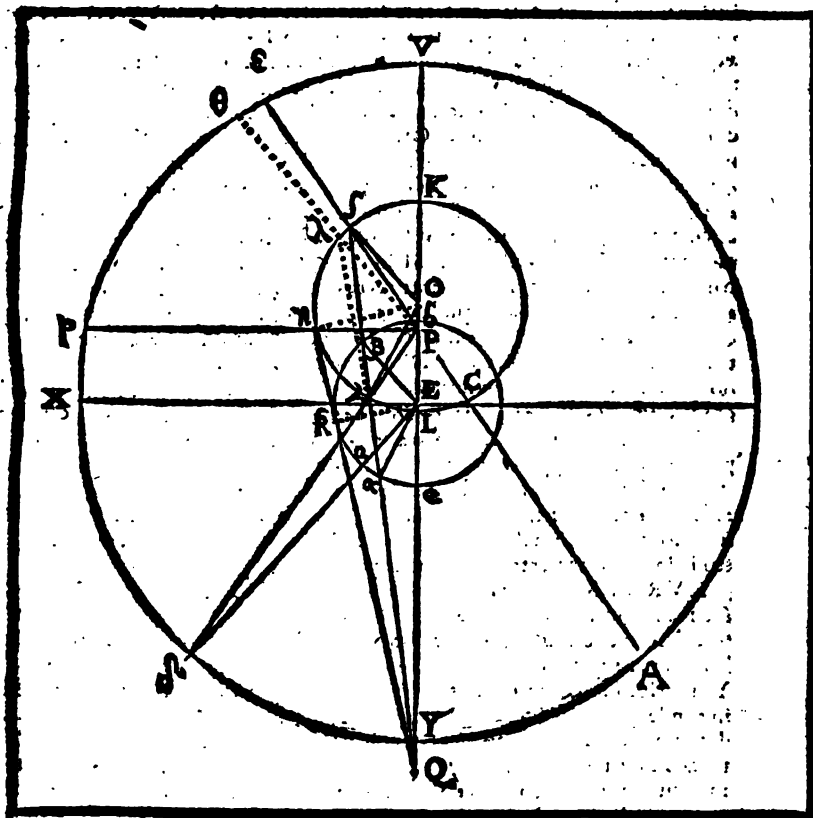
Idem efficere ex polo inferiore.

DEINDE quia in scholio huius propos. Num. 5. demonstrabimus, si ducatur ex Q. polo inferiore vtcunque recta Q ſ, tam arcum K ſ, arcui b β, quam arcum L γ, arcui e α, similem esse: si à puncto K, versus n, auferendus sit arcus quotuis graduum, numerandi erunt dati gradus à puncto L, opposito in eandem partem vsque ad γ. Nam recta ex Q, inferiore polo per γ, traiecta abscindet arcum K ſ, quæsitum, qui videlicet in cælo tot gradibus respondet, quot in arcu L γ, comprehenduntur. Cum enim arcus L γ, arcui e α, similis sit, recta autem Q α, per γ, transiens auferat arcum K ſ, tot graduum apparentium, quot æquales in arcu e α, continentur, vt supra Num. 24. ostensum est; auferet eadem recta Q γ, per α, incedens eundem arcum K ſ. Vicissim eadem recta Q ſ, auferet arcum L γ, tot gradibus respondentem, quot in arcu K ſ, continentur. Itaque si totum parallelum in gradus apparentes partiri iubeamur, distribuemus eum in 360. gradus æquales. Rectæ namque ex hisce gradibus per Q, transeuntes monstrabunt arcus apparentes, vt de circulo maximo dictum est.

Quot gradus in dato arcu circuli obliqui côtineantur, facillima ratione cognoscere.

HINC facillimo negotio intelligemus, quotnam gradus quilibet arcus circuli obliqui in Astrolabio siue maximi, siue non maximi complectatur. Nam

duæ

duæ rectæ à terminis dati arcus per vtrumlibet polorum apparentium eductæ, abſcindunt ex altera parte circuli arcum tot graduum æqualium, quot gradibus datus arcus reſpondet. Vt ſi in circulo KnL, ſiue maximus is ſit, ſiue non, detur arcus Kſ, includent tum rectæ KP, ſP, arcum LC, quam rectæ KQ, ſQ, arcum Lγ, tot graduum æqualium circuli eiuſdem KnL, quot gradibus datus arcus Kſ, æquiualet; vt ex iis, quæ demonſtrata ſunt hoc loco, perſpicuum eſt. Sic ſi datus ſit arcus Lγ, auferent rectæ QL, Qγ, arcum Kſ, verum, cui apparens

Lγ, æquiualet. Et ſi recta γP, produceretur, auferret ea eodem modo arcum vſque ad K, cui arcus datus Lγ, reſpondet.

ITA etiam, ſi datus arcus Kſ, circuli obliqui diuidendus ſit in duas, vel plures partes æquales, fiet id, ſi ductis rectis KP, ſP, vel KQ, ſQ, arcus LC, vel Lγ, in duas partes æquales, vel in plures ſecetur, & per P, vel Q, ex hiſce partibus rectæ traiiciantur, &c.

Arcum datum circuli obliqui in quotuis partes æquales facillima ratione ſecare.

VERVM

VERVM præclaram hanc, & insignem rationẽ distribuendi circulos obliquos in gradus apparentes per rectas lineas ex eorundẽ gradibus æqualibus per proprios polos visos traiectas, facile quoq; demonstrabimus ex iis, quæ paulo ante scripsimus quasi ad initium huius Num. 25. in artificio, quo obliqui circuli in gradus distribuuntur per alios circulos, quã per Aequatorem, eiusq; parallelos. Quoniam. n. in superiori figura scholii propos. 5. Num. 12. quæ est secũda huius Nu. 25. a est vt AE, semidiameter Aequatoris ad EI, ita PH, semidiameter circuli maximi obliqui ad HI, (Demonstratũ. n est in eodẽ scholio Num. 14. tria puncta A, I, P, iacere in vna linea recta.) distabit superior polus I, similiter à cẽtris E, H. Igitur quælibet recta Mb, ex I, egrediens auferet ex Aequatore, & circulo obliquo, per scholiũ lemmatis 21. arcus similes Db, FM, propter angulos DIb, FIM, æquales versus propria cẽtra constitutos. Cũ. n. centra E, H, in diuersas partes à puncto I, recedãt, abscindẽtur arcus similes in oppositis partibus, quẽadmodũ in figura Corollarii lẽmatis 21. quia cẽtra A, B, à puncto I, versus eandẽ partẽ recedunt, abscindũtur arcus similes CK, FM, vel EL, HN, ad easdẽ partes. quod etiã in figura prima huius Num. 25, obseruatũ est. Quia n. cẽtra E, γ, à polo I, versus eandẽ partẽ recedũt, abscissi sunt à recta Kβ; arcus similes Dδ, πβ, ad easdẽ partes. Et si cẽtrũ γ, sumptũ fuisset à polo I, sursum versus, hoc est, nõ ad eandẽ partẽ cũ cẽtro E, sed ad diuersam, abstulisset eadẽ recta Kβ, arcus similes ad oppositas partes. Igitur cũ arcus Db, FM, in figura scholii prop. 5. Num. 12, quæ est secunda huius Num. 25. similes sint; recta aũt Ib, resecet arcum Gi, tot graduum apparentiũ, quot gradus æquales in arcu Db, cõtinentur, vt propos. 5. Num. 17. ostendimus: resecabit eadem recta bIM, eundẽ arcum Gi, tot graduũ apparentiũ, quot gradus æquales in arcu FM, includuntur. Atq; hæc est causa, cur, si diuisio circuli maximi obliqui instituenda sit ex polo I, superiore, numerandi sint gradus æquales in parte, quæ opposita est gradibus apparentibus abscindendis.

EADEM ratio est in parallelis. Nam, vt in figura prima scholii huius propos. Num. 2. apparet, b est vt XE, semidiameter paralleli Aequatoris ad EP, ita NO, semidiameter paralleli obliqui ad OP. Vt enim in eodem scholio Num. 3. demonstrabimus, tria puncta X, P, N, in vna linea recta iacent. Igitur polus P, superior proportionaliter à centris E, O, distat. Cum ergo centra E, O, à puncto P, in diuersas partes recedant, liquet id, quod propositum est.

RVRSVS quia est in prædicta figura Num. 12. scholii propos. 5. hoc est, in secunda figura huius Num. 25. vt CE, semidiameter Aequatoris ad EY, ita PH, semidiameter circuli maximi obliqui ad HY; (demõstratũ. n. est in prędicto scholio Num. 14. tria puncta Y, C, P, in vna linea recta esse collocata.) distabit polus Y, inferior similiter à centris E, H. Igitur ex scholio lemmatis 21. (cum centra in eandem partem à puncto Y, recedant.) quælibet recta YM, ex Y, educta abscindet tam arcus FM, BL, quam arcus GQ, DN, ex eadem parte similes. Quare cum recta YN, auferat arcum FM, tot graduum apparentium, quot gradus æquales in arcu DN, continentur, vt propos. 5. Num. 20. demonstrauimus; abscindet eadem recta YQ, per N, incedens eundem arcum FM, tot graduum apparentium, quot gradus æquales in arcu GQ, continentur. Itaque quando diuisio circuli maximi obliqui ex polo Y, inferiore instituenda est, numerandi sunt gradus æquales ex eadem parte.

NON alia ratio est in parallelis. Nam vt in figura prima scholii huius propos. Num. 2. manifestum est, c ita se habet d e, semidiameter paralleli Aequatoris ad EQ, vt MO, semidiameter paralleli obliqui ad OQ. Vt enim in eodem scholio Num. 4. demonstrabitur, tria puncta Q, d, M, in vna recta linea iacent. Igitur polus Q,

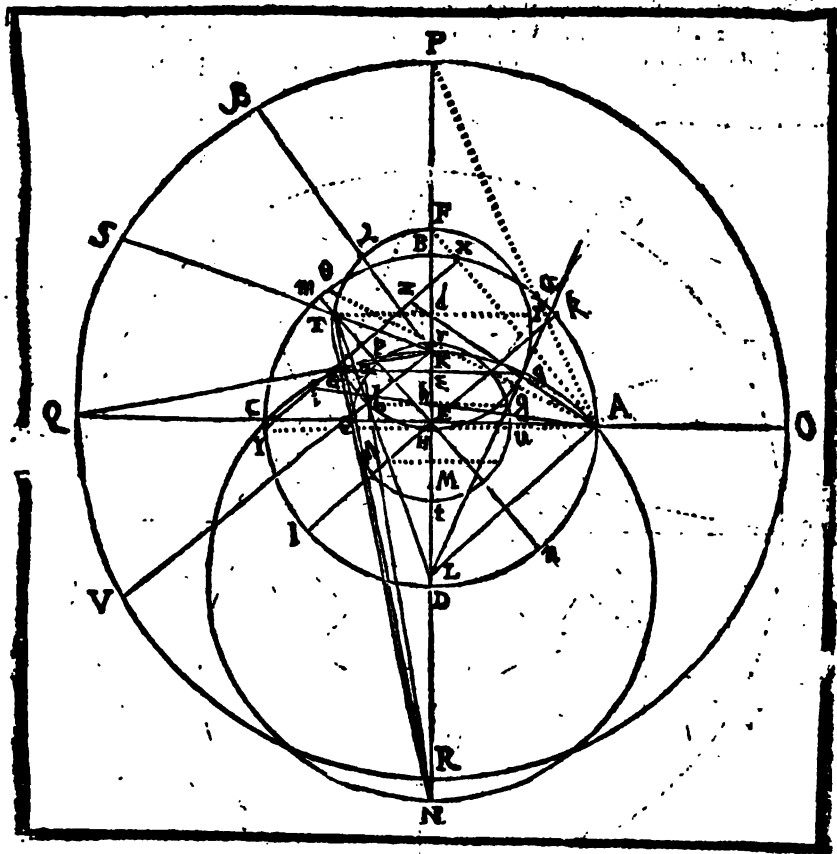
a 4. sexti.

b 4. sexti.

c 4. sexti.

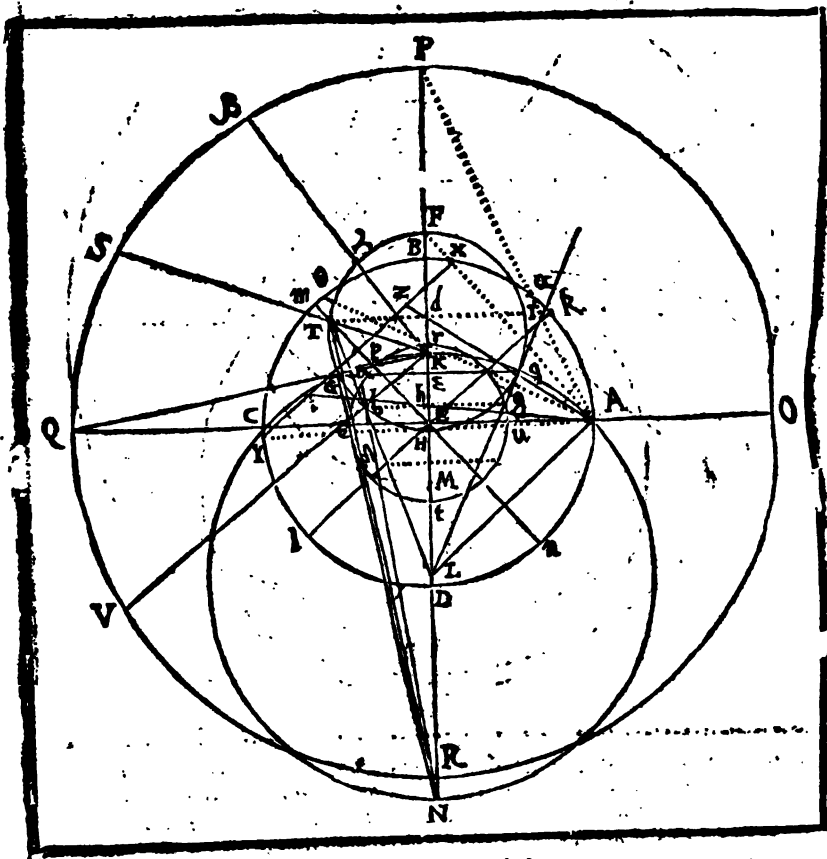
lus Q. inferior proportionaliter à centris E, O, abest, centraque E, O, à puncto Q, versus eandem partem recedunt, &c.

VIDES ergo circulum ipsum obliquum esse vnum ex illis, quos paulo ante describendos esse diximus, vt per illos ipse obliquus siue maximus, siue non maximus, diuidatur, quandoquidem eadem est proportio semidiametri circuli obliqui ad rectam inter eiusdem centrum, & alterutrum polorum, quæ semidiametri Aequatoris, vel eius paralleli, ad rectam inter centrum Astrola-

bii, & eundem polum obliqui circuli. Solum hoc interest, quod centrum obliqui circuli a polo superiore non tendit versus centrum Astrolabii, sed in diuersam partem, ac proinde gradus æquales numerandi sunt in contrariam partem, non autem in eandem, ex qua gradus apparentes abscindendi sunt. Id quod etiam in prima figura huius Num. 25. faciendum esset, si centra I, & γ, supra polum K, transferrentur, & ex illis circuli ad interualla semidiametrorum I b, γp, describerentur. Denique quando polus obliqui circuli, ex quo facienda est

diuisio

diuisio circuli obliqui, existit inter centrum Astrolabii, & centrū circuli descripti, per cuius gradus lineæ ducendæ sunt, quæ obliquum circulum diuidant, gradus æquales numerandi sunt in contrariam partem apparentium graduum, qui illis respondent: in eandem vero partem, quando inter duo illa centra idem polus non reperitur. Semper autem rectæ lineæ per gradus æquales incedentes secant obliquum circulum in gradus apparentes, vt dictum est. Ex qua autem parte gradus apparentes numerandi sint, quando diuisio fit per circulum a circulo obliquo diuersum, facile intelligi potest ex scholio Lemmatis 21. aut ex iis, quæ hoc loco scripsimus, colligendum erit.

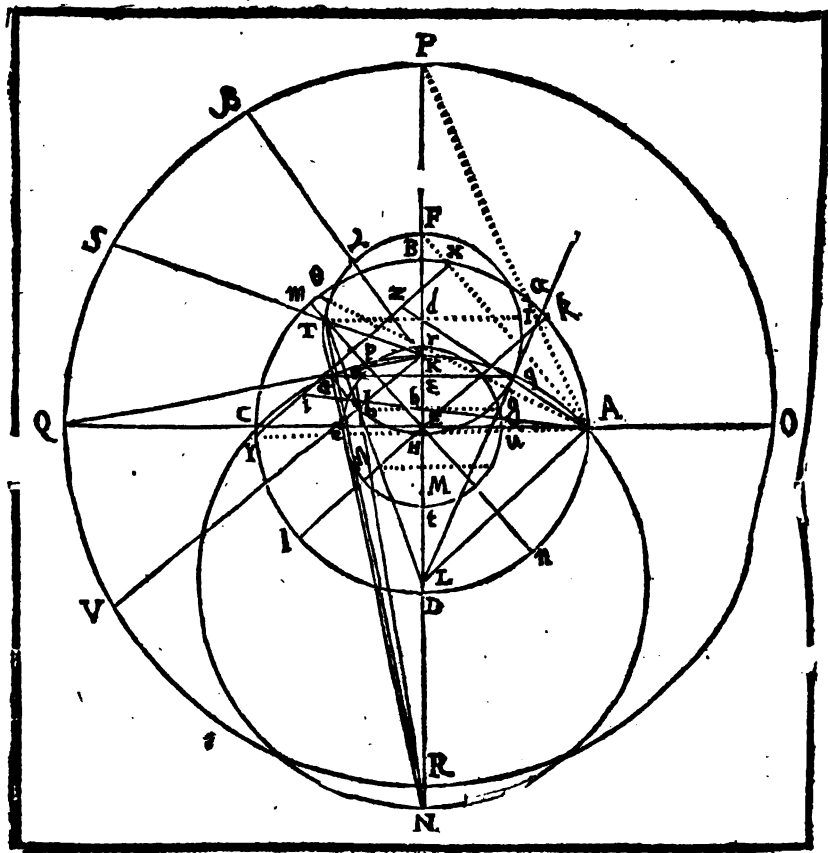
Parallelos cuiusuis maximi circuli obliqui in gradus distribuere ex centro circuli maximi, qui instar est Verticalis ipsorū primarii.

26. SECVNDA via partiemur parallelum circuli obliqui maximi in gradus hoc pacto. Quoniam Verticalis primarius, cum per polos parallelorum Horizontis ducatur, diuidit parallelum FGHq, bifaria in G, q, erit recta Gq, repræsentans diametrum paralleli, id est, communem sectionem Verticalis, & paralleli in sphera.

in sphæra. Secetur ergo per Lemma 8. semidiameter sG, in partes inæquales, quas efficiunt perpendiculares ex singulis gradibus quadrantis circuli circa Gq, descripti ad sG, demissæ: Atque ex L, centro Verticalis primarii, (quod reperitur per rectam ex A, ad m n, diametrum Verticalis perpendicularem eductam, vt supra propos. 5. Num. 3. ostendimus) per omnia puncta semidiametri sG, rectæ lineæ ducantur; singulæ enim parallelum in binis punctis secabunt, quæ respondent illis punctis paralleli Horizontis, quibus puncta semidiametri sG, respōdent. Singula enim puncta semidiametri sG, binis punctis circuli circa Gq, descripti respondent. Quocirca si vtraque semidiameter sG, sq, secetur in punctis, quæ omnibus gradibus eius circuli circa Gq, descripti respondeant, secabitur parallelus in omnes 360. grad. Sed satis est, si hoc modo semicirculus FGH, in 180. gradus distribuatur. Huius enim gradus in alterum semicirculum FqH, translati exhibebunt gradus alterius illius semicirculi. Verbi gratia, si ex L, centro Verticalis per punctum a, quod gradui 60. à meridiana linea vtrinque in circulo circa Gq, descripto, numerato respondet, recta traiciatur L a, secabitur parallelus Horizontis in T, b, punctis, quæ 60. grad. à punctis F, H, absunt: quæ si transferantur in alterum semicirculum FqH, vsque ad I, g, distabunt quoque puncta I, g, grad. 60. ab eisdem punctis F, H. Hic etiam quoniam rectæ Lq, LG, parallelū tangūt, vt Num. 7. huius prop. ostendimus, & infra Num. 30. iterum demōstrabitur, si producantur, & inter eas ducatur ipsi qG, parallela, habebitur maior linea, quā qG, quæ similiter secanda est, vt diuisa est qG; quēadmodum in superiori propos. de circulo maximo obliquo Num. 24. dictum est.

RECTE autem hoc modo diuidi parallelos in gradus, demonstrabitur hac ratione. Quoniam recta AL, in circulo maximo ABCD, per polos mundi, & polos Horizontis ducto, (sumimus enim nunc circulum ABCD, pro Meridiano) æquidistat diametro Horizontis kl; si per AL, intelligantur duci plana, auferent singula per Lemma 25. ex parallelo diametri XY, binos arcus æquales à punctis X, Y, inchoatos in sphæra. Igitur eadem illa plana cernentur quoque ex polo australi abscindere eosdem arcus æquales ex parallelo eodē Horizontis in Astrolabium proiecto. Cum ergo illa plana per polum australē ducta faciant per propos. 1. Num. 1. lineas rectas in Astrolabio per centrum L, Verticalis circuli, vbi omnia plana illa conueniunt, transeuntes, necessario rectæ lineæ in Astrolabio per L, ductæ plana illa referent. Quia vero eadem plana in sphæra per singulos gradus paralleli Horizontis ducta diuidunt vtramque semidiametrum eiusdē, hoc est, communem sectionem Verticalis & paralleli, vt diuidi solet cuiusuis quadrantis semidiameter à perpendicularibus ad ipsam ex singulis gradibus quadrantis demissis, quod communes sectiones ipsorum cum parallelo sint parallelæ communi sectioni Meridiani cum eodē parallelo, vt ex demonstratione Lemmatis 25. liquido constat,[a] ac proinde ad vtramque semidiametrum paralleli prædictam perpendiculares, quemadmodum ad eundem perpendicularis est communis sectio Meridiani, & eiusdem paralleli; (Cum enim tam Meridianus, quam parallelus ad Verticalem rectus sit,[b] erit quoque eorum sectio communis ad eundem recta; ac proinde & ad communē sectionem Verticalis, & paralleli perpendicularis erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.) diuiditurque diameter visa Gq, eodem modo, vt vera paralleli diameter, vt mox demonstrabitur, perspicue constat, rectas ex L, centro Verticalis per dicta sectionū puncta semidiametri visæ sG, (si diuidatur, vt diximus.) ductas transire per puncta paralleli, quæ gradibus eiusdē paralleli in sphæra respōdent; quandoquidē hæ rectæ in Astrolabio repræsentāt illa plana per singulos gradus paralleli in sphæra transeuntia, vt dictum est.

a 29. primi.
b 19. vndec.

Quod autem visa diameter G q, a planis illis secetur, vt vera diameter paralleli in sphæra ab eisdem diuiditur, hunc in modum demonstrabimus. Quoniã vera paralleli diameter (veram diametrum paralleli voco communem sectionem paralleli, & Verticalis in sphæra) aspicitur ex polo australi per triangulum, cuius basis est ipsa diameter vera, & vertex in oculo, ita vt diameter visa Gq, sit communis sectio plani Astrolabii, Aequatorisue, ac trianguli prædicti; [a] estque diameter visa diametro veræ parallela, quod vtraque communi sectioni Verticalis,

a 9. vndec.

Aequatorisque, & Horizontis parallela sit: (Diameter enim vera paralleli, & communis illa sectio Verticalis atque Horizontis, cum sint sectiones in planis parallelis à plano Verticalis, effectæ, [b] parallelæ inter se sunt. Quod si per eandem illam sectionem Verticalis, Horizontisq; intelligatur duci planum triangulo prædicto, quod per veram diametrum ducitur, parallelum; [c] erunt quoque eadem cõmunis illa sectio, & visa diameter parallelæ, cum sint communes sectiones in

b 16. vndec.

c 16. vndec.

nes in planis parallelis à plano Aequatoris factæ. (secabūtur ex scholio propos. 4.lib 6. Euclid. diameter vera, & visa proportionaliter ab illis planis per rectam AL, & singulos gradus paralleli in sphæra ductis, hoc est, a radiis visualibus, qui communes sectiones sunt illorum planorum, & prædicti trianguli. Cum ergo vera diameter ab ipsis planis secetur, vt semidiameter cuiusuis quadrantis a perpendicularibus ad ipsam ex gradibus demissis diuiditur, vt ostensum est, diuidetur eodem modo diameter visa. quod est propositum.

Gradum quemlibet propositū in parallelo obliquo Astrolabii reperire ex centro maximi circuli, qui illius est velut Verticalis primarius.

27. IGITVR si quis v. g. desideret grad. 30. in parallelo FGHq, initio facto a puncto G, & siue versus F, siue versus H, progrediendo, ducenda erit recta ex L, per a, punctum diametri visæ G q, quod respondet gradui 30. circuli circa Gq, descripti, hoc est, per quod perpendicularis ex grad. 30. eius circuli demissa transit, initio etiam facto in eo circulo a puncto G.

Quot gradus in arcu dato paralleli obliqui contineantur, ex centro maximi circuli, qui illius est velut Verticalis primarius.

28. CONTRA quoque cognoscemus, quot gradus quilibet arcus paralleli Horizontis complectatur, si initium habeat a puncto G, vel q. Ducta enim ex termino T, arcus dati GT, recta ad L, secante Gq, in a, abscindet perpendicularis per a, ad Gq, educta ex circulo circa Gq, descripto, arcum tot graduum, quot in GT, comprehenduntur. Si vero arcus à G, vel q, non incipiat, assequemur propositum, vt Num. 26. propos. 5. scripsimus.

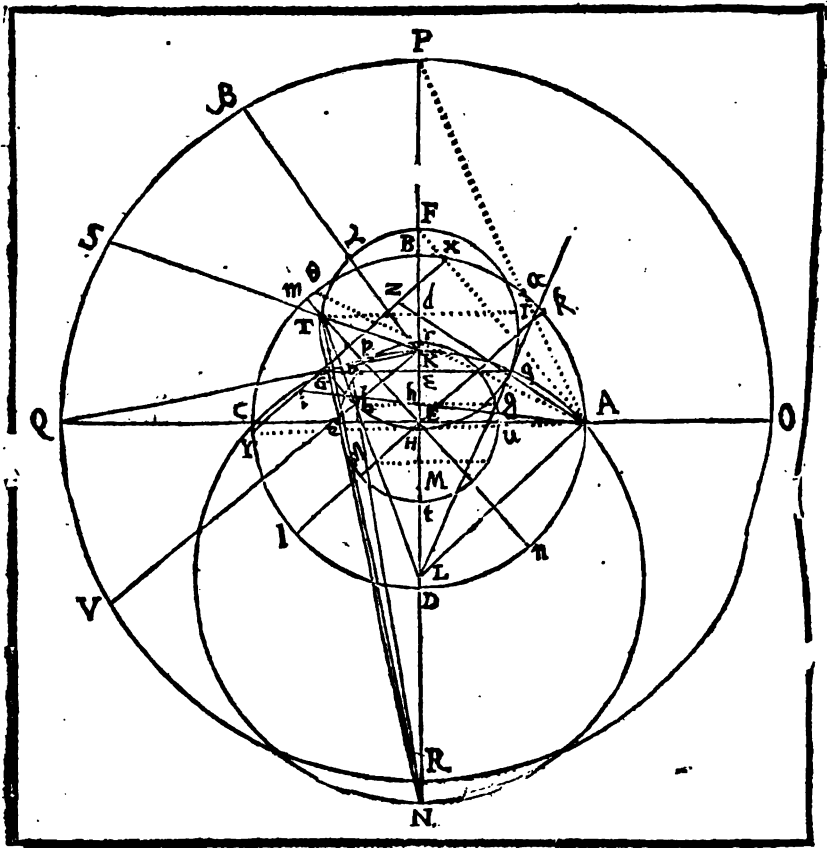
Quo pacto omnia, quæ de diuisione parallelorū Horizontis, ex centro Verticalis dicta sunt, ad alios parallelos obliquos accommodentur.

29. NON dissimilis ratio est in parallelo cuiusuis alterius circuli maximi obliqui in gradus distribuendo, si pro L, accipiatur centrum illius circuli maximi, qui instar Verticalis primarii est respectu circuli maximi, cui parallelus æquidistat, ac proinde per polos paralleli ducitur, &c.

Rectas ex centro cuiusuis circuli maximi in Astrolabio ductas ad intersectiones eius cum parallelis alterius maximi circuli, qui ad illum se habet, vt Horizon ad Verticalem, parallelos ibi tangere.

30. EX his, quæ diximus, nullo fere negotio colligi poterit, rectas ex L, centro ad G, & q, ductas tangere parallelum in G, & q, (in figura recta tangens ducta est Lq.) quod etiam supra Num. 7. demonstrauimus. Cum enim rectæ illæ referant in Astrolabio plana, quæ per AL, & extrema puncta veræ diametri paralleli ducuntur, plana autem illa verum parallelum in sphæra nullo modo secent, sed in illis punctis extremis solum attingant, vt mox ostendemus; efficitur, vt rectæ illæ contingant quoque parallelum in punctis G, q, quæ repræsentant puncta illa extrema diametri veræ. Si enim secarent, secarent quoque plana per eas ducta parallelum verum in sphæra in binis punctis, quæ illis respondent, in quibus à rectis LG, Lq, secaretur. quod est absurdum, cum plana illa tangant parallelum verum in sphæra in punctis extremis diametri. quod sic probatur. Quoniam planum per AL, transiens, & per omnia puncta diametri veræ paralleli circircumductum secat semper parallelum per lineas ad ipsum diametrum perpendiculares, vel cōmuni sectioni paralleli, & circuli maximi per eius polos, & mundi polos ducti parallelas, vt ex Lemmate 25. constat, fit, vt cum primum ad extrema puncta peruenerit, non amplius secet parallelum, sed in illis punctis extremis eum contingat. quod etiam aliter, & Geometrice ita demonstrari poterit. Posito circulo ABCD, ad planum Astrolabii, Aequatorisue recto, vt kl, sit communis sectio circuli maximi obliqui, & eius circuli maximi, qui per eius polos, & polos mundi, instar proprii Meridiani, ducitur, si per rectam AC, in plano Aequatoris, Astrolabiiue, concipiatur duci maximus circulus ad obliquum maximum circulum diametri kl, rectus, (cuiusmodi est Verticalis primarius respectu Horizontis, respectu vero cuiuscunque alterius circuli obliqui maximi, circulus maximus per eius polos, communesque sectiones eiusdem cum Aequatore ductus) [a] erit idem ad maximum circulum ABCD, in eo situ, quem diximus, rectus, cū transeat per A, C, polos circuli maximi ABCD, hoc est, per cōmunes sectiones obliqui circuli, & Aequatoris; in his enim poli sunt circuli ABCD, di-

a 15.1. Theo.

ctum situm habentis. (Nã cum circulus maximus ABCD, rectus sit ad circulum obliquum, & Aequatorem [a] transibit per eorum polos; ac propterea ij vicissim per eius polos transibunt, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. ideoq; communes eorũ sectiones, poli erũt circuli ABCD.) Igitur cũ & circulus maximus ABCD, & circulus obliquus diametri kl, ad illum circulum maximum per AC, ductum, & rectum ad obliquum, rectus sit; [b] erit quoque eorum communis sectio kl, ad eundem illum circulum maximum per AC, ductum recta; [c] ac proinde & AL

a 13. 1. Theo.
b 19. undec.
c 8. undec.

ipsi kl, parallela ad eundẽ circulum maximum recta erit. [d] Igitur planũ per AL, & alterutrum extremorum punctorum diametri paralleli, quæ communis sectio est eiusdem circuli maximi ac paralleli, ductum, hoc est, circulus ab eo in sphæra factus, cum eodem circulo maximo per AC, ducto rectos angulos efficiet. Quocirca cum & hic circulus per AL, & assumptum extremum punctum diametri paralleli in sphæra ductus, & parallelus ipse ad circulum illum maximũ per AC, ductum,

d 18. undec.

ductum, rectus sit; [a] erit quoque eorum planorum communis sectio ad eundem recta; ac proinde & ad diametrum paralleli, quæ communis sectio est paralleli, & illius circuli maximi per AC, ducti, & ad diametrum circuli per AL, & assumptū extremum punctum diametri paralleli transeuntis, quam in hoc circulo maximus ille circulus per AC, ductus facit, (quoniam enim maximus ille circulus secans circulum per AL, & assumptum extremum punctum diametri paralleli ductum ad angulos rectos, vt ostendimus, [b] secat eum bifariam, ac per polos; transibit per eius centrum, ideoque in eo diametrum efficiet.) perpendicularis erit in extremis earum punctis, cum vtraque hæc diameter in eo maximo circulo existat. Igitur eadem illa communis sectio paralleli, & circuli per AL, assumptumq. extremum punctum diametri paralleli transeuntis, vtrumque circulum, tam parallelum, quam circulum per AL, & extremum punctum diametri paralleli ductū, continget in assumpto extremo puncto diametri paralleli, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Euclid. Ex quo sequitur ex defin. lib. 1. Theod. hosce duos circulos in extremo puncto diametri paralleli se mutuo tāgere, & nullo modo secare. quod est propositum. Verum rectas ex L, per G, & q, ductas tangere parallelum FGHq, aliter adhuc in scholio sequenti Num. 3. demonstrabimus: sed facilior est demonstratio, quam in hac propos. Num. 7. attulimus.

a 19. vndec.

b 13. 1. Theo.

EX hoc infertur, quamlibet rectam ex centro Verticalis ductam vsque ad concauā circumferentiam paralleli ita à parallelo diuidi, vt semidiameter Verticalis sit medio loco proportionalis inter totam illam rectam, & eius segmentum exterius. Vt si ducatur ex L, centro Verticalis recta LT, secans parallelum FGHq, in b: Dico semidiametrum LK, vel Lq. medio loco proportionalem esse inter LT, & Lb. Quoniam enim semidiameter Lq, tangit parallelum, vt ostensum est, [c] erit quadratum rectæ Lq, æquale rectangulo sub LT, Lb. [d] Igitur erit vt LT, ad Lq, ita Lq, ad Lb. quod est propositum. Eadem ratio est de alijs omnibus rectis ex L, ductis.

Semidiametrum Verticalis esse medio loco proportionalem inter rectam, quæ ex cētro eiu'dem secat Horizōtis parallelū quemcūque, & eius segmentū exterius.

c 36. tertij.

d 17. sexti.

HINC etiam elicitur ratio inueniendę alterius extremitatis diametri paralleli visæ ex vna extremitate cognita. Si enim rectæ inter centrum Verticalis primarij, & extremitatem cognitam interceptæ, & semidiametro Verticalis primarij reperiatur tertia proportionalis, cui æqualis abscindatur, initio facto ab eodem centro, inuentum erit alterum extremum. Vt si cognitum sit extremum F, paralleli FGHq, si duabus rectis LF, LA, abscindatur tertia proportionalis LH, erit H, alterum extremum diametri visæ FH. Sic si detur extremum H, & duabus rectis LH, LA, abscindatur tertia proportionalis LF, erit F, alterum extremum, &c Atque hoc demonstrauimus etiam Num. 7. huius propos.

Dato vno extremo diametri visæ alicuius paralleli obliqui, inuenire alterum extremum per tertiam quandã proportionalem.

31. TERTIO modo parallelum cuiusuis circuli maximi obliqui in gradus diuidemus hac ratione. Vtraque semidiameter paralleli in sphæra pX, pY, secetur per Lemma 8. in partes inæquales, quas perpendiculares ex gradibus circuli circa XY, descripti demissæ efficiunt. Satis autem est, si vna eo modo diuidatur, cum puncta eius in alteram translatæ eam simili modo diuidant. Deinde ex A, polo australi per omnia puncta sectionum diametri XY, rectæ ducantur secantes paralleli diametrum FH, in punctis, per quæ si ad eandem diametrū FH, perpendiculares excitentur, diuisus erit parallelus FGHq., in gradus. V.g. Si ex A, per punctum Z, quod gradui 60. ab X, numerato in circulo circa XY, descripto respōdet, recta ducatur AZ, secās FH, in d, & per d, ad FH, perpēdicularis educatur TI, cōplectetur arcus vterq. FT, FI, grad. 60. hoc est, repræsentabit cū paralleli grad. 60. a puncto australi numeratū in vtramq. partē tā orientalē, quā occidētalē, quod ad hunc modū demōstrābimus. Posito circulo ABCD, ad planū Astrolabij recto,

Parallelos obliquos Astrolabij in gradus distribuere, ex australi polo Analemmatis.

recta, vt XY, diameter paralleli, sit cōis sectio ipsius, & circuli maximi ABCD. per polos mūdi, & per polos paralleli trāseūtis: quoniā planū in sphæra per polū australē A, siue rectam AZ, in eo situ circuli ABCD, & per rectā, quæ diametrum XY, ad angulos rectos secet in plano paralleli, ductū occurrit plano Astrolabii in d, facitq. per Lemma 24. rectam ad FH, quæ cōmunis sectio est circuli maximi per polos mundi, & per polos paralleli transeuntis, & ipsius paralleli, perpendicularem; transibit illud idem planum per rectam. TI, perpendiculatem ad FH, conspicieturq; in Astrolabio eosdē gradus abscindere ex parallelo FGHq, quos in sphæra ex eodem parallelo abscindit, cum radius visualis per omnia puncta illius plani circumductus ab eo non recedat, ac propterea perpendicularem per Z, ductam, auferentemq; hinc inde grad. 60. ab X, incipiendo, proiiciat in Astrolabium in rectam TI. Arcus igitur FT, FI, repræsentant in sphæra illos, qui in parallelo sphæræ grad. 60. complectuntur, initio facto a puncto X. Atque ita de cæteris.

Gradum quemlibet propositum in parallelo obliquo reperire, ex polo australi Analemmatis.

32. SI igitur ex parallelo dato abscindendus sit arcus quotlibet graduum, à puncto F, vel H, incipiendo, numerandi sunt gradus propositi in circulo circa XY, descripto, initio facto ab X, vel Y, & a termino numerationis ad XY, perpendicularis demittenda secans XY, in aliquo puncto. Si namque per hoc punctum ex A, recta ducatur secans FH, in alio puncto, dabit per hoc punctum ducta perpendicularis ad FH, vtrinque arcum ab F, vel H, inchoatum, qui propositum numerum graduum contineat.

Quot gradus in arcu dato paralleli obliqui contineantur, ex Polo australi Analemmatis cognoscere.

33. CONTRA si inquirendum sit: quot gradus in dato arcu paralleli cōtineātur, ducēdæ sunt ex illius terminis ad FH, duę perpendiculares secantes eā in duobus punctis, e quibus ad A, polum australem duæ rectæ ducēdæ sunt, secantes XY, diametrum paralleli in aliis duobus punctis. Nam si ab his educantur ad XY, duæ perpendiculares, intercipient hæ in circulo circa XY, descripto arcum tot graduum, quot in proposito arcu continentur.

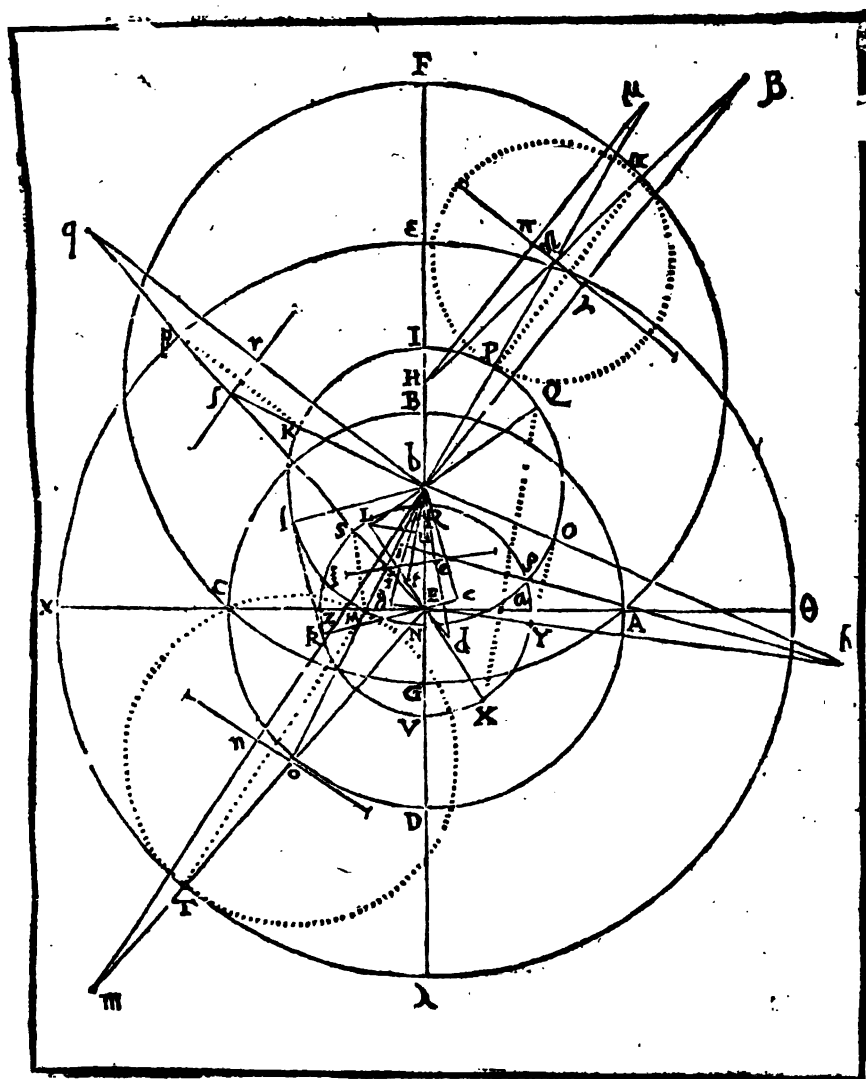
Quo pacto omnia, quæ de diuidendis parallelis Horizōtis, ex polo australi Analemmatis dicta sunt, ad alios parallelos obliquos accommodentur.

34. QVADRAT tertia hæc ratio distribuendi parallelos in gradus, in parallelum cuiusuis circuli maximi obliqui, si, quando ad Meridianum rectus nō est, pro linea meridiana BD, accipiatur linea recta per eius centrum, & centrum Astrolabii ducta, communis scilicet sectio plani Astrolabii, Aequatorisue, & circuli maximi, qui per mundi polos, & polos obliqui circuli ducitur, instar proprii Meridiani.

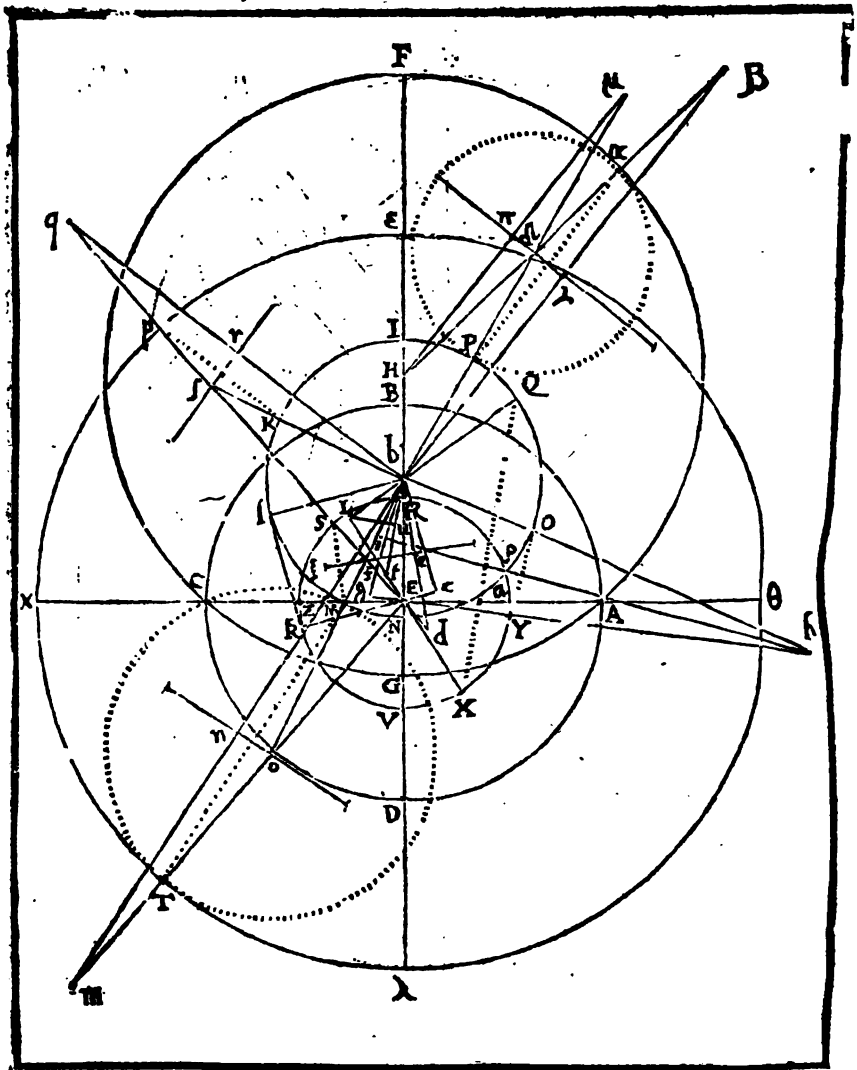
Parallelum quēuis obliquum Astrolabii in gradus distribuere, ex proprio centro, & centro Astrolabii.

35. ADDAMVS si placet, quartam adhuc rationem distribuendi quemcunque parallelum obliquum in gradus, similem illi, quam Num. 24. pręcedentis propos. attulimus: Erit namque & hæc sæpenumero percōmoda ad certos quosdam gradus inuestigandos, qui non facile aliis viis inueniri possunt. Sit ergo parallelus datus obliquus IKl, cuius centrum b. Describatur parallelus Aequatoris aRZV, dato parallelo ęqualis, hoc est, cuius diameter in Analēmate ABCD, (Nam sumi posse Aequatorem Astrolabii pro Meridiano Analemmatis, propos. 4. Num. 5. & alibi dictum est) æqualis sit diametro dati paralleli in eodem, ita tamen, vt borealis sit, quando datus parallelus est in hemisphærio superiore, australis vero, quando in inferiore. Appellamus autem hemisphærium superius, & inferius, respectu poli superioris, inferiorisue circuli obliqui, instar Horizontis cuiuspiam, cui datus parallelus æquidistat: Polus porro superior, inferiorque, quo pacto sumendus sit, declarauimus Lemmate 23. Atque in hoc parallelo Aequatoris puncto cuipiam S, inueniendum sit in obliquo parallelo punctum respondens M, hoc est, vt arcus RS, NM, contineant æquales numero gradus. (Nam quando parallelus Aequatoris, & obliquus sunt æquales, & versus

eandem

eandem partem sphæræ tendunt, initium graduum sumitur in parallelo Aequatoris a puncto R, superiore, & in obliquo à boreali N, vel in illo puncto V, inferiore, & in hoc ab australi I, vt in Lemmate 23. expositum est,) quod sic fiet.

Ex E, centro paralleli, in quo punctum datum est, ducta ad datum punctum S, semidiametro E S, abscindatur ex ea versus centrum producta, si opus sit, recta Sd, semi-

Sd, semidiametro alterius paralleli æqualis, ductaq; recta db, ad centrum paralleli huius alterius, in quo punctum inueniendum est, secetur in e, bifariam, & ad angulos rectos per rectam e f, secantem ES, in f, & per f, & centrum b, ducatur re-

cta b f, secans parallelum datum in M. Dico punctum M, puncto S, respondere, hoc est, arcus RS, MN, vel ξS, ξM, æquales esse in sphæra. Quoniam enim latera

be, ef,

b e, e f, lateribus de, e f, æqualia sunt, anguloſq; continent rectos; [a] erunt & baſes bf, df, æquales: Sunt autem & bM, d S, æquales, ex constructione. Igitur & reliquæ fM, fS, æquales erunt: ac proinde, vt in Lemmate 42. oſtendimus, circulus ex f, per M, S, deſcriptus vtrumque parallelum tanget, repræſentabitq; propterea circulum in ſphæra eoſdem tangentem. Quamobrē per Lemma 44 arcus NM, RS, æquales erunt in ſphæra. Cæterum idem punctum M, reperietur, ſi in b, fiat angulo bdS, æqualis angulus dbM, vel rectæ bd, parallela agatur SM, vt Nu. 34. præcedentis propoſ. monſtrauimus, etiamſi recta bd, nō ſecetur bifariam, &c.

a 4 primi.

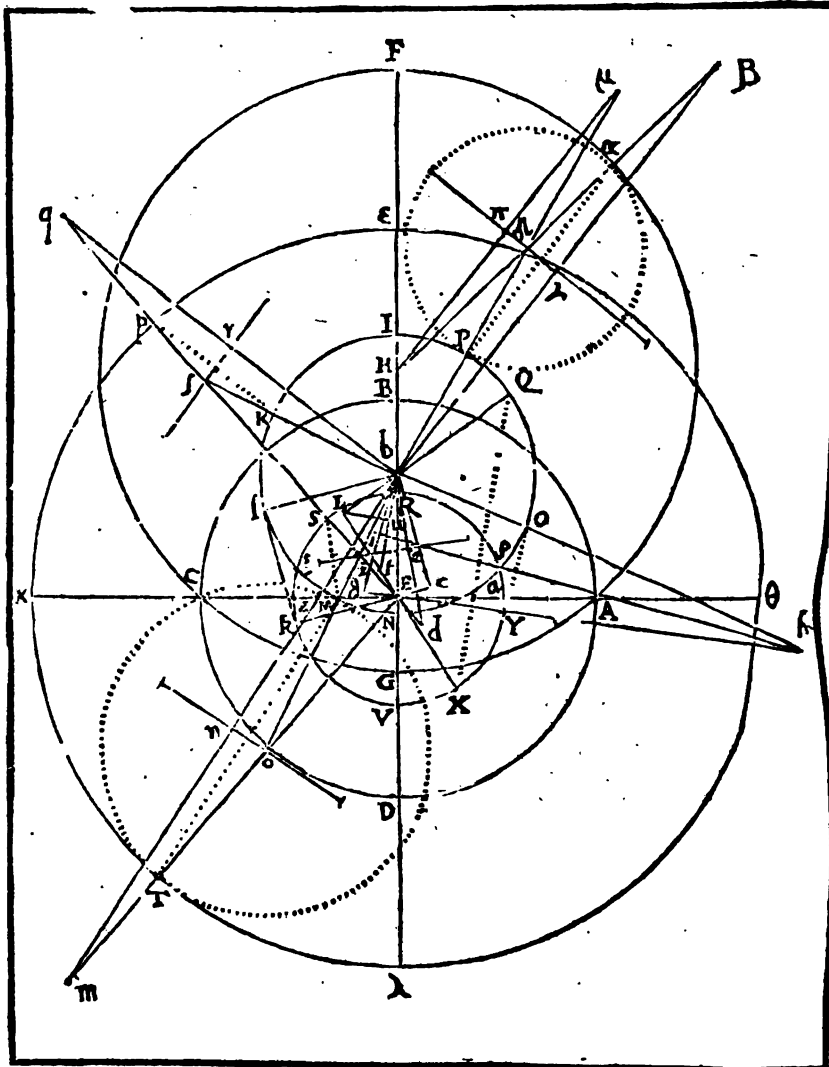
RVRSVS puncto Y, paralleli Aequatoris dandum ſit reſpondens in parallelo obliquo, hoc eſt, inueniendus arcus IO, arcui VY, vel arcus ρO, arcui ρY, æqualis. Ducta ſemidiametro EY, abſcindatur Yg, æqualis ſemidiametro paralleli: Et ducta recta gb, ſecetur in i, bifariam, & ad rectos angulos per rectam ih, ſecantem EY, productam in h, iungaturq; recta hb, ſecans parallelum in O. Dico punctum O, eſſe, quod quęritur. [b] Erunt enim rurſum bh, gh, æquales. Cū ergo & Yg, O b, ęquales ſint, erunt & reliquę hY, hO, ęquales. Igitur circulus ex h, per O, Y, deſcriptus vtrumq; parallelū tanget; ac proinde per Lēma 44. in ſphæra arcus ρO, ρY, æquales erūt, &c. Idemq; punctum O, habebitur, ſi fiat angulus gbO, angulo bgY, æqualis, vel ſi per Y, ipſi bg, parallela agatur YO, etiamſi recta bg, non ſecetur bifariam, &c.

b 4. primi.

QVOD ſi accidat dari punctum k, in tali loco, vt ducta ſemidiametro Ek, ſumptaq; kc, ſemidiametro paralleli dati æquali, iuncta recta cb, faciat angulum rectum, ac proinde recta ſecans rectam bc, bifariam, & ad angulos rectos, ſit ipſi kc, parallela, ducenda erit bl, ipſi ck, parallela, vt punctū l, reſpondens habeatur. Tunc enim, ſi ducatur recta kl, cum parallelæ ſint, & æquales ck, bl, [c] erunt quoq; bc, lk, parallelæ, ideoq; parallelogrammū erit cl; [d] & anguli k, l, recti erunt, atq; idcirco recta kl, vtrūq; parallelū tanget: quæ quidē recta kl, tangēs referet circulū per auſtralē polum ductū, qui vtrumq; parallelū tangit in k, l. Omnis n. recta linea in Aſtrolabio repræſentare poteſt in infinitū extenſa circulum per polum auſtralem ductum, illum nimirum, qui a plano efficitur, quod per illam rectam, & polum auſtralem in ſphæra ducitur. Quocirca quemadmodum recta kl, vtrumq; parallelum tangit, ita quoque circulus per auſtralem polum ductus, quem repræſentat, eoſdem parallelos tanget in k, l, ideoque arcus ξk, ξl, auferet æquales, ex Lemmate 44. Cæterum arcus ξk, ξl, eſſe æquales, ita quoque oſtendemus. Recta kl, tangens producta cadit in polum inferiorem circuli maximi, cui parallelus IKl, æquidiſtat, ſi hic parallelus ad eius polum ſuperiorem ſpectet, vel contra, ſi parallelus ad inferiorem polum ſpectet, tangens kl, in polum ſuperiorem cadet. Nam, vt in ſcholio ſequenti ad finem Num. 4 monſtrabimus, recta ex alterutro polorum circuli obliqui ducta, ſi vnum parallelum tangat, tanget & alterum. Cum ergo vna ſola recta vtrumque ex eadem parte tangere poſsit, vt conſtat, (Si namque tangeret v.g. parallelum RkV, infra k, illa producta caderet tota extra parallelum IKl; ſi autem illum tangeret ſupra k, ſecaret producta parallelum IKl, vt perſpicuum eſt.) cadet omnino tangens lk, in polum circuli obliqui. Cum ergo, vt *Num* 21. & 24. demonſtratum eſt, recta ex polo abſcindat ex parallelis arcus æquales, æquales erunt ablati arcus Rk, Nl: Sunt autem eandem ob cauſam & ablati arcus Rξ, Nξ, æquales. Nam & recta ex polo paralleli obliqui ad ξ, ducta arcus ęquales abſcindit. Igitur & reliqui arcus ξk, ξl, ęquales ſunt. quod eſt propoſitum.

c 33. primi.
d 34. primi.
Omnem lineam rectam in Aſtrolabio repræſentare poſſe circulū per polum auſtralem ductum.

SIT præterea datum in Aequatoris parallelo punctum X, reperiendusq; ſit arcus ρ Q, arcui ρX, vel arcus IQ, arcui VX, ęqualis. Ducta ſemidiametro EX, ab-

ſciſſaq; Xt, æquali ſemidiametro dati paralleli, iungatur tb, quà biſariã, & ad angulos rectos ſecet uL, ſecans Xt, verſus t, protractã in L, (Hæc namq; perpẽdicularis ſecabit ſemidiametrũ paralleli, in quo punctum datum eſt, vel verſus datũ

punctum, etiam protractam, quando opus eſt, vel nõ ſecat vllo modo, vel deniq; protractam in partem contrariam, prout angulus in extremo rectę, quę abſciſſa eſt ſemidiametro alterius paralleli æqualis, fuerit acutus, rectuſue, aut obtuſus) ac tan-

ac tandem recta ex L, per centrum b, ducatur secans parallelum in Q Dico arcũ IQ, arcui VX, æqualem esse in sphæra. [a] Nam rursum bases tL, bL, æquales sunt. Cum ergo & tX, bQ, sint æquales positæ; erunt totæ LX, LQ, æquales. Igitur per Lemma 42. circulus ex L, per Q, X, descriptus parallelos tanget; ac proinde per Lemma 44 æquales erunt in sphæra arcus IQ, VX, vel ρQ, ρX. Idem quoque punctum Q, reperietur per rectam LQ, facientem angulum tbL, angulo btL, æqualem; vel etiam per rectam XQ, rectæ bt, parallelam, vt supra demonstratum est, etiamsi bt, non secetur bifariam, &c.

[a] 4. primi.

DESCRIBATVR quoque parallelus Aequatoris θικλ, priori æqualis, & oppositus, per quem idem parallelus obliquus IKL, diuidendus sit. Et quia paralleli θικλ, IKL, æquales sunt, & ad diuersas partes sphæræ, incipient in eis partes æquales respondentes ex eadem parte, & versus eandem progredientur, vt in Lemmate 23. dictum est, nimirum a punctis ι, I, versus κ, L, aut à λ, N, versus κ, L, &c. Sumatur ergo arcus λT, similis arcui RS, ex quo inuentus fuit arcus NM, arcui RS, æqualis, inueniendusq. sit ex arcu λT, idem arcus NM. Ducta semidiametro ET, abscindatur ex ea producta, recta Tm, semidiametro alterius paralleli æqualis: Iuncta autem recta mb, eaq. secta bifariam in n, & ad angulos rectos per rectã n o, secante ET, in o, connectatur o b, secans parallelum in M. Dico arcũ NM, arcui λT, hoc est, arcui RS, æqualem esse; ac proinde punctum M, esse idem, quod ante per arcum RS, inuentum fuit. [b] Quoniam enim om, o b, æquales sunt in triangulis m n o, b n o, si demantur æquales Tm, Mb, reliquæ oT, oM, æquales erunt. Igitur circulus ex o, per T, M, descriptus parallelos tanget in T, M, vt in Lemmate 42. ostensum est: atque idcirco per Lemma 44. arcus λT, NM, æquales erunt in sphæra. Quod si angulo E m b, fiat æqualis angulus mbo, vel si TM, ipsi mb, parallela agatur, reperietur idem punctum M, etiamsi mb, non secetur bifariam, & ad rectos angulos.

[b] 4. primi.

SIT rursum arcui dato ιp, abscindendus æqualis IK. Ducta Ep, sumatur in ea extra parallelum recta pq, semidiametro paralleli IKl, æqualis. Iuncta autem recta qb, eaq. secta bifariam, & ad angulos rectos in r, per rectam secantem Eq, in s, conectatur recta sb, secans parallelum in K, eritq. arcus IK, arcui ιp, æqualis in sphæra. quod demonstrabitur, vt de arcu NM, dictum est.

SIMILI ratione, si detur in maximo quouis circulo obliquo AFCG, punctũ α, inueniemus in eius parallelo quolibet IKl, punctum respondens P. Idemque fiet, si dicti duo circuli sint paralleli, licet neuter eorum sit maximus. Nã ex centro H, illius, in quo punctum datur, ducta semidiametro Hα, & extra parallelũ sumpta recta αβ, æquali semidiametro alterius paralleli, iungemus βb, quam secet in γ, bifariam, & ad angulos rectos recta γδ, secans Hβ, in δ. Iuncta enim δb, secabit parallelum in P, puncto quæsito. quod etiam reperietur, si fiat angulus βbδ, angulo bβH, æqualis, vel per α, ipsi βb, parallela agatur αP. Quod demonstrabitur, vt proxime dictum est. [c] Nam rursum æquales erunt δβ, δb, in triãgulis δbγ, δβγ, a quibus si tollantur æquales Pb, αβ, reliquæ δP, δα, æquales erunt, &c.

Parallelum quẽ uis obliquum in gradus distribuere, ex eius circulo maximo, cui æquidistat, vel ex alio parallelo in gradus diuiso.

[c] 4. primi.

VICISSIM ex dato puncto P, reperietur respondens punctũ α, in alio parallelo. Ducta enim semidiametro bP, abscindatur extra parallelũ recta Pμ, semidiametro alterius paralleli AFCG, æqualis. Iuncta autem μH, reliqua perficientur, vt prius.

HAC ratione accedente Lemmate 45. ex quouis puncto Horizontis, aut alicuius paralleli eius, inueniri poterit punctum respondens in quouis parallelo alio ipsius, & contra.

Quid obseruandum, vt circulus per aliam circulum diuisum diuidatur in gradus.

VIDES ergo, quando arcus æquales in duobus circulis progrediuntur eodem ordine, sursum versus, vel deorsum, vt fit in parallelis quibuscunque, vel in duobus circulis vergentibus ad diuersas partes in sphæra, adiiciendam esse semidiametro vnius diametrum alterius; quando autem in vno descendendum est, & in altero ascendendum in arcubus, qui æqualibus arcubus in sphæra respondent, ex semidiametro vnius auferendam esse versus centrum semidiametrum alterius. quod quidem fit, quando duo circuli æquales vergunt ad eandem sphæræ partem, vt in exemplis monstratum est.

Circulos maximos obliquos, eorumque parallelos diuidere in gradus per circulos varios per certa puncta descriptos.

36. NEQVE vero prætermittenda est alia via perfacilis, & iucunda distribuendi tam maximos, quam non maximos circulos in gradus, vel potius inuestigandi quemcunq; gradum in circulo siue maximo, siue non maximo; quæ est eius modi. Sit Aequator ABCD, cuius centrũ E; circulus maximus obliquus AFCG, cuius polus R. Sumantur duo puncta in meridiana linea FD, ęqualiter distãtia ab E, polo Aequatoris, & R, polo circuli obliqui, versus D, & F, nõ autẽ in segmento ER, ne nimis propinquum vnum alteri fiat: Huiusmodi sunt puncta D, & F, cũ segmenta ED, RF, quadrantes repræsentẽt inter polum mundi E, & Aequatorẽ, & inter polũ R, circuli obliqui, & ipsum circulum, interiectos. Diuisa autẽ recta FD, inter assumpta puncta bifariã in a, ducatur per a, ad FD, perpendicularis a T, in vtramque partẽ in infinitum. Iam dato puncto q, in semicirculo Aequatoris ABC, quod grad. 60. a puncto B, distat, reperiemus in semicirculo circuli obliqui maximi AGC, punctũ respondens r, si per tria puncta F, q, D, ex centro T, (quod per coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. in perpendiculari a T, existit) circulus describatur FqD, secans circulum obliquum in r. Quoniam enim circulus FqD, repræsentat illũ in sphęra, qui per tria puncta tribus punctis F, q, D, respondentia ducitur, distant autẽ F, D, a polis R, E, in sphęra æqualiter; erit polus huius circuli in circulo maximo, qui per polũ Meridiani FD, & punctum mediũ arcus eiusdem per rectam FD, repræsentati ducitur, vt ad finem Lemmatis 47. ostendimus. Igitur per idem Lẽma dictus circulus FqD, ex Aequatore, & circulo maximo AFCG, arcus æquales abscindet, quibus respondent arcus Bq, Gr. Quod si per eadẽ duo puncta, F, D, & punctũ Aequatoris b, grad. 30. a puncto B, distans describatur circulus FbD, centrum habens in eadẽ perpendiculari a T, secabitur maximus circulus AFCG, in f, puncto grad. 30. distante a puncto G.

IDEM punctum f, reperietur hoc modo. Recta YX, secet DG, bifariã, & ad angulos rectos, & per puncta D, G, & g, distans grad. 30. a puncto D, describatur ex centro X, circulus GDg. Hic enim secabit AGC, in f. Nam rursum, vt ad finem

nem Lemmatis 47. monstratum est, circulus GDg, polos habet in circulo, qui arcum DG, in sphæra diuidit bifariã, & ad angulos rectos. Igitur per idem Lemma auferet ex DC, GC, arcus æquales Dg, Gf.

RVRSVS idẽ pũctũ f, inueniemus hac ratione. Sumãtur duo arcus CI, Sp, æquales, ducãturq; radij AI, Ap, vt habeãtur puncta n, m, æqualiter distãtia à polis E, R, cũ segmenta En, Rm, arcubus æqualibus CI, Sp, respõdebant. Si.n. accipiatur arcus Bb, grad. 30. in Aequatore, & per tria pũcta m, b, n, circulus mbn, describatur habens centrũ t, in recta k, Z, secante mn, bifariã, & ad angulos rectos, secabitur CG, in f. puncto, quod ipsi b, respondebit, vt ex Lemmate 47. perspicuum est.

PRAETEREA si per tria puncta B, b, G, circulus BbG, describatur centrum u, habens in perpendiculari iV, secante BG, bifariam, secabitur CG, in eodem puncto f: propterea quod puncta quoque B, G, æqualiter a polis R, E, distant. Cũ enim EB, RG, quadrantes sint ex polis ad circulos maximos ducti; ablato communi arcu RE, reliqui arcus RB, EG, æquales erunt.

ATQVE in hunc modum, si alia, atque alia puncta sumantur a polis R, E, æque remota, & per bina, atque punctum b, datum circuli describantur, reperietur idem punctum f, pluribus vijs. Possunt quoque assumi ipsimet poli R, E, pro punctis, si eorum distantia non sit nimis exigua.

SIC etiam, si per puncta F, B, & punctũ b, distans grad. 30. a puncto B, circulus describatur Bb, centrũ habens P, in recta QP, perpendiculari ad FB, secante ipsam FB, bifariã, reperietur punctum N, puncto b, respondens. Nam vt ad finem Lemmatis 47. monstratum est, circulus FBbN, polos habet in maximo circulo, qui arcum FB, in sphæra diuidit bifariam, & ad angulos rectos, ac proinde per C, & A, polos circuli FBD, transit. Igitur ex eodem Lemmate auferet circulus FBbN, ex circulis BC, FC, arcus æquales Bb, FN.

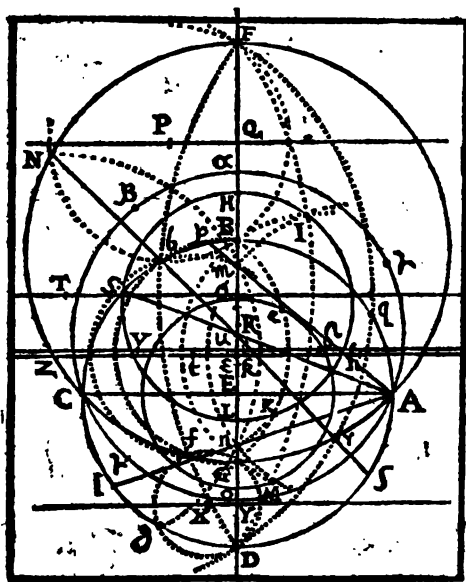
ITAQVE vt per duo puncta a polis R, E, æqualiter remota inueniatur in semicirculo AGC, punctũ quotcumq; gradibus a puncto G, distans, sumendum est in Aequatoris semicirculo ABC, punctum respondens: at vero in semicirculo ADC, punctũ dandũ est, vt punctũ respõdens in semicirculo AFC, reperiatur. Si autẽ per duo pũcta D, G, inueniẽdũ sit quodlibet punctũ in semicirculo AGC, accipiendũ est punctũ respõdens in semicirculo Aequatoris ADC. Si deniq; per duo puncta, F, B, reperiendum sit punctũ in semicirculo AFC, sumendum est punctum respondens in semicirculo ABC. Quæ omnia ex Lemmate 47. eliciuntur, & obseruata sunt hic in punctis inuestigandis. Nã ex pũcto g. & punctis n, m, æqualiter ab E, & R, distantibus inuestigatum est punctum N, per circulum g n m N. Itẽ ex puncto b, & punctis F, B, per circulum FBbN, idem punctũ N, inuentũ est.

EADEM ratio seruanda est in circulis non maximis, si dato circulo non maximo describatur parallelus Aequatoris æqualis, tantum a polo boreali distans, quantum ille a suo polo superiore recedit, qui intra Aequatorem existit. Vt si sit HIKL. parallelus obliquus, cuius polus R, & parallelus Aequatoris borealis illi æqualis a e MO: inuenietur puncto M, respondens punctum I, per circulum FMD, vel per circulum M n m I, ex centro h, vel MGBI, ex centro ♌

QVOD si circulus non maximus obliquus propius absit a polo suo inferiore, quam a superiore, siquidem per eius polum superiorem diuidens circulus describendus sit, & per polum borealem, describendus erit parallelus Aequatoris australis illi æqualis; (quia hac ratione ambo circuli a suis polis, per quos circulus diuidens describendus est, æquales habebunt distantias) ac recta inter polum borealem, & polum superiorem obliqui circuli, vel recta inter duo puncta æqualiter ab illis distantia, diuidenda bifariam, vt in perpendiculari ex eo puncto

medio

medio ducta centrum inueniatur circuli per duos illos polos, vel duo illa puncta, describendi, &c. Si vero polus circuli obliqui inferior assumatur, describendus erit parallelus Aequatoris borealis illi æqualis; (quia hoc posito, ambo circuli a suis polis, per quos circulus diuidens describendus est, æqualiter distabunt) & recta inter polum borealem, & polum inferiorem circuli obliqui, vel recta inter duo puncta ab illis æqualiter distantia, secanda bifariam, &c. Et si in maximis circulis recta inter polum boreum, & inferiorem circuli obliqui secetur bifariam, abscindentur ex Aequatore, & obliquo circulo partes æquales eo ordine, quem seruandum esse diximus, quando primo modo ex polo superiore diuisio circuli obliqui instituitur, non autem eo, quem in Lemmate 47. præscripsimus, hoc est, a punctis F, B, vel D, G, initium sumere debent arcus abscissi in Aequatore, & maximo circulo obliquo, non autem a punctis F, D, vel B, G. Eodem pacto in non maximis, quando parallelus obliquus polum inferiorem ambit, arcus abscisi inchoandi sunt in eo, & in parallelo Aequatoris australi & æquali, a punctis superioribus, inferioribusue, & circulus describendus per polum superiorem, & borealem, ita vt curuaturæ arcuum abscissorum eodem ordine progrediantur, hoc est, vel sursum, vel deorsum tendant.

VT autem experimento quoque discas, recte hoc modo puncta proposita in circulis obliquis reperiri, inuenimus punctum N, ex polo superiore per rectam RbN; & punctum f, per rectam Rfg; & punctum r, per rectam Rrs.

IAM vero quoniam C, A, poli sunt circuli maximi per polos mundi, & per polos circulorũ obliquorũ AFCG, HIKL, ducti, quẽ recta FD, repræsentat; si circa alterum ipsorum, vt circa C, describatur per datum punctum b, in Aequatore parallelus circuli FED, vt propositione 18. Num. 5. docebitur, cuius centrũ est in recta AC, vt ex propos. 7. patebit, secabitur obliquus circulus AFCG, in N, puncto, quod puncto b, respõdet, vt ex eodem Lemmate 47. perspicuũ est. Si vero circa polum A, per datum punctum M. in parallelo Aequatoris eodem modo parallelus describatur, secabitur parallelus obliquus in respondente puncto I. Immo si arcus FB, bifariam secetur in α, vt propos. 5. Num. 18. traditum est, & per A, α, C, circulus maximus describatur AαC, & circa quodlibet eius pũctum β, vel γ, per datum punctum b, vel g, in Aequatore parallelus describatur illius circuli maximi, cuius β, vel γ, polus est, vt in propos. 18. Num. 6. præcipiemus, secabit prior parallelus circulum maximum obliquum in N; posterior

rior vero eundem in f, secabit, vt ex eodem Lemmate 47. liquet. Sic etiam si arcus ER, inter polum paralleli Aequatoris, & polum paralleli obliqui positus secetur bifariam in s. per ea, quæ propos. 5. Num. 18. scripsimus, & per A, s, C, maximus circulus describatur; ac circa quodlibet eius punctum per doctrinam propos. 18. per datum punctum M, in parallelo Aequatoris parallelus describatur, secabitur parallelus obliquus in I, puncto, quod ipsi M, respondet. Sed prior via per parallelos circa polos C, A, descriptos, præstantior est, tum quia paralleli circa illos per datum punctum facilius describuntur, cum sint paralleli sphæræ rectæ, quam circa alios polos, vt propos. 18. Num. 5. tradetur, tum etiam quia paralleli, quorum poli sunt A, & C, resecant binos arcus ex maximo quouis circulo obliquo, eiusq; parallelis respondentes arcui dato in Aequatore, vel eius parallelo. Vt parallelus per punctum b, descriptus secabit obliquum circulum maximum in N, & f, eruntq; arcus FN, Gf, arcui Bb, vel Dg, æquales. Exemplum huius rei reperies propos. 18. Num. 5. Huc accedit, quod in hac ratione non est necesse, vt circuli non maximi habeant polos in circulo maximo FD, æqualiter a circulo maximo medio, vt in Lemmate 47. dictum est, distantes, aut in determinatis locis, sed satis est, vt respondeant in sphæra circulis æqualibus, siue parallelus Aequatoris australis sit, siue borealis, vbicunque circulus non maximus obliquus polos in circulo FD, habeat: ita vt in figura Lemmatis 47. parallelus circa polum B, descriptus tam ex infinitis circulis maximis per B, ductis, quam ex infinitis circulis non maximis æqualibus polos in circulo maximo ADC, habentibus arcus æquales simul abscindat. Idem continget in figura paulo ante proposita. Nam si circa C, vel A, parallelus maximi circuli FED, describatur, vt propos. 18. Num. 5. docebimus, abscindet is ex circulis, quorum centra in recta FD, existunt, ac proinde & qui polos in eadem recta habet, siue maximi illi sint, siue non maximi, binos arcus æquales, respondentes illi arcui Aequatoris, vel paralleli Aequatoris, per cuius extremum parallelus circa polum C, vel A, descriptus est, dummodo parallelus Aequatoris æqualis sit circulo non maximo; ex quo abscindendi arcus proponuntur, non secus, ac in sphæra contingit. Atque hæc ratio solum incommoda est, quando punctum datum in Aequatore, vel eius parallelo parum distat a recta FD, quod tunc parallelus per illud describendus, sit nimis amplus, ita vt ægre eius centrum in recta AC, haberi possit.

Præstantissima via ad inueniendum datum punctum in circulo quouis obliquo per parallelum in sphæra recta

37. AD extremum licebit nobis quemlibet parallelum obliquum partiri in gradus modo illo pulcherrimo, quem in præcedenti propos. Num. 36. in circulis maximis exposuimus. Sit enim Aequator ABCD, circa centrum E, circulus maximus AFCG, cuius diameter vera ik, & axis Lξ; eiusdem parallelus in Astrolabio αPβQ, cuius diameter vera IN, occurrens meridianæ lineæ in S, puncto, per quod ducatur Sp, ad FD, perpendicularis, quæ cõmunis sectio erit plani Aequatoris, & plani paralleli in sphæra. [a] Quoniam enim tam Aequator, quam parallelus ad proprium Meridianum rectus est, quod Meridianus per vtriusque polos transeat: [b] erit quoque eorum communis sectio ad eundem recta, ac proinde ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad rectam FD, in Meridiano existentem, perpendicularis in puncto S, vbi parallelus plano Aequatoris occurrit. Perpendicularis ergo Sp, communis sectio est paralleli, & Aequatoris. Rectæ deinde SM, abscindatur æqualis ST, siue deorsum, siue sursum versus, & ex T, circulus describatur VXZY, ad interuallũ semidiametri paralleli MN, vel Mf, qui parallelo in sphæra æqualis erit: atque adeo si circulus ABCD, pro Meridiano proprio paralleli accipiatur, concipiaturque ad Aequatorem, siue ad planum Astrolabij rectus, ac denique planum, in quo circulus VXZY, circa Sp, circumducatur, congruet hic

Alia ratio pulcherrima diuidẽdi quemuis parallelum in gradus.

a 15. 1. *Theo.*

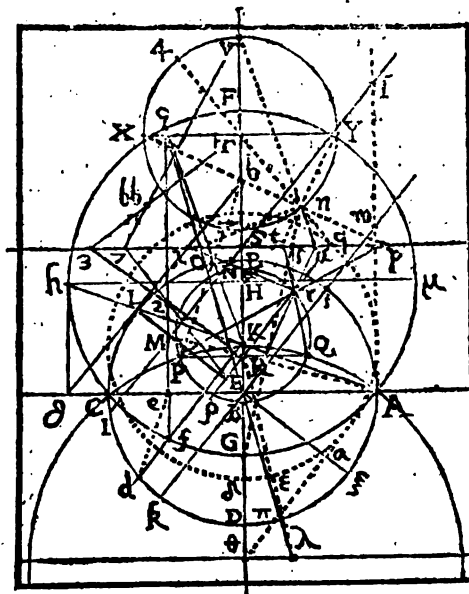
b 19. *vndec.*

hic circulus cum parallelo in sphæra. Si igitur ex punctis V, X, Z, Y, atque etiam ex centro T, aut ex quocunque alio puncto plani, in quo ipse circulus existit, lineæ rectæ per quæcumque puncta circumferentiæ educantur, secabitur communis sectio Sp, in eisdem punctis, in quibus secaretur, si ex respondentibus punctis paralleli in propria positione emitterentur rectæ per eadem puncta circumferentiæ paralleli. Respondet autem punctum X, puncto P, in diametro visa (quæ habetur, si ex θ, centro Verticalis proprij, quod exhibetur per rectam Aπ, ad Lξ, perpendicularem in a, Verticalis per polum K, describatur secans parallelum in P, Q, Recta enim PQ, erit diameter visa, & R, centrum visum; quod etiam inuenitur per radium AM, ad M, centrum verum ductum.) & Y, ipsi Q; & V, puncto β, & Z, ipsi α, nimirum sinistrum sinistro, dextrum dextro, remotius à communi sectione Sp, remotiori, propinquius propinquiori, & centrum centro.

Quæ puncta paralleli veri quibus punctis paralleli visi respondeant.

EX quolibet ergo horum punctorum paralleli visi ipsum parallelum in gradus partiemur, si ex puncto respondente in parallelo vero per datum punctum in circumferentia rectam ducamus, & per eius intersectionem cum Sp, ex respondente puncto in parallelo visu rectam emittamus. Hæc enim per eius punctum quæsitum transibit. Vt si ex puncto V, per datum punctū n, recta ducatur, secans Sp, in u, dabit recta βu, punctum r, quæsitum, quod puncto n, respondet: propterea quod recta Vnu, proijcitur in rectam βru, cum punctum V, in β, & u, in u, appareat. Sic si ex puncto Z, per n, recta ducatur secans Sp, in γ, dabit recta αγ, idem punctum r. Rursus ducta ex X, per n, recta secante Sp, in p, transibit per idē punctū r, recta Pp. Itē ducta recta Yn, secante Sp, in t, reperietur idem punctū r, per Qt, rectam. Sed commodissime res peragetur per rectas ex punctis V, & Z, emissas, ex V, quidem per gradus semicirculi XZY, at vero ex Z, per gradus semicirculi XVY: Ita enim puncta intersectionum in recta Sp, non procul aberunt a puncto S: Et per rectas ex V, emissas reperientur puncta in arcu PαQ, punctis semicirculi XZY, respondentia, si ex β, rectæ egrediantur per intersectionum puncta in recta Sp, a rectis ex V, emissis facta; per rectas vero ex Z, egredientes, inuenientur puncta in arcu PβQ, punctis semicirculi XVY, respondentia, si ex α, per intersectiones in recta Sp, à rectis ex Z, eductis factas rectæ eijciantur.

Quæ puncta paralleli obliqui ad diuisionem aptissima, quæ sint.

SI recta ex centro T, per datum punctum n, educta commode rectam Sp, intersecare potest, qualis est recta Tn, secans Sp, in q, ostendemus per rectam Rq, ex centro viso eiectam per q, bina puncta r, ρ, quorum illud puncto n, hoc vero puncto

10 puncto 4. per diametrum opposito respondet.

VICISSIM ex dato quolibet puncto in parallelo viso, reperiemus in vero gradum, cui respondet, si ex aliquo punctorũ α, P, β, Q, R, in parallelo viso per datum punctum rectam ducamus secantem Sp, in aliquo puncto. Recta enim ex puncto paralleli veri, quod assumpto puncto respondet, ad punctum sectionis emissa, transibit per verum punctum respondens. Vt quia recta β r, secat Sp, in u, dabit recta V u, punctum n, respondens, ita ut arcus α r, Zn, æquales numero gradus complectantur.

Dato puncto in parallelo obliquo viso, punctum respondens in parallelo obliquo vero inuestigare.

NON dissimili ratione, si detur in plano cuiusuis paralleli obliqui pũctum, reperiemus eius situm in Astrolabio, id est, locum, vbi in eodem parallelo viso appareat ex australi polo conspectum. Sit namque datum punctum bb, quod scilicet concipiatur in sphæra talem positionem habere in plano paralleli diametri LN, qualem respectu circuli VXZY, obtinet, hoc est, existat iuxta quadrantem orietalem, atque australem, extra circulum. Nam si parallelus VXZY, habeat proprium situm; quadrans XZ, orientalis est, & australis, & XV, orientalis, borealisque, &c. Ductis ergo ex quibuscunque duobus punctis, vt ex T, V, per datum punctum bb, rectis secantibus communem sectionem in punctis 3, 7, ducantur ad 3, 7, ex respondentibus punctis R, β, rectæ R3, β7. vbi enim hæ se intersecant in puncto 2, ibi erit visus locus dati puncti bb: propterea quod rectæ T3, V7, per datum punctum bb, transeuntes proijciuntur in rectas R3, β7, vt ex ijs, quæ diximus, perspicuum est.

Dato puncto in plano cuiusuis paralleli obliqui in sphæra, eius situm in Astrolabio inquirere.

EXCIPIENDA autem sunt puncta in communi sectione paralleli obliqui, & plani, quod per polum australem Aequatori ducitur parallelum, existentia. Hęc etenim nulla possunt habere puncta visa respondentia in Astrolabio; cum tota illa communis sectio in Astrolabio euanescat, nullumq; eius punctum in Astrolabij plano appareat: quippe cum omnes radij visuales in plano illo parallelo existentes, & per puncta dictæ sectionis communis traiecti plano Astrolabij, Aequatorisve æquidistent. Exempli causa. Si ducatur ex A, polo australi recta AI, ad AC, perpendicularis, vel plano Aequatoris parallela, occurret planum per AI, ductum Aequatori parallelum plano paralleli per II, ducti in I, facietq; communem sectionem per I, ad II, perpendicularem. Si igitur rectæ SI, a quæ semper semidiametro Verticalis Aθ, æqualis est, ob parallelogrammum AS, abscindatur æqualis SG, (abscindenda autem est infra S, si parallelus verus est supra S, supra verò, si infra. Ita enim punctum G, puncto I, respondens, veram distantiam a vero parallelo habebit, vt constat, si situs paralleli veri recte concipiatur, & planum Astrolabij circa Sp, circumducatur, donec cum recta II, in plano proprij Meridiani existente congruat) ducenda erit dicta communis sectio per G, (casu verò accidit, vt recta SG, rectæ SI, sit æqualis) ad FG, perpendicularis, Itaque si quis tentet puncto G, reperire punctum visum respondens, ducendo ex G, ad punctum n, rectam secantem Sp, in s, inueniet rectam ex s, per punctum r, respondens puncto n, ductam, parallelam esse rectæ FG: idemq; experietur in alijs rectis; ita vt rectę per intersectionum puncta in Sp, inuenta ductæ ad puncta visa respondentia punctis veris, ad quæ ex G, rectæ ductæ sunt, nullo modo sese intersecent, vt punctum visum in earum intersectione haberi possit. Eodem modo, si quis velit cuiuis alij puncto in recta perpendiculari ad FG, per G, ducta, inuestigare punctum visum respondens, reperiet alias rectas inter se parallelas per intersectionum puncta in recta Sp, ductas, licet ipsi FG, non æqui distent, &c.

Quæ puncta vera in plano paralleli obliqui in sphæra, nõ habeant respondentia puncta in Astrolabio.

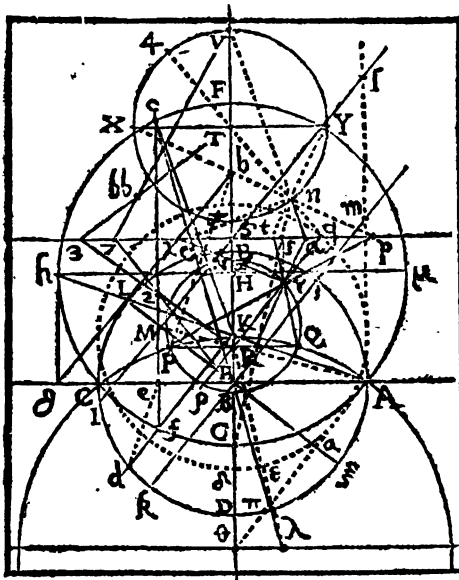
a 34 *primi.*

IDEM cernere licet in maximis circulis obliquis, vt in precedenti propos.

Num. 36. dictum est. Nam cum planum Aequatori parallelum per rectam Al, ductum occurrat plano circuli maximi in m, si rectæ E m, [a] (quæ perpetuo etiam semidiametro Verticalis Aθ, æqualis est ob parallelogrammum AE,) æqualis abscindatur E b, ducenda erit prædicta communis sectio plani circuli obliqui, & plani illius paralleli per b. Si igitur quis velit puncto b, exhibere punctum visum respondens, ducendo ex b, per aliquod punctum obliqui circuli veri, vt per O, rectam, quæ secet AC, in e; erit recta per e, ad c, punctum respondens in viso circulo obliquo ducta, parallela ipsi FG. Atq; ita aliæ quoq; rectæ parallelæ inuenientur eidẽ FG. Quare hæ lineę apparentes nullo modo sese intersecabũt, vt punctum visum habeatur. Ex alijs punctis communis sectionis prædictæ per b, ductæ inuenientur aliæ rectæ inter se parallelæ, quæuis ipsi FG, nõ æquidistent. Verũ rectas ex punctis huiusce cõis sectionis ad quæuis puncta circuli obliqui veri ductas proiici in lineas parallelas, planius fiet ex iis, quæ mox demonstrabimus.

[a] 34. primi.

Quæ puncta vera in maximo circulo obliquo sphæræ non habeant puncta visa respondentia in Astrolabio.

Circulũ maximũ obliquum Astrolabij in gradus partiri per lineas parallelas.

SIT ergo propositum circulum maximum obliquũ in gradus partiri ex vero puncto b, quod ipsi m, respondet, & parallelum obliquum ex vero puncto G, quod ipsi l, respondet: quod quidem fiet per lineas parallelas hoc modo. Ex b, per datũ quodcunq; punctũ O, in circulo vero obliquo ducatur recta secans AC, cõmunem sectionem obliqui circuli, & plani Astrolabij, Aequatorisue, in e, & per e, ipsi FG, parallela agatur e c, secans obliquum circulum visũ in c, pũcto, quod dico puncto dato O, respondere. Nam si per rectam Al, in plano, quod Aequatori æquidistat, existentem, & per b, transeuntem in proprio situ, planum circumducatur, [b] faciet illud in plano Aequatoris, Astrolabijue, rectas ipsi Al, parallelas, ita vt planũ illud circumductũ projiciatur in lineas ipsi Al, atq; ideo & inter se parallelas. Igitur cum planũ per Al, & bO, ductũ occurrat ipsi AC, cõmuni sectioni Aequatoris, & circuli obliqui in e, apparebit transire per parallelã e c, ac proinde cum ducatur per O, apparebit punctũ O, in c, cũ in illa parallela appareat. Vbi vides rectã ex polo K, per O, ductam cadere in idẽ pũctum c, vt res postulat, quemadmodũ propos. 5. Num. 17. demonstratum est. Eadem autem parallela e c, indicat alia ex parte aliud punctum f, quod puncto d, respondet, quod etiam indicatur per rectam Kd. Rursus si ex b, per L, polum verum obliqui circuli recta ducatur secans AC, in g, dabit parallela g h, punctum h, ipsi L, respondens, in quod etiam cadit recta KL: estq. punctum h, in extremo diametri Horizontis h μ, ad FG, perpendicularis: ita vt arcus hC, arcui LC, respondeat: quod etiã in schol. prop. 5. ad finẽ Nu. 14. demonstrauimus. Recta porro bL, tangit circulum ABCD, in polo L, aufertq. rectam Eg, semidiametro Horizontis

[b] 16 vndec.

rizontis apparentis æqualem. Quoniam enim duo latera bE, EL, trianguli bEL, duobus lateribus mE, EA, trianguli mEA, [a] æqualia sunt, angulosq continent æquales, quod arcus Al, BL, metientes altitudinem poli supra circulū obliquū æquales sint; [b] erunt quoq. anguli bLE, mAE, æquales. Cū ergo mAE, sit rectus, erit quoq. bLE, rectus, ideoq: ex coroll. prop. 16. lib. 3. Eucl bL, circulū tanget in L. Auferri autē rectā Eg, æqualem semidiametri Horizontis H h, [c] perspicuum est, propter parallelogrammum gH.

a 27. tertij.

b 4. primi.

c 34. primi.

SIT rursus puncto n, vero paralleli assignandū punctū visum. Ducatur ex G, puncto vero, quod ipsi l, respōdet, recta Gn, secās cōmunē sectionē Sp, in f. Nā recta fr, ipsi FG, parallela offeret punctū respondēs r, quod eodē modo demonstrabitur. Nā si per rectā Al in plano, quod Aequatori æquidistat, & in polo australi A, sphærā tāgit existētē; & per G transeuntem in proprio situ planū circū ducatur, [d] faciet illud in plano Astrolabij, Aequatorisue rectas ipsi Al, parallelas, in quas planum illud circumductum proijcitur. Cum ergo planum per Al. & Gn, ductum occurrat ipsi Sp, communi sectioni plani Aequatoris, & paralleli in f, conspicietur transire per parallelam fr; ac proinde cum ducatur per n, apparebit punctum n, in r, cum in illa parallela, in quā recta Gn, proijcitur, appareat.

Parallelum obliquum Astrolabij in gradus diuidere per lineas parallelas.

d 16. vndec.

DENIQVE quemuis maximū circulū obliquū, eiusq. parallelos distribuemus in gradus per lineas rectas, quæ per eorū centra visa transeunt, quarum singulæ exhibeant bina pūcta opposita per diametrū, hoc modo. Sumatur arcui Aξ, æqualis arcus $\xi\pi$, ducaturq recta Aπ, secās FD, in θ, cētro Verticalis primarij, vt prop. 5. Nu. 3. & 4. ostēdimus; atq per θ, extēdatur $\theta\lambda$, ad FD, perpēdicularis referens parallelū maximi circuli obliqui dati, qui per polū australem ducitur, vt supra Nu. 3. demōstr Descripto aūt ex K, polo viso, circulo cuiusuis magnitudinis $\delta\varepsilon$ (Nos Aequatori æqualē descripsimus, vt facilius Aequatoris gradus in illū possint trāsferri) ducātur per eius gradus ex K, rectæ secātes rectā $\theta\lambda$, in punctis. Si. n. per hæc sectionū pūcta, & tā per cētrū visū maximi circuli, hoc est, per E, quā per R, centrū paralleli visū rectæ ducantur, diuisus erit vterq. circulus in gradus. V. g. si arcui BO inueniēdus sit respondens arcus in circulo obliquo viso siue maximo, siue nō maximo, sed eius parallelo, accipiatur arcui BO, si in eo semicirculo datur, in quo polus K. existit, in parte opposita similis arcus $\delta\varepsilon$, vel æqualis, si circulus $\delta\varepsilon$ descriptus est æqualis Aequatori (qn̄ arcus Aequatoris datus est in altero semicirculo, in quo pol⁹ K, nō est, accipiēdus est arcus similis, vel æqualis in descripto circulo $\delta\varepsilon$, ex eadē parte) ducaturq. recta Kε, secans $\theta\lambda$, in λ. Recta n. λE, per E, cētrū Astrolabii, q̄ ēt apparens est, seu visū oīm circulorū maximorū, emissa abscindet duos arcus oppositos, ipsi BO, æquales in nu. grad. quorū vnus est Fc. Similiter recta ex λ, per R, centrū visū paralleli αPβQ, traiecta auferet duos arcus oppositos tot graduū, quot in BO, cōprehēdūtur. Idēq. efficiet recta ex λ, per cētrū visū cuiusuis alterius paralleli, cuius polus K. emissa. Quod in hūc modū demōstrabimus. Cū Kθ, ipsi Aθ, sit æqualis, q̄ ambæ sint semidiametri Verticalis primarij obliqui circuli, si triāgulū AEθ, cōcipiatur moueri circa Eθ, deorsū, versus polū australē, donec ad planū Astrolabii rectū sit, hoc est, ad Meridianū propriū perueniat, ac proinde punctū A polo australi congruat; intelligatur autem circa rectā $\theta\lambda$, moueri quoque deorsum recta Kθ, cū plano circuli $\delta\varepsilon$, donec ad rectā Aθ, per polum australem trāseūtem perueniat, cadet K, in polū A, & planum circuli $\delta\varepsilon$, parallelum erit circulo obliquo. Quia vero duo plana per rectas Kθ, Kλ, in plano illo parallelo, & per E, centrum mundi ducta, [e] faciunt in circulo obliquo sphæræ rectas ipsis Kθ, Kλ, parallelas; [f] erit angulus, quem hę parallelę in centro obliquo circuli faciunt, æqualis angulo θKλ, [g] ac propterea arcus obliqui circuli abscissus similis erit arcus $\delta\varepsilon$.

Circulos obliquos tam maximos quā eorum parallelos in gradus distribuere lineis rectis per eorum centra visa ductis.

e 16. vndec.

f 10. vndec.

g 26. tertij.

Cum ergo plana illa per propoſ. 1. proijciantur in rectas Eθ, Eλ, quod ambo per E, tranſeant, & per puncta θ, λ; intercipient rectæ Eθ, Eλ, arcus viſos reſpondentes arcui circuli obliqui, qui arcui δs, ſimilis eſt. Eademq; demonſtratio in parallelis adhibenda eſt, dummodo plana per rectas Kθ, Kλ, ducta intelligantur tranſire per centra parallelorum in ſphæra, &c.

ATQVE hæc via præſtantiſsima eſt, quando plures paralleli obliqui in gradus diuidendi ſunt: cum per eam ex vno eodemq; puncto rectæ Kλ, inuento, in omnibus parallelis bina puncta oppoſita reperiantur, ſi ex illo puncto inuento rectæ per centra viſa ducantur, vt dictum eſt. Solum incommoda eſt, quando puncta in recta θλ, nimis procul à puncto θ, abſunt: quia tunc rectæ ex K. emiſſæ, nimis obliquè rectam θλ. interſecant, vt vix ea puncta ſine errore poſſint inueniri. Quare tunc alijs vijs vtendum erit, quæ videlicet commodiores videbuntur.

Alia via commodiſsima diuidendi circulos obliquos tam maximos, quàm non maximos in gradus ex quolibet puncto in communi ſectione circuli obliqui, & plani Aſtrolabij Aequatoriſve extra meridianam lineam dato.

38. NOLO etiam hoc loco præterire aliam quandam rationem, quæ poſt omnes modos explicatos mihi occurrit, atque inter cæteras commodiſsima videtur: quippe quæ ex quolibet puncto in communi ſectione circuli obliqui, & plani Aſtrolabij, Aequatoriſve extra meridianam lineam aſſumpto quodlibet punctum propoſitum in circulo exhibeat, ita vt pro arbitrio accipere quis poſsit punctum, ex quo recta ad punctum datum in Aequatore, ſi de maximis circulis agatur, vel in parallelo vero, ſi in parallelo obliquo punctum ſit inueniendum, emiſſa, commodiſsime propriã meridianam lineam interſecet. Sit igitur rurſum Aequator ABCD, cuius centrum E; obliquus circulus maximus AFCG, cuius vera diameter HI, & polus viſus i; diameter vera Verticalis proprij circuli obliqui gh; diameter vera paralleli eiuſdẽ circuli obliqui CK, & parallelus viſus LtE; parallelus denique verus upſ, cum communi ſectione SX. vt in præcedenti ratione Num. 37. dictum eſt. Sit autem datum punctum K. primum in Aequatore, hoc eſt, in maximo circulo vero, cui reſpondens in obliquo circulo maximo inueſtigandum ſit. Ex quolibet puncto N, aſſumpto in communi ſect ione AC, plani Aſtrolabij, & circuli obliqui in ſphæra, (commodiſsime autem aſſumetur in parte oppoſita dato puncto, vt in recta EA, etiam producta, quando datum punctum eſt in ſemicirculo BCD; at verò in recta EC, etiam producta, quando punctum in ſemicirculo BAD, datum eſt) ducatur ad datum punctum K, recta ſecans lineam meridia-

nam in aliquo puncto, quod nunc fit inter B, & L: & rectæ inter E, & punctum illud sectionis abscindatur ex vera diametro HI, recta æqualis Ec; & ex A, polo australi radius per c, emissus secet EB, in M. Recta namque NM, cadet in punctum O, in quod nimirum recta ex I, polo per K, emissa cadit. Nam si circulus ABCD, cogitetur circa AC, circumduci, donec ad diametrum HI, in Meridiano proprio existentem, constituto A, in polo australi, perueniat, congruet punctum intersectionis rectæ NK, & rectæ EF, cum puncto c; adeo vt in sphœra recta NK, ad punctum datum K, educta, secet diametrum in c, puncto, quod per radium AC, ex polo australi A, inspectum apparet in M. Recta ergo NK, proijcietur in rectam NM, ideoq; incidet in O, punctum, dato puncto K, respondens, quemadmodum NK, in datum punctum K, incidit.

SIT eidem puncto K, inquirendum idem punctum respondens O, ex puncto A, assumpto in intersectione circumferentiæ Aequatoris cũ circumferentia circuli maximi obliqui. Ducta recta AK, secante EB, in L, sumatur ipsi EL, æqualis Ed, vt d, punctum sit in diametro vera, in quo recta AK, eam intersecat, si circuli in propria positione concipiantur. Apparebit punctum d, in P, per radium Ad; ac proinde eadem recta AP, in quæsitum punctum O, cadet.

PRAETEREA idem punctum O, reperiendum sit ex pũcto R. Ducta recta RK, secante rectam EB, inter B, & V, accipiatur recta inter hoc punctum sectionis, & centrũ E, æqualis recta Ee; eritq. e, punctum, in quo recta RK, veram diametrum HI, secat, si circuli proprium situm habere intelligantur. Apparebit autem punctum e, per radium A e, in Q. Recta ergo RQ, rectam RK, referet, ideoque per quæsitum punctum O, transibit.

DENIQVE puncto Z, ex puncto Y, inquirendum sit punctum respondens q. Iuncta recta YZ, secante ED, in m, abscindatur rectæ Em, æqualis Er, vt r, punctum habeatur, in quo recta YZ, diametrum HI, secat; si omnia proprium habeant situm. Ducto autem radio Ar, apparebit punctum r, in o. Recta igitur Yo, punctum q, quæsitum indicabit, in quod etiam cadit recta iZ.

DEINDE sit datum punctum p, in parallelo vero, cui respondens inueniendum sit in viso. Ex quolibet puncto S, communis sectionis SX, assumpto (commodissimum quoque erit punctum in opposita parte acceptum) ducatur ad datum punctum p, recta secans EF, in b, & rectę Vb, æqualis abscindatur Va, ex vera diametro; Ducto autem radio Aa, secante EB, in f, cadet iuncta Sf, in k, punctum respondens dato puncto p. Nam si concipiatur circulus upsf, circa SX, circumuerti, donec ad diametrum Vc, proprium situm in Meridiano proprio habentem perueniat, congruet punctum intersectionis b, puncto a; adeo vt in sphæra, recta Sp, ad datum punctum p, ducta secet diametrum paralleli in a, puncto, quod per radium Aa, inspectum apparet in f. Recta ergo Sp, in rectam Sf, proijcietur, &c. Quod si daretur punctum s, inueniretur eodem modo respondens punctum t.

SED idem punctum k, respondens dato puncto p, inueniendum sit ex assumpto puncto X. Ducta recta Xp, secante EF, in Q, sumatur recta VQ, æqualis VT; eritq. T, punctum, in quo recta Xp, veram diametrum in propria positione secat, quod per radium AT, apparebit in n. Recta igitur Xn, per quæsitum punctum k, transibit. Et si datum esset punctum u, reperiretur eodem modo punctum l, respondens.

CONVERSO ordine inuestigabimus dato puncto in circulo obliquo viso respondens punctum in circulo vero. Nam si ex dato v. g. puncto q, in circulo maximo, ad quoduis punctum Y, communis sectionis recta ducatur secans ED, in o, & radius iungatur Ao, secans veram diametrum in r, sumemus rectæ Er, æqua-

Dato puncto in circulo obliquo viso respondens punctum in circulo obliquo vero inuenire.

Er, æqualem Em. Recta enim Ym, in quæsitum punctum Z, cadet.

RVRSVS si ex dato puncto k, in parallelo ad quodlibet punctum S, communis sectionis recta ducatur secans EB, in f, & radius iungatur Af, secans veram diametrum in a, sumemus rectæ Va, æqualem Vb. Recta namque Sb, quæsitum punctum p, indicabit.

Dato puncto vero in plano circuli in sphæra, punctum respondens visum in Astrolabio reperire, & contra.

NON aliter dato puncto in plano circuli obliqui extra circumferentiam, respondens punctum in Astrolabio reperiemus ex duobus punctis vtcumque in communi sectione assumptis. Vt si punctum p, cogitetur esse in plano paralleli in sphæra extra eius circumferentiam, ducemus ex duobus punctis S, X, vtcumque assumptis per punctum p, rectas secantes EF, in b, Q, rectisque Vb, VQ. æquales abscindemus Va, VT, & radios iungemus Aa, AT, secantes EF, in f, n. Rectę enim Sf, Xn, per quæsitum punctum k, transibunt. Vicissim si in Astrolabio detur punctum k, extra circumferentiam paralleli visi, inueniemus in plano paralleli veri punctum respondens p, si ex k, ad duo puncta S, X, communis sectionis duas rectas ducamus secantes EF, in f, n, & per f, n, radios emittamus ex A, secantes veram diametrum in a, T. Nã si rectis Va, VT, æquales abscindamus Vb, VQ, secabūt rectæ Sb, XQ, se mutuo in vero puncto p, respondẽte.

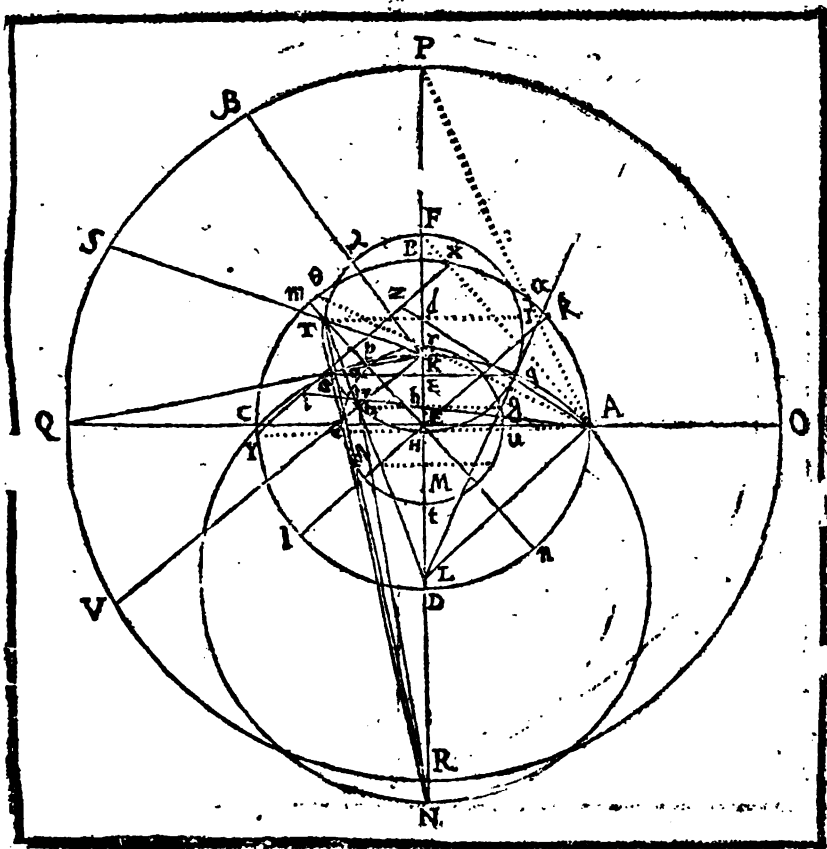
Quæ ratio diuidẽdi circulos Astrolabij in gradus sit omnium expeditissima.

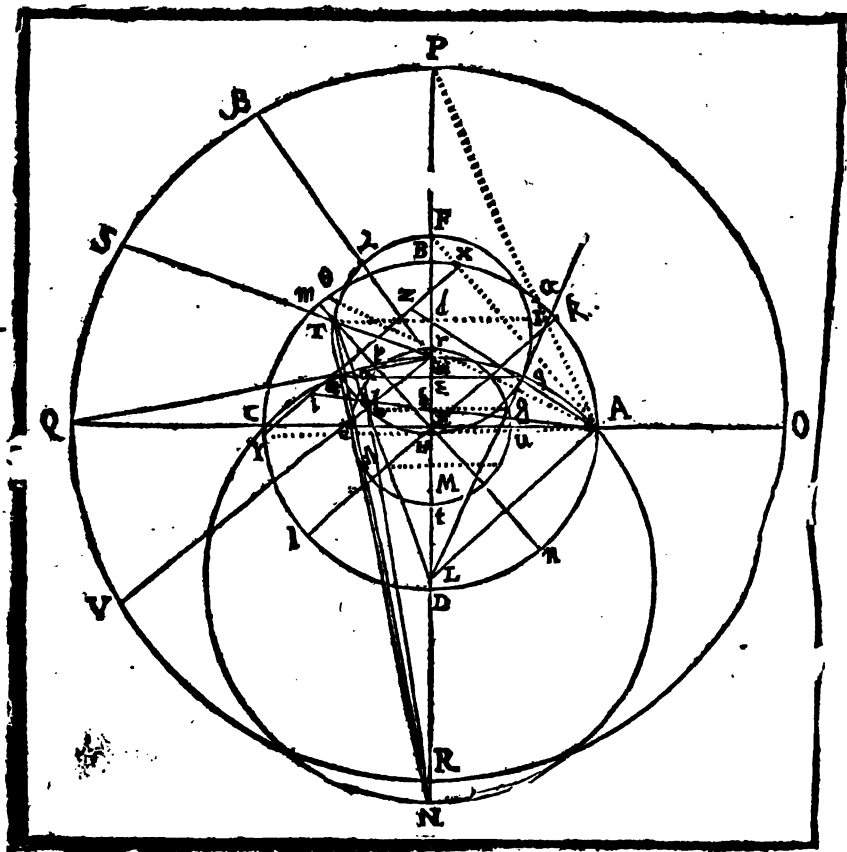
INTER omnes autem rationes distribuendi circulos Astrolabij tam maximos, quam eorum parallelos, in gradus expeditissima est prima, quam propos. 5. Num. 17. & hac propos. Num. 21. exposuimus, quæ nimirum per lineas rectas ex polo circuli obliqui eductas perficitur: præsertim si pro Aequatore, vel eius parallelo ipsemet circulus obliquus accipiatur, vel alius circulus ex alio centro describatur, vt Num. 25. huius propositionis traditum est. Immo si plures eiusmodi circuli describantur secundum aliam atque aliam proportionem, & singuli in gradus distribuantur, transibunt singulæ lineæ ex polo circuli obliqui per plura puncta, ita vt in eis ducendis error committi non posse videatur.

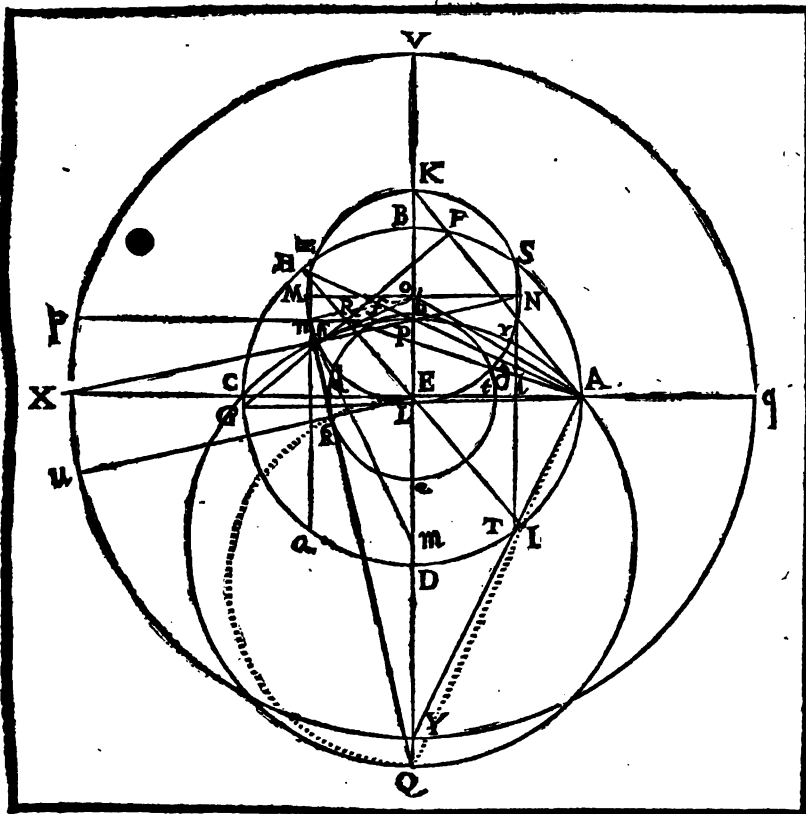
SCHOLIVM.

Arcus æquales paralleli obliqui proiici in arcus inæquales ordine cõfirmato.

1. EX priori porro parte primi modi, quo paralleli circulorum obliquorum in gradus distribuuntur, facile colligitur, arcus æquales cuiuslibet paralleli obliqui proijci in arcus

in arcus inæquales, continuato ordine, initio facto a recta linea, quæ per centrum paralleli ducitur; quemadmodum in circulis etiam maximis obliquis contingere demonstrauimus in scholio propositionis præcedentis Num. 12. Id quod demonstraturos nos hoc loco recepimus propos. 3. Num. 3. In tertia ergo figura huius propos. sint tres arcus Pβ, βS, SQ, æquales in parallelo Aequatoris OPQR, & ex K, polo paralleli obliqui FGHq, intra Aequatorem contento ducantur tres rectæ Kβ, KS,

KQ, secantes parallelum in γ, T, G. Respondebunt arcus Fγ, γT, TG, arcubus Pβ, βS, SQ, hoc est, tot gradus in illis, quot in his, continebuntur, vt in hac propositione Num. 21. demonstrauimus. Quia vero per Lemma 33. arcus Fγ, maior est arcu γT, & hic maior arcu TG, atque ita deinceps, vsque ad finem semicirculi FGH; liquido constat, arcus æquales paralleli obliqui in sphæra proijci in arcus inæquales in Astrolabium ordine continuato, cum is, qui puncto F, propinquior est, sem-

est, semper sit remotiore maior, si æqualibus arcubus paralleli Aequatoris respondeant, ut in Lemmate 33. demonstratum est. Itaque si parallelus obliquus FGHq, in 360. gradus distribuatur, ut supra docuimus, decrescent hi gradus continue ab F, usque ad H, in utroque semicirculo FG H, PqH, ita ut gradus sint maximi prope F, at iuxta H, minimi. Ex quo fit, arcus paralleli obliqui in Astrolabio non esse similes arcubus respondentibus eiusdem paralleli in sphæra.

2. *AD maiorem autem doctrinam libet hoc loco nonnulla alia demonstrare, quæ ad parallelos obliquos in Astrolabium proiectos spectant, non inutilia, & quæ studiosis non ingrata fore confidimus. Ex his enim præter cætera, colligere licebit, quo pacto per datum punctum in Astrolabio describi possit parallelus cuiuscumque circuli maximi obliqui, ut ex propos. 18. patebit. Item fieri posse, ut arcus aliquis paralleli obliqui quotuis graduum, qui pauciores sint, quam 180. in Astrolabio similis sit alicui arcui eius-*

dem paralleli in sphara respondenti: quod non facile quispiam fortasse crediderit, ut ad finem Num. 5. dicemus. Id quod etiam de circulis maximis obliquis in scholio antecedentis propos. Num. 13. demonstrauimus. Sit ergo Aequator ABCD, cuius centrum E, diuisus à duabus diametris AC, BD, ad inuicem perpendicularibus in quatuor quadrantes; diameter cuiusuis paralleli obliqui FG, cuius poli H, I, aequaliter ab F, & G, distantes, & axis HI; diameter paralleli visa KL, inuenta per radios AF, AG; parallelus in Astrolabio KMIN, ex centro O, descriptus; eius diameter MN, secans KL,

ad angulos rectos; poli eiusdem paralleli in Astrolabio, P, Q, reperti per radios AH, AI, & per eos circulus maximus descriptus APCQ, rectus ad maximum circulum per polos mundi, & polos circuli obliqui ductum, facientemq; in Astrolabio sectionem BD, transiens per A, C, vt in scholio praecedentis propos. Num. 1. demonstrauimus; Diameter australis paralleli Aequatoris ST, secans AC, in l, & diametro paralleli obliqui FG, aequalis, ita vt distantiae AS, HF, à polis A, H, sint aequales; parallelus Aequatoris ipse

vis ipse in Astrolabio descriptus VXY, cuius semidiametrum EY, exhibet radius AY, diameter borealis paralleli Aequatoris priori aequalis Za, & parallelus ipse descriptus bde. Primum ergo demonstrabimus, ita esse YE, semidiametrum paralleli australis ad EP, rectam inter centrum eiusdem paralleli, & polum circuli obliqui vt est KO, semidiameter paralleli obliqui ad OP, rectam inter eius centrum, & polum: siue parallelus obliquus ambiat polum superiorem, vt in prima figura huius Num. 2. siue inferiorem, vt in secunda figura. Ducta enim recta AR, ad intersectionem diametri paralleli obliqui FG, cum eius axe HI, fiat angulo RAP, aequalis angulus PAO; cadetq; AO, in centrum paralleli O, per ea, quae in hac propos. Num. 9. demonstrata sunt. Ducta quoq; recta AH, secet FG, in f, & ST, in g. Quoniam igitur triangula AFG, AKL, similia sunt, sed subcontrariè posita, vt propos. 3. Num. 1. demonstratum est; erit angulus AGF, angulo AKL, aequalis: [a] Sunt autem & anguli GAP, KAP, aequalibus arcubus HG, HF, insistentes, aequales. Igitur in triangulis AGf, AKP, reliqui etiam anguli AfG, APK, aequales erunt. Rursus ex aequalibus angulis GAP, KAP, ablatis aequalibus RAP, OAP, reliqui GAR, KAO, aequales sunt: Cum ergo & anguli G, K, aequales sint ostensi, erunt in triangulis GAR, KAO, reliqui anguli quoque ARG, AOK, aequales. Item quia in triangulis AfR, APO, tam anguli AfR, APO, vt ostendimus, aequales sunt, quam anguli RAf, OAP, ex constructione; erunt quoque reliqui an[illegible]li ARf, AOP, aequales: quod etiam ex eo probari potest, quod ex duobus rectis reliqui ARG, AOK, ostensi sint aequales. His demonstratis, [b] erit vt GR, ad RA, ita KO ad OA: Et vt RA, ad Rf, ita OA, ad OP, Igitur ex aequalitate erit vt GR, ad Rf, ita KO, ad OP. [c] Iam vero quoniam FG, ST, aequales, aequaliter à centro E, distant; aequales erunt perpendiculares ER, El, ([d] axes enim EH, EA, ad parallelos diametrorum FG, ST, recti sunt, ac proinde & ad ipsas diametros perpendiculares, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.) quibus sublatis ex semidiametris EH, EA, reliquae recta HR, Al, aequales erunt: quibus cum in triangulis HRf, Alg, adiaceant anguli aequales, (sunt enim anguli ad R, l, recti, [e] & anguli EHA, EAH, in Isoscele AEH, aequales) [f] erunt quoque recta Rf, lg, aequales: Sunt autem & GR, Tl, semisses aequalium FG, ST, aequales. Igitur erit, vt GR, ad Rf, hoc est, vt KO, ad OP, (Proxime enim ostensum est, esse vt GR, ad Rf, ita KO, ad OP.) ita Tl, ad lg. Cum ergo ex scholio propos. 4 lib. 6. Eucl. sit, vt Tl, ad lg, ita YE, ad EP; erit quoque, vt KO, ad OP, ita YE, ad EP. quod erat demonstrãdum. Atque haec demonstratio cum sequentibus locum habet, siue parallelus obliquus ambiat polum superiorem, vt in prima figura, siue inferiorem, vt in secunda, vt perspicuum est in figuris.

GR,	KO,
RA,	OA,
Rf,	OP.

Proprietates variae parallelorum obliquorum in Astrolabio.

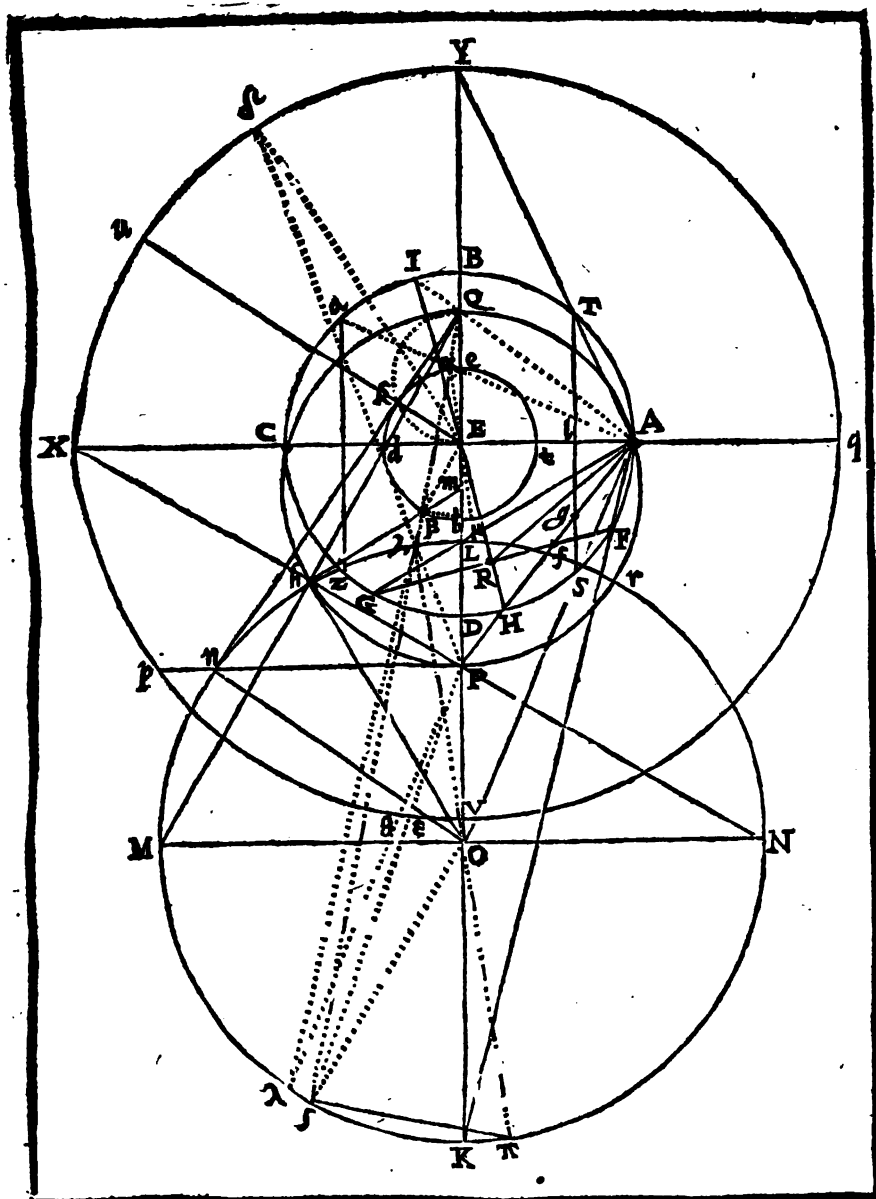
[a] 27. tertij.
[b] 4. sexti.
[c] 14. tertij.
[d] 10. 1. Theo.
[e] 5. primi.
[f] 26. primi.

EX hac demonstratione colligitur, semidiametrum VE, paralleli Aequatoris visam ita secari a polo circuli obliqui P, viso, vt semidiameter RF, vera paralleli obliqui aequalis secta est in f, à radio APH, ad H, polum verum obliqui circuli ducto: quia videlicet ostensum est, esse vt GR, hoc est, vt RF, ad Rf, ita KO, ad OP: Et vt KO, ad OP, ita YE, hoc est, ita VE, ad EP, &c. Eademq; ratio est in alijs.

Semidiametrum visam paralleli Aequatoris ita dividi in polo circuli obliqui, vt semidiameter vera paralleli obliqui secta est a radio per eundem polum ducta.

3. DEINDE ostendemus, rectam XP, productam cadere in N, extremum diametri MN, hoc est, tria puncta X, P, N, iacere in vna recta linea: quod etiam de tribus punctis q, P, M, dicendum est. Item rectam Qh. ex polo opposito Q, per h, intersectionem circuli maximi APCQ, cum parallelo obliquo KMLN, ductam cadere in M, extremum alterum diametri MN: eodemque modo rectam Qr, productam cadere in N. Denique rectam mh, ex m, centro maximi circuli APCQ, ad h, intersectionem eiusdem circuli maximi cum parallelo obliquo eductam, tangere parallelum obliquum in puncto h. Atque hoc postremum supra quoque in hac propos. Num. 7. & 30. aliter.

quàm

Y
B
I
Q
T
C
E
A
X
q
L
R
S
D
H
F
G
P
V
M
O
N
K
p
n
u
r
d
e
m
g
f
z

quàm hic, ostendimus. Productam enim XP, secet MN, in N. Dico N, esse extremum punctum diametri MN. Nam quia triangula EPX, OPN, æquiangula sunt, cum angulos ad E, O, habeant rectos, & angulos ad verticem P, æquales; [a] ac tandem etiam angulos alternos X, N, æquales; [b] erit vt XE, hoc est, vt YE, ad EP, ita NO, ad OP: Vt autem YE, ad EP, ita ostensum est Num. 2. esse KO, ad OP. Igitur erit vt NO, ad OP, ita KO, ad OP; [c] ac proinde NO, KO, æquales erunt, ideoque NO, semidiameter erit paralleli. Cadit ergo XP, in N, extremum diametri MN, hoc est, tria puncta X, P, N, in vna recta linea iacent: Idemq; probabitur de tribus punctis q, P, M. quod est primum.

a 29. tertij. b 4. sexti. c 9. quinti.

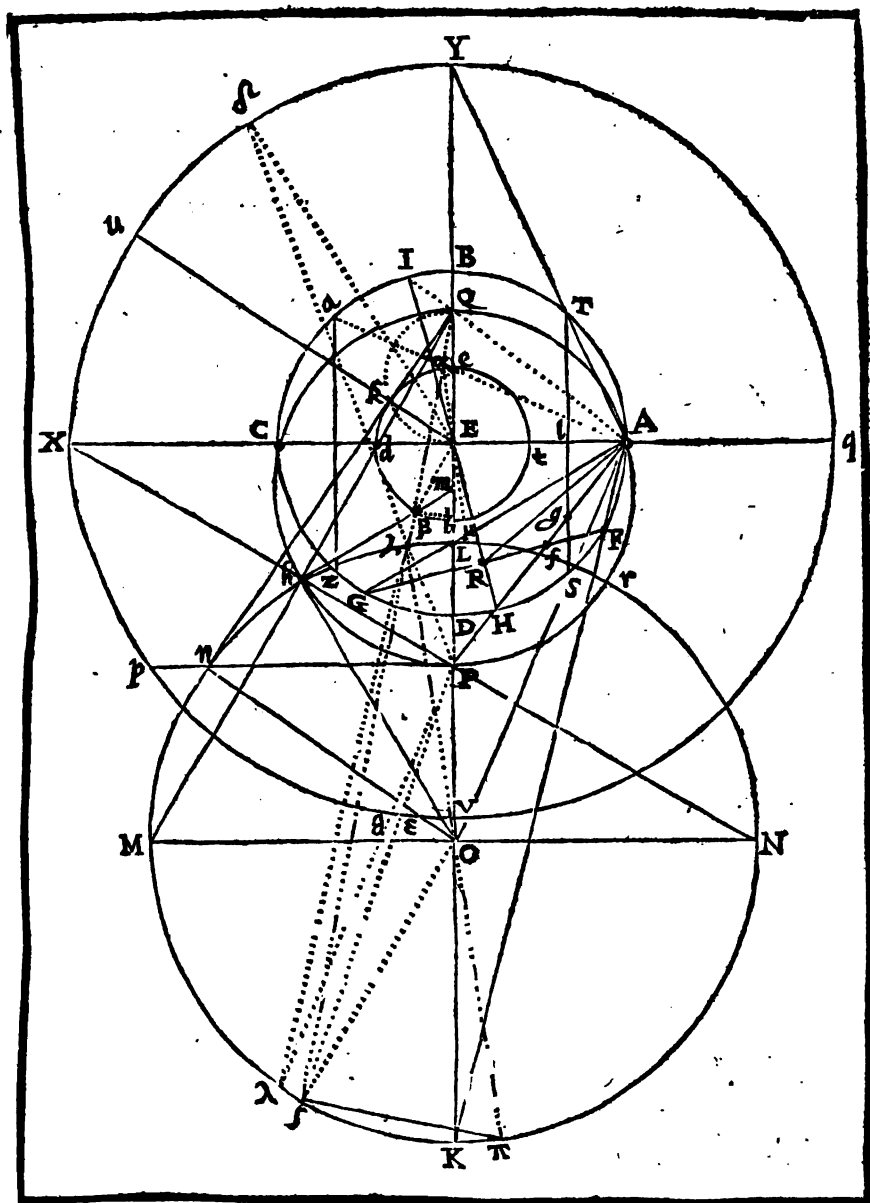
QVIA vero, vt in hac propos. 6. Num. 21. ostensum est, recta PX, auferens ex parallelo Aequatoris quadrantem VX, aufert quoque ex parallelo obliquo quadrantem; aufert autem & circulus maximus APCQ, vna cum eo, quem repræsentat recta VQ, quadrantem, ita vt Kh, hL, quadrantibus respondeant; transibit omnino NPX, per punctum h, intersectionis maximi circuli APCQ, cum parallelo obliquo. [d] Igitur angulus PhQ, in semicirculo rectus erit, ac proinde producta Qh, ad M, angulus quoque NhM, rectus erit. [e] Cum ergo angulus maioris segmenti contentus arcu Kh, & recta hN, sit recto maior, cadet Qh, producta intra circulum KhL; ac proinde arcus, in quo rectus angulus NhM, existit, semicirculus erit, ex scholio propos. 31. lib. 3. Euclid. Ideoq; cum MLN, semicirculus sit, secabit Qh, producta circulum in M, puncto extremo diametri MN, vt rectus ille angulus in semicirculo existere possit. Eadem ratione Qr, producta cadet in N. quod est secundum.

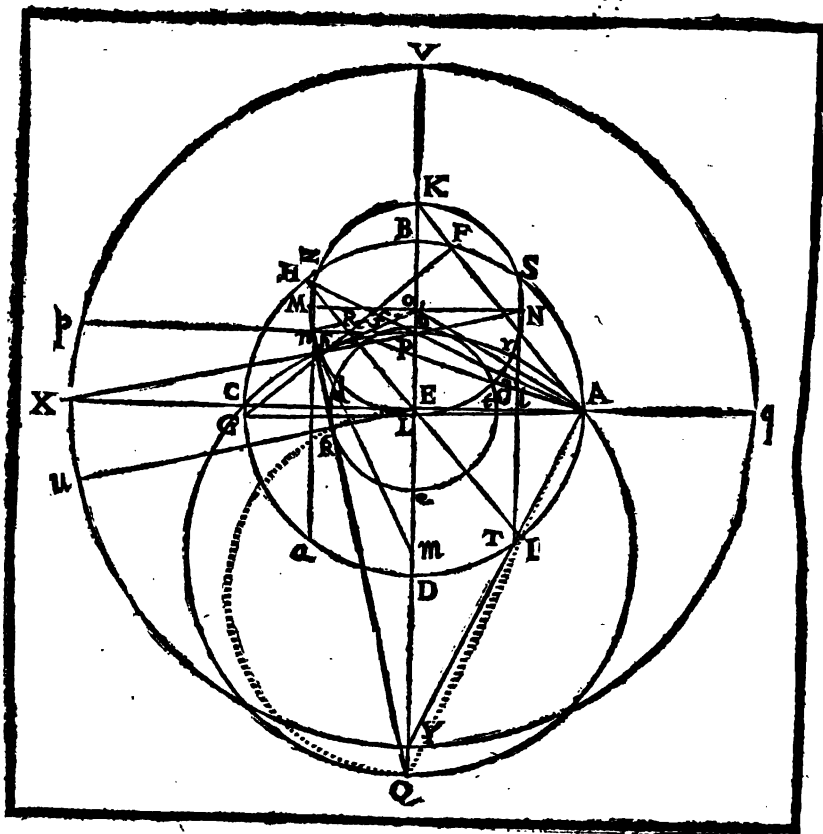
d 31. tertij. e 31. tertij.

DENIQVE iuncta recta Oh, [f] quoniã anguli OhN, ONh, æquales sunt: [g] Est autem angulo ONh, æqualis quoque alternus angulus PXE, & huic æqualis est angulus PQh; (Nam cum triangula PXE, PQh, habeant angulum P, communem, & angulos ad E, h, rectos, vt ostendimus, habebunt quoque angulos reliquos X, Q, æquales.) erit quoque angulus PQh, eidem angulo ONh, æqualis; ac proinde anguli ObN, PQh, inter se quoque æquales erunt. [h] Atqui angulo PQh, æqualis est angulus mhQ, in Isoscele hmQ. Igitur & anguli OhN, mhQ, æquales erunt; additoq; communi angulo mhN, toti anguli fient æquales Ohm, NhQ: Sed NhQ, hoc est, PHQ, proxime ostensus est rectus. Igitur & Ohm, rectus erit; ac propterea recta mh, parallelum obliquũ tanget, ex coroll. prop. 16. lib. 3. Euclid in h, intersectione maximi circuli APCQ, cum parallelo obliquo KMLN. Non aliter ostendemus, ductam rectam mr, tangere eundem parallelum in r. quod est tertium.

f 5. primi. g 29. primi. h 5. primi.

4. TERTIO loco demonstranda sunt nonnulla de arcubus similibus in vtroque parallelo KMLN, VXY. Ducta igitur ex polo P, ad KL, perpendiculari Pn, secante parallelos in n, p. Dico arcum Kn, arcui Yp, similem esse, & arcum Ln, arcui Vp. Quoniam enim, vt Num. 2. ostensum est; ita est KO, ad OP, vt YE, ad EP; erit conuertendo, vt OP, ad KO, ita EP, ad YE; & componendo, vt KP, ad KO, ita YP, ad YE; & permutando, vt KP, sinus versus arcus Kn, ad YP, sinum versum arcus YP, ita KO, sinus totus ad YE, sinum totum. Igitur per lemma 5. arcus Kn, Yp, similes sunt: atque idcirco ex semicirculis reliqui Ln, Vp, per lemma 6. similes quoque erunt. Hinc manifestum est, nullam aliam rectam ex P, emissam præter perpendicularem Pnp, auferre eodem ordine arcus similes. Nam si cadat in alterutram partẽ perpendicularis Pn, qualis est Ph, secans parallelum Aequatoris in X, erit arcus Kh, maior, quam vt similis sit arcui Yp, cum arcus Kn, ostensus sit similis arcui Yp. Multo ergo maior erit arcus Kh, quam vt similis sit arcui YX, qui minor est arcu Yp. Quod si recta ex P, ducta cadat in alteram partem perpendicularis Pn, ostendemus eodem modo, arcum paralleli KMLN, abscissum, esse minorem, quam vt similis sit arcui abscisso ex parallelo YpV, cum ille minor necessario sit, quàm Kn, hic vero maior, quam Yp, qui ipsi Kn, ostensus est similis.

Y
u
I
B
Q
T
C
E
A
X
q
d
t
m
F
L
R
S
G
D
H
p
n
P
V
M
O
N
λ
K
π

est similis. Recta ergo ex P, educta auferens eo modo arcus similes ex utroque parallelo, ad KL, perpendicularis erit.

RVRSVS describatur parallelus Aequatoris b d e, priori VXY, oppositus & aequalis, secans AC, in d. Dico rectam Qh, quam productam ostendimus transire per M, transire quoque per punctũ d, aut (quod idem est) rectam Qd, productam transire per h. Nã ut in hac propos. Num. 24. demõstrauimus, recta Qd, ex opposito polo paralleli obliqui aufert ex parallelo obliquo arcum à puncto K, inchoatum, aequalem arcui e d, quod

ad numerum graduum attinet. Cum ergo e d, quadrans sit, erit & ille quadrans. Quare cum Kh, quadranti respondeat, ut paulo ante Num. 3. ostendimus, incidet omnino recta Qd, in h, ut quadrantem Kh, auferat; & producta ulterius, in punctum etiam M, cadet, in quod ostendimus cadere productam Q h. Itaque quatuor puncta Q, d, h, M, in una recta linea iacebunt: quod de quatuor etiam punctis Q, t, r, N, dicendum est.

DE-

DESCRIPTO quoque circa rectam QE, semicirculo secante parallelum bde, in k, iungatur recta Ek, cui parallela agatur On, secans parallelum obliquum in n. Dico rectam Qk, productam transire per n, tangereq; vtrumque parallelum in k. n. Quia enim ostensum est paulo ante, rectam Qd, productam cadere in M; [a] erit vt QO, ad OM, hoc est, ad On, ita QE, ad Ed, hoc est, ad Ek; & permutando, vt QO, ad QE, ita On, ad Ek. Per scholium ergo propos. 4. lib. 6. Eucl. recta Qk, per n, transibit; [b] eritq; angulus QkE, angulo Qno, externus interno, aequalis. [c] Cum ergo ille in semicirculo rectus sit; erit & hic rectus, ac propterea, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. recta Qkn, vtrumque circulum tanget in k, n. quod est propositum.

a 4. sexti.
b 29. primi.
c 31. tertij.

ERIT autem necessario punctum contactus n, illud, per quod transit perpendicularis Pnp, hoc est, recta nP, ex puncto contactus ad polum P; ducta erit ad KL, perpendicularis. Producta enim Pn, vsque ad p, & Ek, vsque ad u; quoniam punctum n, hoc est, arcus Kn, inuenitur per rectam Pp, ex arcu Vp, paralleli VXY, & per rectam Qk, ex arcu ek, paralleli bde, vt in hac propos. 6. Num 21. & 24. demonstratum est; erit arcus Vp, similis arcui ek, cum vterque tot gradus continere debeat, quot in arcu Kn, continentur. Est autem arcui ek, similis arcus Yu, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. Igitur & arcus Vp, arcui Yu, similis erit, atque adeo aequalis, cum vterque in eodem existat circulo. Addito ergo communi arcu pu, erit totus arcus Vu, toti arcui Yp, aequalis. Est autem ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus Vu, arcui Kn, similis, [d] propterea quod propter parallelas Eu, On, anguli ad centra KOn, VEu, externus & internus, aequales sunt. Igitur & arcus Yp, eidē arcui Kn, similis erit. Cū ergo ad initiū huius Num. 4. demonstratum sit, solam perpendicularem ex P, ad KL, ductam auferre posse similes arcus eo ordine ex vtroque parallelo; erit necessario Pnp, dictos similes arcus abscindens, ad KL, perpendicularis, hoc est, recta [illegible] cadens in n, punctum contactus, cadit in extremum punctum perpendicularis Pn, vsque ad parallelum obliquum ducta; atque adeo recta Qk, tangens parallelum Aequatoris bde, in k, tanget producta parallelum obliquum in perpendiculari Pn. Hinc fit, rectam ex Q, ductam, quae tangat alterutrum parallelorum, tangere quoque alterum: quia ostensum est, rectam Qk, quae sola parallelum bde, tangit, cadere in n, ibique parallelum KML, tangere, &c.

d 29. primi.

5. QVARTO loco ostendendum est, rectam quamcumque ex Q, polo opposito eductam, siue ea tangat parallelos bde, KMLN, siue secet, intercipere cum recta QK, arcus similes versus easdem partes, &c. Describantur enim seorsum (vt confusio euitetur) paralleli cum polis, & centris parallelorum, vt in praecedenti prima figura, ducaturque primum recta Qkn, vtrumque parallelum tangens in k, n. Dico tam arcus ek, Ln, quam bk, Kn, similes esse. Ducta enim ex polo P, per n, recta Pn, secante alterum parallelum in p, quae, vt proxime demonstrauimus Num. 4. ad KL, perpendicularis est; erit arcus Vp, arcui Ln, & arcus Yp, arcui Kn, similis, per ea, quae Num. 4. demonstrata sunt: Est autem arcus Vp, arcui ek, similis, cum tot gradus in vno, quot in altero contineantur; quippe cum idem arcus Kn, paralleli obliqui inueniatur per ipsos, beneficio rectarum Pp, Qk, vt in hac propos. 6 Num. 21. & 24. ostensum est. Igitur & arcus ek, arcui Ln, similis erit; ideoque & ex semicirculis reliqui arcus bk, Kn, similes erunt.

IDEM hoc etiam modo confirmabitur. Quoniam Qkn, vtrumque parallelum tangit, [e] erunt anguli QkE, QnO, recti. Cum ergo angulus OQn, communis sit, erunt reliqui anguli E, O, in triangulis QkE, QnO, aequales in centris; atque idcirco, ex scholio propos. 22. lib. 3. Euclid. arcus ek, Ln, similes erunt, &c.

e 18. tertij.

DVCATVR deinde recta Qf, secans parallelum obliquum in S, γ, & parallelum Aequatoris bke, in α, β. Dico tam arcus Kf, bβ, quam Lf, eβ, & quam Lγ, eα, & quam Kγ, bα, & quam fγ, βα, similes quoque esse. Iunctis namque rectis Of,

a 18. tertij. b 28. primi. c 29. primi. d 4. sexti. e 21. primi. f 7. sexti.

Oγ, Eβ, Eα, iunguntur quoque nO, kE. [a] quæ ad tangentem Qn, perpendiculares erūt, [b] ac proinde inter se parallelæ; atque idcirco triangula QOn, QEk, æquiangula erunt, cum anguli n, k, recti sint, [c] & O, E, internus, & externus, æquales, & Q, communis. [d] Igitur erit, vt QO, ad On, hoc est, ad Oγ, ita Q, E, ad Ek, hoc est, ad Eα. Triangula ergo QOγ, QEα, angulum OQγ, habent communem, & latera circa angulos O, E, proportionalia. Cum ergo vterque reliquorum angulorum OγQ, EαQ, maior sit recto angulo; [e] (Ille enim maior est recto n, hic vero maior recto k.) [f] erunt ipsa triangula

æquiangula, æqualesque habebunt angulos O, E, ad centra. Igitur ex scholio propos. 21. lib. 3. Euclid. arcus Lγ, eα, similes erunt, ac proinde & ex semicirculis reliqui Kγ, bα, similes erunt, ex lemmate 6. Pari ratione, quoniam triangula QOſ, QEβ, angulum OQſ, habent communem, & latera circa angulos O, E, proportionalia, & vtrumq; reliquorum angulorum ſ, β, recto minorem, ex coroll. 3. propos. 17. lib. 1. Euclid. propterea

quod

quod supra bases Isoscelium Oſγ, Eβα, existunt; a erunt quoque ipsa triangula aequiangula, aequalesque habebunt angulos QOſ, QEβ; atque idcirco & ex duobus rectis reliquos ſOK, βEb. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus Kſ, lβ, similes sunt: quibus demptis ta ex Kγ, lα, quos proxime similes etiam ostendimus, quam ex semicirculis KſL, bβe, erunt per lemma 6. & reliqui ſγ, βα, & Lſ, eβ, similes quod est propositum.

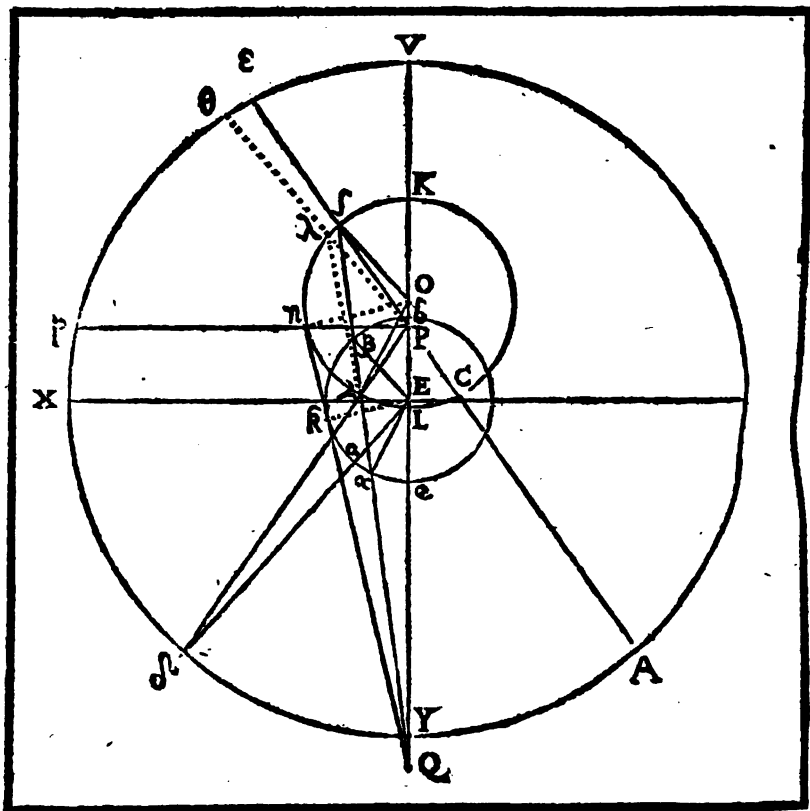
a 7. sexti.

POSTREMO ductis Oſ, Oγ, ex polo P, per ſ, γ secantibus parallelum Aequa-

toris in ε, δ. Dico arcus quoque εδ, ſγ, similes esse, angulosque εPp, δPp, aequales. Quia enim idem arcus Kſ, abscinditur per rectam Pε, & per rectam Qα, erunt arcus Vε, eα, similes, ex his, quae in hac propos. 6. Num. 21. & 24. demonstrata sunt. Eodemq; modo similes erunt arcus Yδ, bβ, propterea quod idem arcus Lγ, abscinditur per rectas Pδ, Qβ. Igitur si ex semicirculis VXY, KnL, demantur similes arcus Vε, eα; erunt re-

Hbb liqui

liqui εΥ, αb, quoque similes, ex Lemmate 6. Ex quibus si rursus similes arcus Υδ, bβ, tollantur; erunt eodem modo εδ, βα, similes: Fuit autem arcui βα, paulo ante in hoc Num. 5. similis etiam ostensus arcus ſγ. Igitur & arcus εδ, ſγ, similes erunt. quod est propositum.

ITAQVE quia arcus Υδ, bβ, similes sunt modo ostensi, & paulo ante arcui bβ, ostensus fuit similis arcus Kſ; erunt arcus quoque Υδ, Kſ, similes, ideoq; per scholium propos. 22. lib. 3. Euclid. anguli ſOK, δEΥ, ad centra aequales erunt; ac proinde & ex

duobus rectis reliqui ſOP, δEP, aequales erunt. Quia igitur triangula ſOP, δEP, angulos O, E, habent aequales, & latera circa ipsos proportionalia, (ostensum enim est supra Num. 2. ita esse ΥE, hoc est, δE, ad EP, ut KO, hoc est, ſO, ad OP,) a ipsa aequiangula erunt, aequalesq; habebunt angulos ſPK, δPE, ac proinde & ex rectis reliqui ſPp, δPp, aequales erunt.

a 6 sexti.

EX his vicissim efficitur, si ex P, emittantur duæ rectæ Pι, Pδ, constituentes cum perpendiculari Pp, vel cum recta KY, angulos æquales, arcus ab illis interceptos ιδ, ſγ, similes esse. Nam ducta recta Qγ, cadet in ſ, vt probabitur, ac proinde, vt ostensum est paulo ante in 3. membro huius Num. 5. arcus ιδ, ſγ, similes erunt. quod est propositum. Quod si dicatur rectam Qγ, productam cadere non in ſ, sed vel ad dextram, vel ad sinistram, vt in λ; ducta recta Pλ, secante parallelum Aequatoris in θ, erunt ex 3. membro huius Nu. 5. arcus θδ, λγ, similes quoque; ac proinde ex 4. membro eiusdem huius Num. 5. anguli θPp, δPp, æquales erunt; ac propterea & anguli ιPp, θPp, vel ιPV, θPV, inter se æquales erunt, pars & totum. quod est absurdum. Facilius tamen demonstrabimus, arcus ιδ, ſγ, similes esse, si duo anguli ιPp, δPp, æquales sint, vel anguli ιPK, δPY, hoc modo. Quoniam, vt supra in hoc scholio Num. 3. ostendimus, punctum P, est illud, per quod transit recta connectens extremitates diametrorum, in parallelis VXY, KnL, ad rectam VY, perpendicularium, propterea quod in 2. & 3. figura recta XP, producta cadit in N, vt ibi demonstratum est; erunt per lemma 34. arcus ιδ, ſγ, similes.

EX quo illud etiam efficitur, tria puncta Q, γ, ſ, in vna recta linea sita esse, ita vt recta per quauis duo ducta transeat quoq; per tertiũ, si duo anguli ſPK, γPL, æquales sint. Nam si v.g. recta Qγ, non transit per ſ, secet eã parallelum in λ: Ostendemus ergo, vt prius, & arcus θδ, λγ, similes esse, & angulos λPK, γPL, æquales. Igitur & anguli ſPK, λPK, inter se æquales erunt, totum & pars. quod est absurdum. Transit ergo Qγ, per ſ. Eademq; ratione ostendemus, rectam Qſ, per γ, transire.

Arcum vnũ quempiam paralleli obliqui in sphæra proiici posse in Astrolabiũ in arcum similem.

LIQVET ex his omnibus, fieri posse, vt arcus aliquis paralleli obliqui proijciatur in arcum similem in Astrolabio, ille, videlicet, qui arcui ιδ, verbi gratia, in sphæra æqualis est. Quoniam enim ex Lemmate 23. plana per polum australem, & rectas Pι, Pδ, ducta auferunt ex parallelo obliquo in sphæra arcum arcui ιδ, æqualem, hoc est, arcui paralleli Aequatoris, qui ipsi ιδ, similis est; Est autem arcus ιδ, ostensus similis arcui paralleli obliqui ſγ, in Astrolabio: erit quoq; arcus ille paralleli obliqui in sphæra, qui quidem proijcitur in arcum ſγ, per duo illa plana per rectas Pι, Pδ, & polum australem ducta, similis eidem arcui ſγ, &c. quamuis alij arcus paralleli obliqui in dissimiles arcus proijciantur, &c. Atque hæc de proprietatibus parallelorum obliquorum, nunc ad alia pergamus.

Parallelos eiusdẽ circuli maximi obliqui diuersa centra habere in Astrolabio.

6. PERSPICVVM est ex ijs, quæ in hac propos. 6. scripsimus, præsertim in secundo, & quarto modo describendi parallelos obliquos, parallelos eiusdem circuli maximi obliqui diuersa centra sortiri in Astrolabio, Nam in secundo descriptionis modo recta linea ex A, polo australi per puncta diametri MN, circuli maximi obliqui rectam BD, ad angulos rectos secantis, in qua perpendiculares ex gradibus eiusdem circuli obliqui demissæ cadunt, educta, quales in prima figura huius propos. sunt Aa, An, &c. indicãt in recta BD, centra parallelorum. Cum ergo hæ rectæ diuersa sint, diuersa quoque sint centra ab eis indicata, necesse est. In quarto autem modo rectæ lineæ circulum maximum AiCk, tangentes eadem centra parallelorum in recta BD, exhibent. Quocirca cum hæ tangentes inter se differant, necessario diuersa centra monstrabunt. Idem tamen Geometrica ratione Ptolemæus in suo planisphærio demonstrat, quæ quoniam longa est, ac difficilis, breuiori nos demonstratione, & faciliori idem efficiemus, hoc modo. Sit Aequator ABCD, cuius centrum E, qui pro circulo maximo per polos mundi, & polos parallelorum obliquorum ducto sumatur, & sit axis AC, & BD, communis sectio dicti circuli maximi, & Aequatoris, in qua diametri apparentes parallelorum sumi debent, vt in scholio propos. 3. Num. 1. & 2. ostensum est; FG, HI, KL, diametri parallelorum obliquorum ad axem, quorum diametri visæ MN, OP, QR, à radijs AM, AN; AO, AP; AQ, AR, abscissæ, diuidaturq; MN, bifariam in a, ita vt a, sit centrũ

 paralleli

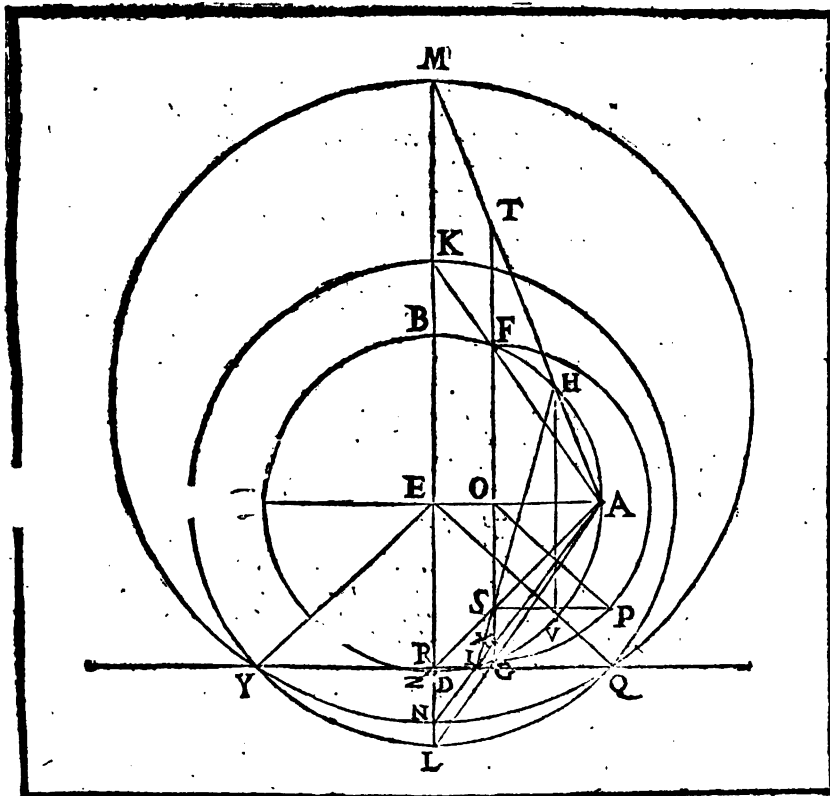
parallelis diametri FG, circa MN, describendi. Dico a, non esse centrum paralleli diametri HI, circa OP, describendi, hoc est, OP, non diuidi bifariã in a. Quoniam n. diametri parallelorum obliquè secant axem, non æqualiter distabunt eorũ extrema a polo mundi C, cũ C, non sit eorum parallelorũ polus. Distent ergo puncta F, H, magis à C, quam puncta G, I, hoc est, arcus CF, CH, sint maiores arcubus CG, CI; ac proinde & anguli CAF, CAH, maiores angulis CAG, CAI, ex scholio propos. 27. lib. 3. Euclid. Quoniam igitur tres anguli in triangulo AME, æquales sunt tribus angulis trianguli ANE, ex coroll. 1. propos. 32. lib. 1. Euclid. Sunt autem anguli recti ad E, æquales, & angulus EAM, maior angulo EAN, vt ostendimus; erit reliquus angulus M, reliquo angulo N, minor; a ideoque recta AM, maior, quam recta AN. Non aliter ostendemus, AO, maiorem esse recta AP: atque ita deinceps. quandocunque diameter paralleli axem secat, demonstrabimus, radium versus B, vsque ad rectam BD, maiorem esse radio altero versus D, vsque ad eandem BD. Quod si diameter aliqua, vt KL, axem non secet; erit nihilominus radius AQ, maior radio AR: b quia cum angulus ARQ, maior sit angulo recto AEQ, externus interno, ipse obtusus erit, ac proinde AQR, acutus in triangulo AQR. c Igitur recta AQ, maior erit, quam AR. Abscindatur AS, ipsi AN, & AT, ipsi AP, & AV, ipsi AR, æqualis, iunganturq; recta ST, TV: Et quia duo latera AS, AT, duobus lateribus AN, AP, æqualia sunt, d angulosque continent æquales insistentes arcubus FH, GI, qui ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. æquales sunt, ob parallelas FG, HI; e erunt triangula AST, ANP, æqualia: atque idcirco triangulum AMO, triangulo ANP, maius erit. f Est autem, vt triangulum AMO, ad triangulum ANP, ita basis MO, ad basem NP. Igitur & basis MO, base NP, maior erit. Cum ergo Ma, ipsi Na, sit æqualis, erit reliqua Oa, minor quã Pa, reliqua. Non igitur OP, secta est in a, bifariam. Quod si OP, secetur bifariam in b, ostendemus eodem prorsus modo, rectam QR, non diuidi bifariam in b. Nam rursus erit triangulum ATV, triangulo APR, æquale, ideoque AOQ, maius, quam APR; ac proinde & OQ, maior, quam PR: quibus demptis ex æqualibus Ob, Pb, reliqua Qb, minor erit quam reliqua Rb. Medium ergo punctum d, diametri QR, cadet infra b: atque ita tres paralleli diametrorum FG, HI, KL, in Astrolabio centra habent diuersa a, b, d. Eademque ratio est de cæteris.

a 19. primi.
b 16. primi.
c 19. primi.
d 27. tertij.
e 4. primi.
f 1. sexti.

Parallelum quẽuis Aequatoris in Astrolabio diuidi a quouis parallelo obliquo in partes similes illis, in quas ab eodem in sphæra diuiditur.

7. QVIA vero propos. 2. Num. 4. conclusimus, Aequatorem, eiusque parallelos in Astrolabio descriptos diuidendos esse in gradus æquales, non secus atque in sphæra fieri solet, demonstrat Ptolemæus subtili ratiocinatione quemlibet circulum obliquũ Astrolabij secare quemuis parallelum Aequatoris in partes similes illis, in quas idem parallelus Aequatoris ab illo circulo obliquo in sphæra diuiditur, quamuis circulus ipse obliquus in Astrolabio a parallelo Aequatoris non secetur in partes similes illis, in quas in sphæra ab eodem parallelo Aequatoris diuiditur: quia nimirum non omnes partes

obliqui

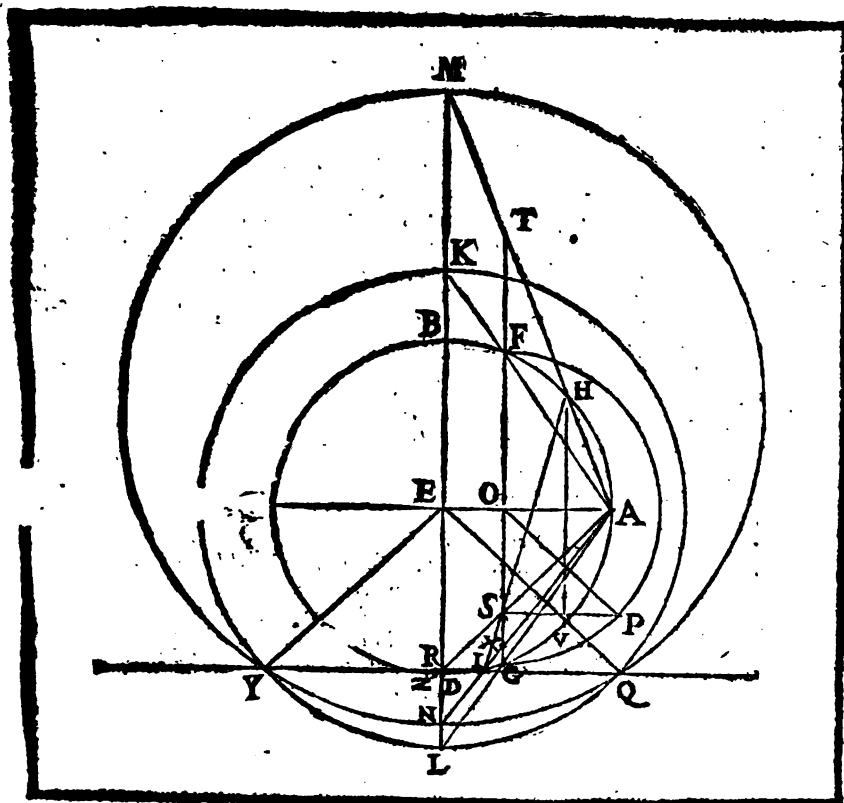
obliqui circuli à polo australi, ex quo eum intuemur, aequaliter distant; hinc enim fit, ut pars remotior, minor appareat, quam propinquior, ut à Perspectiuis demonstratur. Id quod de parallelo Aequatoris dici non potest; quippe cum omnes eius arcus aequales aequaliter à polo australi absint, ac proinde aequales etiam appareant. In hunc ergo modum fermè Ptolemaeus id, quod propositum est, demonstrat. Sit Aequator ABCD, cuius centrum E, qui pro circulo maximo per polos mundi, & polos obliqui paralleli ducto accipiatur, sitque AC, axis mundanus, & BD, communis sectio eius circuli maximi, &

Aequatoris; A, polus australis; FG, diameter paralleli Aequatoris; HI, diameter paralleli obliqui secans FG, in S. Emissis autem radiis ex A, per extrema vtriusque diametri, vt diametri visa habeantur KL, MN, describantur circa eas paralleli KQL, MQN, se intersecantes in Q, Y. Dico arcus KQ, QL, KY, YL, similes esse arcubus, in quos in sphara parallelus diametri FG, à parallelo obliquo diametri HI, diuiditur. Descripto enim ex O, circa FG, semicirculo FPG, qui semicirculo paralleli Aequatoris in

erit in sphæra æqualis erit, cum circa eius diametrum descriptus sit; extendatur GP, donec secet AM, in T: recta autem AIN, secet FG, in X; & denique ipsis BD, FG, parallela agatur HV. Quoniam igitur vterque parallelus diametrorum FG, HI, ad circulum maximum ABCD, rectus est, a quod hic per eorum polos incedens ad illos rectus sit; b erit communis eorum sectio per S, transiens, vbi diametri sese intersecant; ad eundem rectus; ac proinde ad rectam FG, in eo circulo existentem perpendicularis in puncto S, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Si igitur ex S, educatur ad FG, perpendicularis SP, in plano semicirculi FPG, qui ad circulum ABCD, rectus intelligatur, erit ea, communis sectio duorum parallelorum, atque adeo parallelus obliquus diametri HI, parallelum Aequatoris FPG, secabit in P. Ducta autem recta OP, fiat angulo SOP, existenti in parallelo FPG, æqualis angulus LEQ, in plano Astrolabij, rectaq; EQ, parallelo KQL, descripto in Astrolabio occurrat in Q. Ducta quoque recta AS, quæ producta secat KL, in R, iungatur recta QR. c Itaque quoniam angulus AHV, æqualis est angulo AIH, hoc est, angulo HIX, cum insistant æqualibus arcubus AV, AH; d idemque angulus AHV, angulo HTX, externus interno, æqualis est; erunt inter se æquales anguli HTX, HIX; ac propterea, cum duo hi anguli habeant basem communem, rectam HX, si duceretur; poterit ex scholio propos. 21 lib. 3. Eucl. circa quatuor puncta X, H, T, I, circulus describi, in quo se mutuo secant rectæ HI, TX, in S. e Igitur rectangulum sub HS, SI, rectangulo sub TS, SX, æquale erit: f Sed illud idem æquale est quoque rectangulo sub FS, SG, quod duæ rectæ HI, FG, in S, etiam se intersecent in circulo ABCD. Igitur duo rectangula sub TS, SX, & sub FS, SG, æqualia inter se sunt: g ac propterea erit, vt TS, ad SG, prima ad secundam, ita FS, ad SX, tertia ad quartam: Vt autem TS, ad SG, ita est, ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. MR, ad RL: Et vt FS, ad SX, ita KR, ad RN. Igitur erit quoq; vt MR, ad RL, ita KR, ad RN: h atque idcirco rectangulum sub MR, RN, prima & quarta, æquale erit rectangulo sub KR, RL, tertia ac secunda. i Quia vero est, vt LE, ad EA, ita GO, ad OA, ob æquiangula triangula AEL, AOG: Et vt EA ad ER, ita OA, ad OS; erit ex æqualitate, vt LE, hoc est, vt QE, ad ER, ita GO, hoc est, ita PO, ad OS. Cum ergo anguli ad E, O, in triangulis EQR, OPS, ex constructione sint æquales; habeantque circa ipsos latera proportionalia, vt modo ostendimus; k æquiangula erunt ipsa triangula, æqualesque habebunt angulos ad R, S; ac proinde cum hic rectus sit, & ille rectus erit. Igitur ex scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. RQ, media proportionalis erit inter KR, RL, l ideoque rectangulum sub KR, RL, quadrato rectæ RQ, æquale erit. Igitur & rectangulum sub MR, RN, (quod rectangulo sub KR, RL, ostensum fuit æquale.) eidem quadrato rectæ RQ, æquale erit; m ac proinde RQ, media proportionalis erit inter MR, RN. Circulus igitur MQN, per extremum eius punctum Q, transibit. Nam si citra punctum Q, vel vltra secaret rectam RQ, abscinderet ex eodem scholio propos. 13. lib. 6. Euclid. aliam rectam inter MR, RN, medio quoque loco proportionalem, minorem, maioremue, quam RQ. quod est absurdum. Quocirca circuli KQL, MQN, cum vterque per Q, transeat, se mutuo secabunt in Q, extremo perpendicularis RQ. Et quia per scholium prop. 22. lib. 3. Euclid. arcus LQ, GP, similes sunt, ob angulos in centris E, O, æquales, ac proinde ex lẽmate 6. & ex semicirculis reliqui KQ, FP; liquet, parallelũ Aequatoris KQL, à parallelo obliquo MQN, in Astrolabio secari in arcus similes arcubus, in quos ab eodẽ in sphæra dividitur. quod est propositum. Eadẽ enim demõstratio adhibebitur ex altera parte, si angulus LEY, æqualis fiat angulo SOP, rectaque EY, parallelo KYL, occurrat in Y, ac tandem recta iungatur YR. Eodẽ enim modo ostendetur, punctũ Y, esse quoque in parallelo obliquo MYL.

LE,	GO,
EA,	OA,
ER,	OS.

a 15. 1. Theo.
b 19 vndec.
c 27. tertij.
d 29. primi.
e 35. tertij.
f 35. tertij.
g 16. sexti.
h 16. sexti.
i 4. sexti.
k 6. sexti.
l 17. sexti.
m 17. sexti.

8. IDEM prorsus contingit, si parallelus obliquus per polum australem A, incedat.

dat. Maneat enim Aequator cum suo parallelo, & semicirculo FPG, circa diametrum FG, descripto, ut prius, sed diameter paralleli cuiuspiam obliqui per polum australem ducti sit AZ, per polum A, transiens, secansque diametrum FG, in S. Et quia per propos. 1. Num. 1. parallelus diametri AZ, in plano Aequatoris, Astrolabijque rectam lineam facit infinitam per R, transeuntem, vbi diameter plano Astrolabij occurrit, sit illa linea recta QRY, communis nimirum sectio paralleli, & plani Aequatoris, vel Astrolabij, secans parallelum Aequatoris in Q. a Quoniam autẽ & parallelus obliquus, & Aequa- a 15. 1. Th

tor ad circulum maximum ABCD, per eorum polos ductum rectus est, b erit quoque eorum sectio communis QRY, ad eundem recta, ac proinde ad LM, communem sectionem Aequatoris Astrolabijue. & circuli maximi ABCD, ad planum Astrolabij, vel Aequatoris recti, perpendicularis, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. hoc est, anguli ad R, recti erunt. Ducta quoque SP, ad FG, perpendiculari, quæ communis sectio erit parallelorum, ut supra probatum est Num. 7. iungantur rectæ EQ, OP. Quoniam igitur ex scho- b 19. undec.

lio

hic propos. 4. lib. 6. Eucl. est vt LR, ad ER, ita GS, ad OS, erit componendo quoque vt LE, hoc est, vt QE, ad ER, ita GO, id est, PO, ad OS. Quare cum triangula EQR, OPS, habeant angulos R, S, rectos aequales, & latera circa angulos E, O, proportionalia, reliquorumq; angulorum Q, P, vtrumque recto minorem ex coroll. 1. propos. 17. lib. 1. Eucl. [a] *ipsa aequiangula erunt, angulosque aequales habebunt LEQ, GOP. Igitur ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. arcus LQ, GP, similes sunt, ideoque & ex semicirculis reliqui KQ, FP, similes erunt. Liquet ergo, parallelum obliquum, quem repraesentat recta QY, secare in Astrolabio parallelum Aequatoris KQLY, in arcus similes arcubus, in quos ab eodem in sphaera diuiditur. quod est propositum. Eadem n. ratione demonstrabimus, arcũ LY, arcui GP similem esse, ac propterea ei, quem RS producta ex altero semicirculo abscindit, cum ille aequalis sit arcui GP, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. quemadmodum ex eodem scholio arcus LY, arcui LQ, aequalis est. Eademque est ratio in omnibus alijs parallelis, vno obliquo, & altero Aequatori aequidistante, se mutuo in sphaera, atque idcirco & in Astrolabio se intersecantibus, siue obliquus per polum australem incedat, siue non.*

[a] 7. sexti.

9. AD extremum, si cognoscere quis cupiat, vtrum circulus non maximus in Astrolabio descriptus, qui nimirum Aequatorem bifariam non secat, intra se contineat portionem sphaerae hemisphaerio minorem, maioremue, consequetur id facili negotio hac ratione. Quando circulus totus est intra Aequatorem, vel totus extra, eum tamen non ambiens, vel quando secat Aequatorem non bifariam, minusque Aequatoris segmentum intra circulum secantem existit, portio sphaerae intra circulum inclusa est hemisphaerio minor: quando vero circulus totum Aequatorem ambit, vel eum non bifariam secat, maiusque Aequatoris segmentum intra circulum existit, portio sphaerae intra circulum inclusa hemisphaerio maior est. Nam quando totus circulus est intra Aequatorem, minorem portionem sphaerae includit, quam Aequator. Cum ergo Aequator hemisphaerium abscindat, tanquam circulus maximus, includet circulus ille portionem hemisphaerio minorem. Sic etiam quando circulus Aequatorem bifariam non secat, minusque eius segmentum comprehendit, qualis est in prima figura huius propos. 6. circulus c 3 o d. si per eius centrum, & centrum E. Astrolabij recta ducatur 3E, quam ad rectos angulos secet diameter Aequatoris AC, poterit per eius punctum t, extra Aequatorem, & duo puncta A, C, circulus maximus describi, qui totum circulum c 3 o d includet, quod eum in solo puncto c, tangat ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. Cum ergo maximus ille circulus includat hemisphaerium, erit portio intra circulum c 3 o d, hemisphaerio minor. Denique quando circulus totus est extra Aequatorem, eumque non ambit, qualis est in eadem figura priore huius propos. 6 circulus AA ⸸, si rursum per eius centrum, & centrũ Astrolabij recta ducatur ⸸E, quam ad rectos angulos secet diameter Aequatoris A C, poterit per eius punctum ab Aequatore remotius in recta E⸸, & duo puncta A, C, circulus maximus describi, qui cum intra se contineat hemisphaerium, ambiatque totum priorem circulum, erit portio intra eum existens hemisphaerio minor. At vero quando circulus Aequatorem totum ambit, comprehendet maiorem portionem, quam Aequator. Cum ergo hic hemisphaerium auferat, abscindet ille portionem hemisphaerio maiorem. Sic etiam, quando circulus non quidem ambit Aequatorem, sed eum secat non bifariam, maiusque Aequatoris segmentum in eo existit, cuiusmodi in eadem priore figura huius propos. est circulus B B ω. si per eius centrum, & centrum Astrolabij ducatur recta, quam ad rectos angulos secet diameter Aequatoris AC, poterit per eius punctum ω, & duo puncta A, C, circulus maximus describi, qui totus intra circulum B B ω, continebitur, cum eum in solo puncto ω, contingat, ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. Quare cum circulus hic maximus hemisphaerium includat, comprehendet circulus B B ω, portionem hemisphaerio maiorem. quod est propositum.

Circulus in Astrolabio non maximus, an includat portionẽ sphaerae hemisphaerio minorem, maioremue, cognoscere.

PROBL.

Parallelos cuiusuis circuli maximi, qui per mundi polos ducitur, in Astrolabio describere, atque in gradus distribuere.

QVAMVIS eiusmodi paralleli per doctrinam præcedentis prop. 6. describi possint, tamen quia in sphæra recta descriptio eorum quibusdam in rebus a descriptione eorundem parallelorum in sphæra obliqua differt, libuit propria propositione parallelos circuli maximi per mundi polos ducti describere.

1 QVONIAM igitur omnes circuli maximi per mundi polos ducti in Astrolabium proijciuntur per lineas rectas sese in centro Astrolabij intersecantes, vt propos. 1. Num. 4. demonstratum est, repræsentet recta AC, per E, centrum Astrolabij, in quo Aequator ABCD, ducta vnum aliquem ex eiusmodi circulis, cuius paralleli in eodem Astrolabio describendi sint: intelligaturque ABCD, circulus per polos mundi ductus ad datum circulum, quem recta A C, repræsentat, rectus, qualis est Meridianus, si recta AC, referat Horizontem rectum, vel circulum horæ 6. a meridie, & media nocte: aut circulus horæ 6. a mer. & med. noct. si eadem recta A C, repræsentet Meridianum circulum; qui circulus in Astrolabio faciat rectam BD, in vtramque partem extensam in infinitum, quæ ad AC, perpendicularis erit. Quoniã enim tam hic circulus, quam Aequator, qui a plano Astrolabij non differt, ad propositum circulum rectus est, a erit eorum communis sectio BD, ad eundem recta, ideoque per defin. 3. lib. 11. Eucl. ad rectam quoque AC, perpendicularis erit in centro E. Et quoniam hic circulus ABCD, ad datum circulũ rectus, b secat omnes eius parallelos bifariam, & per polos B, D; (Nã B, D, poli sunt circuli maximi AC, eiusq. parallelorum.) si per singulos gradus circuli ABCD, parallelæ ipsi AC, agantur, erunt eæ diametri parallelorum circuli propositi. Nos ex vtraque parte binas duximus FG, HI; KL, MN, per tricenos gradus, ne multitudo linearum confusionem pariat. Constituto ergo A, polo Australi, (Circulus enim propositus, quem recta AC, repræsentat, per vtrumque polum duci ponitur) si ex eo per extrema puncta diametrorum radij visuales emittantur, abscindent ij ex BD, protracta diametros visas, siue apparentes, parallelorum. Nam vt in scholio propos. 3. Num. 1. & 2. demonstratum est, in recta BD, communi sectione plani Astrolabij, & circuli maximi per mundi polos ducti, & ad propositum maximum circulum, ejusque parallelos, recti, inspiciendi sunt ex polo australi; cum ea recta abscindat tum triangula subcontraria, tum maximas diametros visas, vt ibidem ostendimus. Vt extrema puncta diametri FG, apparebunt in O, P, vt tota diameter visa sit OP. Puncta vero extrema diametri H I, cernentur in Q, R, & sic de cæteris. Igitur diuisis bifariam diametris visis, si circa eas circuli describantur, descripti erunt paralleli propositi, cum per propos. 3. in forma circulari appareant ex polo australi inspecti. Transibunt autem omnes per extrema diametrorum in Aequatore ABCD, qui est Verticalis primarius Horizontis recti A C, quemadmodum in sphæra per eadem incedũt. Quod tamen Geometrice ita quoque concludemus. Iuncta recta CO, erunt duo latera CE, EO, duobus lateribus AE, EO, æqualia. Cũ ergo & angulos æquales, nimirum rectos, complectantur, c erunt etiã anguli ECO, EAO, æquales inter se: d ac propterea æqualibus insistent periphærijs. Quocirca cum arcus CF, AG, æquales sint, insistatque angulus CAF, arcui CF, insistet angulus ACG, arcui AG, hoc est, recta CO, producta in punctum G, cadet. e Et quia angulus AGC, in semicirculo rectus est, erit quoq; ei deinceps

Parallelos cuiusuis circuli maximi per mundi polos ductos, in Astrolabio describere.

a 19. undec.

b 13. 1. Theo.

c 24. primi.

d 26. tertij.

e 31. tertij.

P
B
R
T
B
H
I
F
G
O
E
A
K
f
L
M
N
D
X
V

PGO, rectus Igitur ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. circulus circa OP, descriptus transibit per G. Eademque ratione per F, incedet, atque ita de cæteris. Sed quoniam radij ex A, puncto quadrãtis AB, vel AD, nimium excurrunt, satis erit, si centrum S, trium punctorum F, O, G, inueniatur in recta BD, producta Item centrum T, trium punctorum H, Q, I, & sic de cæteris; quandoquidem per tria hæc puncta parallelus transire debet, vt ostendimus. Ita enim magis exquisitè parallelus FOGP, describetur, quam si extremum alterum punctum P, reperiatur, quod propter obliquam intersectionem rectæ AG, cum DBP, vix sine errore potest deprehendi.

CAETERVM quemlibet parallelum transire per tria puncta inuenta, vt GPFO, per F, O, G, hinc etiam colligi potest. Cũ enim parallelus Horizontis recti, & Horizon rectus abscindant ex Verticalibus eiusdẽ Horizontis recti ęquales arcus per propos. 10. lib. 2. Theod. Sint autem eiusmodi Verticales Aequator ABCD, & Meridianus DEB; referatque EO, arcum CF, ex propos. 1. erunt tres arcus æquales CF, EO, AG. Igitur parallelus GPFO, cum per O, transire conspiciatur, transibit quoque per puncta F, G Eadem de causa parallelus IRHQ, per tria puncta H, Q, I, transibit. Et sic de cæteris.

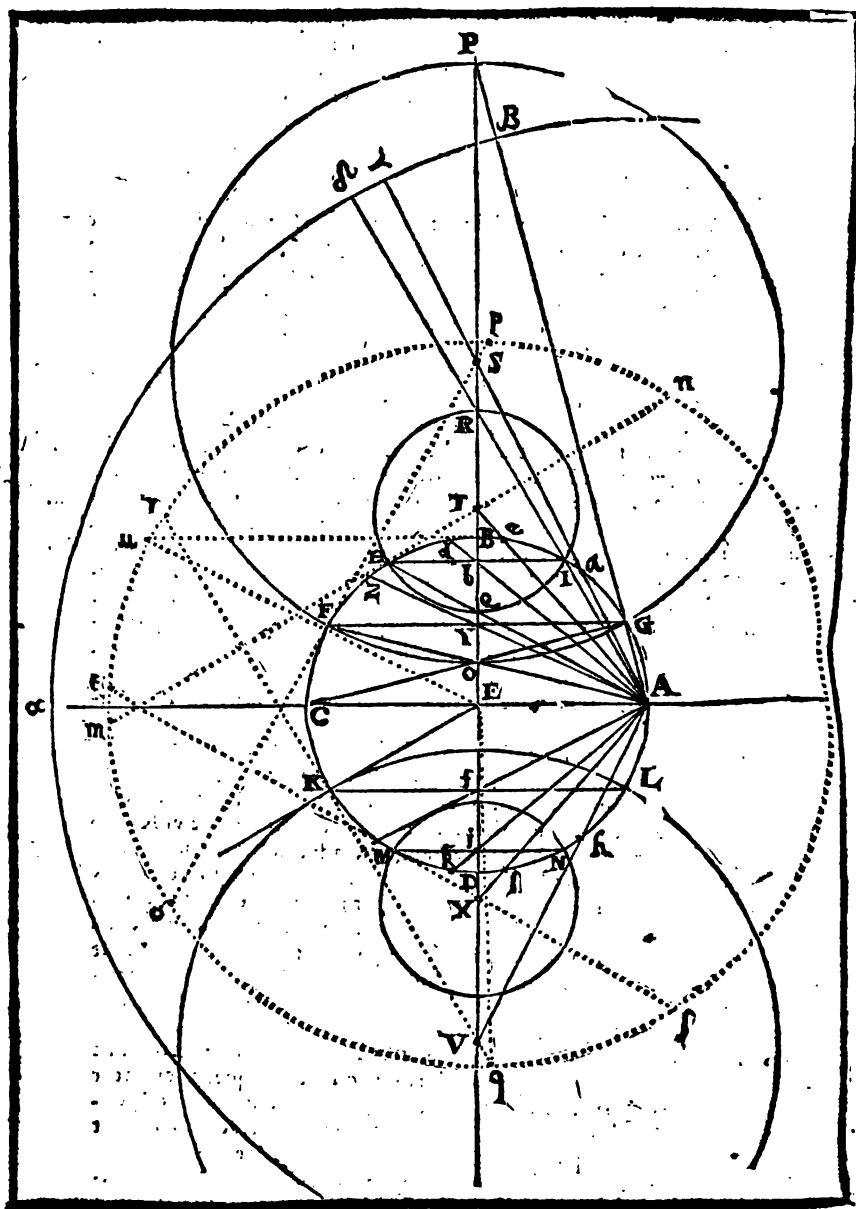
2. ITA autem centra parallelorum facile inueniemus. Ex A, per Y, vbi diameter FG, rectam BD, secat, emittatur recta AY, secans Aequatorem in Z. Si namque arcui BZ, æqualis abscindatur Ba, cadet recta Aa, in S, centrum quæsitum, vt in Lemmate 35. demonstratum est. Sic etiam ducta recta Abd, si arcui Bd, æqualis sumatur Be, incidet recta Ae, in T, centrum paralleli per H, Q, I, descripti. Item ducta recta Afg, si arcui Dg, accipiatur æqualis Dh, dabit recta Ah, centrum V, paralleli per K, L, descripti. Denique ducta recta Aik, si arcui Dk æqualis Dl, sumatur, transibit recta Al, per X, centrum paralleli per M, N, descripti. Satis autem est, si centra S, T, reperiantur pro parallelis semicirculi ABC. Nam si rectis ES, ET, æquales fiant EV, EX, erunt V, X, centra oppositorum parallelorum circa puncta K, L, & M, N, describendorum. Oppositi enim paralleli in Horizonte recto æquales omnino sunt in Astrolabio, sicut in sphæra.

Centra parallelorum circuli maximi per mundi polos ducti, in Astrolabio reperire.

3. ALIO modo describemus eosdem parallelos, etiamsi neque eorum diametri in circulo ABCD, ductæ sint, neque radii ex A, emittantur. Quoniã enim, vt paulo inferius ostendemus Num. 10. recta quæcumque, vt EK, ex centro ad Aequatorem educta tangit in K, parallelum per K, descriptum; [a] fit vt KV, ducta ad EK, perpendicularis, vel Aequatorem tangens, cadat in V, centrum paralleli per K, describendi. Quocirca si ad omnia puncta Aequatoris, qui Verticalis primarius est in sphæra recta, ex centro E, ducantur rectæ lineæ, & per earum extrema puncta ducantur ad easdem lineæ perpendiculares, quæ quidem ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Aequatorem in eisdem punctis tangent, inuenta erũt centra omnium parallelorum, semidiameter autem cuiusque erit ipsa linea tangens a centro inuento vsque ad punctum contactus. Vt in dato exemplo, semidiameter paralleli KL, est VK. Ducemus autem facili negotio per singula puncta Aequatoris tangentes rectas, siue perpendiculares ad eius semidiametros, hac ratione. Educta ex B, ad BD, perpendiculari Bu, quantacunque, describatur ex E, per u, circulus occultus; & recta Bu, beneficio circini transferatur ex punctis Aequatoris H, F, K, M, in circumferentiam occultam ex vtraque parte, vt ex H, vsque ad m, n; & ex F, vsque ad o, p; & ex K, vsque ad q, r; & ex M, vsq; ad s, t. Rectæ namque mn, op, qr, st, Aequatorem tangent in H, F, K, M, hoc est, perpendiculares erunt ad semidiametros, si ducãtur, EH, EF, EK, EM. Iunctis enim

Parallelos eosdẽ per rectas tangẽtes describere.

[a] 19. tertij.

P
B
S
n
R
T
B
I
G
F
Y
o
A
C
E
m
K
f
L
M
N
D
X
V

rectis Eu, Eq, erunt duo latera EB, Bu, duobus lateribus EK, Kq, æqualia. Cum ergo & basis Eu, basi Eq, sit æqualis, [a] erit angulus rectus EBu, angulo EKq, æqualis, ac proinde hic quoque rectus erit, ideoque Aequatorem in K, continget. Eademque de cæteris ratio est.

a 8. primi.

4. NON erit difficile ex ijs, quæ dicta sunt, describere parallelum quotcunque gradibus ab Horizonte recto AC, distantem, si distantiam datam à puncto C, vel A, numeremus versus B, si parallelus describendus sit supra Horizontem, aut versus D, si infra Horizontem, & per terminum numerationis parallelum describamus, vt traditum est.

Parallelum dati Horizontis recti in Astrolabio describere.

5. E CONTRARIO, si descriptus sit quilibet parallelus, cognoscetur eius distantia ab Horizonte recto per arcum Aequatoris inter C, vel A, & punctum intersectionis paralleli cum eodem Aequatore. Vel si per intersectiones paralleli cum linea meridiana rectæ educantur, secabitur Aequator in duobus punctis eiusdem distantiæ: Atq; hæ rectæ necessario per intersectiones paralleli cum Aequatore transibunt: Alioquin circulus datus non repræsentaret aliquem parallelum Horizontis recti: Quare quando non constat, propositum circulum esse vnum ex parallelis recti Horizontis, adhibenda erit posterior ratio, vt simul agnoscamus, nos non frustra, ac temere distantiam dati paralleli ab Horizonte recto inquirere. Nam si rectæ ex A, per intersectiones propositi circuli cum meridiana linea ductæ transeunt per intersectiones eiusdem circuli cum Aequatore, certum est, eum esse Horizonti parallelum, cuius diameter est recta duas has intersectiones coniungens: alias non erit Horizonti parallelus, sed aliquem alium circulum repræsentabit, vt propos. 17. dicemus.

Parallelus Horizontis recti in Astrolabio descriptus, quantum ab Horizonte recto distet in sphæra, cognoscere.

6. PORRO vt radij ex A, emissi, & longius excurrentes, exquisitius ducantur, describendus erit ex A, ad quoduis Interuallum circulus $\alpha\beta$, vt in antecedentibus etiam propositionibus factum est. Nam si v. g. accipiatur arcus $\alpha\beta$, similis semissi arcus CBG, transibit radius AG, per β; quia nimirum per Lemma 10. rectæ $A\alpha$, $A\beta$, intercipiunt duos arcus, quorum is, qui in circulo ex A, descripto existit, similis est semissi arcus in circulo per A, transeunte. Ita quoq; si sumantur arcus $\alpha\gamma$, $\alpha\delta$, similes semissibus arcuum CBa, CBI, transibunt radij $A\gamma$, $A\delta$, per a, I, &c.

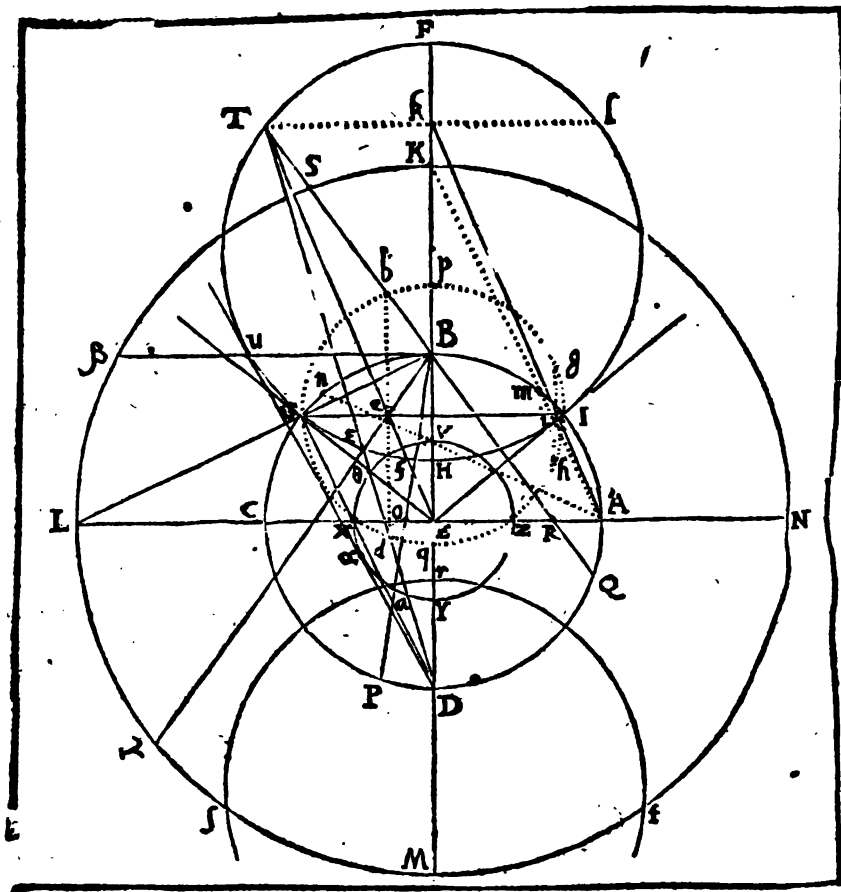
Radios longius excurrentes accuratius ducere.

7. IAM verò circulus maximus, quem recta AC, refert, & eius paralleli ijsdem prorsus modis in gradus distribuentur, quibus superiores circulos partiti sumus. Nam circulus maximus per rectam AC, in infinitum extensam repræsentatus, diuidetur per rectas ex B, polo superiori per gradus Aequatoris emissas eo ordine, quem in lemmate 23. præscripsimus: Nimirum arcui abscisso DP, inchoato à puncto inferiori D, respondet arcus EO, à sectione boreali inchoatus: Ita quoque arcui DQ, respondet arcus ER: Item arcui DG, respondet arcus EL, ita vt quemadmodum arcus BG, incipit à puncto superiore, ita ei respondeat arcus à sectione australi inchoatus (si polus australis designari posset) vsque ad L. Itaq; si PQ, fuerit quadrans, erit quoque OR, quadrans. Rursus idem circulus maximus AC, diuidetur per rectas ex inferiori polo D, emissas, ita tamen, vt arcus à superiori puncto B, inchoati habeant respondentes in AC, à sectione boreali E, inchoatos, &c. vt in eodem Lemmate 23. dictum est. Ita vides arcui BG, respondere arcum EX, quorum ille à puncto superiori, hic vero à sectione boreali initium sumit, &c.

Circulum maximum per polos mundi ductum, in gradus distribuere.

8. SIT quoque parallelus aliquis maximi circuli AC, nimirum FGHI, diuidendus in gradus per rectas ex polo superiori B, eductas. Describatur parallelus

Parallelos circuli maximi per mundi polos ducti, in gradus distribuere, ex eorum polis.

rallelus Aequatoris KLMN, tanto interuallo à polo australi A, distans, quanto parallelus FGHI, à polo superiori B, abest, ita vt arcus BG, Am, dictas distantias metientes sint æquales. Si igitur arcus sumatur KS, in parallelo Aequatoris quotlibet graduum, dabit recta BS, in dato parallelo arcum FT, totidem graduum, quia KS, incipit à puncto superiore K, & FT, à sectione australi F. Eadem ratione tot erunt gradus in arcu MLS, inchoato à puncto M,

inferiore, quot in arcu HGT, à sectione boreali H, inchoato continentur. Et quia FG, GH, HI, IF, respondent quadrantibus dati paralleli in sphæra; quod Aequator ABCD, hoc est, Verticalis primarius spheræ rectæ, & Meridianus FD, secent Horizontem, eiusq; parallelos in quadrantes; necesse est, vt recta BL, transeat per punctum G, vt auferat arcum FG, quadranti KL, respondentem, &c.

9. QVOD

9. QVOD si idem parallelus FGHI, per rectas ex inferiori polo D. egredientes diuidendus sit in gradus, describendus erit parallelus Aequatoris VXYZ, parallelo KLMN, oppositus, qui videlicet tanto interuallo à polo australi A, absit, quanto parallelus FGHI, à polo inferiori D, distat, ita vt arcus DCG, ABn, dictarum distantiarum æquales sint. Nam si arcui KS, inchoato à puncto superiori sumatur similis arcus Ya, (qui in sphæra ipsi KS, æqualis est, cum paralleli æquales sint.) à puncto inferiori inchoatus, dabit recta Da, producta arcum paralleli FT, eundem à sectione australi inchoatum. Item abscindet arcui Vxa, à puncto superiori, V, Inchoato arcum HGT, à sectione boreali H, inchoatum. Eodem modo DX, abscindet duos quadrantes YX, FG, vt ex Lemmate 23. perspicuum est.

10. ALIO modo eundem parallelum ita in gradus partiemur. Descripto circa GI, circulo pGqI, sumantur arcus pb, qd, inter se æquales, iunctaq; recta bd, secet GI, in e. Nam recta Ee, secabit parallelum in duobus punctis T, f, continebitq; vterq; arcus FT, Hf, tot gradus, quot in arcu pb, continentur. Item vterque arcus GT, Gf, tot complectetur gradus, quot In arcu Gb, reperiuntur: adeo vt si arcus KS, p b, similes fuerint, rectę Ee, BS, In idem punctum T, incidant. Est autem hæc ratio eadem omnino, quæ illa, qua propos. antecedenti Num. 26. parallelos circulorum obliquorum in gradus distribuimus; propterea quòd E, sit centrum Verticalis primarij, sicut ibi punctum L. Ex quo fit, rectas EG, EI, parallelum tangere in G, I, extremis punctis diametri visæ GI, quemadmodũ ibi rectæ Lq, LG, parallelũ contingere ostendimus.

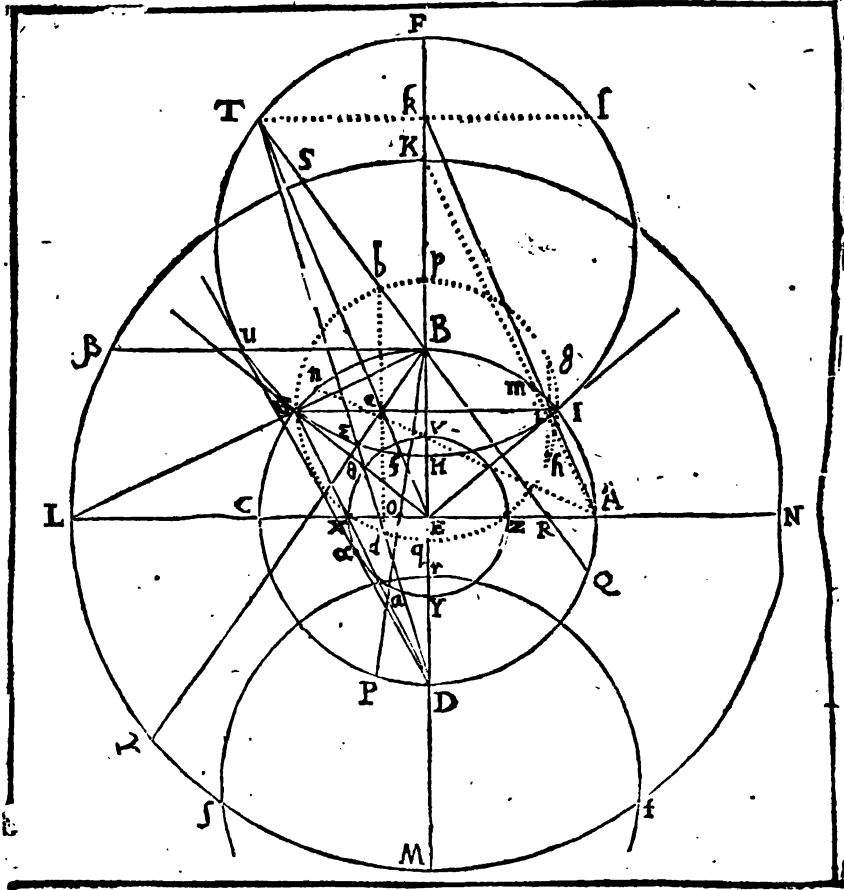
Parallelas circuli maximi per mundi polos ducti, in gradus distribuere, ex centro Astrolabij.

11. TERTIO eundem parallelum, & alios quoque hac ratione distribuemus in gradus. In circulo circa GI, veram diametrum paralleli descripto accipiantur duo arcus æquales Ig, Ih, Iunctaque recta gh, secante GI, in i ducatur ex A, polo australi per i, recta Ai, donec EB, productam secet in k. Nam recta Tl, per k, ad BF, ducta perpendicularis abscindet duos arcus FT, FL, quorum vterque continet tot gradus, quot in arcu Ig, includuntur, vel duos GT, IL, totidem graduum, quot complectitur arcus pg; adeo vt si arcus Ig, similis fuerit arcui KS, vel æqualis arcui pb, perpendicularis kT, in ipsum punctum T, quod per rectas BS, Ee, monstratum est, incidat. Atque hæc ratio à tertio modo diuidendi parallelos obliquos, quem in præcedenti propos. Num. 31. exposuimus, non differt.

Parallelos circuli maximi per mundi polos ducti, in gradus distribuere, ex polo australi *Analemmatis*.

12. NON àliter paralleli infra Horizontem rectum AC, diuidentur In suos gradus. Sit enim parallelus r ſt, sub Horizonte æqualis omnino parallelo FGHI, hoc est, distantia vtriusq; ab Horizonte in contrarias partes sit eadem. Ergo ex polo superiori distribuetur beneficio paralleli Aequatoris VXYZ, qui tanto spatio abest à polo australi, quanto parallelus r ſt, à Zenith B, distat: ita vt rectæ ex B, cadentes, auferentesque arcus à puncto V. superiori inchoatos abscindãt ex parallelo arcus respondentes a sectione australi inchoatos, quæ infra punctum M existit: Rectæ vero abscindentes ex parallelo Aequatoris arcus a puncto inferiori Y, inchoatos, auferant arcus respondentes in dato parallelo r ſt, incipientes a sectione boreali r, veluti prius. At ex polo inferiori D, secabitur idem parallelus r ſt, beneficio paralleli Aequatoris KLMN, cum hic tanto spatio remoueatur à polo australi, quanto r ſt, a Nadir, vel polo Horizontis inferiori recedit: ita vt rectæ ex D, egredientes, quæ auferunt arcus paralleli Aequatoris incipientes a K, puncto superiori, resecent ex parallelo r ſt, arcus respondentes initium sumentes a sectione boreali r: Rectæ vero auferentes ex KLMN, arcus, quorum initium est in M, puncto inferiori, abscindant

dant ex r ſt, reſpondentes arcus à ſectione auſtrali infra punctum M, exiſtente in choatos, vt prius. Quæ omnia liquido conſtant ex iis, quæ in Lemmate 23. ſcripſimus.

PARALLELI iidem diuidi quoq; poterũt in gradus, ſi placet, ex centris proprijs, & centro Aſtrolabii, eo modo, quem in antecedenti propoſ. 6. Num. 35. expoſuimus: quæ res, quoniam facilis eſt, longiori declaratione non indiget.

DENIQVE huc etiam facile accomodabuntur omnia ea, quæ Num. 36. & 37. propoſ. 6. ſcripſimus, vt perſpicuum eſt.

SED ante omnia huc transferantur ea, quæ propoſ. 6. Num. 25. ſcripſimus. hoc eſt, ſi à puncto F, verſus G, abſcindendus ſit ex parallelo arcus quotuis graduũ apparentiũ, numerentur ex puncto oppoſito H, in eandem partem verſus G, totidem gradus æquales vſque ad s. Recta enim ex D, polo inferiore per s, eiecta abſcin-

cta abscindet arcum FT, quęsitum, continentem videlicet tot gradus visos, quot æquales in arcu H ι, continentur. Quod si iidem gradus æquales numerentur ex H, in oppositam partem versus I, dabit recta ex fine numerationis per B, polum superiorem ducta eundem arcum FT. Vicissim si ex F, vsque ad T, numerentur quotuis gradus æquales, abscindet recta TD, ad polum inferiorem D, ducta ex eadem parte arcum Hι, totidem graduum visorum: recta autem ex T, per B, polum superioaem extensa auferet ex parte opposita arcum totidem graduum apparentium.

DEINDE quia V, centrum circuli pGqI, & E, centrum paralleli Aequatoris KLMN, similiter distant à B, polo superiore, ([a] cum sit, vt GV, hoc est, vt pV, semidiameter ad VB, ita LE, hoc est, ita KE, semidiameter ad EB.) fiet diuisio paralleli FGHI, per circulum pGqI, sicuti per parallelum KLMN, ex polo superiori B. Ita vides rectam Bb, (sumpto arcu pb, simili ipsi KS.) transire per S, indicareque idem punctum T. Rursus quia eadem centra V, E, similiter distant à polo D, inferiore, sumpto E, pro centro paralleli Aequatoris VXYZ, ([b] cum sit, vt GV, hoc est, vt pV, semidiameter ad VD, ita XE, hoc est, ita VE, semidiater ad ED.) fiet eadem diuisio paralleli FGHI, per eundem circulum pGqI, ex polo D, inferiore. Ita vides rectam Dd, (sumpto arcu qd, simili ipsi Ya,) transire per a, monstrareque idem punctum T. Atque in hunc modum si pro parallelis Aequatoris KLMN, VXYZ, alii circuli describantur, quorum centra similiter absint à polo B, superiore cum E, centro paralleli KLMN, vel à polo D, inferiore similiter cum E, centro paralleli VXYZ, habebuntur alii citculi, per quorum gradus rectæ ex polo B, vel D, extensæ partientur parallelum FGHI, in gradus, vt propos. 6. Num. 25. demonstrauimus.

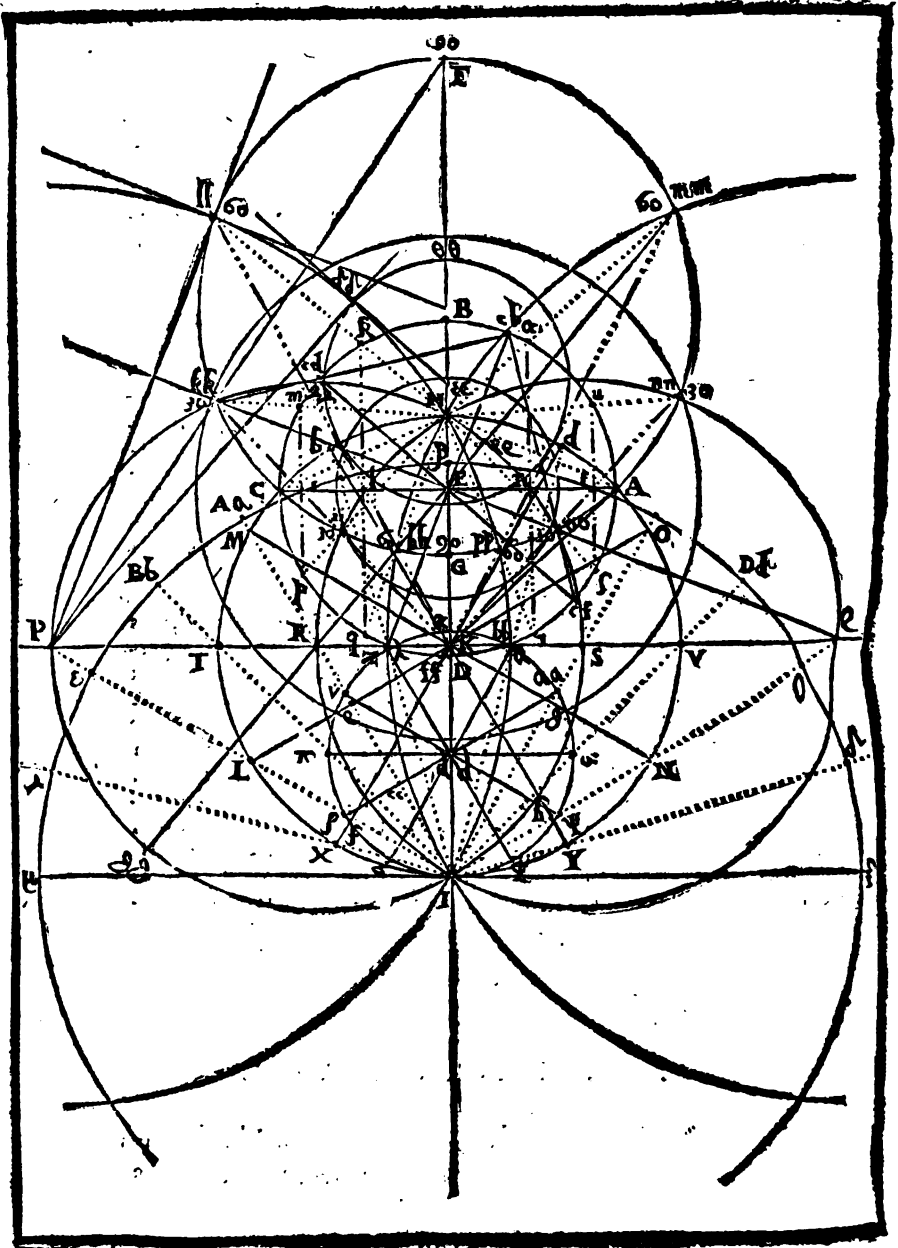
[a] 4. sexti.

[b] 4. sexti.

13. AD extremum omnia illa hic vera sunt, quæ in scholio antecedentis propos. Num. 2. 3. 4. & 5. demonstrata sunt: hoc est, ducta recta Buβ, ad BD, perpendiculari ex B, polo parallelorum Horizontis recti superiore, rectam Du, ex inferiore polo D, ductam tangere parallelos in u, α; & arcum Fu, arcui Mβ, & arcum Hu, arcui K β, similem esse. Item arcus Yα, Hu, & Vα, Fu, quos tangens recta Du, ex inferiore polo D, educta abscindit, similes esse. Rursus si ex eodem polo inferiore D, ducatur vtcumque recta DT, tam arcus FT, Vθ, quam Hι, Ya, & quam Tι, θa, similes esse. Præterea ductis rectis BT, Bι, secantibus parallelum Aequatoris KLMN, in S, γ; & arcus Sγ, Tι, similes, & angulos TBF, γBM, vel TBβ, γBβ, æquales esse. Denique si fiant æquales anguli TBF, γBM, ita vt rectæ BT, Bγ, parallelos secent in T, ι, S, γ, vicissim arcus Sγ, Tι, similes fore: atque adeo rectam ductam DT, transire per punctum ι, vbi recta Bγ, eundem parellelum Horizontis secat: Et rectam ductam Dι, transire per punctum T, vbi idem parallelus à recta BT, secatur; hoc est, tria puncta D, ι, T, in vna recta linea sita esse. Eadem enim omnino demonstratio, quæ in dicto scholio facta est, locum hic habet, vt liquet.

PROBL. V. PROPOS. VIII.

VERTICALES circulos, qui per polos Horizontis ducuntur, & quos Azimuth Arabes appellant, & alios circulos maximos, qui per polos cuiusuis circuli maxi-

mi in Astrolabio descripti incedunt, in Astrolabio describere, eosque in gradus distribuere.

1. PROPOSITIONE quinta Verticalem primarium, Horizontem, Eclipticam, & alios circulos maximos ad Meridianum quidem rectos, ad Aequatorem vero inclinatos, quorum inclinatio nota sit, descripsimus: Alii autem Verticales ad Meridianum inclinati, quos Arabes appellant Azimuth, quoniam in Analemmate eandem diametrum habent cum Verticali primario, nimirum axẽ Horizontis, cum omnes per Horizontis polos incedant, ea ratione describi nequeunt, quod Meridianus ad illos rectus non sit, ac proinde in recta BD, communi sectione Meridiani, & plani Astrolabii, Aequatorisue, eorum diametri non maximae appareant, (quippe cum solum maximae cernantur in communibus sectionibus plani Aequatoris, vel Astrolabii, & maximorum circulorum per eorũ polos, & polos mundi ductorum, vt in scholio ptopos. 3. Num. 1. demonstrauimus) sed omnes conspiciantur habere eandem diametrum visam cum Verticali primario, qualis est HI, in hac proposita figura. Quamobrem eos hac ratione in Astrolabium proiiciemus. Verticalis primarius AHCI, diuidatur in partes equales per tot diametros, quot Verticales in Astrolabio describendi sint, ducta prius per eius centrum K, ad HI, perpendiculari PQ, indefinitae magnitudinis: Vt in partes 360. per 180. diametros, (quaelibet enim diameter per duo puncta opposita ducitur.) si 180. Verticales desiderẽtur, diuidentes Horizontem, eiusq; parallelos in 360. gradus: Vel in partes 180. per 90. diametros, si 90. Verticales describendi sint, Horizontẽ in 180. partes diuidentes, ita vt inter binos bini gradus intercipiantur: Vel in partes 120. per 60. diametros, vt singulae partes ternos gradus complectantur: Vel in partes 72. per 36. diametros, vt singulae partes contineant quinos gradus: Vel in partes 60. per 30. diametros, vt inter binas proximas seni gradus includantur: Vel in partes 40. per 20. diametros, vt inter quaslibet duas nouem gradus intercipiãtur: Vel in partes 36. per 18. diametros, vt singulae partes contineant denos gradus: Vel in partes 24. per 12. diametros, vt singulae partes quindenos complectantur gradus: Vel in partes 20. per 10. diametros, vt partes singulae octodenos gradus comprehendant: Vel denique in partes 12. per 6. diametros, vt singulae partes tricenos gradus complectantur, vt in nostro exemplo factum est. In eo enim descripti sunt 6. Verticales, & inter quoslibet duos proximos, 30. gradus intercipiuntur, & Horizon cum suis parallelis ab eisdem in 12. partes distribuitur.

Verticales circulos in Astrolabio describere.

DEINDE ex alterutro polorum Horizontis H, I, verbi gratia, ex I, per omnia extrema diametrorum radii emittantur secantes rectam PQ, in punctis, quae & diametros, & centra Verticalium circulorum exhibebunt hoc ordine: Radii per extrema cuiuslibet diametri emissi abscindunt ex PQ, diametrum illius Verticalis, qui tot gradibus in sphera à Verticali primario distat ab ortu in austrum, quot gradibus diameter assumpta in Verticali primario à puncto T, orientali versus I, australe recedit: Vel qui tot gradibus a Verticali primario in sphaera distat ab occasu in boream, quot gradibus eadem diameter assumpta in primario Verticali à puncto V, occidentali versus H, boreale remouetur: Aut qui tot gradibus in sphaera à Verticali primario recedit ab ortu in boream, quot gradibus assumpta diameter in Verticali primario abest a puncto T, orientali versus H, punctum boreale: Vel denique qui tot gradibus a primario Verticali in sphaera ab occasu in austrum distat, quot gradibus eadem diameter assumpta

 a puncto

a puncto occidentali V, versus punctum australe I, abest. Est enim recta PQ, in Astrolabio itu concipienda, vt nobis in polo australi existentibus pars KP, sit ad dexteram, & KQ, ad sinistram. Nam cum nobis conuersis ad faciem Astrolabii (quod in plano Aequatoris existit) pars eius orientalis (vt ab auctoribus in vsu accipitur) sita sit ad sinistram, qualis est pars a meridiana linea FI, ad sinistram porrecta; occidentalis vero ad dexteram, cuiusmodi est portio ab eadem meridiana FI, dextram versus extensa: fit, vt existentibus nobis in polo antarctico, pars orientalis Astrolabii existentis in plano Aequatoris statuatur ad dexteram, occidentalis autem ad sinistram: adeo vt polus australis concipiendus sit a tergo plani Astrolabii. Quæ res attente considerata plurimum confert ad concipiendos situs omnium centrorum Verticalium in recta PQ, in infinitum producta. Omnes enim scriptores accipiunt in vsu Astrolabii partem, quæ nobis ad Astrolabium conuersis ad sinistram posita est, pro orientali, & quæ ad dexteram pro occidentali, at Oriens constitutis nobis in polo australi, & ad Aequatorem conuersis, existit ad dexteram, & occidens ad sinistram. Quod si quis malit partem KP, rectæ PQ, in infinitum extensę apparere nobis ex polo australi ad sinistram, & partem KQ, ad dexteram, (quod vt fiat, nihil prohibet) sumenda erit pars dextra Astrolabii pro orientali, & sinistra pro occidentali. Sed prior consideratio magis est in vsu apud Astronomos. Itaque Aequatore dirimente partem cæli borealem ab australi in sphæra, erit punctum T, Verticalis primarii in Astrolabio orientale; V, occidentale; H, boreale; & I, australe.

Orientalis pars, & occidẽtalis in Astrolabio quæ.

RADIVS deinde per punctum Verticalis primarii eiectus, cuius distantia a puncto I, dupla est distantię, quam assumpta diameter ab eodem puncto I, habet, cadit in centrum Verticalis describendi, hoc est, secat abscissam diametrum bifariam. Exempli causa. Quoniam diameter LO, recedit à T, puncto *orientali* versus australe I, siue à puncto occidentali V, versus boreale H, grad. 30. *idcirco* radij IL, IO, intercipiunt diametrum PS, Verticalis PHSI, qui a puncto orientali Horizontis C, (in Horizonte Astrolabii punctum C, orientale est; A, occidentale; G, boreale; & F, australe, prout Verticalis primarius in sphæra partem borealem ab australi separat) versus australe F, totidem gradibus distat; vel a puncto occidentali A, versus boreale G. Centrum autem eius est punctum R, in quod cadit radius IM, ductus ex I, ad punctum M, cuius distantia IM, dupla est distantiæ IL. Sic etiam radii IX, I d, intercipient diametrum Verticalis H a I, recedentis a puncto Horizontis orientali C, in austrum, vel a puncto occidentali A, in boream, grad. 60. Centrum autem eius erit P. Rursus radij IY, Ib, abscindent diametrum Verticalis HZI, qui a puncto occidentali Horizontis A, in austrum, vel a puncto orientali C, in boream distat grad. 60. centrum autem ipsius erit Q. Denique radii IN, IM, exhibebunt diametrum QR, Verticalis QHRI, qui a puncto occidentali Horizontis A, in austrum, vel à C, puncto orientali in boream recedit grad. 30. Centrum autem eiusdem erit S.

2. RECTE autem hac ratione Verticales circulos describi, in hunc modum demonstrabimus. Recta PQ, ad BD, perpendicularis refert parallelum Horizontis, qui per polum australem A, ducitur in sphæra, vt propos. 6. Num. 3. demonstrauimus. [a] Cum ergo Verticales circuli Horizontem, eiusque parallelos secent in partes similes in sphæra, necessario idem in Astrolabio continget, adeo vt Verticalis transiturus v. g. in Astrolabio per grad. 30. Horizontis à puncto C, orientali versus austrum F, describendus sit per grad. 30. paralleli Horizontis, quem recta PQ, refert, numeratum ab eius puncto orientali T, vsque ad P, versus australem partem, quæ versus P, tendit. Et quia idem Verticalis secat Horizontem,

a 10. 2. Theo.

rizontem, & parallelum PQ, in pūctis oppositis, necesse est eum transire etiā per grad. 30. eiusdem paralleli a puncto V, occidentali versus boreale punctum K, vsque ad S, numeratum. Nam in parallelo PQ, (vt obiter etiam hoc explicemus) orientale punctum est T; occidentale V; boreale K; australe vero notari non potest, cum recta PQ, in infinitum excurrat, partes tamen eius australes sunt segmēta à punctis T, V, orientali, atque occidentali, versus P, & Q, tendentia. Quoniā vero idem parallelus, quem recta PQ, in Astrolabio exprimit, distat a polo australi A, per rectam AK, hoc est, per rectam IK, ipsi AK, æqualem, cum vtraque sit eiusdem circuli semidiameter, secabitur parallelus PQ, in gradus singulos per rectas ex I, pūcto per singulos gradus circuli HTIV, per I, descripti, & cuius diameter IH, ad PQ, perpendicularis est, emissas, vt constat ex iis, quæ propos. 1. Num. 5. demonstrata sunt a nobis: adeo vt portio TP, respondeat arcui TL, grad. 30. ab ortu in austrum computato; portio vero VS, arcui VO, grad. 30. ab occasu in septentrionem numerato.

QVIN etiam parallelum Horizontis PQ, in gradus distribui per rectas ex alterutro polorum Horizontis H, I, emissas per gradus Verticalis HTIV, vel cuiusuis circuli Verticalem in H, vel I, tangentis, qualis est in figura circulus ατIω, (Nam per 9. Lēma rectæ ex I, eiectę auferunt ex circulo HTIV, & ατIω, illum tangente in I, arcus similes; ac proinde eædem rectæ transeunt per gradus vtriusque circuli. Quod etiam de rectis ex H, egrediētibus dicendum est, si circulus describatur Verticalem tangens in H.) hac etiam alia ratione potest demonstrari. Quoniam parallelus Horizontis per polum australem ductus, quem in Astrolabio recta PQ, exprimit, diuiditur in gradus per rectas ex polo Horizontis H, ductas per gradus paralleli Aequatoris, qui ex E, centro per H, describitur, vt propos. 6. Num. 21. ex Lemmate 23. demonstrauimus, cum hic parallelus Aequatoris tantum absit à polo australi, quantum ille Horizontis à Zenith, seu polo Horizontis boreali, cum vtrobique distantia sit arcus Meridiani inter polum australem, & polum Horizontis borealem interiectus, quòd vnus ducatur per Zenith, & alter per polum australē in sphæra: fit, vt rectæ ex H, emissæ per gradus Verticalis, vel circuli cuiusque eum in d, tangentis, secent quoque parallelum illum Horizontis per rectam PQ, repræsentatum, in gradus; quandoquidem rectæ illæ Verticalem, & circulum quemlibet tangentem, & parallelum Aequatoris ex E, per H, descriptum, illosque in H, tangentem, in arcus similes partiuntur, ex Lemmate 9. Eademque prorsus ratio est de rectis ex I, emissis, cum hæ ita diuidant rectam PQ, quemadmodum a rectis ex H, eductis secatur, propter æqualem distantiam vtriusque puncti H, I, a recta PQ.

HAEC cum ita sint, Verticalis circulus distans a primario Verticali grad. 30. ab ortu in austrum, & ab occasu in boream, secabit parallelum PQ, in iisdē gradibus, nimirum in punctis P, S. Pari ratione Verticalis distans grad. 60. a primario Verticali ab ortu in austrū, & ab occasu in boream, transibit per punctū paralleli PQ, in quod incidit radius IX, ductus per grad. 60. à T, orientali puncto versus australe I, vsque ad X, numeratum, & per punctum a, quod respondet grad. 60. à puncto occidentali V, versus boreale H, vsque ad d, computato. Atque ita de cæteris dicendum est. Et quia omnes Verticales per polos Horizontis H, I, transeunt, perspicuum est, ex coroll. propos 1. lib. 3. Eucl. in recta PQ, secante rectam HI, in omnibus Verticalibus existentem bifariam in K, & ad angulos rectos centra omnium Verticalium existere. Igitur media puncta diametrorum in recta PQ, inuentarum centra erunt Verticalium, in quę videlicet incidunt rectæ ex I, ad diametros circuli HTIV, perpendiculares, vt in Lemmate 35. ostendimus,

Centra Verticalium existere in linea recta, quæ per centrum Verticalis primarij ad meridianam linea ducitur perpendicularis.

dimus, quales sunt rectæ ex I, per ea puncta ductæ, quorum distantiæ ab I, duplæ sunt distantiarum, quas dictæ diametri circuli HTIV, ab eodem puncto I, habent. [a] Hæ namque rectæ ad dictas diametros perpendiculares sunt, cum ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. a diametris bifariam secentur, quemadmodum & arcus. Verbi gratia, quia diameter dX, secat arcum IL, bifariam in X, secabit eadem rectam IL, bifariam in f; [b] ac proinde & ad angulos rectos. Eademq; ratione IM, perpendicularis erit in e, ad LO, & IN, ad Yb, in h; & IO, ad NM, in g. Quæ cum ita sint, recte Verticalis PHSI, ex centro R, descriptus est; & Verticalis HaI, ex centro P; & RHQI, ex S; & HZI, ex Q.

a 3. tertij.

b 3. tertij.

3. CIRCVLOS porro ex dictis centris in PQ, inuentis circa diametros in eadem PQ, repertas descriptos, transire necessario per H, I, polos Horizontis, vt ratio postulat, cum per eos polos in sphæra omnes Verticales incedant; ac proinde vere eosdem illos circulos repræsentare Verticales, cum transeant etiam per puncta paralleli PQ, per quæ eos describendos esse ostendimus, breuiter hac ratione demonstrabimus. [c] Quoniam v.g. angulus LIO, in semicirculo rectus est, hoc est, angulus PIS; transibit necessario circulus ex R, puncto medio rectæ PS, circa PS, descriptus per punctum I, ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. Eademque ratio est de aliis. Solent autem segmenta tantum Verticalium inter Horizontem, & tropicum ♑, comprehensa in Astrolabiis describi, quamuis nos eosdem integros descripserimus, vt ratio descriptionis planior fieret.

c 31. tertij.

4. VT quoque radii ex puncto I, longius excurrentes facilius sine errore duci possint, descripsimus ex centro I, circulum $\mu\beta\xi$, cuiuscunque magnitudinis. Quo autem maior fuerit, eo exquisitius id, quod propositnm est, exequemur. Nam, vt in Lemmate 10. monstratum est, si semissi arcus HX; similis arcus $\beta\gamma$, sumatur, vel (ducta diametro $\mu\xi$, ad HI, perpendiculari.) si semissi arcus IX, accipiatur similis arcus $\mu\gamma$, transibit radius IX, per γ. Hanc ob causam sumptus est quoq; arcus $\xi\delta$, similis semissi arcus IY, & arcus $\mu\epsilon$, $\xi\theta$, semissibus arcuũ IL, IN, similes, &c. Itaq; si semicirculus $\mu\beta\xi$, in 180. partes equales distribuatur, dabunt rectæ ex I, per illas partes emissæ in recta PQ, centra omnium 180. Verticalium Horizontem in 360 gradus diuidentium: quandoquidem rectæ ex I, per 180. partes totius circuli ITHV, quarũ semissibus illę similes sunt, emissæ exhibent eadem centra omnium 180. Verticalium. Nam recta IL, cadens in centrum P, Verticalis H a I, aufert ex circulo ITHV, arcum IL, grad. 60. ex semicirculo vero $\mu\beta\xi$, arcum $\mu\epsilon$, grad. 30. qui semissi illius similis est, &c. Si autem idem semicirculus $\mu\beta\xi$, in 90. partes secetur, inuenientur eodem modo centra 90. Verticalium Horizontem in partes 180. binorum graduum partientium, & sic de cæteris. Quod si ex H, non autem ex I, rectæ eductæ centra exhiberent in recta PQ, describendus esset circulus ex H, ad quodlibet interuallum, loco circuli $\mu\beta\xi$, &c.

Centra omnium Verticalium secãtium Horizontẽ in 360. gradus, semicirculum in 180. gradus diuisum inuenire.

5. RVRSVS vt quoad eius fieri potest, exquisitissimè Vertcales describantur, inuenienda sunt in Horizonte, per ea, quæ propos. 5. Num. 18. & 25. scripsimus, puncta, per quæ transire debent: nimirum grad. 30. & 60. tam à puncto orientali C, quam occidentali A, versus austrum, & Boream, non solum per rectas ex polo Horizontis H, ductas, cuiusmodi sunt Hkll, Hmkk, Hiip, Hhhq, Hppr, Hoos, Hunn, Hæmm; verum etiam per rectas ex K, centro Verticalis per puncta rectæ AC, sic diuisæ, vt in Lemmate 8. traditum est, emissas, qualia sunt puncta i, l, n, t, quæ per rectas mp, kq, æi, vs, inueniuntur, vt in figura apparet: vel (quod magis probo) per ea, quæ propos. 6. Num. 25. scripsimus, eiusmodi puncta exquirenda sunt. Ita enim singuli Verticales sena

Nam puncta in Horizonte, eiusq. parallelis, per quæ Verticales describendi sunt, inuenire.

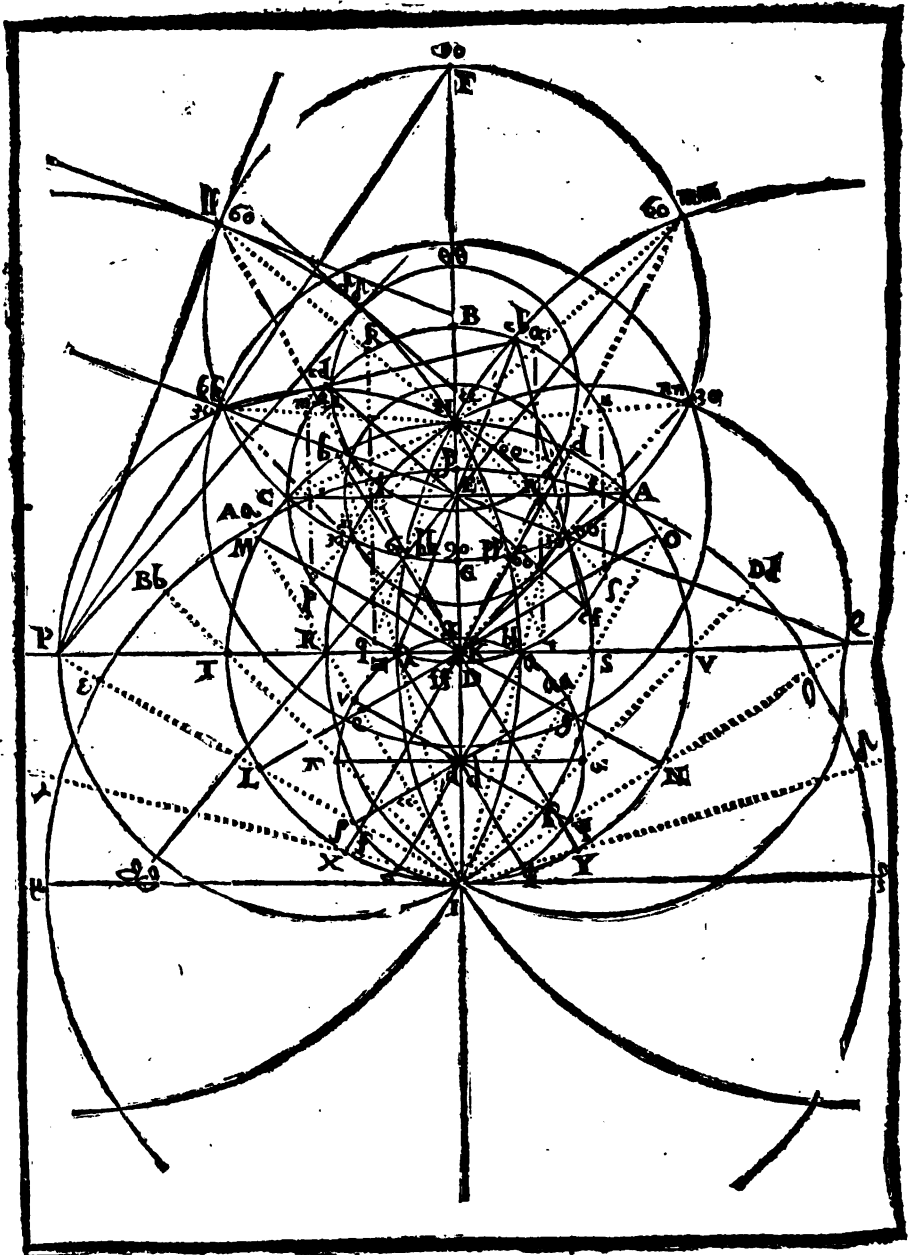
puncta

puncta habent, per quæ describendi sunt, vt fieri non possit, quin centrum cuiusque, ac diameter rectè inuenta sint, si ipse descriptus per omnia sex puncta incedat. Quòd si describatur aliquot paralleli Horizontis, reperiri in singulis poterunt bina alia puncta pro singulis Verticalibus describendi, si lubeat. Sed in Horizonte satis est, si pro quolibet Verticali vnum punctũ reperiatur, quia recta linea ex eo per centrum Astrolabij ducta dabit aliud in eodem Horizonte, quòd quilibet Verticalis Horizontem in duobus punctis per diametrum oppositis secet, cuiusmodi sunt duo puncta Horizontis, quæ per rectam per centrum traiectam indicantur, in scholio propos. 5. Num. 10. demonstratum est.

Verticales parũ à Meridiano distantes per puncta sine circino describere.

IMMO quando Verticalis describendus parum à Meridiano distat, eiusq; proinde centrum in recta PQ, longissimè à puncto K, abest, ipseq; Verticalis prope meridianam lineam BD, parum a recta linea differt, operæ pretium fuerit, in pluribus parallelis Horizontis puncta inquirere, in quibus ille Verticalis eos secat. Nam si ea puncta congruenter connectantur per lineam inflexam, quæ nullibi angulos faciat, descriptus erit dictus Verticalis in Astrolabio in ea portione, quæ inter tropicum ♑, & Horizontem continetur, in qua quidem portione describi diximus Num. 3. Verticales in astrolabio.

6. FACILIVS fortasse percipietur, Verticales circulos per puncta inuenta in recta PQ, duci debere, hoc modo. Concipiatur circulus HTIV, Horizonti æqui distare, punctumq; I, in polo australi existere, ita vt planum eius circuli sit illud, in quo parallelus Horizontis per polum australem ductus existit, punctumq; eius ω, in ortum, & π, in occasum vergat; & in eodem plano circa diametrum Iα, diametro Aff, paralleli Horizontis per A, polum australem ducti æqualem, parallelus ipse Horizontis describatur απIω. ex centro dd, cuius, & Aequatoris, siue plani Astrolabij communis sectio sit recta PQ, eundem ipsum parallelum repræsentans in Astrolabio, vt dictum est, cum eius distantia KI, à puncto I, æqualis sit, per defin. circuli, rectæ AK. quæ in sphæra distantiã eiusdem rectæ PQ, à polo australi metitur. a Et quoniam Verticales circuli secant Horizontem, & parallelum απIω, in sphæra in arcus similes, facient sex illi Verticales in Astrolabio descripti, sex diametros in eodem parallelo tricenis gradibus inter se distantes, ita vt Verticalis primarius efficiat diametrum πω; Verticalis gradibus 30. recedens ab eo versus austrum ex parte orientis diametrum ↄ↓, &c. Igitur puncta Verticalium, in quibus parallelum απIω, secant, apparebunt ex I, polo australi in illis punctis rectæ PQ, in quæ incidunt radij ex I, per extremitates diametrorum eiusdem paralleli emissi. Cum ergo per Lemma 9. dicti radij abscindant ex circulo HTIV, qui circulum απIω; in I, tangit, arcus similes arcubus circuli απIω; sint autem ex constructione arcus IX, XL, LT, &c. arcubus Iε, ερ, ρπ, &c. similes, cum tam illi, quam hi tricenos gradus complectantur; transibunt ijdem radij per extremitates diametrorum circuli HTIV: ac proinde per ea puncta rectæ PQ, in quibus à dictis radijs secatur, Verticales transire conspicientur ex australi polo. quod erat ostendendum. Itaq; quoniam centra Verticalium in recta PQ, existunt, fit, vt portio ipsius inter duos radios ex I, per extremitates diametri cuiuslibet in circulo απIω, ductos interepta, æqualis sit maximæ diametro visæ. Verticalis per illam diametrum incedentis. Vt portio PS, æqualis est diametro visæ maximæ illius Verticalis, qui à Verticali primario gradibus 30. abest, transitq; per diametrũ ρaa, & sic de cæteris. Cadit autem hic etiam recta ducta ex I, ad quamlibet diametrum circuli απIω, perpendicularis, in centrum Verticalis, hoc

a 10. 3. Theo.

est, dia-

est, diametrum in recta PQ, inuentam bifariam diuidit, vt ex coroll. Lemmatis 35. manifestum est. Ita vides Icc, ad paa, perpendicularem occurrere rectæ PQ, in R, puncto medio diametri inuentæ PS: estque eadem hæc Icc, ad LO, quoque perpendicularis in e; [a] propterea quod paa, LO, parallelæ sunt, ob angulos pddI, LKI, qui æquales sunt, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. propter arcus similes Ip, IL. Eademque ratio est de cæteris.

a 28. primi.

7. QVONIAM vero in scholio propos. 3. Num. 1. demonstrauimus, maximam diametrum visam cuiusque circuli maximi obliqui, & cuiuslibet parallelorum ipsius, inspici debere in communi sectione plani Aequatoris Astrolabii, & maximi circuli, qui per polos mundi, & polos ipsius circuli obliqui ducitur in sphæra; atque ibidem Num. 40. ostendimus, rectam per centrum Astrolabii, & centrũ circuli obliqui traiectã, esse cõmunem illam sectionem plani Astrolabii Aequatorisue, & circuli maximi per mundi polos, & polos circuli obliqui trãseuntis: inquiramus, num recta ggee, per R, centrũ Verticalis PHSI, inuentũ, & E, centrum Astrolabii traiecta, sit communis illa sectio; vt vel hinc etiam appareat, recte a nobis Verticales descriptos esse. Quoniam igitur Verticalis in sphæra, quem in Astrolabio circulus PHSI, repræsentat, vt diximus, facit in circulo απIω, diametrum paa, [b] estque ad ipsum circulum απIω, rectus; erit ex defin. 4. lib. 11. Eucl. recta Icc, quæ ad paa, communem sectionem Verticalis, & circuli dicti perpendicularis est, ad planum eiusdem Verticalis recta. [c] Igitur circulus maximus per polum australẽ I, & per rectã Icc, ac sphæræ centrũ E, ductus, ad eundẽ Verticalem circulum rectus erit; [d] ideoque per eiusdẽ polos incedet. Cũ ergo in Astrolabii plano sectionẽ faciat rectam gg ee, propterea quod eius planũ per rectam IccR, extensum occurrit plano Astrolabii in R, centro dicti Verticalis, & præterea per E, centrum Aequatoris transire ponitur, quemadmodũ & recta ggee, per R, & E, ducta est, liquet, rectam gg ee, communem sectionem esse plani Astrolabii, Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi, & polos eius Verticalis ducitur in sphæra. Et quia communis sectio dicti Verticalis, & dicti circuli maximi per polos ducti, in sphæra per punctum cc, transit, estque Icc, ostensa ad Verticalem recta; erit eadem Icc, ad dictam sectionem, hoc est, ad diametrum Verticalis, perpendicularis in cc, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac propterea hic quoque recta ex polo australi I, ad diametrum circuli obliqui maximi (quæ communis sectio est ipsius cum maximo circulo per polos mundi, & per eius polos ducto.) perpendicularis educta, qualis est Icc, vt ostensum est, in R, centrum obliqui circuli maximi cadit: quod quidem omnino esse necessarium, propos. 5. Num. 3. & 4. demonstrauimus. Non secus ostendemus, rectas per centra aliorum Verticalium, & centrum Astrolabii traiectas, esse communes sectiones plani Astrolabii, & maximorum circulorum, qui per eorum polos, & polos mundi ducuntur.

b 15. 1. Theo.

c 18 vndec.

d 13. 1. Theo.

8. PRAETEREA cum omnes Verticales per polos Horizontis ducantur, transibit vicissim Horizon per eorum polos, ex theor. 1. scholij propos. 15. lib. 1. Theod. ac proinde, quoniam ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. polus cuiusque circuli maximi ab eo abest quadrante circuli maximi, hoc est, grad. 90. facili negocio cuiusque Verticalis poli reperientur, si ab vtrolibet punctorum, in quibus Horizontem secat, in vtramque partem numerentur grad. 90. in ipso Horizonte. Itaque puncta hh, mm, poli erunt Verticalis PHSI, quia inter vtrũlibet eorum, & alterutrum punctorum KK, oo, vbi is Verticalis Horizontem intersecat, interiiciuntur grad. 90. hoc est, tres arcus Horizontis, quorum singuli tricenos gradus complectuntur. Vbi vides rectam gg ee, in qua centrum eius

Polos cuiusuis Verticalis inuenire in Astrolabio.

LII Verticalis,

Verticalis,& centrum Astrolabii existit,per vtrumque polum hh,mm, vt res postulat,cum ea recta(vt ostensum est)sit communis sectio plani Astrolabii, & circuli maximi per polos mundi,& polos dicti Verticalis ducti,hoc est,referat eum circulum maximum per nominatos polos ductum.Sic etiam puncta ii, nn, poli erunt Verticalis llHppI, & c. Hac autem ratione facile punctum in Horizonte inueniemus,quod quadrante a dato Verticali absit. Sit datus Verticalis iiHnn, secans Horizontem in punctis ii,nn,& ad vtrumuis eorum ex H, polo Horizontis recta ducatur H ii, vel Hnn,secans Aequatorem in p, vel u. Si igitur ex p, vel u, in vtramque partem accipiantur duo quadrantes Aequatoris pk, pr, vel uk,ur,ducanturque rectæ Hk,Hr,secabitur Horizon in polis ll,pp,dati Verticalis ii H nn, cum arcus ii ll,i i p p,vel nn ll,nn pp,quadrantibus Aequatoris pk, pr,vel u k,u r,respondeant,vt ex iis manifestum est,quæ propos.5.Num.17.18. & 19. demonstrata sunt a nobis. a Porro quemadmodum in sphæra Verticales circuli Horizontem,eiusque parallelos diuidunt in gradus:ita quoque Verticales in Astrolabio eosdem circulos in gradus distribuunt.

a 10.2.Thee.

Verticales distribuere Horizontem, eiusque parallelos, in gradus.

Verticalem quẽlibet in gradus distribuere.

9\. IGITVR si ex alterutro polorum cuiusuis Verticalis (eum censeo eligendum,qui intra Aequatorem,hoc est, in semicirculo Horizontis AGC, existit) per singulos gradus Aequatoris rectæ ducantur, distributus erit Verticalis ipse in gradus, vt propos.5. Num.17. & 20. demonstrauimus,si ordo,quem ibidem præscripsimus,seruetur, additis etiam iis, quæ Num. 23. eiusdem propos. seruanda esse monuimus, &c.

Verticalem quẽcumque in sphæra propositum, describere in Astrolabio.

10\. IAM vero Verticalem quemcumque propositum in Astrolabio, ex iis, quę dicta sunt, nullo ferme negotio describemus.Nam si deflectat à primario Verticali ab ortu in austrum, vel ab occasu in septentrionẽ quotlibet gradibus, verbi gratia,30.numerabimus illos 30. gradus à puncto T, versus I,vsque ad L, & arcui IL,æqualem sumemus LM.Recta enim IM, secabit rectam PQ, in R, centro Verticalis propositi per puncta H, & I, describendi. Si vero a Verticali primario deflectat ab ortu in septentrionem, vel ab occasu in austrum, verbi gratia,grad.30.numerabimus gradus 30.à puncto V, versus I,vsque ad N,& arcui IN,æqualem abscindemus NO.Nam recta IO,rectam PQ,secabit in S,centro propositi Verticalis per puncta H,& I,describendi. Vt autem exquisitius datus Verticalis describatur, ducenda erit ex puncto extremo numerationis L, vel N,diameter LO,vel NM,& per radios emissos ex I, per terminos diametri, abscindenda ex PQ, diameter visa propositi Verticalis PS, vel QR, vt quatuor pũcta habeãtur P,H,S,I, vel Q,H,R,I,per quæ datus Verticalis describẽdus est.

Centrum Verticalis dato Verticali in sphæra respondentis reperire in Astrolabio.

IDEM centrum Verticalis propositi inuenietur,si declinatio dati Verticalis duplicata numeretur ex H,versus T,quãdo datus Verticalis a primario declinat ab ortu in austrum, vel ab occasu in Septentrionem; aut ex H, versus V, quando Verticalis datus a primario ab ortu in septentrionem declinat, vel ab occasu in austrum,hoc est,si existente v.g. declinatione grad. 30. sumatur arcus grad.60.vsque ad M,vel O.Nam rursus recta IM,vel IO, dabit centrum R, vel S,quod quæritur.Quia enim declinatio,verbi gratia,Hb,ęqualis est declinationi TL;addito cõi arcu bT,erit arcus bL, quadranti HT, æqualis;ac proinde angulus bKL, rectus erit ex scholio propos. 27.lib.3.Eucl. hoc est, diameter bY, ad diametrum LO,perpendicularis erit. Igitur ex iis, quæ in Lemmate 35. demonstrauimus,si arcui Hb,æqualis accipiatur bM, diuidet recta IM, segmẽtum PS,a radiis IL, IO,,abscissum bifariam in R.atque ita de cæteris. Alii ad inueniendum centrum cuiusque Verticalis in recta PQ, numerant eius declinationem duplicatam ex I, versus T, vel V, & per finem numerationis ex H,rectam

emit-

emittuntur, quæ rectam PQ, secet in centro dati Verticalis: quę ratio a nostra non differt. Nam si arcus HM, IL, æquales sint, abscindent rectæ IM, HL, eandem rectam KR, ex PQ.[a] Fiunt enim duo triangula inter se æquilatera, cum angulos ad K, habeant rectos,[b] & angulos ad I, H, æquales æqualibus arcubus HM, IL, insistentes, necnon & latera adiacentia IK, HK, æqualia, &c.

a 26. primi.
b 27. tertij.

RVRSVS idem centrum in PQ, reperietur, si declinatio dati Verticalis numeretur à puncto β, in semicirculo $\mu\beta\xi$, versus μ, si Verticalis ab ortu in austrũ, vel ab occasu in boream deflectat; aut à β, versus ξ, si ab occasu in austrum, vel ab ortu in boream Verticalis deflectat. Recta namque ex I, per finem numerationis educta dabit in PQ, centrum quæsitum: quia videlicet eiusmodi declinatio à puncto β, numerata similis est eidem declinationi, hoc est, semissi duplicatæ declinationis a puncto H, numeratæ. Igitur per Lemma 10. recta ex I, ducta ad finem declinationis in semicirculo $\mu\beta\xi$, transibit per finem duplicatæ declinationis in circulo HTIV. Quare cum recta ad duplicatam declinationem ducta in circulo HTIV, cadat in centrum quæsitum, vt ostensum est, cadet quoque recta ad declinationem in semicirculo $\mu\beta\xi$, ducta in idem centrum. Ita vides rectam Is, ex I, ductam ptr finem arcus βs, grad. 60. cadere in P, centrum Verticalis HaI, qui ab ortu in austrum grad. 60 totidemque ab occasu in boream deflectit, &c.

IMMO si ex Horizonte abscindatur arcus declinationis dati Verticalis, initio facto à C, vel A, versus F, vel G, prout datus Verticalis a primario deflectit ab ortu vel occasu in austrum, siue boream, habebuntur tria puncta, per quæ ex scholio propos. 5 lib. 4. Eucl. datus Verticalis describendus est, quorum duo in quolibet Verticali sunt H, I, tertium vero est illud, quod per declinationem Verticalis inuentum est in Horizonte: atque per punctum oppositum per diametrum in Horizonte, quod indicat recta ex inuento puncto per centrum Astrolabii ducta, necessario etiam datus Verticalis transibit, si in descriptione error commissus non fuerit. Sed consultius feceris, si centrum priori ratione inuestiges in recta PQ, vna cum extremis punctis diametri, quia tunc plura puncta habentur, per quæ describendus est Verticalis.

Inclinationẽ cuiuslibet Verticalis in Astrolabio ad primariũ Verticalem cognoscere.

11. VICISSIM descripto quouis Verticali in Astrolabio, cognoscemus gradus declinationis ipsius à Verticali primario, & quamnam in partem deflectat, hac ratione. Ex H, polo superiore Horizontis, ad punctum intersectionis dati Verticalis cum Horizonte recta ducatur, punctumque sectionis huius rectæ cũ Aequatore notetur. Arcus enim Aequatoris inter hoc punctum, & alterutrum punctorum A, C, quod videlicet minus distat, metietur declinationem dati Verticalis a primario Verticali, ab ortu quidem versus austrum, si arcus Aequatoris inuentus tendit a C, versus B, vel in septentrionem, si dictus arcus a C, in D, vergit: At vero ab occasu in austrum deflectet, si repertus arcus Aequatosis vergit: At vero ab occasu in austrum deflectet, si repertus arcus Aequatoris vergit ab A, versus B; vel in boream, si dictus arcus ab A, recedit in D. Exempli gratia, si datus sit Verticalis lIHppI, ducemus rectam Hll, quæ Aequatorem secet in k. Nam arcus Aequatoris Ck, metietur inclinationem dati Verticalis ad primarium ab ortu in austrum. Quod si ducatur recta Hpp, Aequatorem secans in r, metietur arcus Ar, eandem inclinationem ab occasu in boream. Nam idem Verticalis ex vna parte à primario deflectit in austrum, & ex altera in septentrionem, & vtraque inclinatio eundem graduum numerum complectitur.

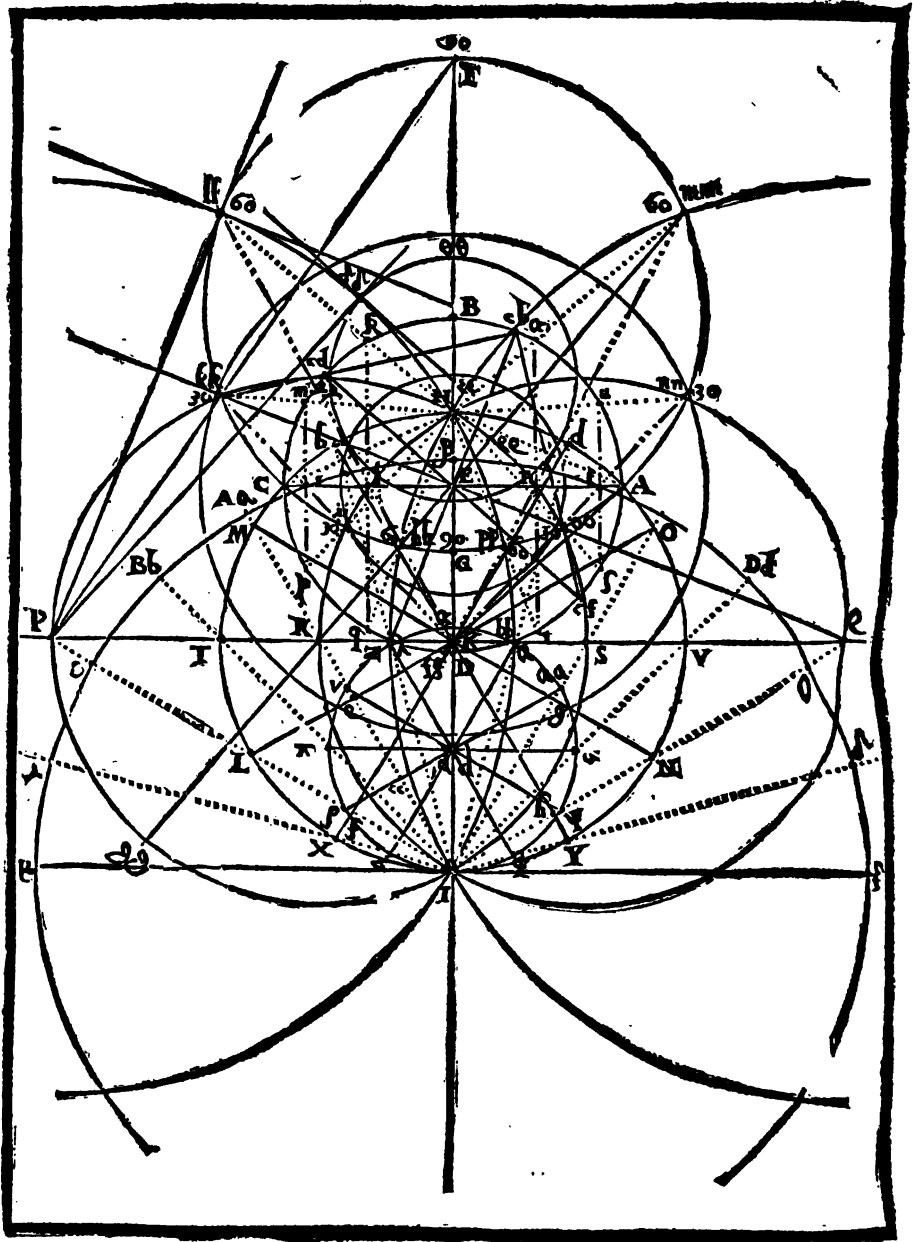
EADEM inclinatio reperietur hoc modo. Ex I, ad alterutrum punctorum, in quibus datus Verticalis rectam PQ, secat, recta ducatur, punctumque intersectionis

ctionis huius rectæ cum Verticali primario notetur.] Nam arcus inter hoc punctum, & alterutrum punctorum T, V, quod videlicet propius abest, metietur inclinationem dati Verticalis ad Verticalem primarium, ab ortu quidem in austrum, si inuentus arcus à T, vergat versus I; vel ab occasu in septentrionem, si idem arcus ab V, in H, tendat: At vero datus Verticalis deflectet ab ortu in septentrionem, vel ab occasu in austrum, si arcus inuentus vergat à V, versus H, vel ab V, versus I. Vt si datus sit Verticalis PHSI, ducemus rectam IP, vel IS, quæ Verticalem primarium secet in L, vel O. Arcus enim TL, vel VO, dabit inclinationem quæsitam, prior quidem ab ortu in austrum, posterior vero ab occasu in boream. Alii eandem inclinationem hac ratione inuestigant. Ex I, vel H, per centrum dati Verticalis in recta PQ, existens rectam traiiciunt vsque ad Verticalem primarium. Semissis namque arcus ipsius inter dictam rectam, & diametrum IH, interiecti, dabit inclinationem quæsitam. Vt si ex I, per R, centrum Verticalis PHSI, ducatur recta IR, vsque ad M, erit Hb, semissis arcus HM, inter rectas IM, IH, positi arcus inclinationis. Et si quidem centrum fuerit ad sinistram rectæ IH, deflectet datus Verticalis ab ortu in austrum, & ab occasu in boream; si vero ad dextram, ab occasu in austrum, vel ab ortu in septentrionem. Sed quoniam non semper Verticales integri descripti sunt, non semper habebimus puncta intersectionis in recta PQ, aut centra; idcirco prior ratio huic posteriori præferenda videtur.

SED fortasse facilius eandem inclinationem nanciscemur, si ex I, per centrum dati Verticalis rectam ducamus vsque ad semicirculum $\mu\beta\xi$. Arcus enim à β, vsque ad illam rectam dabit inclinationem quæsitam, ab ortu quidem in austrum, vel ab occasu in boream, si centrum à K, versus P, tendat; ab occasu vero in austrum, vel ab ortu in boream, si centrum à K, versus Q, repertum fuerit. Ita vides rectam Iθ, per Q, centrum Verticalis HZI, ductam offerre arcum $\beta\theta$. grad. 60. quibus ille Verticalis ab ortu in boream, & ab occasu in austrum à primario Verticali recedit. Prior tamen ratio, qua inclinatio in Horizonte reperitur, magis placet, propterea quod centra Verticalium modico interuallo a Meridiano distantium nimis longe à puncto K, distant.

COMMODISSIME autem eandem inclinationem consequemur, quãuis longissime Verticalium centra à puncto K, absint, hoc modo. Quoniam quilibet Verticalis rectam PQ, duobus in punctis secat, vno intra Verticalem primarium inter puncta T, V, & altero extra eundem, ducemus ex I, per eius intersectionem cum recta TV, intra primarium Verticalem, rectam lineam, donec Verticalem primarium, vel semicirculum $\mu\beta\xi$, secet. Arcus enim Verticalis primarii inter T, vel V, & illam rectam, metietur inclinationem dati Verticalis ad primarium Verticalem, vt ex iis constat, quæ paulo ante Num. 2. ostendimus. Nam vt ibi demonstrauimus, portiones rectæ PQ, parallelum Horizontis per polum australem ductum referentis respondent arcubus circuli HTIV, inter easdem rectas ex I, emissas, quod ad numerum graduum attinet. Cum ergo portiones rectæ PQ, contineant gradus, quibus Verticales inter se distant, vt ibi demonstratum est, continebunt etiam arcus circuli HTIV, eosdem gradus, quibus inter se distant Verticales. Et quia eadem recta cum recta IBb, verbi gratia, vel IDd, aufert ex semicirculo $\mu\beta\xi$, semissem arcus Verticalis per Lemma 10. dabit arcus illius semicirculi inter Bb, vel Dd, & rectam illam comprehensus semissem eiusdem inclinationis, ac proinde duplicatus totam inclinationem exhibebit, ab ortu quidem in boream, & ab occasu in austrum, quando datus Verticalis portionem KT, intersecat, vel arcum Horizontis CG; at ab occasu in boream, & ab ortu

Ratio pulcherrima inuestigandæ inclinationis dati Verticalis ad primarium Verticalem.

Quam in partem datus Verticalis in Astrolabio deflectat a Verticali primario, cognoscere.

ortu in austrum, quando intersectio fit in portione KV, vel arcu Horizontis AG. Vt recta IR, ducta ex I, per R, intersectionem Verticalis HRIQ. cum recta KT, aufert ex Verticali primario arcum TM, grad. 30. & ex semicirculo $\mu\beta\xi$, arcum Bb Aa, grad. 15. Igitur dictus Verticalis a primario Verticali deflectet ab ortu in boream, & ab occasu in austrum, grad. 30.

EADEM prorsus ratione inclinationem quorumlibet duorum Verticalium inuestigabimus, si per eorum intersectiones cum recta KT, vel KV, ex I, rectas emittamus, &c. Verbi gratia, rectæ IR, IZ, intercipiunt Mb, arcum inclinationis Verticalis HRI, ad Verticalem HZI, in primario Verticali, vel in semicirculo $\mu\beta\xi$, semissem eiusdem inclinationis Aa ii, & sic de cæteris.

Inclinationem vnius Verticalis ad alterum in Astrolabio cognoscere.

12. NON aliter describentur circuli latitudinum stellarum per polos Eclipticæ transeuntes, qui videlicet per longitudines stellarum incedentes earum latitudines metiuntur. Nam si Ecliptica in eo situ, quo propos. 5. Num. 7. descripta est, pro Horizonte aliquo sumatur, erit circulus maximus per eius polos, & intersectiones Eclipticæ cum Coluro æquinoctiorum in Aequatore Astrolabii ductus, quem repræsentat circulus AφC, in figura propos. 5. Num. 7. ex centro P, descriptus, instar Verticalis primarii. Quare alii describentur, sicut alii Verticales a primario deflectentes, si eorum centra in recta, quæ per centrum P, ad ad meridianam lineam PQ, ad angulos rectos ducitur, inueniantur. Sed quia polus inferior nimis procul distat, commodius eorum centra, & diametri in illa recta inuenientur per rectas ex polo propinquiore, vt ex puncto Q, figuræ propos. 5. eductas per partes æquales circuli AQC, vel potius (quia is nimis magnus est) per partes æquales cuiusuis circuli, quamuis exigui, qui circulum AQC, in Q, attingat. Nam rectæ hæ auferent ex circulo AQC, arcus similes, ex Lemmate 9. quemadmodum etiam in figura huius propos. rectæ ex I, per arcus circuli ατIω, eductæ transeunt per arcus similes Verticalis primarii ATIV. Aut denique si ex Q, ad quodlibet interuallum semicirculus describatur, dabunt rectæ ex Q, per gradus illius semicirculi emissæ centra in eadem illa perpendiculari per P, traiecta, quemadmodum de semicirculo $\mu\beta\xi$, paulo ante Numero 4. dictum est.

Circulos maximos per polos cuiusuis alterius circuli maximi in Astrolabio describere.

DENIQVE eadem ratione circulos maximos per polos cuiusuis circuli maximi dati ducemus, si prius primarium circulum, instar Verticalis primarii, describamus per eosdem polos, qui videlicet suos quoque polos, & centrum in eadem recta linea habeat, in qua dati circuli maximi centrum, & poli existunt, transeatque per intersectiones eiusdem cum Aequatore, quemadmodum Verticalis Horizontis primarius polos, ac centrum habet in meridiana linea, in qua poli, & centrum Horizontis existunt, inceditque per communes sectiones Horizontis cum Aequatore, &c.

13. QVEMADMODVM autem rectæ lineæ ex K, centro Verticalis primarii per puncta A, C, vbi Horizon, Verticalisque primarius se mutuo secant, traiectæ tangunt Horizontem in A, & C, & rectæ ex B, centro Horizontis ad eadem puncta emissæ tangunt ibidem Verticalem primarium, vt ex propos. 5. Num. 28. & 29. ostensum est: ita quoque in aliis Verticalibus contingit. Nam & recta PII, ducta ex P, centro Verticalis IIHpp, per punctum II, vbi Horizontem secat, tangit ibi Horizontem, & vicissim recta BII, ex B, centro Horizontis ad idem punctum intersectionis ducta tangit ibidem dictum Verticalem. Sic etiam recta Ppp, ducta tangeret Horizontem in pp, & ibidem recta Bpp, Verticalem prædictum contingeret. Rursus rectæ Rkk, Roo, emissæ, Horizontem tangerent in kk, oo, & rectæ Bkk, Boo, vicissim ibidem Verticalem PHSI, tangerent

Rectas ex centro cuiusuis Verticalis ad intersectionem eius cũ Horizõte ductas, Horizontem tangere, &c.

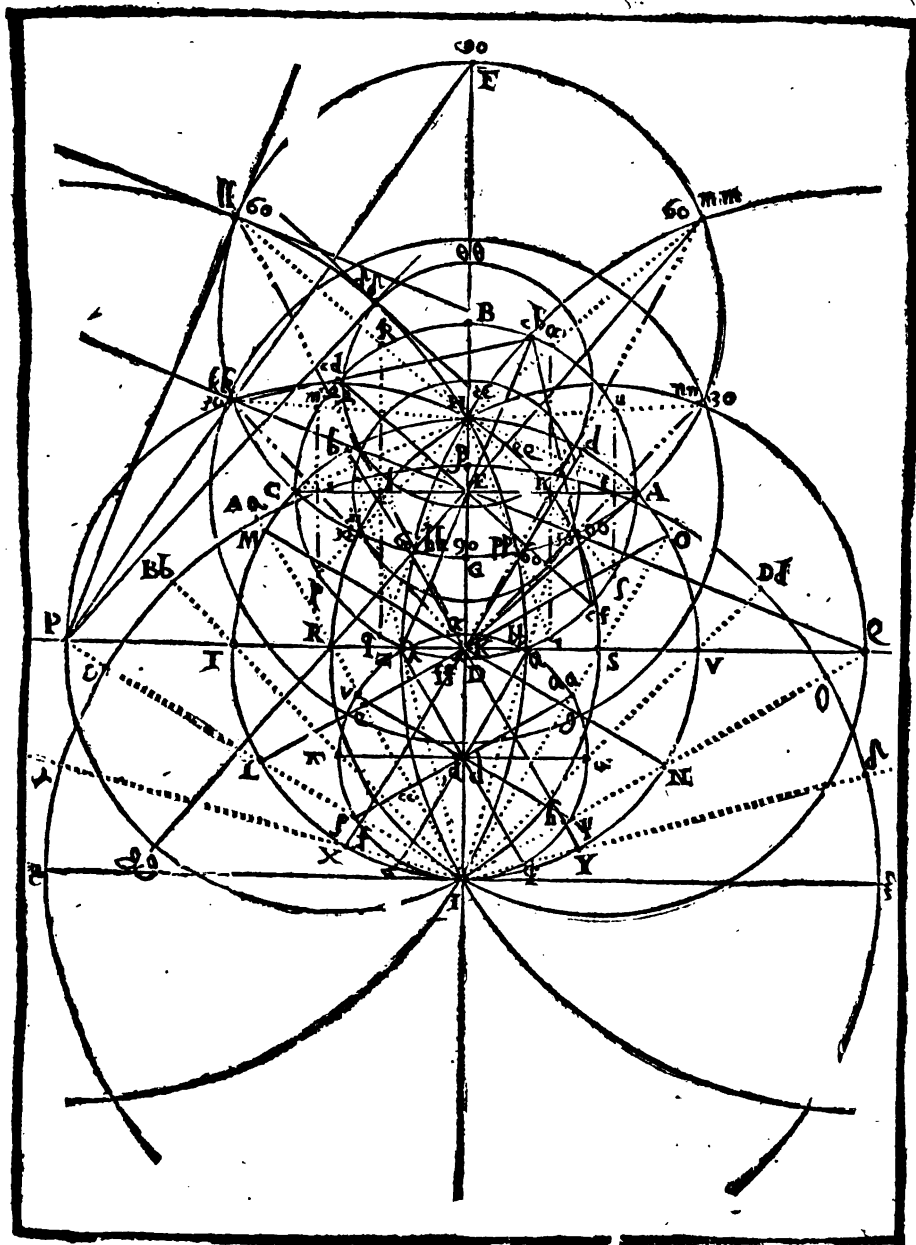
gerent, & sic de cæteris. Præterea recta quælibet ex centro P, Verticalis llHpp, aufert ad vtramque partem puncti contactus ll, ex Horizonte arcus æquales, quod ad numerum graduum attinet. Ita vides rectam PkkF, auferre duos arcus llkk, llF, grad. 30. Simili modo recta PC, producta caderet in punctum mm, vt auferret duos arcus llC, llmm, grad. 60. Et recta PG, producta transiret per oo, vt ex vtraque parte puncti contactus pp, abscinderet duos arcus ppG, ppoo, grad. 30. Atque ita de cæteris.

Rectas ex centro Verticalis cuiusuis ad eius intersectionem cum quolibet parallelo Horizontis ductas, parallelum Horizontis tangere, &c.

PARI ratione si ex centro ss, descriptus sit parallelus Horizontis δδγγ, quicunque secans Verticales llHpp, PHSI, in δδ, γγ, tanget recta Pδδ, parallelum in δδ, recta autem ss δδ, Verticalem llHpp, in eodem puncto δδ. Item recta Rγγ, eundem parallelum tangeret in γγ, at vero recta ssγγ, Verticalem PHSI, in γγ, vicissim tangeret. & sic de cæteris. Præterea quælibet recta ex P, centro Verticalis llHpp, ducta aufert ad vtramq; partem puncti contactus δδ, ex parallelo Horizontis arcus æquales, quod ad numerum graduum attinet; adeo vt recta Pγγ, producta caderet in θθ, cum quilibet arcuum δδ γγ, δδθθ, grad. 30. complectatur. Et sic de cæteris. Itaque si inuentum sit B, centrum Horizontis in Astrolabio descripti, & ab eo educta quæuis recta Bll, ad circumferentiam vsque, a cadet llP, ad Bll, perpendicularis, in P, centrum Verticalis per ll, describendi: propterea quod Bll, cum Verticalem in ll, tangit, vt dictum est. Vicissim si ex P, centro descriptus sit Verticalis llH, secans Horizontem in ll, & ad ductá rectam Pll, excitetur perpendicularis llB, cadet hæc in B, centrum Horizntis: quod & Pll, in ll, Horizontem tangat. Rursus si ex P, centro Verticalis llH, ad δδ, vbi is Verticalis parallelum Horizontis secat, recta ducatur tangens, vt dictum est, parallelum in δδ, cadet δδss, ad Pδδ, perpendicularis, in ss, centrum paralleli. Et e contrario, si ex ss, centro paralleli ad δδ, vbi Verticalis llH, parallelum secat, recta emittatur, cadet δδP, ad ssδδ, perpendicularis, in P, centrum dicti Verticalis. Idemque de omnibus aliis Verticalibus, parallelisque, & eorum centris dicendum est.

a 19. tertij.

HAEC autem omnia ita demonstrabimus. Concipiatur parallelus απIω, Horizontis per polum australem I, ductus proprium habere situm in sphæra, ita vt existente circulo ABCD, qui nunc pro Meridiano Horizontis sumatur, ipsi plano Astrolabii ad angulos rectos, punctum I, cum polo australi A, congruat. Et quia in tali situ recta ρaa, communis sectio est dicti paralleli απIω, & Verticalis circuli 30. gradibus ab ortu in austrum à primario Verticali deflectentis, quem in Astrolabio circulus PHSI, refert; (quæ res facile intelligetur, si polus australis a tergo Astrolabii cogitetur esse collocatus, vt supra Num. 1. huius propos. diximus.) circulus autem maximus per polos mundi, & polos dicti Verticalis ductus, qui nimirum ad eum instar proprii Meridiani, rectus sit, per rectam IccR, ducitur, facitque in Astrolabio sectionem gg ee, & communis sectio eiusdem huius circuli maximi, & dicti Verticalis per punctum cc, transit, ita vt Icc, ex polo australi I, in eo situ educta ad eam communem sectionem, hoc est, ad veram diametrum dicti Verticalis sit perpendicularis, cadatque in R, centrum eiusdem Verticalis in Astrolabio, quæ omnia paulo ante Num. 7. demonstrata sunt: fit, vt planum per rectam IccR, in eodem illo situ ductum, & circa eandem rectam circumuolutum b rectum semper sit ad prædictum Verticalem, efficiatque in Horizonte communes sectiones inter se parallelas, quæ æquales arcus hinc inde à communi sectione Horizontis cum eodem Verticali abscindant, vt in Lemmate 25. demonstratum est, nisi quando planum illud per rectam IccR, ductum ad extremitates communis sectionis Horizontis cum dicto Verticali

b 18. vndec.

cali

cali peruenerit. Tunc enim cessat omnis sectio, & planum ipsum in iis extremitatibus vtrumque circulum, hoc est, tam Horizontem, quam dictum Verticalem continget; non secus ac de plano per rectam IK, vel AK, ducto supra dictum est propos. 5. Num. 24. & 28. Quare cum planum illud in Astrolabii plano faciat rectas per R, centrum transeuntes, ex propos. 1. Num. 1. repræsetabunt rectæ ex R, eductæ planum illud circumuolutum, secabuntque Horizontem in iisdem punctis, in quibus ab eo plano secatur; ac proinde ex vtraque parte Verticalis kkHoo, æquales arcus ex Horizonte abscindent, eundemque in punctis kk, oo, contingent, vt etiam propos. 5. Num. 28. diximus. Quamuis autem planum prædictum circa rectam IR, circumductum diuidat communem sectionem Horizontis, & dicti Verticalis in sphæra, in punctis, per quæ ducuntur rectæ ex singulis gradibus Horizontis ad eam sectionem perpendiculares, non tamen propterea in Astrolabio eorundem circulorum communis sectio visa kkoo, similiter diuidi potest, cum hæc ab illa in sphæra differat, eidemque non sit parallela: Quod idcirco dixerim, ne putes, Horizontem in gradus posse distribui per rectas ex centro R, per puncta rectæ ductæ kkoo, diuisæ ea ratione, quam in Lemmate 8. tradidimus, emissas.

Puncta reperire in communi sectione cuiusuis Verticalis cũ Horizonte, per quæ si rectæ ducantur ex centro illius Verticalis, Horizon in gradus distribuatur.

14. QVOD si puncta rectæ kkoo, inuenire quis cupiat, per quæ rectæ ex centro R, eductæ Horizontem in gradus distribuant, initio facto a punctis contactuum kk, oo, producenda erit recta kkoo, per centrum E, quæ communis sectio erit plani Astrolabii, Aequatorisue, & circuli maximi per polos mundi, & communes sectiones Horizontis, & prædicti Verticalis ducti, a & qui rectus est ad Verticalem hhHmm, per polos Verticalis dicti kkHoo, ductum; cum & ipse circulus per kkoo, ductus transeat per kk, & oo, polos Verticalis hhHmm. Nam cum hic transeat per polos illius, transibit ille vicissim per huius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. qui quidem omnes sunt in Horizonte. Deinde ad kkoo, excitanda per E, centrum perpendicularis cbZ, quæ axem mundi referet, si circulus ABCD, pro circulo illo maximo sumatur, qui per polos mundi ductus sectionem in plano Aequatoris facit rectam kk oo. Postremo si ex polo cb, per puncta extrema kk, oo, diametri Verticalis visæ radii ducantur, secabitur circulus ABCD, in punctis cd, cf, per quæ vera diameter Horizontis (quæ videlicet communis sectio est ipsius, & prædicti Verticalis kkHoo, in sphæra) ducenda est cdcf, & quæ ita diuiditur à plano illo per rectam IR, ducto, & per singulos gradus Horizontis circumuoluto, vt diuisa est linea in Lemmate 8. Quapropter si diameter hæc cdcf, ea ratione diuidatur, & per puncta diuisionum ex polo cb, rectæ emittantur, secabitur diameter uisa kkoo, in punctis, per quæ si rectæ traiiciantur ex centro R, Horizon in gradus distribuetur. Huius diuisionis exemplum nullum attulimus, ne nimis magna confusio punctorum, & linearum in figura oriretur, præsertim vero, quia & longior est, & nullus fere eius vsus existit, nisi quis eam adhibere velit, vt experiatur, num cum prioribus diuisionibus consentiat, necne.

a 15. 1. Theo.

15. EADEM prorsus ratione planum illud per rectam IR, ductum, & circumuolutum secabit parallelos Horizontis in gradus, eosque tanget in punctis, vbi Verticalis dictus eosdem secat, idemque prorsus efficient rectæ ex centro R, emissæ, quippe quæ planum illud circumductum repræsentent, vt dictum est: Sed hic difficilior est inuentio punctorum in diametro visa cuiusque paralleli Horizontis, per quæ rectæ ex centro R, ducendæ sunt, vt ipse parallelus in

gradus

gradus distribuatur: quę tamen (si quis forte eo modo parallelos Horizontis diuidere desideret, vt videlicet experimẽto etiam discat, quam cõcinnè cum superioribus congruat.) sic instituetur. Ex centro E, ad γγn, diametrum visam paralleli θθγγn, hoc est, ad communẽ sectionem paralleli dicti, & Verticalis γγHn, in Astrolabio siue productam, siue non productam, ducatur diameter perpendicularis EFG, (vt in apposita figura apparet) quæ circulum maximum referet ductum per polos mundi, ac per polos circuli non maximi, qui per polum australem, & diametrum veram dati paralleli, quæ est communis sectio Verticalis propositi, & paralleli Horizontis in sphæra, ducitur, ac proinde in Astrolabio sectionem γγn, efficit. [a] Nam cum circulus ille maximus ad hunc non maximum, & ad Aequatorem rectus sit, erunt vicissim hi duo ad illum maximum recti. [b] Igitur & communis eorum sectio γγn, ad eundem perpendicularis erit; Ideoque & ad communem sectionem eiusdem cum Aequatore, siue cum Astrolabii plano perpendicularis erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac proinde recta EF, ad γγn, perpendicularis, erit communis sectio plani Astrolabii, & dicti circuli maximi. Deinde ad EG, excitetur diameter perpendicularis EI, quæ axem mundi referet, si circulus ABCD, intelligatur esse rectus ad planum Astrolabii, vel Aequatoris, & I, polus erit australis: ex quo si per F, traiiciatur recta IFO, erit ea diameter circuli illius non maximi per polum australem I, & diametrum veram paralleli dati in sphæra dicti, facientisque in Astrolabio diametrũ visam γγn, eiusdem paralleli; cum ille circulus occurrat plano Astrolabii in F. Hinc enim fit, vt [c] cum circulus ille secetur bifariam à circulo maximo per eius polos ducto, & facientè sectionem in Astrolabio EFG, recta IF, in illo circulo maximo existens transeat per eius centrum, propterea quod maximus ille eum secat per rectam IF; ac propterea tota IFO, sit eiusdem diameter. Post hæc, sumpta in EG, producta, recta EL, ipsi FI, æquali, abscindatur LS, diametro inuentæ IO, æqualis, & circa eam circulus LmSp, describatur, qui erit ille non maximus per polum australem ductus, & per communem sectionem Verticalis, & paralleli propositi in sphæra, vt constat, si concipiatur circa γγn, deorsum moueri versus austrum, (manente Aequatore ABCD, in proprio situ, ita vt superficies, in qua descriptus est, in boream vergat, & A, ad occidens, & C, ad oriens spectet.) donec L, cum polo australi coniungatur. Tunc enim circulus

Pũcta reperire in communi sectione cuiuis Verticalis cum quolibet parallelo Horizontis, per quæ si rectæ ducantur ex centro illius Verticalis, parallelus in gradus distribuatur.

a 15. 1. Theo.

b 19. vndec.

c 15. 1. Theo.

culus dictus per polum australem transibit, a rectusque erit ad maximum circulum per polos mundi, & per eius polos ductum, facientemq; sectionem GE; eum ducatur per γγn., quam perpendicularem ostendimus ad circulum maximum per EG, ductum. Cum ergo habeat diametrum suam propriam LS, liquet, eum esse illum circulum, quem diximus. Vt ergo in hoc circulo inueniamus diametrum veram paralleli dati, hoc est, communem sectionem eius cum dato parallelo, & Verticali, ducendi sunt radii Lγγ, Ln, secantes circulum dictum in m, p. Nam recta mp, erit ea diameter, cum radii per eius extrema ducti exhibeant diametrum visam γγn. Hæc igitur diameter mp, à plano supradicto per polum australem L, ductum diuiditur, vt in Lemmate 8. dictum est. Quare si eo modo diuidatur, & per sectionum puncta ex L, polo australi rectæ egrediantur, secabitur diameter visa γγn, in punctis, per quæ rectæ ex centro R, emissæ secabunt parallelum θθγγ, in gradus, cum repræsentent planum illud per singulos gradus eius paralleli in sphæra circumductum. Porro diameter inuenta mp, si erratum non est, æqualis esse debet diametro ST, eiusdem paralleli in figura prima propos. 6. si tamen Aequator illius figuræ Aequatori huius figuræ ABCD, æqualis sit. Eademque ratio est de aliis parallelis.

a 18. undec.

QVOD autem dictum est de Verticali PHSI, & de rectis ex eius centro R, eductis, intelligendum quoque est de aliis Verticalibus, ac rectis ex eorum centris egredientibus: Immo idem facile ad alios etiam circulos maximos transferri poterit, nimirum ad Eclipticam, & circulos maximos, qui per eius polos ducuntur, &c. Nam ibi etiam rectæ ex centro cuiusque circuli maximi per polos Eclipticæ ducti emissæ tangent Eclipticam, eiusque parallelum quemcumque in punctis, in quibus à dicto circulo maximo secantur, &c.

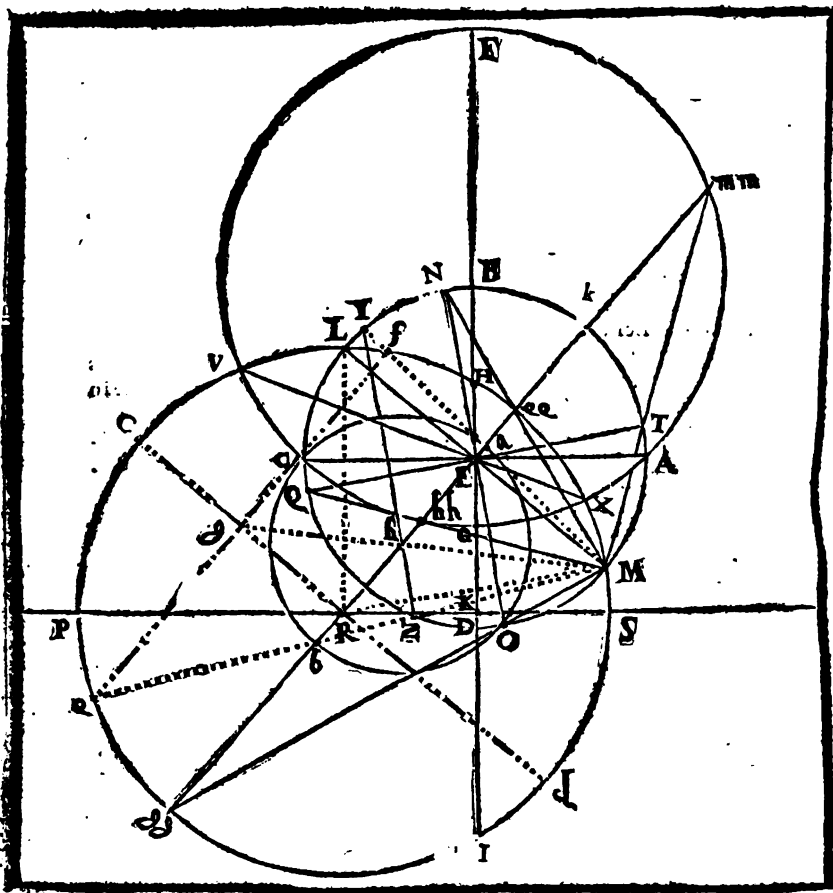
16. QVIA vero quilibet circulus maximus in Astrolabio descriptus diuidere debet Aequatorē in duos semicirculos equales, vt in scholio prop. 5. Num. 6. ostēsum est, demonstrandū est, hoc idē facere circulos Verticales hoc loco in Astrolabio descriptos, adeo vt linea recta cōiungēs duas intersectiones cuiusq; Verticalis cū Aequatore sit diameter Aequatoris, ac pinde Verticalis ipse per duo pūcta Aequatoris per diametrū opposita incedat. Sit igitur exēpli causa, ex priore figura huius prop. descriptus seorsū Verticalis PHSI, grad. 30. deflectens à Verticali primario ab ortu in austrū, cuius centrū R, in linea recta PS, quæ ex K, cētro primarii Verticalis ad meridianā lineā BD, perpendicularis ducitur; Aequator ABCD; Horizon AFCG, eiusq; poli H, I. Ducatur per R, centrū Verticalis dati, & E, centrū Astrolabii recta ggmm, secans Verticalē in ee, quæ cōmunis sectio est plani Aequatoris, siue Astrolabii, & circuli maximi ducti per polos mundi, & polos dicti Verticalis, vt in scholio propos. 3. Num. 4. ostendimus; & ad eam excitetur ad angulos rectos diameter Aequatoris LM. Dico Verticalem PHSI, transire per puncta L, M. Quoniā enim, si circulus ABCD, in recta ggee, rectus statuatur ad planum Aequatoris, vel Astrolabij, b ac proinde in eo situ per polos Aequatoris, siue mundi ducatur; recta LM, axis mundi est, cum perpendicularis sit ad rectam ggee, in plano Aequatoris, Astrolabiive existentem, vt ratio postulat; c (Cum enim axis rectus sit ad Aequatorem, transeatque per centrum sphæræ E, erit idem ad rectam ggee, perpendicularis, ex defin. 3. lib. 11. Eucl) fit, vt radii ex polo M, per ee, gg, extremitates diametri visæ emissi cadāt in N, O, extremitates veræ diametri Verticalis prædicti; adeo vt recta NO, per E, centrum transeat, cum diameter sit maximi circuli, quem in Astrolabio refert circulus PHSI. Si enim alia recta preter NO, diceretur esse diameter prędicti Verticalis, cuius diameter visa est eegg, abscinderent radii ex polo M, emissi

Verticalem quemlibet, aut quemuis alium circulum maximum secare Aequatorem in Astrolabio in duobus punctis per diametrū oppositis.

b 13. 1. Theod.

c 10. 1. Theod.

emissi per illius diametri extrema puncta, aliam diametrum visam ex recta gg mm. quod est absurdum. Eademque ratione diametrum veram cuiusuis circuli siue maximi, siue non maximi, in Astrolabio descripti reperiemus, si per eius centrum, & centrum Astrolabij rectam ducamus, & ad eam in centro Astrolabii perpendicularem excitemus. Nam radii cadentes ex alterutro extremorũ huius perpendicularis per extrema diametri visæ dati circuli, (quam ipse circu-

Diametrum verã cuiusuis circuli in Astrolabio descripti, siue maximi, siue non maximi, inuenire.

lus ex recta per vtrumque centrũ ducta abscindit.) transeunt in circulo ABCD, per extremitates diametri veræ, vt factum est in Verticali PHSI, exemplumque aliud habes in circulo aCbO, non maximo. Si enim per eius centrum h, & centrum E, Astrolabij, rectam eductam hE, diameter Aequatoris LM, ad rectos angulos secet, & ex M, (quod pro polo australi sumatur) per a, b, extrema diametri

visæ

visæ à b, radii emittantur, secabitur Aequator in Y, Z. Recta ergo YZ, erit vera diameter circuli non maximi aCbO. Eademque est in cæteris ratio. Cogitetur iam circulus ABCD, cum suis lineis iterum iacere in plano Astrolabii; [a] eritq; angulus NMO, in semicirculo, hoc est, angulus ee M gg, rectus. Igitur circulus circa diametrum ee gg, descriptus, per punctum M, transibit, ex scholio propos. 31. lib. 3. Eucl. Ducantur ex L, M, ad centrum R, rectæ LR, MR. Et quoniam duo latera ER, EM, duobus lateribus ER, EL, æqualia sunt, angulosque continent æquales, vtpote rectos; [b] erunt quoque bases RM, RL, æquales. Cum ergo RM, sit semidiameter Verticalis, cum ostensum sit, eum transire per M; erit etiam RL, semidiameter eiusdem, ac proinde idem Verticalis per L, incedet. Transit igitur Verticalis PHSI, per puncta L, M, ac proinde Aequatorem in eisdem duobus punctis per diametrum oppositis diuidit. quod est propositum. Idemque de omnibus aliis Verticalibus, immo de quocunque circulo maximo descripto in Astrolabio, demonstrabitur: id quod etiam in scholio propos. 5. Num. 3. monuimus. Et quoniam maximi circuli in sphæra se mutuo secant bifariam, continget idem in circulis Astrolabii circulos maximos repræsentantibus, ac propterea arcus L e e M, Lgg M, semicirculos propositi Verticalis referent, in quos nimirum ab Aequatore diuiditur.

a 31. tertij.

b 4. primi.

17. ET quoniam poli cuiusuis circuli maximi quadrante ab eo absunt, ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. si circulus ABCD, intelligatur in sphæra rectus ad Verticalem, quem circulus PHSI, repræsentat; [c] ac proinde per eius polos transeat; puncta Q, T, diuidentia semicirculos NQO, NTO, (quos vera diameter NO, Num. 16 inuenta abscindit.) bifariam in binos quadrantes, poli erũt eiusdem Verticalis, apparebuntque in Astrolabio per radios MQ, MT, in punctis hh, mm, quæ puncta in Horizonte existent. Cum enim quilibet Verticalis per polos Horizontis transeat, transibit vicissim Horizon per illius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. ac proinde poli hh, mm, in Horizonte existent, & in eisdem Horizontem intersecabit Verticalis ZHmm, gradibus 90. à Verticali PSHI, distans, vel grad. 60. a primario Verticali in boream, ab ortu recedens, vt in prima figura huius propos. apparet.

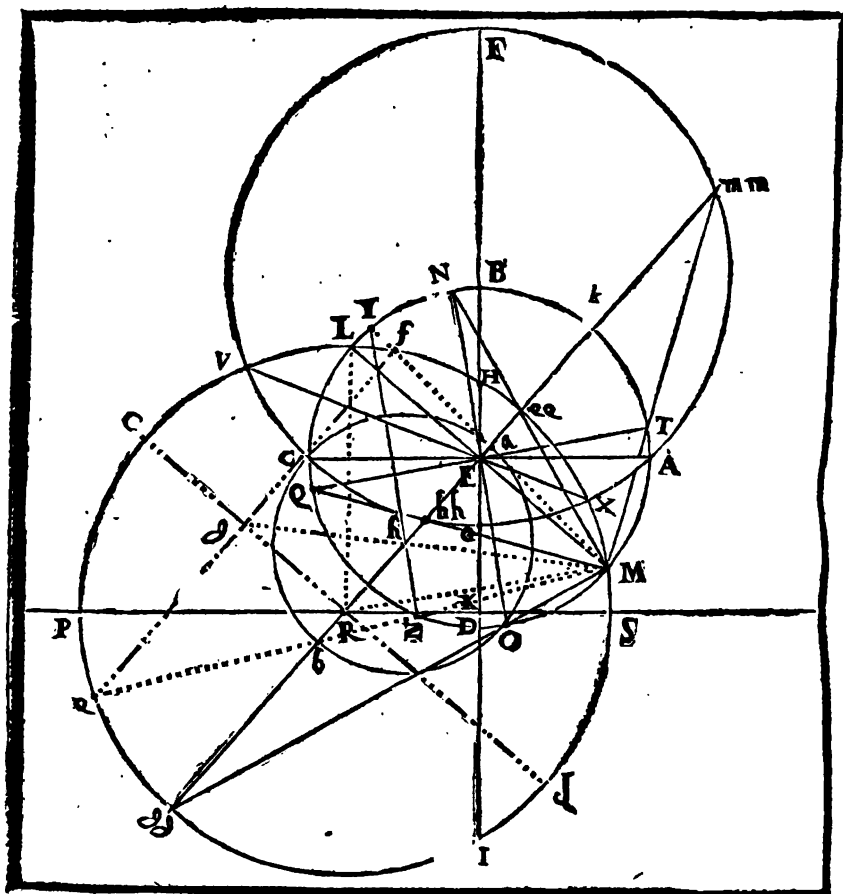
c 13. 1. Theo.

NON aliter polos cuiusuis alterius Verticalis, vel cuiuslibet circuli maximi in Astrolabio descripti, vel non maximi, inueniemus, si segmenta Aequatoris, quæ a vera diametro circuli inuenta, vt Num. 16. docuimus, abscinduntur, secemus bifariam. Hæc namque puncta sectionum, veri poli erunt dati circuli, ad quos si ex polo australi, ex quo inuenta fuit diameter vera, radii emittantur, secabitur recta per centrũ circuli, & centrũ Astrolabii educta, in polis eiusdem circuli apparentibus: Vt factũ est in Verticali PHSI, exemplumque aliud habes in circulo aCbO, non maximo. Nam puncta Q, T, diuidentia arcus YQZ, YTZ, à vera diametro YZ, Num. 16. inuenta abscissos bifariam, erunt poli veri, radii autem MQ, MT, polos apparentes, seu visos hh, mm, indicabunt in recta h E, per centrum h, ipsius circuli non maximi, & per E, centrum Astrolabii extensa. Eademque ratio est in omnibus aliis circulis tam maximis, quam non maximis.

Polos cuiusque Verticalis, vel alterius circuli siue maximi, siue non maximi, in Astrolabio descripti, inuenire.

QVOD si alter polorum duntaxat desideretur, verbi gratia, superior, qui nimirum intra Aequatorem cadit, (qui plerumque solus requiritur in vsu Astrolabii) inuenietur is nullo fere negotio in maximo circulo, etiamsi neque totus circulus descriptus sit, neque eius diameter vera inuenta, hoc modo. Sit datus tantum arcus HS, secans Aequatorem in M. (Nam si non secet, producendus erit, donec eum secet. Ducatur ex eius centro R, per E, centrum Astrolabii recta RE,

Polos cuiusuis circuli maximi, etiamsi non sit totus descriptus in Astrolabio reperire.

ćta RE, ſecans arcum datum in ee: (quod ſi non ſecet, producendus erit, donec ſecet.) & per ee, ex M, puncto, vbi datus arcus Aequatorem ſecat, aut in quod cadit diameter Aequatoris LM, ad R ee, perpendicularis, ducta recta M ee, ſecante Aequatorem in N, ſumatur arcus NQ, quadranti Aequatoris AB, æqualis, ita ut recta ducta MQ, rectam R ee, intra Aequatorem ſecet in hh. Nam hoc punctum ſectionis hh, polus erit dati circuli maximi. Quoniam enim recta R ee,

communis ſectio eſt plani Aſtrolabii, & circuli maximi per mundi polos, & dati circuli polos ducti, vt propoſ. 3. Num 4. oſtendimus, ſumi poterit M, pro polo auſtrali, ſi circulus ABCD, rectus intelligatur ad planum Aſtrolabii, Aequatoriſue, ac proinde radius M ee, in N, extremum veræ diametri cadet. Cum ergo polus ab ea abſit quadrante circuli, erit Q, polus, &c. Si ſumatur quadrans NT, ex altera

ex altera parte, dabit radius MT, polum alterum mm, inferiorem scilicet, qui extra Aequatorem cadit.

18. PRAETEREA [a] cum omnes circuli maximi in sphæra se mutuo bifariam secent, necesse est, idem contingere in Astrolabio: adeo vt, duobus circulis in Astrolabio, qui maximos circulos repræsentent, se mutuo secantibus, recta linea eorum intersectiones coniungens, diametrum eorum communem referat, transeatque propterea per centrum Astrolabii, cum omnes diametri circulorum maximorum per centrum sphæræ, quod à centro Astrolabii, vt propos. 1. Num. 4. ostensum est, non differt, transeant. Ita vides in superiori proxima figura duos circulos maximos AFCG, PHSI, se mutuo secare per rectam VX, per centrum Astrolabii E, traiectam. Quod omnino necessarium esse, ita Geometrice demonstrabimus. Quoniam vterque circulus maximus est, secabit vterque Aequatorem bifariam in binis punctis per diametrum oppositis, vt paulo ante in hac eadem propos. Num. 16. & in scholio propos. 5. Num. 6. ostendimus, transibitq. propterea vtraq. recta AC, LM, coniungens eorum cum Aequatore intersectiones, per E, centrum Astrolabii. Dico igitur rectam quoque VX, quæ eorum intersectiones connectit, per idem centrum E, transire, hoc est, rectam VE, productam cadere in alteram intersectionem X. Secet enim recta VE, producta alterum eorum, v. g. circulum AFCG, in X. Dico alterum circulum PHSI, per idem punctum X, transire, ideoque ibidem ambos se mutuo intersecare, hoc est, rectam VE, productam in intersectionem communem X, cadere. Nam cum rectæ VX, AC, in circulo AFCG, se intersecent in E; [b] erit rectangulum sub VE, EX, rectangulo sub AE, EC, æquale; sed huic posteriori, eandem ob causam, æquale est rectangulum sub LE, EM, quod rectæ AC, LM, in circulo ABCD, se quoque intersecent in E. Igitur & rectangulum sub VE, EX, rectangulo sub LE, EM, æquale erit; ac proinde ex scholio propos. 35. lib. 3. Eucl. circulus PHSI, per tria pũcta V, L, M, descriptus, trãsibit necessario per quartũ pũctũ X; ideoque punctum X, in vtroque circulo AFCG, PHSI, existet. Recta ergo VE, producta in X, communem illorum circulorum intersectionem cadit. quod erat demonstrandum.

[a] 11. 1. Theo.

Rectam, quæ intersectiones, quorumlibet duorũ circulorum maximorum in Astrolabio coniungit, per centrum Astrolabii transire.

[b] 35. tertij.

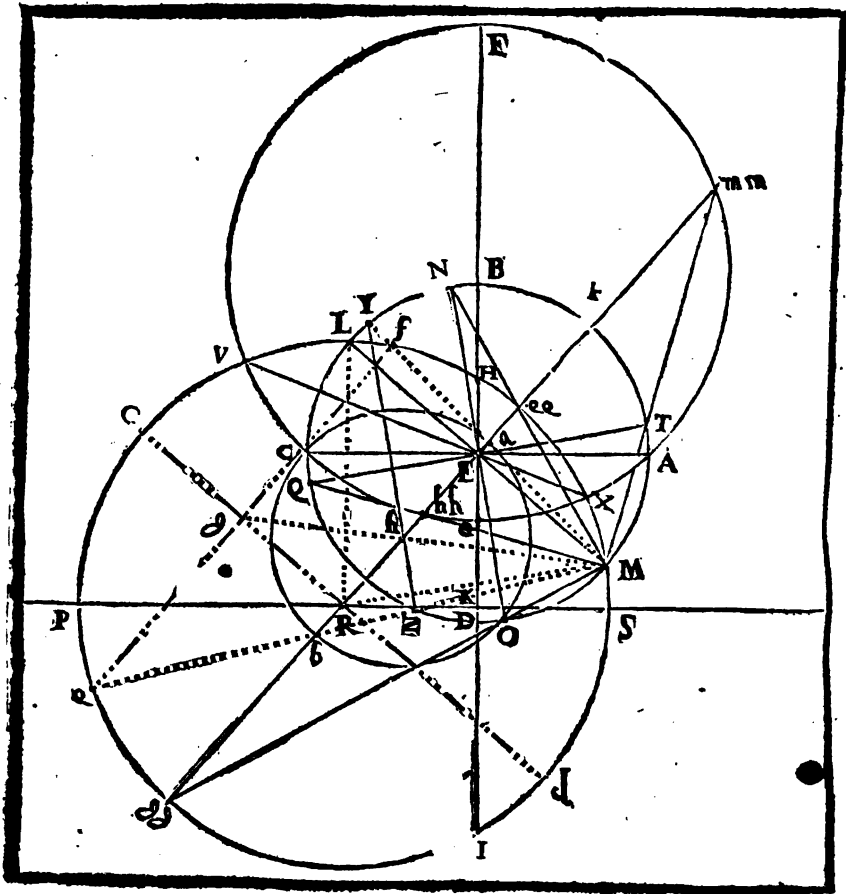
19. PORRO vt videas, quo pacto cuiuslibet circuli maximi obliqui in Astrolabio descripti, parallelos describantur, vt propos 6. Num. 20. monuimus, non abs re erit, id vno aliquo exemplo declarare. Sit ergo describendus parallelus cuiuscunque circuli maximi obliqui, verbi gratia, Verticalis PHSI, qui grad. 30. ab eo recedat versus polum hh. Et quia quatuor viis id fieri potest, prima via ita agemus. Inuenta diametro vera NO, circuli obliqui maximi PHSI, vt Num. [illegible]6. traditum est, numerabimus ab ea versus Q, ex vtroque extremo grad. 30. vsque ad Y, Z, vt duci possit diameter paralleli propositi YZ. Nam si ex M, polo australi radii ducantur per Y, Z, abscindetur visa diameter paralleli a b, qua diuisa bifariam in h, describetur ex h, per a, b, parallelus propositus, vt in figura proxima apparet.

Parallelos cuiuslibet Verticalis, aut alterius circuli maximi obliqui, in Astrolabio describere.

ALTERA via sic rem expediemus. Ducta diametro circuli maximi obliqui cd, ad rectã ee, gg, perpendiculari, numerabimus à punctis ee, gg, gr. 30. vsq. ad f, e, & rectã e f, ducemus secantem cd, in g. Nã radii M e, Mf, abscindent eandem diametrum visam a b, recta autem Mg, centrum h, exhibebit, &c.

TERTIA via idem parallelus describetur, si ex polo australi M, circulus cuiusuis magnitudinis describatur, & reliqua fiant, quæ propos. 6. Num. 8. præcepimus.

QVARTA via eundem delineabimus, si prius per polos hh, mm, circuli

maximi obliqui, circa diametrum hh mm, circulus maximus describatur, qui instar erit Verticalis primarii dati circuli obliqui. Nam si in eius quadrante inter hh, & L, intercepto sumatur gradus 30. à puncto hh, incipiendo, vt propos. 5. Num 18. docuimus, & per eum gradum lineam, quæ illum circulum tangat, ducamus, cadet ea in h, centrum paralleli, &c.

Centrum Astrolabii, centrũ circuli obliqui maximi, eiusque parallelorum centra, & eiusdẽ polos, in vna recta linea existere in Astrolabio.

OBITER quoque animaduertendum est, omnia hæc puncta, centrum Astrolabij, vel mundi; centrum circuli obliqui maximi cuiusuis, vel etiam eius paralleli cuiuslibet; & duos eiusdem polos, in vna eademque recta linea existere: adeo vt recta per duo eiusmodi puncta eiecta transeat omnino per reliqua duo puncta. Ita vides in proxima figura in recta gg mm, existere E. centrũ Astrolabii; R, centrum Verticalis PHMI; h, centrum paralleli aCbO, eiusdem Verticalis;

ticalis; & duos eiusdem polos hh, mm. Ratio est, quia recta per centrum Astrolabii, aut centrum circuli obliqui ducta, repræsentat communem sectionem plani Astrolabii, Aequatorisue, & circuli maximi, qui per polos mundi, & polos descripti circuli obliqui, instar proprij Meridiani, ducitur, vt in scholio propos. 3. Num. 4. ostendimus.

Parallelos cuiusuis circuli maximi obliqui boreales ab australibus secernere.

20. PARALLELI autem cuiuslibet circuli maximi obliqui, quorum diametri visæ intra ipsum circulum obliquum continentur in eius diametro visa ee gg, spectant ad boream, propter polũ borealem E, qui intra eundẽ circulum existit. Hinc enim fit, vt tota hæc facies circuli obliqui, borealis dicatur: Paralleli autem extra circulum maximum obliquum descripti, ad austrum pertinent, ob contrariam causam. Ex quo rursum efficitur, diametros parallelorum in semicirculo NQO, spectare ad parallelos boreales, in semicirculo autem NTO, ad australes; quia illæ proiiciuntur in diametrum visam ee gg, ita vt singulæ, partes sint diametri ee gg, & ipsi paralleli intra circulum maximum obliquum describãtur; hæ vero vel proiiciuntur in diametros maiores, quam ee gg, ita vt earum circuli descripti circulum obliquum ambiant, quales sunt diametri parallelorum, quorum distantia à diametro NO, minor est arcu OM; vel in diametros, quæ totæ extra circulum obliquum in recta ee gg, producta versus austrum ad partes mm, reperiuntur, cuiusmodi sunt diametri parallelorum, quarum distantia à diametro NO, maior est arcu OM.

Parallelus cuiusuis circuli maximi obliqui in Astrolabio descriptus, quãtum ab ipso maximo circulo distet, & quam in partem vergat, cognoscere.

21. E CONTRARIO si parallelus aliquis circuli obliqui in Astrolabio descriptus sit, facili negotio cognoscemus, quanto interuallo ab ipso circulo maximo in sphæra vel versus boream, vel austrum versus absit. Sit enim descriptus parallelus aCbO, circuli obliqui PHSI, ex centro h. Per h, & centrum Astrolabii E, traiecta recta h E, excitetur ad eam perpendicularis diameter Aequatoris LM, quæ axem mundanum referet, vt supra Num. 16. dictum est. Deinde ex M, polo australi per a, b, extrema puncta diametri visæ paralleli rectæ emittantur Ma, Mb, secantes Aequatorem in Y, Z. Nam recta YZ, (quæ omnino parallela erit ipsi NO, si erratum non sit.) erit diameter dati paralleli in sphæra, eiusque distantiam à diametro NO, circuli maximi, arcus NY, OZ, metientur, vel versus boream, vel austrum versus, prout arcus dicti versus Q, vel T, reperti fuerint.

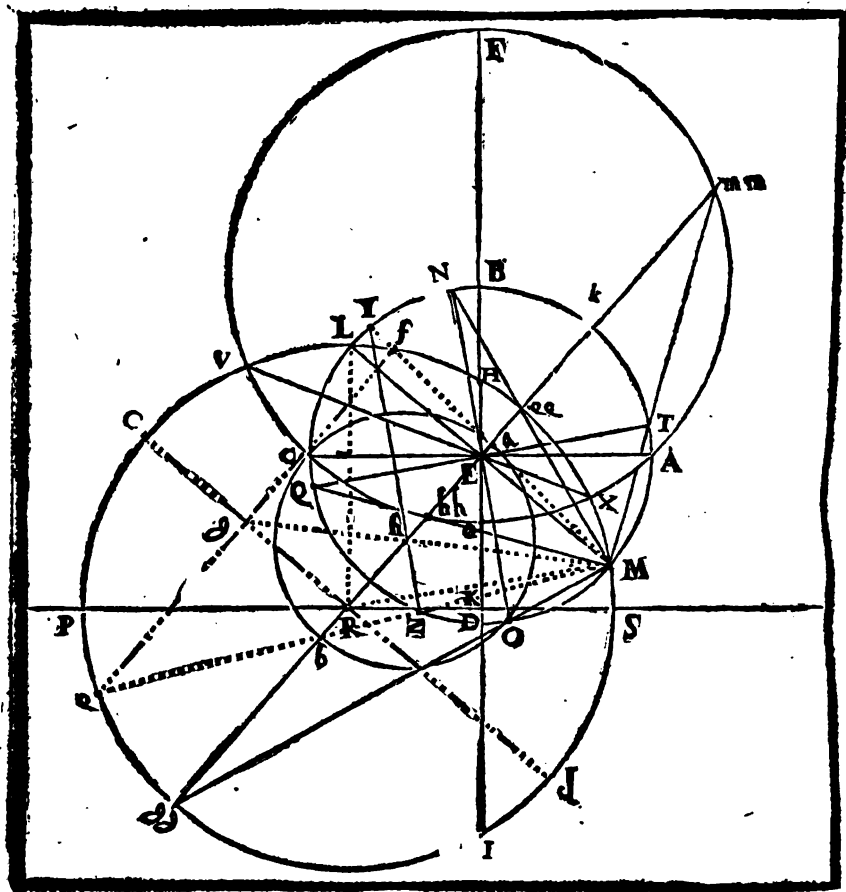
Altitudinem poli supra quemuis circulum maximum obliquum, eiusdemque circuli inclinationẽ ad Aequatorem explorare.

22. AMPLIUS ducta recta R E, per centrum circuli maximi obliqui in Astrolabio descripti, & per centrum Astrolabii, si ad eam erigatur diameter Aequatoris ad angulos rectos LM, ac per radios M ee, M gg, reperiatur diameter vera NO, circuli dati obliqui in sphæra; erit OM, vel NL, arcus altitudinis poli supra eundem circulum maximum obliquum. Nam si circulus ABCD, sumatur pro circulo Analemmatis per polos mundi, & polos circuli obliqui per circulum PHSI, repræsentati ducto, poli mundi sunt L, & M, vt Num. 16. dictum est, & NO, communis sectio eiusdem circuli obliqui, & circuli Analemmatis ABCD, vt ibidem ostendimus. Inclinatio autem eiusdem circuli obliqui ad Aequatorem erit arcus Nk, nimirum complementum altitudinis poli LN; cum complementum altitudinis poli supra quemcunque circulum maximum, sit inclinatio eiusdem ad Aequatorem, vt constat.

Facilior inuentio altitudinis poli supra datũ circulum maximũ in Astrolabio, eiusdemque inclinationis ad Aequatorem.

SED breuius & altitudinem poli supra quemlibet maximum circulum obliquum, & eius inclinationem ad Aequatorem inuestigabimus, etiamsi vera eius diameter inuenta non sit, hoc modo. Ducta per eius centrum, & centrum Astrolabii, recta RE, & ad eam in centro E, excitata perpendiculari LM, ducemus per ee, intersectionem dati circuli cum recta RE, rectam M ee, secantem Aequatorem

torem in N. Arcus enim Nk, inter punctum hoc N, & intersectionem rectæ RE cum Aequatore, erit inclinatio dati circuli ad Aequatorem, cum ei respondeat portio ee k, vt propos. 1. Num. 5. ostendimus, quæ quidem arcum circuli maximi refert, qui per polos mundi, & polos dati circuli ducitur, & quē recta gg mm, exprimit: Constat autem, arcum huius circuli maximi inter Aequatorem, & datum circulum, interiectum, nimirum ee k, inclinationē dati circuli ad Aequa-

torem metiri. Ex quo fit, & arcum Nk, qui æqualis est arcui ee k, eandem inclinationem metiri. Altitudo autem poli supra eundem circulum datum, erit arcus NL, complementum arcus Nk. Atque hac eadem ratione altitudinem poli supra quemcumque circulum maximum obliquum in Astrolabio descriptum, eiusdemque inclinationem ad Aequatorem reperiemus.

23. PO-

23. POSTREMO, dato quouis circulo maximo tam ad Aequatorem, quam ad Meridianum obliquo, siue is Verticalium aliquis sit, siue non, describemus ex eo Aequatorem Astrolabii, si tamen altitudo poli supra ipsum, vel inclinatio eius ad Aequatorem cognita fuerit, hoc modo. Sit datus circulus maximus quicunque obliquus L ee M gg, cuius centrum R, per quod ducta sit vtcunque diameter gg ee. Si igitur ex ee, in vtramque partem numeretur altitudo poli supra dictum circulum, siue complementum inclinationis ipsius ad Aequatorem, vsque ad L, M, iungaturque recta LM, quæ in E, bifariam secabitur, ex scholio prop. 27. lib. 3. Eucl. eritque diameter Aequatoris quæsiti, adeo vt circulus ABCD, ex E, circa LM, descriptus, sit Aequator in Astrolabio, si datus circulus L ee M gg, ponatur aliquis circulorum maximorum obliquorum. Demonstratio facilis est. Quoniam enim ducta recta M ee N, arcus ee L, & NL, per Lemma 10. similes sunt; metietur quoque arcus NL, altitudinem poli supra datum circulum; ideoque eius complementum N k, inclinationem eiusdem ad Aequatorem metietur. Cum ergo, posito Aequatore ABCD, arcus NL, altitudinem poli supra datum circulum L ee M gg, & arcus N k, inclinationem eiusdem ad Aequatorem metiatur, vt Num. 22. demonstratum est, liquido constat, recte inuentum esse Aequatorem ex data altitudine poli ee L.

Aequatorem ex quouis circulo, qui dicatur maximum aliquem circulum obliquum repræsentare in Astrolabio, describere.

ITAQVE hoc artificio, si offeratur quilibet circulus in plano, qui debeat esse determinatus aliquis circulus maximus in Astrolabio, inueniemus per eum, ipsum Aequatorem in eodem Astrolabio.

PROBL. VI. PROPOS. IX.

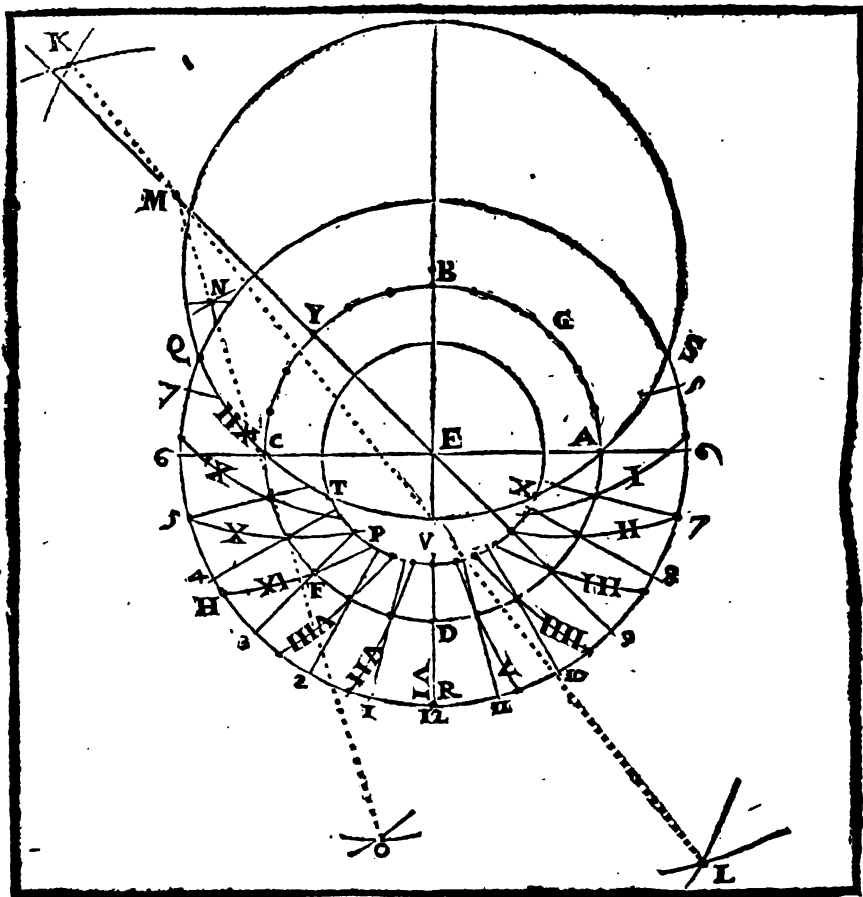
Circulos horarios, & declinationum in Astrolabio describere.

1. QVATVOR sunt horarum genera. Aequales à meridie, vel media nocte exordium sumentes, more Astronomorum, quos Germani, Hispani, & Galli imitantur: Inæquales, diuidentes quemlibet diem, vel noctem in 12. partes æquales, quæ apud Hebræos, & apud antiquos fere omnes in vsu fuerunt: Aequales, quarum initium ab ortu Solis sumitur, quibus Babylonii vtebantur: Aequales denique ab occasu Solis inchoatæ, quarum vsus olim fuit apud Athenienses, hodie vero apud Italos remansit.

CIRCVLI horarum à mer. vel med. noct. cæptarum, ita in Astrolabio describentur. Aequator, vel quiuis eius parallelus in 24. partes æquales diuidatur, & per centrum Astrolabii, & puncta diuisionũ rectæ lineæ educantur. Hæ namq. circulos illos repræsentabunt in Astrolabio. Cum enim, vt in nostra Gnomonica lib. 1. propos. 9. ostendimus, huiusmodi circuli per polos mundi incedant, secentque & Aequatorem, & eius parallelos in 24. partes æquales, proiicientur per propos. 1. Num. 1. & 4. in lineas rectas se in centro Astrolabii intersecantes, atque adeo Aequatorem, omnesque eius parallelos in partes 24. æquales partientur, non secus atque in sphæra contingit, cum æquales arcus Aequatoris, eiusq; parallelorum, in arcus æquales proiiciantur in Astrolabium, vt proposit. 2. Num. 1. 2. 3. & 4. demonstratum est. Quod si horæ singulæ in Aequatore, vel eius parallelis, secentur bifariam, & rursum per sectiones ducantur rectæ ex centro Astrolabii, descripti etiam erunt circuli semihoras indicantes: quæ si rursus bifariam

Circulos horarũ à mer. vel med. noc. in Astrolabio describere.

fariam secentur, &c. habebuntur circuli quadrantes horarum monstrantes, & sic deinceps, si minores partes horarum desiderentur.

2. HAE autem lineæ rectæ circulos horarum à mer. vel med. noc. cæptarum referentes, in Astrolabiis vulgaribus duci tantummodo solent infra Horizontem, vt in figura apparet, ita tamen, vt tropicum ♋, non transcendant, ne

pars Astrolabii supra Horizontem, in qua descripti sunt Verticales circuli, & paralleli Horizontis, nimia linearum multitudine confundatur. Alii vero designant easdem horas in limbo duntaxat Astrolabii, adscribentes punctis, in quæ dictæ rectæ cadunt, horarum numeros, initio facto à linea meridiana *BD*, & in superiore parte versus dextram, in inferiore vero sinistram versus progrediendo.

do. Deinde in centro Astrolabii affigunt regulam quandam volubilem, cuius linea altera extrema per idem centrum transeat, lineaque fiduciæ dicatur. Hæc enim regula circumducta fungitur munere omnium circulorum horariorum, de quibus nunc loquimur. Idem quoque, quod hæc regula, præstare potest filum pertenue à centro Astrolabii egrediens, & per singulas horas in limbo circumducta.

Declinationum circulos in Astrolabio describere.

3. CIRCVLI maximi declinationum, cum etiam per mundi polos ducantur, eodem modo in Astrolabio describentur, si per centrum, & singulos gradus Aequatoris rectæ lineæ ducantur, quæ tamen in limbo Astrolabij per gradus tantummodo solent ostendi. Nam regula illa volubilis, vel filum ex centro pendens, si circumducatur per singulos gradus, fungetur munere circulorum declinationum per singulos gradus ductorum.

Circulos horarũ inæqualium secundum auctores Astrolabii describere in Astrolabio.

4. CIRCVLI horarum inæqualium singulos arcus diurnos, nocturnosq; in duodenas partes æquales diuidentium, ab auctoribus hoc modo in planum Astrolabii proiiciuntur. Diuisis arcubus nocturnis tropici ♑, QRS, & Aequatoris CDA, & tropici ♋, TVX, in 12. partes æquales, (Nam horæ inæquales infra Horizontem duntaxat describi solent, propter causam dictam in horis à mer. vel med. noc.) describunt per terna puncta eidem horæ inæquali respondentia circulos, qui in Aequatore per puncta per diametrum opposita transirent, si producerentur. Hosce enim circulos arbitrantur horas inæquales monstrare, vbicunque Sol in Zodiaco existat. Quod omnino verum non est. Cum enim hi circuli repræsentent maximos circulos in sphæra, vt in scholio prop. 5. Num. 9. demõstrauimus, quod per duo puncta Aequatoris per diametrũ opposita describantur, nulli autem maximi circuli dari possint in sphæra, qui per horas inæquales omnium parallelorum transeant, hoc est, qui singulorum parallelorum arcus diurnos, nocturnosque in duodenas partes æquales partiantur, vt in Lemmate 39. a nobis demonstratum est; perspicuum est, circulos illos descriptos non indicare vere duodecimas partes in singulis arcubus diurnis, nocturnisue, tribus illis exceptis, qui in 12. partes æquales diuisi sunt. Quamuis autem huiusmodi circuli diuidant ferme in partes 12. æquales, arcus diurnos, nocturnosque omnium parallelorum in eo Horizonte, supra quem polus eleuatur non pluribus gradibus, quam 45. ita vt discrimen aliquod vix possit sensu percipi; iidem tamen in maiore obliquitate sphæræ, si diuidant trium parallelorum arcus diurnos, nocturnosue in 12. partes æquales, nunquam partientur arcus diurnos, nocturnosue aliorum parallelorum in partes æquales, sed ita inæquales partes efficient, vt sensu percipi possit earum discrimen, eoque maior inter eas reperiatur inæqualitas, quo maior altitudo poli extiterit: quemadmodum tanto minor inæqualitas inter easdem cernitur, quanto minor fuerit poli altitudo supra Horizontem, quam grad. 45. Itaque vt verius horæ inæquales in Astrolabio describantur, describendi erunt plures paralleli inter Aequatorem, & vtrumque tropicum, eorumque arcus nocturni in 12. partes distribuendi, ac tandem singularum horarum puncta, quę in circuli circumferentia minime sita sunt, vt vulgo putatur, congruenter lineolis inflexis coniungenda, ita vt nusquam angulos efficiant, non secus atque in hyperbolis, & aliis sectionibus conicis describendis fieri solet. Si tamen quispiã velit omnino horas inæquales per circulos in Astrolabio designare, pro nihilo ducendo modicum illud discrimen, de quo diximus, vt facilius, & expeditius eiusmodi circulos describat, inuenire debet eorum centra in lineis rectis, quę Aequatorẽ in 24. partes ęquales secãt; hoc est, in lineis horarum à mer. vel med. noc. inchoatarum, si producantur. Nam cuiuslibet circuli

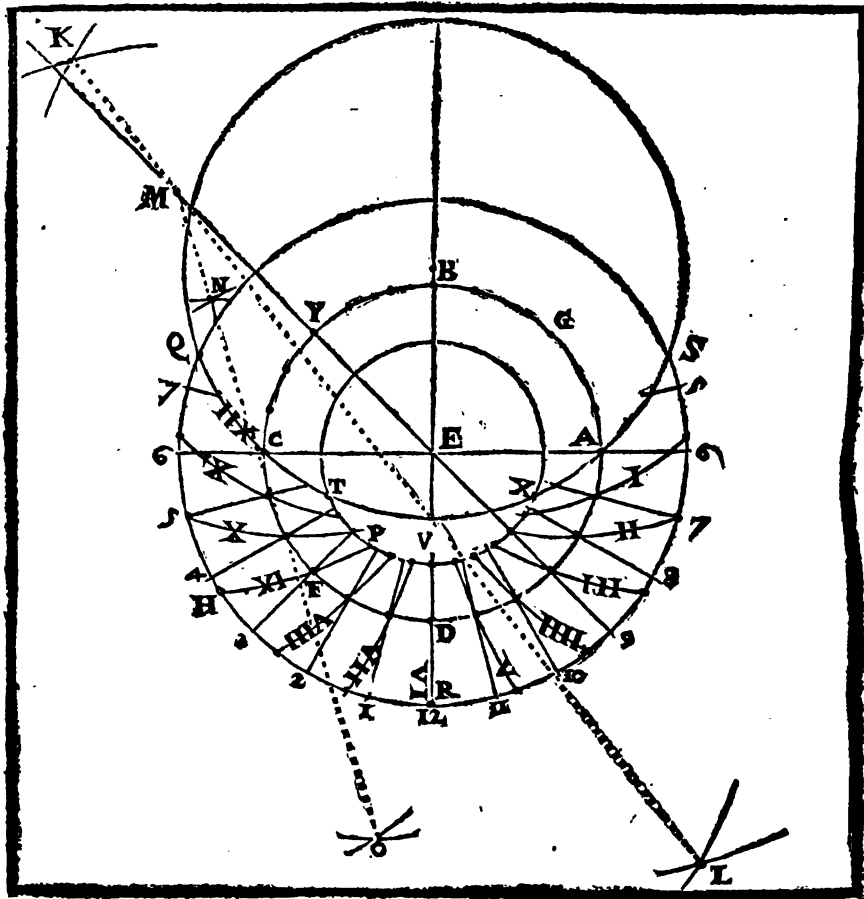
Circulos horarũ inæqualium communiter descriptos, non indicare vere horas inæquales toto anni tempore.

Horas inæquales verius per partes duodecimas plurium arcuũ diurnorum describi.

centrum

Centra horarum inæqualium reperire.

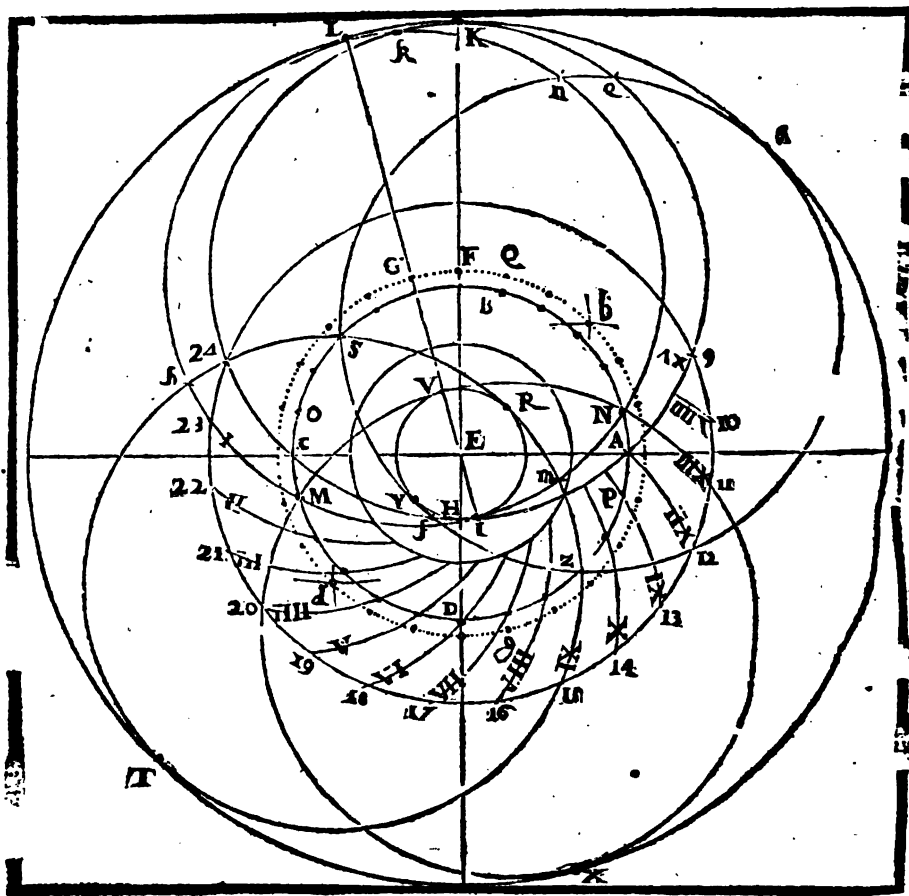
centrum existit in ea linea, quæ in Aequatore distat 6. horis integris a duobus illis punctis, per quæ circulus ille trăsire debet. Vt v.g. arcus, vel circulus HEP, per puncta Aequatoris F, G, describendus, centrum habet in recta EYM, ducta per Y, punctum Aequatoris, quod 6. horis à punctis F, G, abest. Nã cũ recta EYM, à punctis F, G, distet æqualiter, fit, vt circulus ex quocunque eius puncto per alterutrum punctorum F, G, descriptus, transeat quoque per reliquum, quemad-

modum & Horizon centrum suum habens in meridiana linea BD, quæ in Aequatore à punctis A, C, quadrante abest, transit per vtrumque punctum A, C, vt in scholio propos. 5. Num. 1. ostendimus. Quod etiam sic demonstrari poterit. Quoniam recta EM, secat diametrum Aequatoris FG, bifariam, & ad angulos rectos, quod ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. anguli in centro E, quadrantibus YF, YG, insi-

YG, insistentes, recti sint; transibit eadem EM, per centrum circuli per puncta F, G, describendi, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. cuiusmodi est circulus datæ horæ inæqualis. Quare satis erit in hac linea EYM, reperire centrum circuli transeuntis per alterutrum punctorum respondens in tropico ♋, vel ♑: quod quidem facile fiet, aperiendo, vel claudendo circinũ magis, aut minus, prout res exigit. Geometrice tamen idem centrum reperies, si ex G, & H, quouis interuallo eodem hinc inde binos arcus se mutuo in K, L, intersecantes describas: Item alios ex punctis H, P, ad quoduis interuallum secantes sese in N, O. Rectæ namque LK, OL, per illas intersectiones traiectæ secabunt rectã EYM, in M, centro arcus HEP, vt ex iis constat, quæ in scholio propos. 25. lib. 3. Eucl. demonstrata sunt a nobis. Eademque prorsus est ratio in centris aliorum arcuum inueniendis.

Circulos horarũ ab ortu, & occasu in Astrolabio describere.

5. CIRCVLOS denique horarum ab ortu, vel occasu Solis in Astrolabium proiiciemus hac ratione. Circa E, centrum Astrolabii per F, centrum Horizontis descriptus circulus FG, in 24. horas æquales distribuatur, quæ in semisses, quadrantesque horarum, si libuerit, subdiuidantur, atque ex punctis diuisionum, vt centris, interuallo semper eodem semidiametri Horizontis FH, circuli describantur. Dico hos circulos horas indicare ab ortu, vel occasu Solis, hoc est, referre circulos maximos in sphæra, qui omnes parallelos Aequatoris inter maximos semper apparentium, & latentium interiectos, in partes æquales partiuntur, initio facto ab Horizonte. Quoniam enim per propos. 10. lib. 1. nostræ Gnomonicæ, huiusmodi circuli parallelorum semper apparentium maximum, ac proinde & oppositum, nimirum semper latentium maximum, tangunt in punctis, in quibus à circulis horarum à mer. & med. noc. secantur, necesse est, vt iidem faciant idem in Astrolabio. Cum ergo circuli ex punctis diuisionum circuli FG, ad interuallum semidiametri Horizontis descripti, tangant duos parallelos KL, HI, quos Horizon tangit, & quorum hic est semper apparentium, ille vero semper latentium maximus, in punctis, in quibus rectæ lineæ per centrum Astrolabii traiectæ, referentesque circulos horarum à mer. vel med. noc. vt ostensum est, eosdem secant, vt monstrabimus, liquet, circulos descriptos, esse circulos horarum ab ortu, & occasu Solis. Ducatur enim per E, centrum Astrolabii, & punctum G, recta EG, secans parallelos KL, HI, in L, I. Et quia tam EK, EL, inter se, quam EH, EI, æquales sunt, erunt totæ KH, LI, æquales. Rursus quia æquales sunt EF, EG, erunt quoque rectæ BH, GI, æquales. Cum ergo FH, sit ipsius KH, semissis, erit & GI, semissis ipsius LI. Circulus igitur LhI, ex G, ad interuallum GI, vel GL, descriptus semidiametrum habet æqualem semidiametro Horizontis FH, tangitque ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. parallelos KL, HI, in L, I, punctis, in quibus recta LI, repræsentans vnum ex circulis horarum à mer. & med. noc. eosdem secat. Eadem ratione ostendemus, alios circulos ex aliis punctis diuisionum circuli FG, ad interuallum semidiametri Horizontis descriptos, tangere parallelos KL, HI, in punctis, in quibus a rectis per centra eiectis secantur, hoc est, eorum diametros inter vtrumque parallelum positas secari a circulo FG, bifariam, ipsosque circulos Horizonti esse æquales. Et certe, circulos horarum ab ortu, & occasu proiici in Astrolabium in circulos æquales, hinc etiam manifestum esse potest. Quoniam enim in sphæra tangunt maximum parallelorum semper apparentium, & maximum semper delitescentium, in 24. punctis dictos parallelos in 24. horas æquales secantibus, vt ex propos. 10. lib. 1. nostræ Gnomonices liquet, ipsi ex scholio propos. 21. lib. 2. Theod. ad Aequatorem æqualiter inclinati erunt, ac proinde eorum poli ab eodem Aequatore æqualiter distabunt;

Circulos horarũ ab ortu, vel occasu, in Astrolabio esse æquales.

bunt: ex quo fit, eos omnes, vnà cum Horizōte, æqualiter à polo antarctico abesse, ideoq; ex eo polo inspectos apparere inter se æquales; vt vel hinc etiam constet, dictos circulos esse recte descriptos, cum omnes Horizonti sint æquales, ob semidiametros æquales, repræsententque circulos maximos, quippe qui parallelos duos oppositos KL, HI, tangant, eos nimirum, quos Horizon tangit, a 18.2.Theo. ᵃ perspicuum autem sit, Horizontem duos parallelos oppositos contingere. Ex

hoc inferre quoque licebit, quemlibet horum circulorum transire per duas horas in Aequatore per diametrum oppositas, & quæ 6. horis, id est, quadrante recta per suum centrum ducta absint, quemadmodum & Horizon transit per horas A, C, per diametrum oppositas, & à recta ducta per centrum F, 6. horis distantes. Omnis enim circulus maximus in Astrolabio secat Aequatorem bifariam in punctis per diametrum oppositis, vt in scholio propos. 5. Num. 6. ostensum

sum est, & clarius in scholio propos. 12. demonstrabitur. Ita vides circulum ex G, descriptum transire per horas M, N, in Aequatore per diametrum oppositas, & quæ horis 6. a recta per centrum G, ducta absunt.

6. SOLENT autem circuli horarum ab ortu, vel occasu in vulgaribus Astrolabiis (in quibus describi solent. neque enim in omnibus describuntur.) describi tantummodo infra Horizontem, ita tamen, vt tropicos non transgrediantur, propter causam paulo ante in circulis horarum a mer. & med. noc. allatam, veluti in figura apparet, vbi exteriores numeri ad horas ab occasu, & interiores ad horas ab ortu pertinent: quamuis hi arcus satis non sint ad horas ab ortu, & occasu tam diurno tempore, quam nocturno inuestigandas, vt lib. 3. Can. 8. Num. 3. dicemus. Re ipsa tamen, si huiusmodi circuli describendi essent integri, arcus circuli per puncta O, P, ex Q, descripti supra Horizontem ex parte orientali C, spectaret ad horã 1. ab ortu Solis, eiusdem vero arcus infra Horizontẽ ex parte occidentali A, ad horam 1. ab occasu Solis pertineret: quemadmodũ & arcus sub Horizonte per M, transiens ad horam 23. ab ortu, & arcus per N, supra Horizontem incedens ad horam 23. ab occasu spectare deberet, & sic de cæteris horis: quod suo tiam loco in vsu Astrolabii monebimus, & iamiam aliquo modo explicabimus.

Horæ ab ortu, & occasu quo pacto in vulgaribus Astrolabiis describi soleant, & quem ordinẽ teneant.

Per quæ puncta Aequatoris vere arcus horarũ ab ortu, & per quæ arcus horarũ ab occasu describendi sint: hoc est, quæ horæ à mer. vel med. noc. in Aequatore pertineant ad horas ab ortu, & quæ ad horas ab occasu.

7. SI circulus propositæ horę ab ortu, vel occasu (siue integra ea sit sine minutis, siuę ei aliquot minuta adhæreãt.) describẽdus sit, efficietur id hoc modo. Numeretur data hora (reductis horis, earumque minutis, si adsint, ad gradus, ac minuta graduum, tribuendo singulis horis quindenos gradus, & quaternis minutis horæ singulos gradus, & singulis horæ minutis quindena minuta vnius gradus, &c.) in Aequatore à puncto C, versus B, si hora data sit ab ortu, vel à puncto A, verus D, si hora ab occasu sit data. Per terminum enim numerationis describendus erit eius horæ circulus; cuius centrum ita inuenietur in parallelo FG, ex centro Astrolabii per F, centrum Horizontis descripto. Sumpta, circini beneficio, semidiametro Horizontis FH, vel FK, statuatur vnus eius pes in puncto Aequatoris inuento, & altero parallelus FG, duobus in locis secetur. Altera enim harum sectionum centrum erit quæsitum: sed vtra earum accipienda sit, ex his disces. Quoniam omnes circuli horarum ab ortu, vel occasu æquales sunt in Astrolabio, tanguntq; duos parallelos HI, KL, in 24. punctis, in quibus à circulis horarum à mer. vel med. noc. secantur, vt supra Num. 5. diximus, & in istis punctis contactuum bifariam diuidũtur, cum in quolibet duo puncta contactuum sint per diametrum opposita, ex coroll. propos. 6. lib. 2. Theod. pertinebunt ad idem genus horarum semicirculi inter puncta contactuum comprehensi non concurrentes, vel non se intersecantes, [a] cum hi ex parallelis Aequatoris arcus similes abscindant. Huiusmodi sunt semicirculi HAK, INL, RST, VMX, YZa. Et quia primus HAK, cum sit semicirculus Horizontis, ad partes occidentales Astrolabii, ad occasum Solis spectat, pertinebunt alij quatuor nominati semicirculi ad horas ab occasu. Eodẽ modo reliqui semicirculi HCK, IML, RZT, VNX, YSa, non concurrentes sunt, ac proinde cum primus sit semicirculus Horizontis ad orientales partes Astrolabii, spectetq; ad ortum Solis, indicabunt alii quatuor nominati semicirculi horas ab ortu Solis: Vbi vides cuiuslibet circuli horarum ab ortu, vel occasu vnum semicirculum inter duo puncta contactuum interceptum ad horas ab occasu, alterum vero ad horas ab ortu pertinere. Ex his difficile non erit iudicare, vtranam duarum sectionum in parallelo FG, sumenda sit pro centro circuli horarii per punctum in Aequatore inuentum describendi: quippe cum ea eligenda sit, ex qua semicirculus horam ab

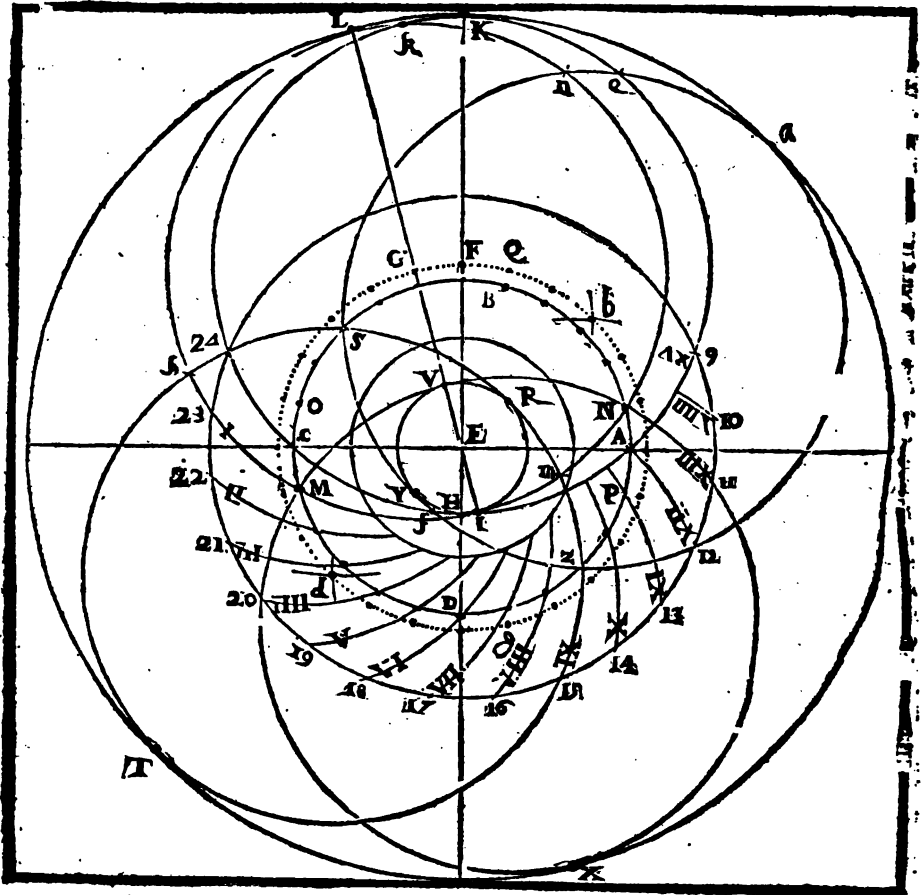
Circulum propositæ horæ ab ortu, vel occasu, in Astrolabio describere.

a 13. 2. Theo.

Qui semicirculi horarum ab ortu, vel occasu, ad horas ab ortu, & qui ad horas ab occasu pertineãt cognoscere.

occasu indicaturus, atque inter duo contactuum puncta inclusus, describendus cum semicirculo Horizontis HAK, vel cum quouis alio ad horas ab occasu spectante non cócurrat. Eademque ratione semicirculus horam ab ortu indicaturus, ex assumpta sectione describendus cum semicirculo Horizontis HCK, vel cum quolibet alio ad horas ab ortu spectante concurrere non debet. Exempli causa, si describendus sit semicirculus horæ 15. ab occasu, vel ab ortu, numera-

bimus in Aequatore ex A, puncto occasus versus D, 15. horas vsque ad S, vel ex C, puncto ortus versus B, horas etiã 15. vsque ad Z. Nam per S, incedet semicirculus horę 15. ab occasu, & per Z, semicirculus horæ 15. ab ortu. Et quia semidiameter Horizontis HF, vel FK, beneficio circini accepta ex puncto tam S, quam Z, exhibet nobis in parallelo FG, duo puncta b, d, statuendum erit centrum d, non autem b: quia neque semicirculus RST, ex d, descriptus cum semi-

circulo

circulò Horizontis HAK, neque semicirculus RZT, cum Horizontis semicirculo HCK, concurrit: at tam semicirculus YSa, ex b, descriptus cum semicirculo Horizontis HAK, in puncto e, quam semicirculus YZa, cum semicirculo Horizontis HCK, in puncto f, concurrit; ac proinde neque ille ad horam 15. ab occasu, neque hic ad horam 15. ab ortu pertinebit, sed ille quidem horam 3. ab ortu, hic vero horam 3. ab occasu indicabit: propterea quod punctum S, distat 3. horis ab ortu C, versus B, semicirculusque YSa, cum semicirculo Horizontis HCK, non concurrit; punctum item Z, abest 3. horis ab occasu A, versus D, & semicirculus YZa, cum Horizontis semicirculo HAK, non concurrit. Eandem ob causam semicirculus horæ 11. ab occasu per punctum M, & semicirculus horæ 11. ab ortu per punctum N, transibit, atque vtriusque centrum erit punctum g, non autem G. Nam neque semicirculus VMX, ex g, descriptus cum Horizontis semicirculo HAK, vel cum semicirculo RST, horæ 15. ab occasu, neque semicirculus VNX, cum semicirculo Horizontis HCK, vel cum semicirculo RZT, horæ 15. ab ortu concurrit: At tam semicirculus IML, ex G, descriptus semicirculum Horizontis HAK, inter puncta H, I, vel semicirculum RST, horæ 15. ab occasu in puncto h, quam semicirculus INL, semicirculum Horizontis HCK, in puncto k, vel semicirculum RZT, in puncto m, intersecat; ac proinde neque semicirculus IML, ad horam 11. ab occasu, neque semicirculus INL, ad horam 11. ar ortu pertinebit, sed ille quidem horam 23. ab ortu, hic vero horam 23. ab occasu monstrabit. Atque ita de cæteris.

FACILIVS idem cognoscemus hoc modo. Numerata hora ab ortu ex C, versus B, vel hora ab occasu ex A, versus D, describatur per finem numerationis ad interuallum semidiametri Horizontis ex centro in parallelo FG, assumpto circulus, ita vt eius conuexo occurramus ex C, versus B, progredientes, hoc est, ita vt eius conuexum vergat versus partes Zodiaci orientales, vel posterius orientes, si ad horam ab ortu spectet: vel ita vt eius concauo ex A, versus D, occurramus, si pertineat ad horam ab occasu, hoc est, ita vt eius concauũ respiciat partes Zodiaci orientales, vel posterius orientes. Vt si per S, describẽdus sit circulus horæ 15. ab occ. ponemus pedẽ vnũ circini in S, & alterũ ad interuallum semidiametri FH, vel FK, extendemus vsque ad d, & ex d, per S, circulum describemus RS, ita vt eius concauum à puncto S, vergat versus A, procedendo ab S, sinistram versus, siue versus signa orientalia secundum successionem signorum. Si vero per idem punctum S, describendus sit circulus horæ 3. ab ortu, describemus prędicto interuallo eodem, ex cẽtro b, per S, circulũ SY, ita vt eius conuexum à puncto S, tendat versus C, progrediendo ab S, sinistram versus secundum successionem signorum. Eodem modo semicirculus per M, descriptus ex G, pertinebit ad horam ab ortu, eo quod ex C, per B, progredientes occurramus eius conuexo in M: At semicirculus per N, ex eodem centro G, descriptus, ad horam ab occ. spectabit, quia ab A, per D, procedentes occurrimus eius concauo in N. & sic de cæteris: ita vt semper progrediamur ab ortu in occasum contra successionem signorum.

8. NON dissimili ratione per quoduis punctum intra parallelos HI, KL, in Astrolabio datum, tam semicirculus ad aliquam horam ab occasu, quam semicirculus ad aliquam horam ab ortu spectans describetur. Vt si datum sit punctum n, inuenientur per semidiametrum Horizontis beneficio circini ex n, duo centra G, b, in parallelo FG. Ex priore describetur per n, semicirculus INL, ad horas ab occasu pertinens, cum ex A, per D, progredientes, contra successionem videlicet signorũ, occurramus eius concauo in puncto N; ex posteriore

Per datum punctum inter duos parallelos Horizontem tangentes tam semicirculum, qui ad aliquam horam ab ortu, quam semicirculum, qui ad horam aliquam ab occasu spectet in Astrolabio describere.

autem

autem per idem punctum n, semicirculus YSa, ad horas ab ortu spectans; propterea quod ex C, versus B, progredientes, contra succesionem videlicet signorum, eius conuexo occurrimus in puncto S. Arcus autem Aequatoris ab occasu versus D, vel ab ortu C, versus B, vsque ad semicirculum horæ ab occasu, vel ortu numeratus indicabit, quotam horam ab occ. vel or. descriptus semicirculus significet. Atque hoc eodem modo cognoscemus, ad quam horam ab or. vel occ. descriptus quiuis semicirculus horarius spectet, si nimirum ex A, puncto occasus versus D, arcus Aequatoris vsque ad eum numeretur, si ad horas ab occ. pertineat, vel si ex C, puncto ortus versus B, vsque ad eum numeratio fiat, si ad horas ab or spectet, &c.

Semicirculus quilibet horæ alicuius ab ortu, vel occasu descript⁹, ad quam horam ab ortu, vel occasu pertineat, cognoscere.

Eandem esse altitudinem poli supra omnes circulos horarum ab ortu, vel occasu, quæ est supra Horizontem.

9. CAETERVM neque hoc dissimulandum videtur, eandem esse poli altitudinem supra omnes circulos horarum ab or. vel occ. quæ est supra Horizontem. Cum enim eundem parallelum HIR, tangant, cadent omnes arcus altitudinis poli ex polo ad puncta contactuum, ac proinde æquales erunt; quos in figura repræsentant rectæ EH, EI, & aliæ ex centro Astrolabii vsque ad contactus eductæ, quæ quidem sunt portiones rectarum per eorum centra ductarum, & maximos circulos referentium, qui per eorum polos, & polos mundi ducuntur. Cum ergo EH, altitudinem poli supra Horizontem metiatur, constat propositum.

PROBL. VII. PROPOS. X.

CIRCVLOS domorum cælestium, siue positionũ, & lineã Crepusculi, vel auroræ in Astrolabio describere.

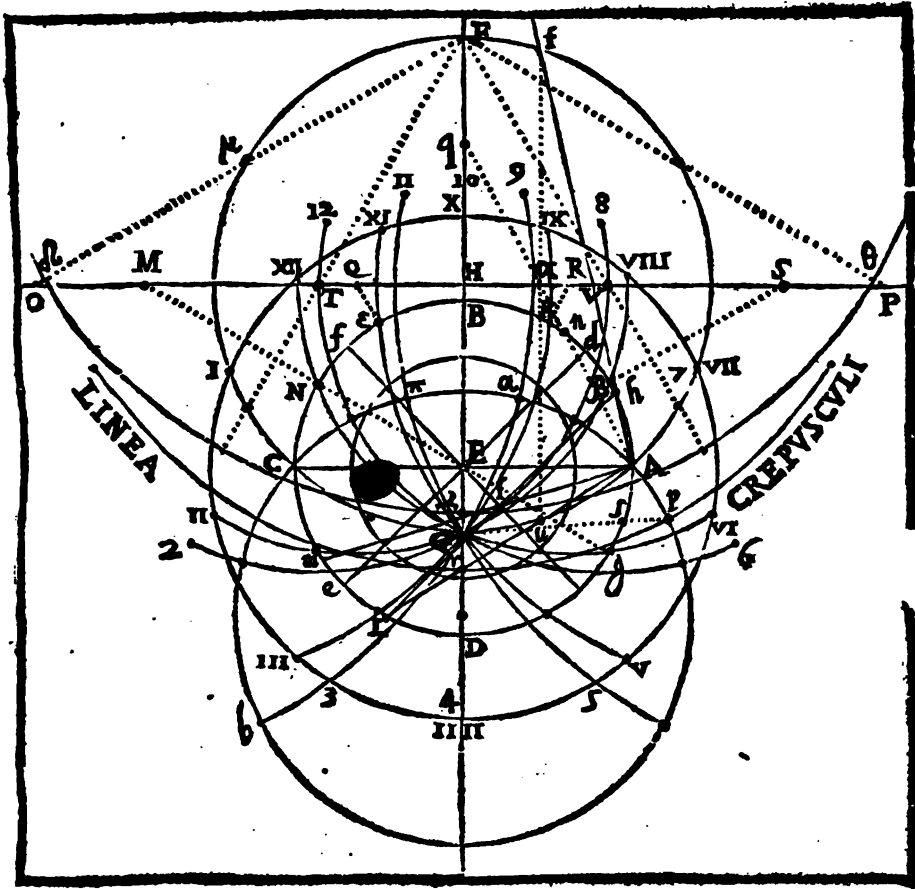
Domos cælestes, vt à Io. Regiom. constituuntur, in Astrolabio describere.

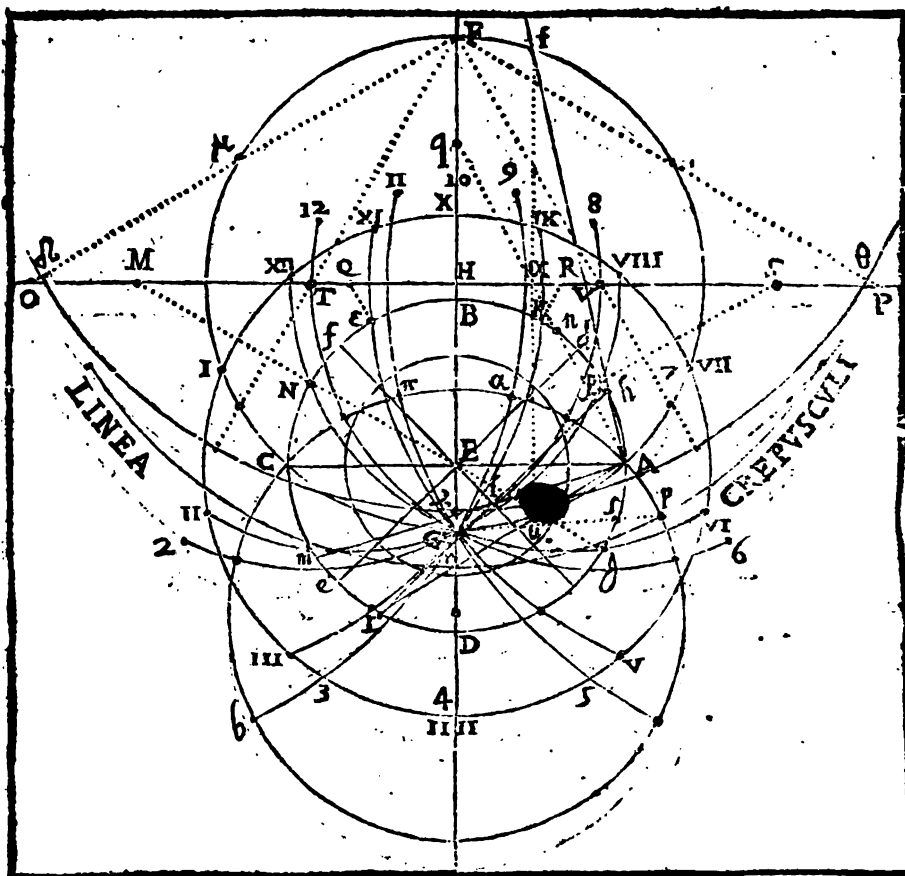
1. CIRCVLI domorum cælestium, qui & positionum circuli dicuntur, transeuntes per communes sectiones Horizontis, ac Meridiani, diuidentesque, vt vult Ioan Regiom. Aequatorem in 12. partes æquales, initio facto a semicirculo orientali Horizontis, qui ex eorum numero vnus etiam est, & versus hemisphærium inferum progrediendo, hoc modo in Astrolabio describentur. Diuiso Aequatore in 12. partes æquales, describantur per puncta sectionum; & per puncta F, G, in quibus Horizon meridianam lineam intersecat, circuli, inuento cẽtro pro quibuslibet tribus punctis, quorũ duo sunt F, G, & tertium in Aequatore. Hi enim per initia domorum cælestium incedent, vt eas Ioan. Regiom. disponit, transibitque quilibet eorum, cum sit maximus, (quippe cum per duo puncta F, G, per diametrum in sphæra opposita ducatur.) per duo puncta in Aequatore per diametrum opposita, vt ostendimus in scholio propos. 5. Num. 6. clariusque in scholio propos. 12. demonstrabimus. Ita vides circulum FKG, domus 3. & 9. duci per puncta K, L, in Aequatore per diametrum opposita.

Centra domorum cælestium reperire.

Ex quo fit, centrum cuiuslibet circuli existere in recta, quæ in centro E, diametrum Aequatoris per duo illa puncta opposita ductam secat ad angulos rectos, hoc est, quæ semicirculum Aequatoris inter illa duo puncta opposita bifariam secat. Nam perpendicularis illa, cum dictam diametrum Aequatoris secet bifariam, & ad angulos rectos, transibit per centrum cuiusuis circuli per extrema puncta eius diametri transeuntis, ex coroll. propos 1. lib. 3. Eucl. cuiusmodi est circulus domus cælestis propositæ. Vt centrum circuli FKGL, erit in recta EN, quæ diametrum KL, in E, & semicirculum KNL, diuidit bifariam in N, estque

ad dia-

ad diametrum KL, perpendicularis; cum omnia puncta huius rectæ æqualiter absint à punctis K, L, per quæ circulus duci debet, vt de centris horarum inæqualium dictum est in propos. præcedenti Num. 4. Et quia, ex eodem coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. eadem centra existunt quoque in recta OP, secante meridianam lineam FG, ad angulos rectos in centro Horizontis H, & bifariam; quod & huius rectæ omnia puncta à punctis F, G, per quæ circuli domorum ducendi

sunt, æqualiter distent, quemadmodum propos. 8. Num. 2. de centris Verticalium in recta PQ, existentium dictum est; fit, vt centrum circuli FKGL, sit punctum M, vbi rectæ EN, OP, se intersecant: eademque ratio est de cæteris. Nam & aliorum circulorum centra sunt puncta Q, R, S, in quibus rectæ ex centro E, per puncta diuisionum Aequatoris ductæ rectam OP, intersecant. Itaque si ex E, per

per singulos gradus Aequatoris rectæ educantur, secabitur recta OP, in centris circulorum positionum per singulos gradus Aequatoris transeuntium, diuidentiumque singulas domos cælestes in tricenos gradus, quemadmodum recta EN, per N, grad 30. à puncto C, ducta obtulit M, centrum circuli FKGL, qui per K, gradum 30. Aequatoris à Meridiano numeratum descriptus est.

Per datum quoduis punctum Aequatoris circulũ positionis describere.

2. QVOD si per quemcumque gradum Aequatoris à Meridiano distantem circulus positionis describendus sit, numerabimus eundem gradum ex C, versus B, si gradus Aequatoris datus fuerit ex parte occidentali, vel si ex parte orientali extiterit, ex A. Recta namque ex E, per finem numerationis emissa dabit in recta OP, centrum quæsiti circuli. Vt si describendus sit circulus positionis per punctum β, grad. 60. distans à B, puncto meridiei ad partes occidentales,

ſupputabimus ex C, grad. 60. vſque ad ε. Recta enim Eε, dabit centrum Q, e quo circulus per punctum datū β, & puncta F, G, deſcribēdus eſt. & ſic de cæteris. Recte autem deſcriptos eſſe circulos domorum cæleſtium, vt eas conſtituit Ioan. Regiom. manifeſtum eſt, cum in forma circulari appareant, deſcriptique ſint per illa puncta, per quæ in cælo ducuntur à Ioan. Regiom. nimirum per partes duodecimas Aequatoris, & per puncta F, G, interſectionum Horizontis, ac Meridiani.

Domos cæleſtes, vt eas Campanus conſtituit in Aſtrolabio deſcribere.

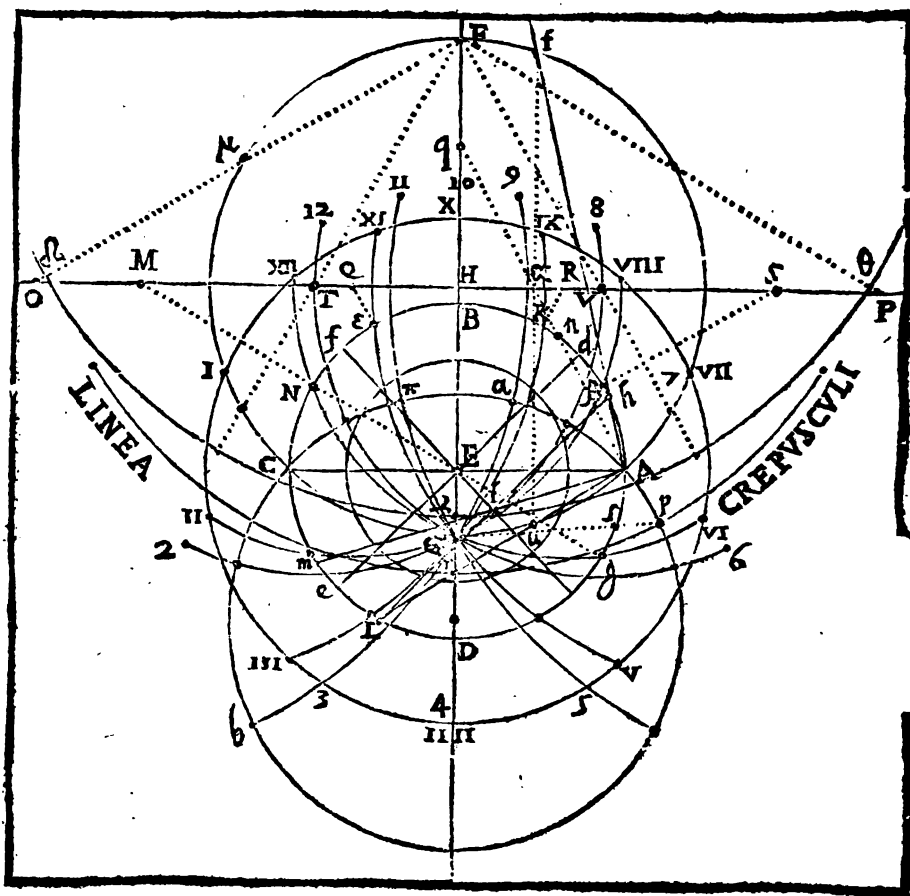
3. CIRCVLI autem cæleſtium domorum, vt a Campano in cælo conſtituuntur, diuidentes nimirum Verticalem circulum primariū in 12. partes æquales, tranſeunteſque per eadem puncta F, G, interſectionum Horizontis, ac Meridiani, eodē modo deſcribentur in Aſtrolabio, ſi pro duodecimis partibus Aequatoris ſumantur partes duodecimæ Verticalis primarii, non quidem duodecimæ partes æquales ipſius, vt in Aequatore factum eſt, ſed inæquales, quæ duodecimis partibus æqualibus Verticalis primarii in ſphæra reſpondent, reperiunturq; per rectas ex alterutro polorū G, F, Verticalis p 12. partes Aequatoris eductas, vt propoſ. 5. Num. 17. & 20. traditum eſt, vel aliis viis, quas partim propoſ. 5. partim propoſ. 6. præſertim vero propoſ. 6. Num. 25. explicauimus. Nam inuentis hiſce partibus duodecimis Verticalis, ſi per quodlibet illorum, & per puncta F, G, circuli deſcribantur, quorum centra in recta OP, exiſtunt, incedent ij per initia domorum cæleſtium, vt à Campano concipiuntur, tranſibitque quilibet eorum per duo puncta Verticalis per diametrum mundi, quæ quidem per E, centrum Aſtrolabii ducitur, oppoſita, cum maximum circulum referat, ac proinde alios maximos circulos bifariam ſecet. Ita vides circulum FaGb, domus 3. ac 9. ductum eſſe per puncta Verticalis a, b, quæ per diametrum opponuntur.

Domos cæleſtes, vt eas Campanus imaginatur, in Aſtrolabio, inſtar Verticalium ipſius Verticalis primarii, tanquā Horizontis, deſcribere.

4. HOS eoſdem circulos poſteriores domorum cæleſtium ita quoque deſcribemus. Quoniam per polos Verticalis primarii in ſphæra, hoc eſt, per interſectiones Horizontis, ac Meridiani ducuntur, Verticalemque primariū in partes æquales diuidunt, ita ſeſe habebunt reſpectu Verticalis primarij, vt circuli Verticales reſpectu Horizontis tranſeuntes per polos Horizontis, hoc eſt, per interſectiones Verticalis primarij, ac Meridiani, diuidenteſque Horizontem in partes æquales. Quamobrem quemadmodum in propoſ. 8. Num. 1. & 2. centra Verticalium inuenta fuere in recta PQ, quæ per centrum Verticalis primarii in prima figura illius propoſ. ad meridianam lineam perpendicularis ducitur, ita quoque hic centra circulorum cæleſtium domorum, quas Campanus ſibi fabricatus eſt, reperientur in recta OP, quæ per H. centrum Horizontis ad lineam meridianam perpendicularis traiicitur, eſtque communis ſectio Aequatoris, planiue Aſtrolabii, & paralleli Verticalis primarii, qui per polum antarcticum ducitur, cuius quidem diameter in figura prima propoſ. 5. eſt recta Ac; quemadmodum & recta illa PQ, in figura prima propoſ. 8. eſt communis ſectio eiuſdem Aequatoris, vel plani Aſtrolabii, & paralleli Horizontis per polum antarcticum ducti, cuius quidem diameter in eadem prima figura propoſ. 5. eſt recta AI. Eadem namque vtrobique erit demonſtratio. Nam ſi Verticalis primarius intelligatur eſſe Horizon aliquis obliquus, erit Horizon eius Verticalis primarius, & puncta F, G, eiuſdem poli. Itaque quoniam per poſteriores hoſce circulos domorum cæleſtium Verticalis primarius, tanquam Horizon aliquis obliquus diuidendus eſt in 12. partes æquales, qui quidem ſunt numero ſex duntaxat, cum ſinguli per bina puncta Verticalis incedant; diuidemus Horizontem AFCG, ac ſi eſſet Verticalis primarius ipſius Verticalis AaCb, tanquam Horizontis cuiuſpiam, in 6. partes inter ſe omnino æquales: Deinde ex puncto F,

 vel G,

vel G, per has sectiones lineas rectas ducemus, secantes rectam OP, in punctis O, T, H, V, P, quæ centra erunt circulorum domorum cælestium per puncta F, G, describendorum, instar Verticalium respectu Verticalis AaCb, tanquam Horizontis, vt propos. 8. demonstratum est. In figura priores circuli ex sententia Ioan. Regiom. descripti appositos habent numeros antiquos, hoc modo. I.II.III &c. Posteriores vero secundum Campanũ, vsitatos numerorum chara-

cteres habent affixos, hoc modo, 1. 2. 3. 4. &c. Atque omnes hi circuli ita solent describi, vt tropicum ♑, non transcendant: quod nos quoque obseruauimus. Quod si ex F, ad quoduis interuallum circulus describatur $\delta\gamma\theta$, & in 360. grad. distribuatur, initio facto à puncto γ, dabunt rectæ ex F, per singulos gradus illius circuli ductæ, in recta OP, centra omnium circulorum positionum

per

per omnes gradus Verticalis primarii transeuntium, singulasque domos cœlestes diuidétium in tricenos gradus. Nam quemadmodum recta Fμ, per punctũ μ, grad. 120. à puncto G, Meridiani distans cadit in O, centrum circuli positionis FaG, gradibus 60. ab Horizonte remoti, ita in idem centrum incidet recta Fδ, ducta per punctum δ, grad. 60. à puncto γ, Meridiani distans, propterea quod eadem recta per vtrumque punctum μ, δ, transit ex Lemmate 10. cum arcus $\gamma\delta$, semissi arcus Gμ, similis sit, &c.

5. QVOD si per quemcunque gradum Verticalis primarij ab Horizonte distantem circulus positionis describendus sit, numerabimus eundem gradum gradum ex γ, versus δ, si gradus Verticalis datus fuerit ex parte occidentali, vel si ex parte orientali extiterit, versus θ. Recta namque ex F, per finem numerationis emissa dabit in recta OP, centrum quæsiti circuli. Vt si describendus sit circulus positionis per punctum Verticalis, quod ab Horizonte ex parte orientali grad. 60. distet versus Zenith, sumemus arcum $\gamma\theta$, grad. 60. Recta enim Fθ, dabit centrum P, è quo circulus per puncta F, G, descriptus transibit per π, punctum Verticalis grad. 60. à puncto Horizontis C, distans versus Zenith. Si autem punctum in Verticali proponatur infra Horizontem quotcunque gradibus distans ab Horizonte, siue ad partes orientales, siue occidentales, describemus per punctum oppositum, quod supra Horizontem existit, ad contrarias partes circulum positionis, vt dictum est. Hic enim transibit etiam per punctum datum. Vt si describendus proponatur circulus positionis per grad. 60. Verticalis infra Horizontem ex parte orientali, describemus, vt dictum est, circulum per grad. 60. supra Horizontem ex parte occidentali, hoc est, numerabimus grad. 60. ex γ, vsque ad δ, ex parte orientali, vt recta Fδ, centrum O, exhibeat, &c. Idem efficiemus, siue punctum datum Verticalis sit supra Horizontem, siue infra, si inuento eo puncto in Verticali, ex eius distantia ab Horizonte, vt propos. 5. Num. 18. traditum est, per ipsum, & per duo puncta F, G, circulum, ex scholio propos. 5. l. 4. Eucl. describamus, cuius centrum erit in recta OP.

Circulum positionis per quemuis gradum Verticalis datum describere.

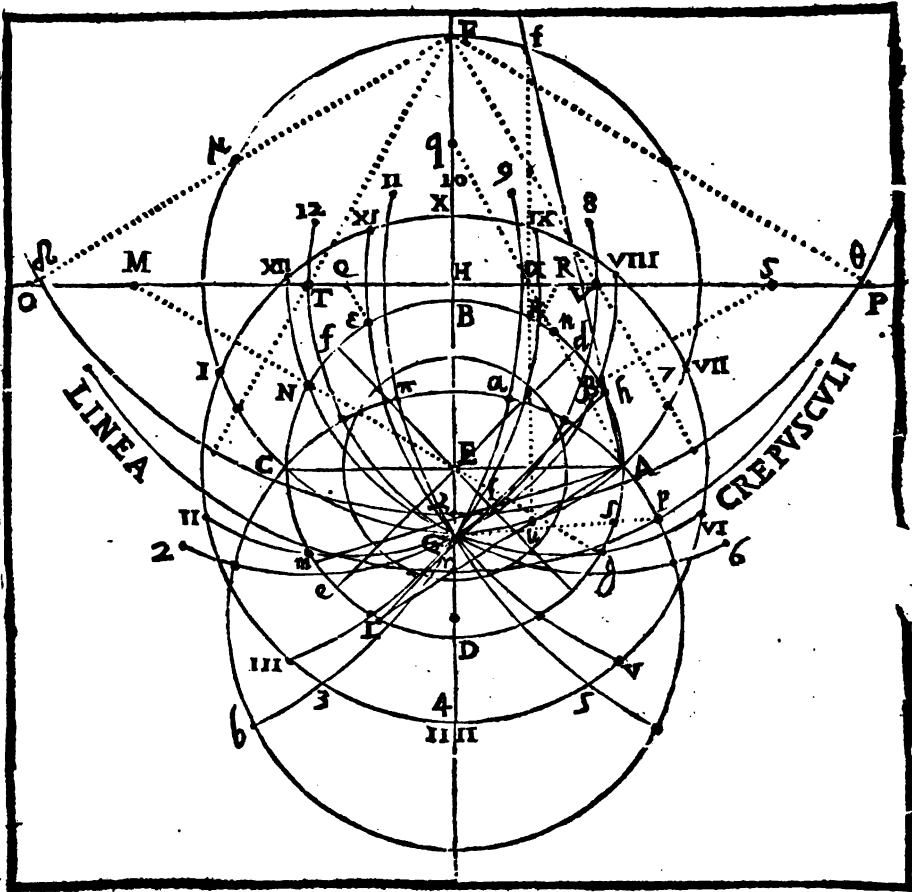
6. IAM si per quoduis punctum in Astrolabio extra Aequatorem, & Verticalem primarium, assignatum describẽdus sit circulus positionis, inueniendum est in recta OP, centrum trium punctorum, quorum duo sunt F, G, & tertium illud, quod propositum est. Arcus autem Aequatoris inter punctum A, vel C, & intersectionem circuli descripti cum Aequatore metietur distantiam circuli positionis ab Horizonte in Aequatore. Item arcus Verticalis inter A, vel C, & descriptum positionis circulum metietur eiusdem circuli distantiam ab Horizonte in Verticali, si prius per ea, quæ propos. 5. Num. 19. demonstrauimus, inquiratur, quot gradibus arcus ille Verticalis æquiualeat. Atque eadem hac ratione per arcum Aequatoris, vel Verticalis inter A, vel C, & quemcumque circulum positionis positũ, cognoscemus, quantum ille circulus positionis distet ab Horizonte siue in Aequatore, siue in Verticali, prout vel ex sententia Ioan. Regiom. vel Campani, descriptus esse intelligitur: ac proinde intelligemus, quantam portionem ex domo cælesti abscindat circulus quilibet positionis.

Per quoduis punctum datum extra Aequatorem, & Verticalẽ, circulum positionis describere.

Quantum quilibet circulus positionis ab Horizonte siue in Aequatore, siue in Verticali distet, cognoscere.

7. LINEA crepusculi, siue Auroræ descripta erit, si parallelus Horizontis rp, describatur, distans ab eo grad. 18. versus Nadir: propterea quod Sole, vbicunque in Ecliptica existat, parallelum Horizontis grad. 18. sub Horizonte existentem attingente, crepusculum matutinum incipit, & vespertinum finitur. Ita autem per ea, quæ propos. 6. demonstrata sunt, dictum parallelum rp, describemus. In Aequatore ducta Horizontis diametro d e, & eius axe f g, sumantur infra d e, duo arcus d h, e L, grad. 18. ita vt recta ducta hL, diameter sit paral-

Crepusculinam lineam in Astrolabio describere.

leli vtrumque crepusculum terminantis; & ex A, polo australi per h, L, radij emittantur abscindentes ex meridiana linea diametrum eiusdem paralleli visam. Sed quia radius Ah, nimis procul excurrit, satis erit inuenire punctum eius diametri extremum r, per radium AL, & centrum paralleli Horizontis per r, describendi; quod sic fiet. Per punctum l, vbi diameter ducta hL, axem Horizontis fg, secat, ducatur ex A, polo australi recta secans Aequatorem in m, &

Centrum lineæ Crepusculinæ inuenire.

arcui m f, æqualis sumatur f n. Nam radius A n, secabit meridianam lineam in q, centro paralleli Horizontis per r, describendi, hoc est, lineæ crepusculinę, vt in Lemmate 35. & propos. 6. Num. 9. demonstrauimus. Vel ita agemus. Sumpto arcu Aequatoris A f, grad. 18. ducemus ex G, polo Verticalis per f, rectam quę secet Verticalem in p; eritque arcus Verticalis A p. grad. 18. infra Horizontem.

zontem,ex iis,quæ propoſ.5.Num.17. demonſtrata ſunt;ac proinde per p,paral lelus crepuſculi ducendus eſt.Si igitur per p,educatur linea Verticalem tãgens, ſecabit ea meridianam lineam in q. centro paralleli per p, deſcribendi,per ea, quæ à nobis propoſ.6.Num.10.demonſtrata ſunt.Vel denique in Horizonte accipiantur duo arcus Ft,Gu,grad.18.in ſemicirculo FAG,quem propoſ.6.Num. 6.ad parallelos Horizontis infra Horizontẽ ſpectare diximus; & recta iungatur t u,ſecans diametrum Horizontis in α. Nam recta ex A, per α, emiſſa cadet in q,centrum paralleli grad.18.ſub Horizonte exiſtentis,vt propoſ.6. Num.6. demonſtrauimus.Cæterum puncta h,L,quæ diametrum paralleli crepuſculi terminant,inueniemus ſine auxilio diametri Horizontis d e,hoc modo.Ex C,verſus D,ſupputetur arcus conflatus ex altitudine poli,& grad.18. vſque ad L,qui in Horizonte Romano complectitur grad.60. Item ex B,verſus A,arcus numeretur conflatus ex complemento altitudinis poli,& grad. 18. vſque ad h, qui in eodem Horizonte Romano grad.66.complectitur. Nam ducta recta hL,diameter erit paralleli crepuſculini;eo quod arcus CL, conflatus eſt ex C e, arcu altitudinis poli,& e L,arcu grad.18.at arcus Bh,ex Bd,arcu complementi altitudinis poli,& dh,arcu grad.18. Ex quo patet, Ioannem Stoflerinum (ac proinde & alios nonnullos, qui illum ſequuntur.)errare,cum præcipit, tam ex C, verſus D,quam ex B,verſus A. ſupputandam eſſe altitudinem poli, vna cum grad. 18. Hoc enim ſolum verum eſt, vbi poli altitudo continet grad. 45. Ibi enim complementum altitudinis poli B d, æquale eſt altitudini poli C e, vel d A, vt conſtat.

Error Ioan. Stoflerini in linea crepuſculina deſcribenda.

PROBL. VIII. PROPOS. XI.

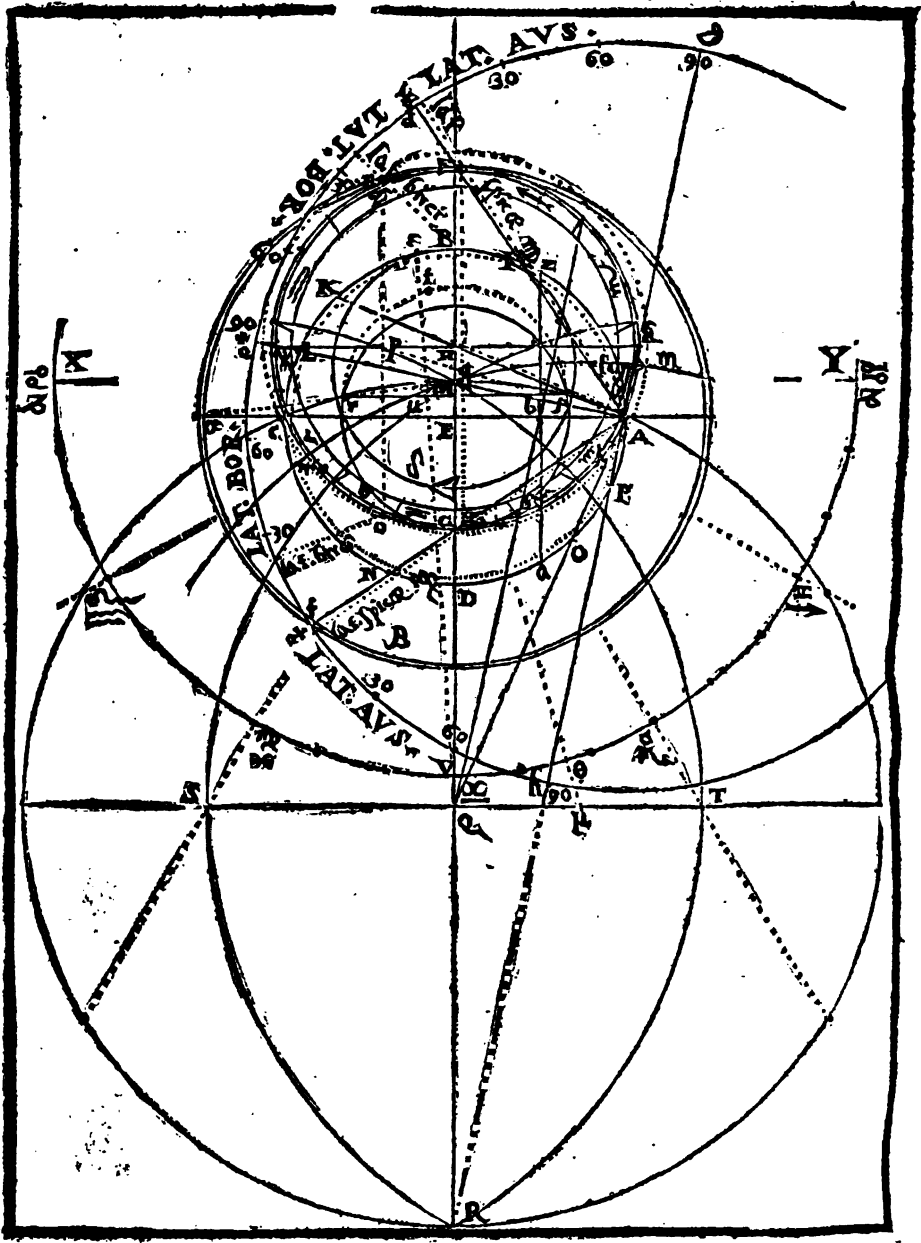
RETE Aſtrolabij, id eſt, figuram, in qua Ecliptica in ſigna, ac gradus diuiſa, vnà cum ſtellis fixis continetur, conſtruere.

1. SIT circa E,centrum Aſtrolabii deſcriptus Aequator ABCD, cum tropicis, vt propoſ.4.traditum eſt;& Ecliptica AFCG, tangens tropicum ♑, in F, & tropicum ♋,in G,deſcripta, vt propoſ.5.tradidimus,circa centrum H, quod inuenitur per rectam ex A,polo auſtrali per finem arcus AIK,qui complementi maximæ declinationis,(eſt autem maxima declinatio BI,vel CL,& eius complementum AI,vel BL,)duplus ſit,aut(quod idem eſt)per finem arcus CK,qui maximæ declinationis CL,duplus ſit,emiſſam,vt prop.5.Num.3.& 4. oſtendimus. Nã diameter Eclipticæ per I, N, ducitur,diſtatq; à polo auſtrali arcu AI,cuius complementum eſt maxima declinatio CL,vel BI.Et quia L,P, puncta quadrante diſtantia ab Ecliptica per I, N, ducta, poli ſunt Eclipticæ,apparebunt ii poli per radios AL, AP, in punctis M, R, quorum auſtralis, & remotior R, accuratius ita inuenietur. Ducatur ex A,per finem arcus AO, qui duplus ſit maximæ declinationis AP,recta AO, cadens in Q,centrum circuli maximi per polos Eclipticæ, & principia ♈, & ♎, ducti, inſtar Verticalis primarii, ſi Ecliptica Horizon foret.Nam ſi ex Q,per M, circulus deſcribatur trãſiens neceſſario per A,C,ſecabitur meridiana lineã in R,polo Eclipticæ: Et in recta ST,quæ per Q, ad MR, ducitur perpendicularis,exiſtent omnia centra aliorũ circulorum maximorum

Rete Aſtrolabii conſtruere.

Centrum Eclipticæ reperire.

Polos Eclipticæ inuenire.

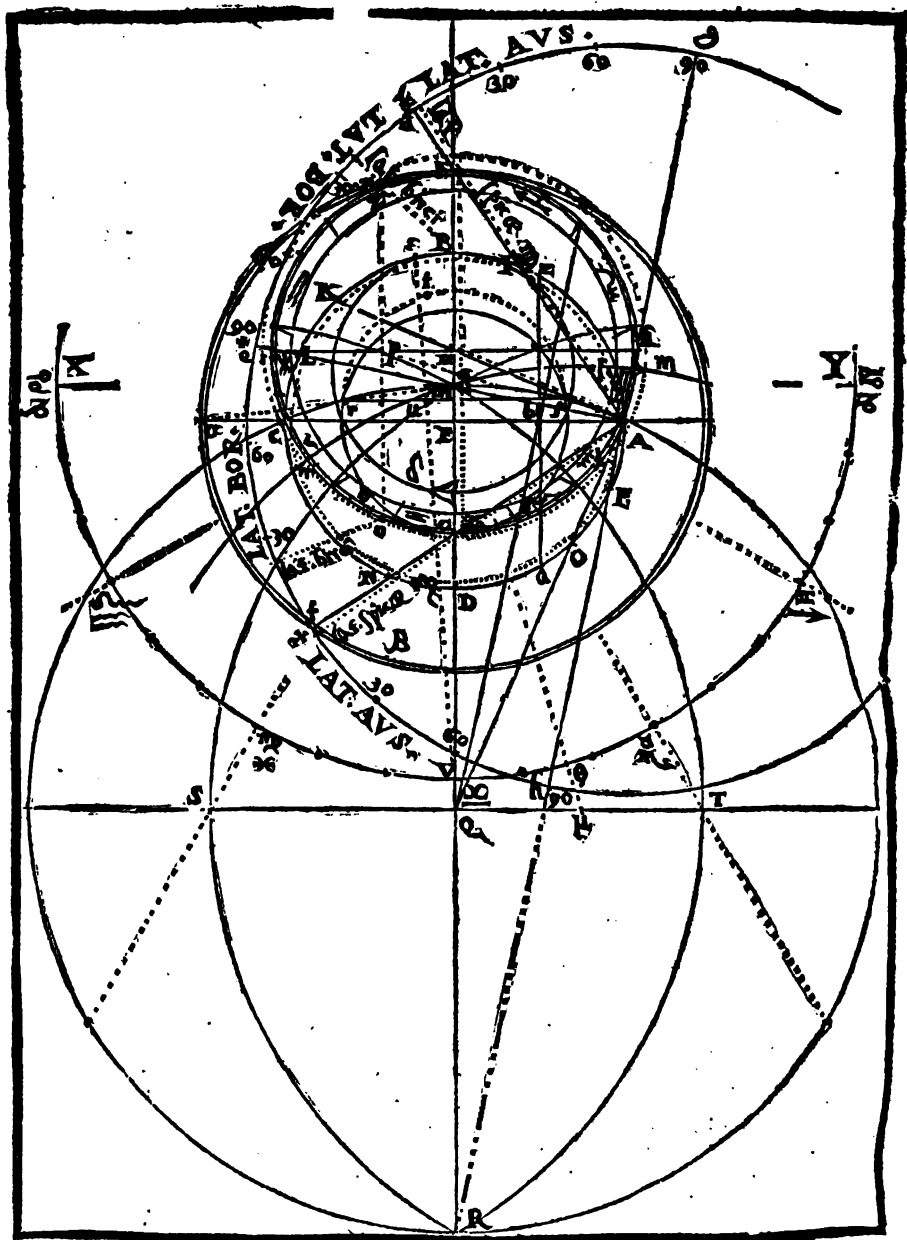
Eclipticã in 12. ſigna, & in 360. gradus diſtribuere.

motũ latitudinum per polos Eclipticæ M, R, ductorũ; adeo vt circulo AMCR, secto in sex partes æquales, & rectis ex M, per sectionum puncta ductis, perpendicularis ST, secetur in centris eorum circulorum diuidentium Eclipticam in 12. signa, vt ex ijs constat, quæ propos. 8. Num. 2. de centris Verticalium demonstrauimus. Ita vides circulum MT, ex centro S, descriptum incedere per principia ♓, & ♍; circulum autem MS, ex T, descriptum transire per principia ♏, & ♉. Quod si singulæ sex partes circuli AMCR, in tricenas partes secentur, dabunt rectæ ex M, per illas sectiones emissæ in recta ST, centra aliorum circulorum maximorum, qui singula 12. signa Eclipticæ in tricenos gradus distribuant. Sed quia inferior semicirculus circuli AMCR, longius excurrit, & non semper in proposito plano describi potest, inuenientur eadem centra in recta ST, commodius, hac ratione. Semicirculus XVY, ex M, ad quoduis interuallum descriptus secetur in 6. partes æquales. Rectæ enim ex M, per singulas sectiones eductæ dabunt centra binorum signorum, illorum videlicet, quę ipsis sectioribus ascripta sunt. Et si singulæ illæ partes diuidantur in tricenos gradus, inuenientur centra singulorum graduum, &c. vt ex ijs liquet, quæ in prædicta propos. 8. Num. 4. de centris Verticalium demonstrata sunt à nobis. Verum facilius Ecliptica in signa, & gradus distribuetur, si rectæ tam ex polo Eclipticæ M, quam ex altero polo R, si is in plano Astrolabij notatus sit, per duodecimas partes Aequatoris, & singulos eiusdem gradus ad Eclipticam vsq; emittantur, vt propos. 5. Num. 17. & 20. ostensum est. Vel si per duodecimas partes Aequatoris, singulosq; eiusdem gradus ipsi meridianæ lineæ agantur parallelę rectam AC, secantes in punctis, per quæ ex Q, centro circuli AMCR, rectæ traijciantur, &c. vt in eadem propos. 5. Num. 24. monstratum est. Ita vides rectam Za, ipsi BD, parallelã distare ab A, grad. 60. secareque rectam AC, in b, ac denique rectam Qb, transire per principia ♐, & ♌, grad. 60. ab ♈ distantia, &c. Huc etiam transferri possunt, si lubet, aliæ viæ diuidendi maximos circulos in gradus, quas propos. 5. & 6. præsertim Num. 25. propos. 6. exposuimus.

Stellas fixas reti Astrolabii per earũ longitudines, latitudinesq; imponere.

2. STELLAE fixæ exquisitissime per earum longitudines, latitudinesque in reti Astrolabij reponentur, hoc modo. Descripto parallelo Eclipticæ per propositam stellam in sphæra transeunte, habita ratione latitudinis stellæ siue borealis, siue australis, numeretur in eo, initio facto ab eius intersectione oriẽtali ad partes C, cum circulo AMCR, per principia ♈, & ♎, transeunte, longitudo eiusdem stellæ, hoc est, distantia eius à principio ♈, vt propos. 6. Num. 22. & sequentibus traditum est. Terminus enim numerationis erit locus stellæ propositæ. Parallelus autem quilibet Eclipticæ describetur, & in gradus distribuetur, eisdem modis, quibus paralleli Horizontis propos. 6. descripti sunt, & in gradus diuisi. Sed vt facilius res peragatur ea ratione, quam Num. 8. Illius propos. præscripsimus, præparanda erit figura hoc modo. Ex A, descripto ad quoduis interuallum circulo def, ducantur radii AI, AN, transeuntes per extremitates diametri visæ Eclipticæ FG, secantesque circulum def, in d, & f, eritque df, quadrans, cum ex Lemmate 10. similis sit semissi semicirculi ILN, Aequatoris, vel semicirculi Eclipticæ FCG. Ducatur quoque radius AL, transiens per L, polum Eclipticæ verum, & per M, polum visum, secansque circulum def, in e; eruntque arcus de, ef, æquales, cum per idem Lemma 10. semissibus quadrantum Aequatoris IL, LH, vel Eclipticæ Fi, iG, similes sint. Nam recta Ae, per polum Eclipticæ ducta transit per extremitatem diametri Eclipticæ ik, ad FG, perpendicularis, vt in scholio propos.

Figuram præparare, per quam facile quilibet parallelus Eclipticæ in Astrolabio describatur.

5. Num. 14.

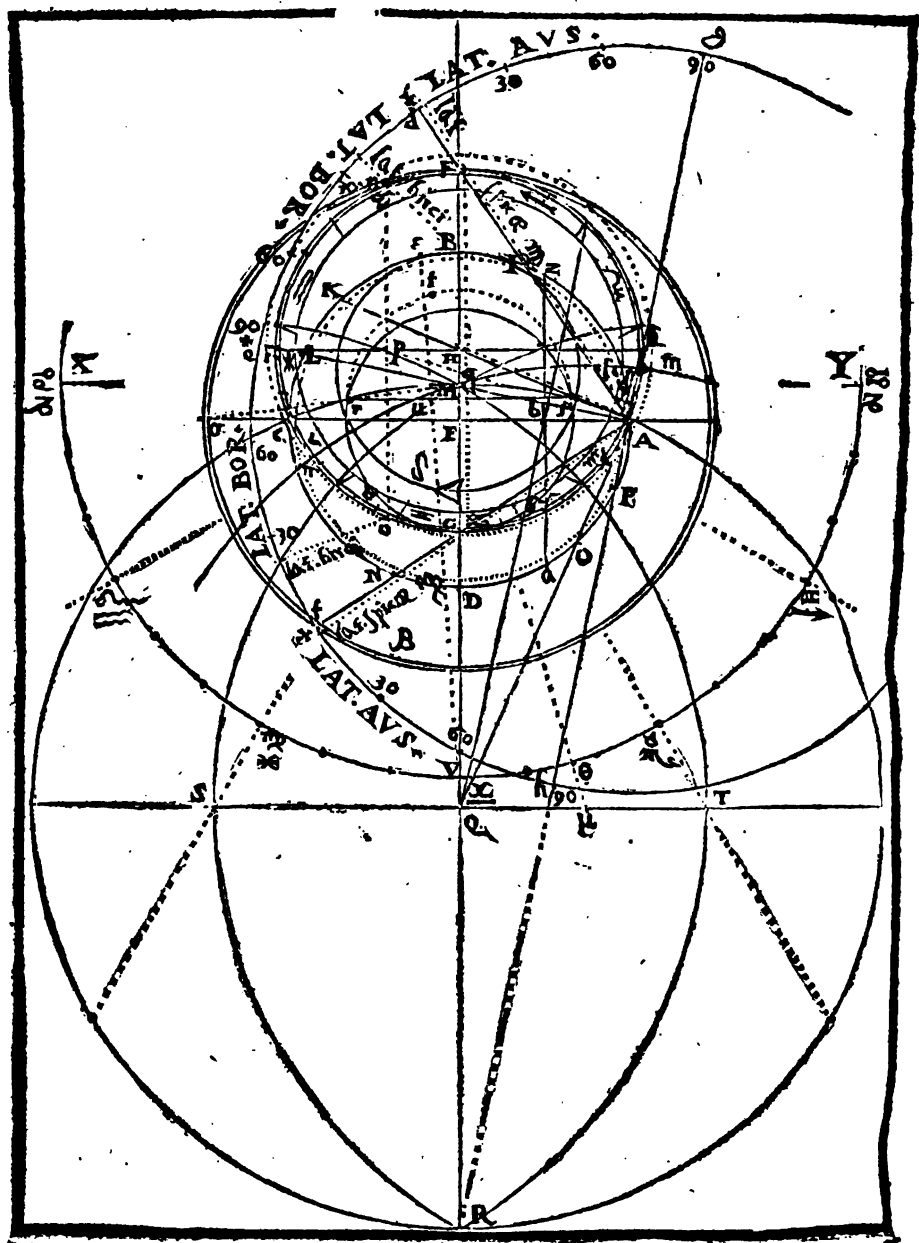
LAT. BOR.
LAT. AVS.
LAT. BOR.
LAT. AVS.
A
D
E
K
N
O
Q
R
S
T
V
X
Y
30
60
90

5. Num. 14. demonstrauimus. Sumptis deinde arcubus dg, fh, arcubus de, ef, æqualibus, quos etiam radius APR, transiens necessario, ex eodem scholio propositionis 5. Num. 14. per k, alteram extremitatem diametri Eclipticæ ik, abscindit; propterea quod tam rectæ Ak, AF, per Lemma 10. intercipiunt arcum dg, semissi quadrantis Eclipticæ FK, quam rectæ AP, AN, arcum fh, semissi quadrantis Aequatoris PN, similem; diuidantur singuli arcus dg, de, fh, fe, in 90. partes æquales, quæ graduum semisses erunt, initio semper facto à punctis d, & f. Nam per partes arcuum de, fe, inuenientur diametri visæ parallelorum latitudinum borealium, per partes autem arcuum dg, fh, diametri parallelorum latitudinum australium reperientur; ideoque illis adscripta est Latitudo borea, his vero Latitudo australis, vt statim cognoscatur, quam in partem latitudo proposita numeranda sit. Quo pacto autem ex circulo def, ita diuiso paralleli describantur, prop. 6. Num. 8. declaratum est, rursumque ex sequentibus exemplis intelligi potest. Qua item ratione huiusmodi paralleli in gradus sint distribuendi, in eadem propositione 6. Num. 21. & sequentibus traditum est.

Spicam Virginis in reti collocare.

3. SIT ergo, exempli gratia, reti imponenda Spica ♍, cuius longitudo à prima stella ♈, continet grad. 170. vera aũt longitudo à principio ♈. grad. 197. Min. 55. & latitudo grad. 2. versus austrũ. Ex d, & f, versus g, & h, supputetur latitudo grad. 2. hoc est, sumãtur duæ partes ex 90. in quas vterq; arcus dg, fh, diuisus fuit, ac si essẽt gradus, & ad fines ducantur ex A, duo radii abscindẽtes ex BD, diametrũ visam paralleli australis Eclipticæ grad. 2. qui quidem duo radii tam ex Aequatore ab I, & N, versus A, quam ex Ecliptica ab F, & G, versus k, 2. grad. auferent; propterea quod arcus circuli def, à radio Ad, & eo, qui per latitudinem Spicæ transit; Item à radio Af, & eo, qui per latitudinem Spicæ transit, abscissi similes sunt semissibus arcuum tam ex Aequatore, quam ex Ecliptica abscissorum, vt in 10. Lemmate demonstrauimus; ac proinde cum priorum vterque complectatur duos semigradus, hoc est, 1. grad. continebit quilibet posteriorum 2. grad. Deinde notetur intersectio diametri Eclipticæ ik, cum recta connectente duo puncta Eclipticæ duobus gradibus ab F, & G, versus k, distantia, per quæ nimirum prædicti duo radij transeunt. Nam radius ex A, per illud punctum intersectionis diametri ik, ductus indicabit in recta FG, centrum paralleli circa diametrum visam abscissam describendi, ex iis, quę propos. 6. Num. 6. demonstrata sunt. Descripto ergo hoc parallelo, numeretur in eo vera stellæ longitudo, hoc est, grad. 197. min. 55. nimirum distantia eius ab ♈, secundum signorum successionem. In fine namque numerationis stella collocanda est in dicto parallelo. Ita autem in dicto parallelo punctum reperiemus, quod gradum longitudinis 197. min. 55. terminet. Quoniam parallelus Eclipticæ in austrũm recedit ab Ecliptica grad. 2. describemus parallelum Aequatoris totidem gradibus ab Aequatore in boream recedentem, & in eo numerabimus supradictam longitudinem, initio facto ab eius intersectione orientali ad partes C, cum recta EC, versus D, & A, progrediendo vsque ad l: quod in dato exemplo fiet, si ex grad. 197. min. 55. semicirculo dempto, reliqui grad. 17. min. 55. numerentur à recta EA, ex parte occidentali vsque ad l. Nam recta Ml, ex polo Eclipticæ ducta dabit in parallelo Eclipticæ punctum m, gradum 197. min. 55. longitudinis terminans.

Parallelum Aequatoris ex parallelo Eclipticę opposito, & vicissim hunc ex illo describere.

EX descripto porro parallelo Eclipticæ parallelus Aequatoris, per quem in illo longitudo inuenienda est, ita facile describetur, etiamsi eius declinatio in Aequatore non supputetur. Ex M, polo Eclipticæ per punctum circuli AMCR,

LAT. AVS.
LAT. BOR.
LAT. AVS.
LAT. BOR.
30
60
90
A
B
D
E
F
K
N
O
P
Q
R
S
T
V
X
Y

vbi a parallelo latitudinis diuiditur, recta ducatur. Hæc enim ex recta EA, vel EC, semidiametrum paralleli Aequatoris abscindet. Vicissim, si prius parallelus Aequatoris describatur, vt propos. 4. Num. 6. docuimus, tot gradibus à polo australi distans, quot gradibus parallelus Eclipticæ per stellam ductus à polo Eclipticæ boreali distat, describetur parallelus Eclipticæ hoc etiam modo. Ducta ex M, polo Eclipticæ per punctum sectionis paralleli Aequatoris cum recta EA, vel EC, linea recta, secabitur circulus AMCR, in puncto, per quod parallelus Eclipticæ describendus est; cuius centrum reperietur, si per punctum illud recta circulum AMCR, tangens ducatur, vt propositione 6. Num. 10. demonstratum est.

Facillima inuentio puncti longitudinis ipsius stellæ in parallelo latitudinis eiusdem.

EVNDEM gradum m, longitudinis facilius reperiemus, etiamsi neque circulus AMCR. neque parallelus Aequatoris descriptus sit, ex iis, quæ propos. 6. Num. 15. tradidimus. Quoniam enim longitudo continet grad. 197. min. 55. si eam ex tribus quadrantibus, hoc est, ex grad. 270. detrahamus, remanebunt grad. 72. min. 5. quibus stella in parallelo Eclipticæ à linea meridiana supra F, versus A, distat. Si ergo a puncto opposito infra G, in oppositam partem versus C, numeremus grad. 72. min. 5. in parallelo eodem Eclipticæ, cadet recta ex fine numerationis per polum M, extensa in punctum quæsitum m; propterea quod arcus paralleli prædicti inter meridianam lineam, & lineam ductam continet tot gradus apparentes, quot æquales continentur in arcu a linea meridiana infra G, versus C, numerato, vt loco citato demonstrauimus.

IDEM locus stellę m, id est, grad. 197, min. 55. longitudinis, reperietur per circulum maximum latitudinis per polos Eclipticæ ductum, hoc modo. Quoniam stella veram longitudinem habet grad. 197. min. 55. hoc est, in grad. 17. minut 55. ♎, existit, numerabimus à puncto V, principio ♎, versus ♏, in circulo XVY, grad. 17. min 55. vsque ad θ, & ex M, per θ, rectam extendemus secantem rectam ST, in μ, centro circuli maximi π M m, transeuntis per grad. 17. min. 55. ♎, & ♈, secantisque Eclipticæ parallelum in m, puncto eiusdem longitudinis.

Stellam, quæ dicitur Hircus, in reti disponere.

4. SIT rursus imponenda reti stella, quæ vocatur Hircus, in sinistro humero Aurigæ fulgens, cuius longitudo à prima stella ♈, cōtinet grad. 48. min. 20. & vera longitudo à principio ♈, grad. 76. min. 15. Latitudo aūt, eaq; borealis, grad. 22. min. 30. Numerata ergo latitudine a punctis d, & f, versus e, ductisq; per fines numerationum radiis, secabitur FG, in extremitatibus diametri visæ paralleli latitudinis: & si puncta n, o, in quibus radii illi Eclipticam secant, coniungantur linea recta, secabitur diameter ik, Eclipticæ in puncto p, ad quod radius ex A, egrediens dabit q, centrum paralleli δ r s f, per stellam transeuntis, & circulum AMC, in r, f, secantis. Describatur præterea parallelus Aequatoris $\alpha\beta$, cuius declinatio sit australis, & æqualis latitudini boreali paralleli δ r s f, grad. 22. min 30. cuius quidem semidiametrum E α, abscindit recta M r, producta. Numerata autē longitudine stellæ ex α, vsque ad β, secabit recta $\mu\beta$ parallelum latitudinis in δ, puncto eiusdem longitudinis. In δ, ergo locus erit stellę propositæ: quem ita etiam reperiemus. Descripto circa diametrum paralleli latitudinis visam r f, (quæ nimirum communem sectionem paralleli, & circuli maximi per polos Eclipticæ, & principia ♈, & ♎, ducti repræsentat) circulo r t f, numeretur longitudo stellæ ex r, versus vtramuis partem vsque ad t, punctum, ex quo ipsi BD, parallela acta secet eandem diametrum r f, in u. Recta enim Q u, secabit parallelū latitudinis in duobus punctis δ, s, quorum vtrumq; à puncto t, abest grad. 76. min. 15. vt propos. 6. Num. 26. demonstratū est, quibus punctum

LAT. BOR. LAT. AVS.
LAT. BOR.
LAT. AVS.
30
60
90
X
Y
A
B
C
D
E
K
N
O
R
S
T
V

t, ab eodem puncto r, distat. Et quia stella est in boreali medietate Eclipticæ, cum eius longitudo ab ♈, minor sit, quam grad. 180. erit punctum ♌, in inferiori medietate paralleli latitudinis, quæ ad boream vergit, locus stellæ. Quod si stella quæpiam eandem habuerit latitudinem, eandemque distantiam ab ♈, sed contra signorum successionem, ita vt eius vera longitudo contineat grad. 283. min. 45. erit eius locus in puncto s, ad austrum spectante. In hoc porro exemplo laborandum non est, vt locus stellæ per circulum maximum per polos Eclipticæ ductum inquiratur, cum id perincommodum sit, propterea quod eius centrum nimis procul abest in recta ST, à puncto Q, versus T; quippe cum stella longitudinem habeat grad. 76. min. 15. hoc est, in grad. 16. min. 15. ♊ existat.

Facillima inuentio puncti longitudinis in parallelo latitudinis eiusdem.

SED hic quoque sine circulo AMCR, & parallelo Aequatoris $\alpha\beta$, facilius reperiemus punctum ♌, longitudinis stellæ grad. 76. min. 15. Cum enim hæc distantia sumatur ab ♈, versus ♋, distabit eadem stella à ♋, versus ♈, grad. 13. min. 45. Si igitur ex parallelo latitudinis ♌ r t s, à meridiana linea infra polum M, versus r, abscindatur arcus grad. 13. min. 45. terminabitur arcus ille in ♌, loco stellæ. Ita autem agemus per ea, quæ propos. 6. Num. 25. scripsimus. In dicto parallelo ♌ r t s, à linea meridiana supra polum M numerentur versus s, grad. 13. min. 45. Recta enim ex fine numerationis per polum M, extensa secabit prædictum parallelum in ♌: propterea quod, vt loco citato ostendimus, arcus paralleli inter lineam ductam, & meridianam infra polum M, tot gradus apparentes continet, quot æquales in arcu opposito inter easdem rectas supra polum M, continentur.

EODEM prorsus modo quæuis alia stella, cuius longitudo, latitudoque notæ sint, in Astrolabio describetur.

Stellas fixas reti Astrolabii per earum declinationes, ascensiones rectas, & cæli mediationes, imponere.

5. QVOD si præ manibus habeantur declinationes, ascensiones rectæ, & mediationes cæli stellarũ, quæ in reti imponendę sunt, collocabuntur in Astrolabio eædem stellæ sine magno labore, hac ratione. Ducta ex centro Astrolabii per gradũ Eclipticæ, cũ quo stella cælum mediat, hoc est; cũ quo ad Meridianũ peruenit; vel per finẽ ascensionis eius rectæ in Aequatore linea recta; vbi eã secabit vel parallelus latitudinis, vel declinationis stellę, ibi locus erit eiusdem in reti, vel Astrolabio. Sic etiam eiusdem locus erit in puncto, vbi parallelus latitudinis parallelum declinationis intersecabit. Sed prior ratio per stellæ longitudinem, latitudinemque à nobis explicata certior est, cum raro tabulę reperiãtur, quæ stellarum declinationes, rectas ascensiones, mediationesque cæli sine errore contineant, longitudines autem earundem à prima stella ♈, cum earum latitudinibus eædem semper permaneant; ita vt cognita distantia primæ stellæ ♈, a principio ♈, omnium aliarum distantiæ notæ fiant, vt mox dicemus.

SCHOLIVM.

Vsus præcipuus stellarum in Astrolabiis vulgaribus quis.

1. QVONIAM præcipuus vsus stellarum fixarum in Astrolabijs vulgaribus est, vt per eas nocturno tempore hora inuestigentur, danda opera est, vt in toto ambitu retis aliquot stellæ contineantur, eæque quam paucissimæ, ne multitudo confusionem generet; Ita tamen, vt circumducto reti quomodocunque, semper vna vel altera, cum minimum, supra Horizontem existat: quibus reti impositis, excindendæ sunt partes superfluæ, solumque in eo retinendæ stellæ, & Ecliptica in gradus diuisa, in hunc finem, vt quilibet gradus Eclipticæ, & cacumen cuiusuis stellæ constitui possit in quolibet puncto plani Astrolabij, in quo circuli sphæræ eundem semper situm obtinentes descripti sunt.

sunt, cuiusmodi sunt Aequator, tropici, Verticalis, Horizon, eiusque paralleli, circuli horarij, & domorum cælestium, &c. quæ res industria potius propria ad similitudinem alterius cuiuspiam Astrolabij perficienda erit, quam pluribus verbis inculcanda. Sed quia nos præter hunc stellarum vsum docebimus quoque, quanam ratione cuiusuis stellæ declinatio, ascensio tam recta, quam obliqua, & cæli mediatio, ex eius longitudine, latitudineque cognitis inueniri possit, diligenter memoriæ mandandum est superius nostrum præceptum de stellis in Astrolabio describendis, vt locus stellæ cuiuslibet in plano Astrolabij reperiatur, quando vsus ita postulauerit. Nunc autem vt pro horis nocturno tempore explorandis stellæ necessaria in Astrolabio possint reponi, proposuimus hic nonnullarum stellarum longitudines veras, quæ à principio ♈, numerantur, hoc est, loca in Zodiaco: Deinde earundem latitudines, declinationes, ascensiones rectas, mediationes denique cæli, siue puncta Zodiaci, cum quibus ad Meridianum quemcumque perueniunt tam supra Horizontem, quam infra: vbi littera S, latitudinem, declinationemque significat septentrionalem, & littera M, meridionalem. Denique numeri ipsis stellis præfixi, cuiusnam ipsæ sint magnitudinis, denotant. Cæterum longitudines stellarum

Quid in hoc Astrolabio de stellis fixis tradatur.

TABELLA FIXARVM ALIQVOT STELLARVM ad annum Domini 1600. completum supputata

Magnitudo	Stellarum nomina	Stellarũ loca in Zodiaco			Latitudines		Pars latitudinis	Declinationes		pars declinationis	Ascẽsiones rectæ.		Mediationes cæli.		
			G	M	G	M		G	M		G	M		G	M
3	Cornu ♈ præcedens	♈	28	5	7	20	S	17	39	S	23	20	♈	25	11
2	Caput Medusæ	♉	21	5	23	0	S	40	5	S	40	55	♉	13	23
1	Oculus ♉	♊	4	5	5	10	M	15	56	S	63	6	♊	5	3
1	Dexter humerus Orionis	♊	23	25	17	0	M	6	21	S	83	41	♊	24	12
1	Hircus	♊	16	25	22	30	S	45	9	S	72	6	♊	13	30
1	Canis maior	♋	9	5	39	10	M	15	54	M	97	19	♋	6	43
2	Lucida Hydræ	♌	21	25	20	30	M	5	4	M	137	19	♌	14	51
1	Cor ♌	♌	23	55	0	10	S	13	44	S	146	19	♌	23	59
1	Cauda ♌	♍	15	55	11	50	S	16	26	S	171	49	♍	21	5
1	Spica ♍	♎	18	5	2	0	M	8	58	M	195	55	♎	17	16
1	Arcturus	♎	18	25	31	30	S	21	49	S	209	23	♏	1	33
2	Cor ♏	♐	4	5	4	0	M	24	57	M	241	16	♐	3	19
1	Lyra	♑	8	45	62	0	S	38	40	S	275	15	♑	4	49
1	Vltima aquæ ♒	♒	28	25	23	0	M	33	24	M	339	56	♓	8	17
2	Cauda Cygni	♓	0	35	60	0	S	44	8	S	307	22	♒	5	0
2	Crus Pegasi	♓	23	35	31	0	S	25	44	S	341	1	♓	9	26

ex tabulis

ex tabulis Prutenicis diligenter, & accurate supputauimus ad annum 1600. completum. Deinde ex hisce longitudinibus declinationes, ascensiones rectas, caelique mediationes venati sumus per doctrinam sinuum. Modum, quem tenuimus hac in re, lib. 3. cum in vsu Astrolabij ijsdem de rebus disputabimus, aperiemus, vt quilibet, cum libuerit, calculum nostrum examinare queat. Neque enim vllis tabulis declinationum, ascensionum, mediationum caeli, & aliarum rerum, quae ex longis supputationibus pendent, omnino fidendum puto, cum facile in ijs, nobis non animaduertentibus, error aliquis possit admitti. Atque in hoc nostro calculo ratio habita est semper partis proportionalis in sinubus, & minutis, vt in vsu tabulae sinuum monui. Sed in nostra tabella neglexinus secunda, quando pauciora sunt, quã 30. & pro pluribus quam 30. vnum minutum adiecimus. Itaque vt ex declinationibus supputentur ascensiones rectae, non sunt ea accipienda, vt in tabella descripta sunt, sed prout inuenta sunt per doctrinam sinuũ, vnà cum secundis. Verum hac de re plura lib. 3. scribemus.

2. PORRO *loca stellarum in Zodiaco inueniuntur, si longitudinibus earum, quas in nostris commentarijs in sphaeram ex probatis auctoribus notauimus, adijciatur vera praecessio aequinoctiorum, quae ex Prutenicis tabulis ad annum Domini 1600. post correctionem Gregorianam completum supputata continet grad. 28. min. 5. Numerus deinde conflatus ex gradibus per 30. diuidatur. Quotiẽs enim numerus, quot signa pertransierit stella, indicabit, reliquus autem numerus gradum signi insequentis, in quo existit, ostendet, & si apponantur minuta relicta, si qua sunt, habebitur verus locus stellae in Zodiaco. Verbi gratia, Prima stella ♈, quae est in cornu praecedenti, & dextro, nullam habet longitudinem in tabula stellarum fixarum, quam in sphaera commentarijs conscripsimus, cum ab ea aliarum longitudines numerentur. Adiecta igitur vera praecessione aequinoctiorum grad. 28. min. 5. fit vera longitudo eius stellae grad. 28. min. 5 Et quia in hac longitudine nullum signum integrum continetur, existet stella prima ♈, in grad. 28. min. 5. primi signi, quod est Aries. Rursus Spica ♍, longitudinẽ habet grad. 170. min. 0. si addantur grad. 28. min. 5. verae praecessionis aequinoctiorum, fiet vera longitudo grad. 198. min. 5. Diuisis grad. 198. per 30. fit quotiens 6. & supersunt 18. Pertransiit ergo stella sex haec signa, ♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♍, existitque in grad. 18. min. 5. proxime sequentis signi ♎. Eadem ratio est de caeteris. Quod si numerus conflatus ex additione verae praecessionis aequinoctiorum maior fuerit circulo integro grad. 360. reijciendus erit integer circulus grad. 360. antequam fiat diuisio, vel post factam diuisionem abijciendus integer Zodiacus 12. signorum. Verbi gratia, stella secundae magnitudinis, quae in vmbilico Pegasi, & in capite Andromedae existit, longitudinem à prima stella ♈, habet grad. 341. min. 10. addita vera praecessione aequinoctiorũ grad. 28. min. 5. efficietur summa grad. 369. min. 15. Abiecto integro circulo grad. 360. relinquentur grad. 9. minut. 15. primi signi ♈, pro loco stellae. Vel diuisa vera longitudine grad. 369. min. 15. per 30. reperientur signa 12. grad. 9. min. 15. Reiectis ergo 12 signis, reperietur idem locus stellae in grad. 9. min. 15. ♈. Haec autem praecessio aequinoctiorum grad. 28. minut. 5 retineri potest pro pluribus annis annum 1600. insequentibus, quod propter tarditatem motus stellarum ab occasu in ortum non tam cito loca in Zodiaco mutare dignoscantur. Qui tamen exquisita earum loca desiderat, ei vera aequinoctiorum praecessio inuenienda erit, cum minimum pro singulis 20. annis, & pro eisdem iterum declinationes stellarum, ascensiones rectae, ac mediationes caeli supputandae. Has enim mutari necesse est, mutatis stellarum locis in Zodiaco.*

> Loca stellarum fixarum in Zodiaco reperire ex earum longitudinibus.

SED *vt in hac parte studiosos molestia calculandi veram praecessionem aequinoctiorum leuaremus, supputauimus sequentem tabellã, ex qua cuiusque anni à principio Olympiadum, quod incidit in annum 774. ante Christum Dominum, vsque ad annum 3000. post Christum, praecessio vera aequinoctiorũ facillimo negotio eruetur. Nam*

> Praecessionem veram aequinoctiorum ex tabella ad plurimos annos elicere.

si annus

si annus propositus in tabel la reperitur, apparebit illico è regione illius vera æquinoctiorum præcessio in gradibus, ac minutis. Positi sunt autem in tabella anni centesimi, nisi quando, ob insignem memoriam alicuius rei, anni nonnulli inter centesimos interiecti sunt: Cuiusmodi sunt anni, quibus vel insignes Astronomi floruerunt, vel à quibus, veluti radicibus, motus cælestes Astronomi supputarunt: quale est tempus Nabonnassari regis, qui & Nabuchodonosor, vel Salmanassar, à quo Ptolemæus motus supputauit. Quod si annus datus in tabella non reperiatur, accipienda est differentia inter duas veras præcessiones proximorum duorum annorum, quorum vnus minor est anno proposito, & alter maior, vna cum differentia horum annorum. Nam si fiat, vt differentia horum annorum ad differentiam præcessionum, ita differentia inter alterum eorum annorum, & annum propositum, ad aliud, reperietur differentia præcessionis addenda præcessioni minoris anni tabellæ, si differentia inter illum annum, & annum propositum adhibita est; vel auferenda à præcessione maioris anni, si accepta est differentia inter illum, & annum datum. Hac enim ratione exquisitè satis præcessio cuiusque anni inuenietur, non secus, ac si per tabulas Prutenicas erueretur, & solum differentia aliquando erit in paucis quibusdam Secundis, *quæ merito negligi possunt. Verbi gratia. Quærenda sit vera æquinoctiorum præcessio ad annum 880. quo Albategnius floruit. Detrahatur præcessio anni 800. grad. 16. min. 44. ex præcessione anni 900. grad. 18. min. 33. & fiat, vt 100. anni ad præcessionum differentiam grad. 1. min. 49. ita anni 80. (differentia annorum 800. & 880.) ad aliud, reperienturque grad. 1. min. 27. Si igitur addatur grad. 1. min. 27. ad grad. 16. min. 44. (præcessionem anni 800.) fiet precessio grad. 18. min. 11. fere pro anno 880. Vel fiat, vt 100. anni ad præcessionum differentiam grad. 1. min. 49. ita anni 20. (differentia annorum 880. & 900.) ad aliud, reperieturque pars proportionalis min. 22. ferme congruens illo tempore annis 20. qua ablata ex grad. 18. min. 33. (præcessione anni 900.) reliquam faciet præcessionem anni 880. grad. 18. min. 11. vt prius. Eadem ratio est de cæteris. Anni autem huius tabellæ intelligendi sunt expleti, atque integri tam post Christum, quam ante: Et cuiusque præcessio sumi potest pro radice præcessionis sequentium annorum. Vt si quis præcessionem ex tabulis Prutenicis vellet supputare ad annum 1638. eruere posset præcessionem pro 38. annis, & ei adijcere præcessionem anni 1600. huius tabellæ, tanquam radicem.*

TABELLA PRAECESSIONIS AEQVINOCTIORVM.

TEMPVS	Anni ante Christum	Præcessio S	G	M	TEMPVS	Anni post Christū.	pces. G	M	Anni post Christum	pce G	ss. M
Ab Olympiadibus	774	5	54	44		400	9	56	1600	28	6
Ab Vrbe condita	750	5	55	46		500	11	28	1700	29	3
A Nabonnassaro	746	5	55	50		600	13	8	1800	30	3
Thaletis	637	5	57	40		700	14	54	1900	31	7
Metonis	431	0	0	41		800	16	44	2000	32	19
A morte Alexādri	324	0	1	59	Albategnij	880	18	11	2100	33	39
Timocharis	292	0	2	21		900	18	33	2200	35	10
Hipparchi	126	0	4	3		1000	20	18	2300	36	48
Iulij Cæsaris	45	0	4	50		1100	21	58	2400	38	34
CHRISTI	Post 0	0	5	32		1200	23	28	2500	40	23
Menelai	Chri- 100	0	6	16	Alphōsi Reg.	1251	24	11	2600	42	12
Ptolemæi	stum. 138	0	6	40		1300	24	49	2700	43	58
	200	0	7	21		1400	26	1	2800	45	39
	300	0	8	34	(anni	1500	27	6	2900	47	11
Concilij Nicæni	325	0	8	44	Correctionis	1582	27	55	3000	48	34

PROBL. IX. PROPOS. XII.

CIRCVLVM quemlibet maximum, cuius positio, ac situs in sphæra non ignoretur, eiusq; parallelos, ac Verticales in Astrolabio describere.

1. SIT in Astrolabio, cuius centrũ E, Aequator ABCD; Horizon AFCG; & Verticalis AHCI: (In ijs, quæ sequuntur, magno vsui erit, si in plano aliquo vel charta, descripti sint potissimi circuli sphæræ, tanquam in Astrolabio, cuiusmodi sunt Aequator, Ecliptica, Horizon, & Verticalis primarius propositæ regionis, & duo tropici; in hunc finem, vt eorum cuiuslibet magnitudinem, & situm in promptu habeamus.) sitque propositum, vt circulus maximus describatur, secans Horizontem in puncto, quod ab ortu æquinoctiali C, versus austrum F, absit grad. 30. ac proinde totidem gradibus ab occasu æquinoctiali A, versus boream G; at vero Meridianum in puncto, quod supra Horizontem ab Aequatore in austrum vergat grad. 24. quod sic fiet. Inuento puncto N, in Horizonte, quod à C. grad. 30. distet: Item puncto P, quod totidem gradibus ab A, recedat, illud in austrum, & hoc in boream; quæ puncta hic inuenta sunt per rectas HM, HO, quæ auferunt ex Aequatore arcus CM, AO, grad. 30. vt propos. 5. Num. 17. ostensum est. Satis autem est, inuenisse alterum punctorum N, & P. Nam recta ex eo per centrum E, ducta exhibebit alterum, cum illa puncta per diametrum opponãtur. Deinde in meridiana linea quæratur punctum R, distans à B, grad 24. quod fiet, si arcus sumatur BQ. in Aequatore grad. 24. & recta ducatur AQ, secans meridianam in R. Quod si arcui BQ, sumatur æqualis oppositus DS, dabit recta AS, in eadem meridiana punctum T, puncto R, oppositum, vt ex iis liquet, quæ propos. 6. Num. 13. demonstrauimus. Et quia circulus maximus in sphæra transit per duo puncta opposita, habebimus quatuor puncta N, R, P, T, per quæ circulus maximus propositus describendus est. Inuento ergo V, centro trium quorumlibet punctorum, quod quidem est in concursu duarum perpendicularium rectas NP, RT, bifariam secantium, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. erit circulus NRPT, ex V, descriptus, per tria illa puncta, qui omnino & per quartum incedet, maximus ille, quem describere iussi sumus, cum transeat per puncta Horizontis, ac Meridiani proposita, quæ quidem per diametrum opponuntur. Atque hac ratione per duo quæcunque puncta data, vnum in vno circulo maximo, & alterum in alio circulo maximo, circulum maximum describemus, si eis opposita puncta inuestigentur, vt quatuor puncta habeantur, per quæ describendus est. Vt si in Horizonte detur punctum N, in Meridiano punctum R, inquiremus eis puncta opposita P, T, &c. Quod si ea puncta non assignentur, sed eorum gradus duntaxat exprimantur, nimirum in Horizonte grad. 30. ab ortu in austrum, & in Meridiano grad. 24 ab Aequatore in austrum, inuestigandi erunt illi gradus, puncta videlicet N, R, vt paulo ante factum est.

Circulum maximum per duo puncta, quorum vnũ in Horizonte, & alterum in Meridiano datum sit, vel per gradus expressum, in Astrolabio describere.

Per duo puncta, quorum vnum in circulo aliquo maximo Astrolabii, & alterũ in alio quopiam circulo maximo sit datũ, vel per gradus expressum, circulũ maximum describere.

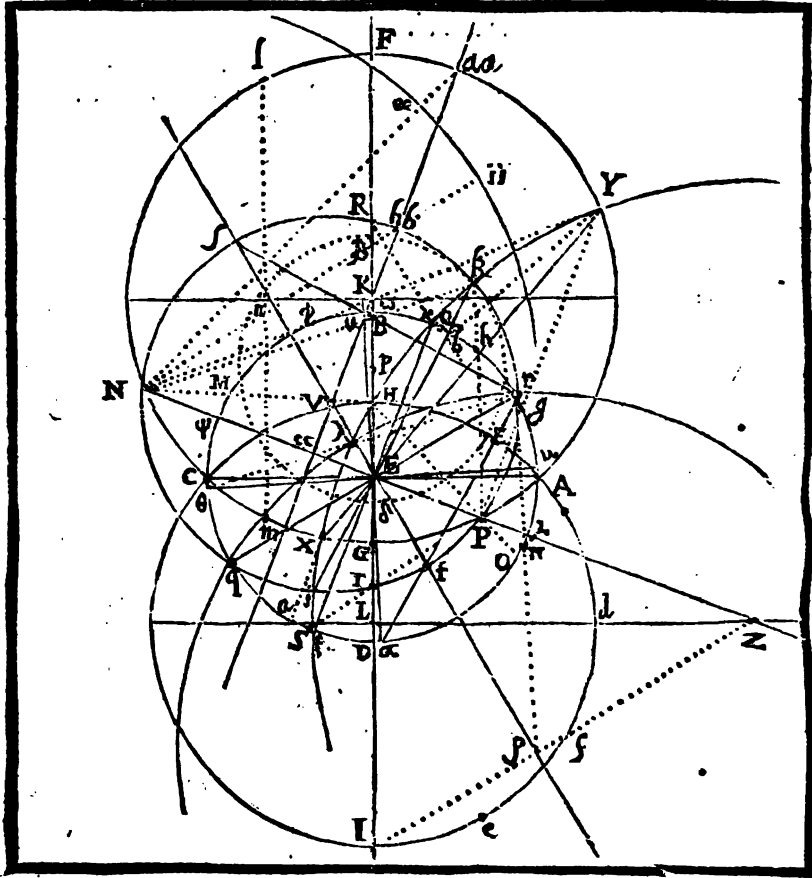
2. QVOD si describendus sit circulus maximus referens planum aliquod declinans à meridie, verbi gratia, in occasum grad 30. & ad Horizontem inclinatum grad. 26. ex parte australi, (quo pacto autem cuiusque plani declinatio,

Circulum maximum, cuius declinatio à Verticali, & inclinatio ad Horizontem nota sit, in Astrolabio

 incli-

bio describere, beneficio Verticalis eius inclinationẽ metientis.

inclinatioque reperiatur, in Gnomonica lib. 1. propos. 23. docuimus.) secabit rursum ille circulus Horizontem in punctis H, P, quorum illud ab ortu in austrum, hoc vero ab occasu in boream vergit: quæ quidem reperientur, vt prius; eruntque poli Verticalis circuli per polos Horizontis, & dati circuli transeuntis, inclinationemq; eius ad Horizontẽ metientis. Cum .n. hic Verticalis rectus esse debeat, & ad Horizontem, & ad circulum datum; a transibit per vtriusque

a 13. 1. Theo.

polos, ac proinde vicissim vterque per illius polos transibit, ex scholio propos. 15. lib. 1 Theod. ideoque puncta N, P, vbi se intersecant, poli ipsius erunt. Et quia poli quadrante maximi circuli absunt a maximo suo circulo, ex coroll. propos. 16 lib. 1. Theod. si inueniantur in Horizonte puncta X, Y. grad. 90. distantia à polis H, P, vel quod idem est, grad. 30. à punctis G, F: quod fiet per rectas ex N, ductas per puncta Aequatoris a, b, quæ 30. grad. à punctis D, B, absunt

Verticalem, qui propositi circuli inclinationem ad Horizontem metitur, describere.

ſunt; deſcribendus erit Verticalis dictus per puncta X, H, Y, ex centro Z, quod in recta LZ, ad meridianam lineam in L, centro primarii Verticalis perpendiculari, hoc modo reperietur. Quoniam ille Verticalis a primario ab ortu in boream, vel ab occaſu in auſtrum grad. 60. recedit, ſumemus arcum d e, in Verticali, grad. 60. & arcum I e, duplicabimus vſque ad f: Vel ab H, ſumemus arcum 6. grad. duplicatum vſque ad f. Nam recta I f, ſecabit LZ. in Z, centro Verticalis dati, vt propoſ. 8. Num. 10. traditum eſt. Idem centrum Z, exhibebit recta NP, producta, propterea quod poli illius Verticalis, & centrum in eadem recta NP, per centrum, & polos ipſius ducta exiſtit, vt in eadem propoſ. 8. Num. 19. oſtenſum eſt. Deſcripto autem Verticali XHY, ſi ex eo abſcindatur arcus Yk, grad. 29. vt propoſ. 5. Num. 17. traditum eſt, habebimus tria puncta N, k, P, per quæ propoſitus circulus deſcribendus eſt, qui neceſſario tranſibit per quartum punctum i, puncto k, per diametrum i E k, oppoſitum. Sic autem arcum Yk, grad. 25. auferemus. Ducta ex P, polo Verticalis XHY, ad Y, recta PY, ſecante Aequatorem in g, accipiatur arcus gh. grad. 26. Nam recta Ph, abſcindet quæſitum arcum Yk, grad. 26. Aut ex altero polo N, ducatur recta NY, ſecans vel tangens Aequatorem in φ, (In hoc exemplo tangit, & non ſecat, ac proinde & Verticalem tangit in Y, vt in ſcholio propoſ. 5. Num 15. monſtratum eſt) ſumaturque arcus φ ω, grad. 26. Recta enim Nω, dabit idem punctum k. Vbi cernis, arcus Aequatoris ɣg, ɣφ, idem punctum Y, exhibentes, eſſe æquales, ab oppoſitis Aequatoris punctis inchoatos: Item arcus ɣh, ɣω; nec non & tam arcus x g, x φ, x h, x ω, æquales eſſe, quorum principium in eadem ſectione x, exiſtit, ipſi autem in contrarias partes tendunt. Id, quod propoſ. 5. Num. 23. obſeruandum eſſe monuimus. Vel certe deſcribatur parallelus Horizontis βkε, grad. 26. ab Horizonte diſtans hoc modo. Sumptis duobus arcubus Fl, Gm, grad 26. ducatur recta l m, ſecans diametrum Horizontis Kn, in n. Iunctis namque rectis Al, Am, An, ſecantibus meridianam in β, δ, p, erit βδ, diameter eius paralleli, & p, centrum, vt ex iis conſtat, quæ propoſ. 6. Num. 6. demonſtrauimus. Parallelus ergo ex p, per β, δ, deſcriptus ſecabit Verticalē XHY, in k, puncto, quod arcum Yk, grad. 26. aufert. Immo ſi deſcribatur parallelus βεδ, atque in eo ex puncto ε, numerentur grad. 60. vt propoſ. 6. Num. 22. docuimus, vſque ad k, inuentum erit punctum k, per quod circulus maximus propoſitus tranſire debet, etiam ſi Verticalis XHY, deſcriptus non ſit. Quæ quidem ratio commodiſſima eſt, quando Verticalis ille parum à Meridiano diſtat, ac proinde difficilis admodū eius redditur deſcriptio, propter nimiā diſtantiam eius centri in recta LZ, à puncto L. Ad finem quoque ſcholii propoſ 15. reperies facillimam, pulcherrimamque praxim, qua ſine Verticali, & parallelo Horizontis tertium punctum bb, inueniatur, per quod circulus propoſitus deſcribendus ſit. Neceſſe eſt autem, ſi erratum non eſt, puncta q, r, vbi circulus maximus deſcriptus Aequatorem ſecat, per diametrum eſſe oppoſita, hoc eſt, rectam q, r, per centrum E, tranſire; a propterea quod maximi circuli in ſphæra ſe mutuo biſariam ſecant: quod etiā in ſcholio propoſ. 5. Num. 6. monuimus. Hinc enim fit, vt omnes circuli in Aſtrolabio quomodocunque per duo puncta per diametrum oppoſita deſcripti, qualia ſunt in propoſito exemplo pūcta N, P, & R, T, ſecent Aequatorem biſariam, cum circulos ſphæræ maximos referant. Qua de re plura in ſcholio huiuſce propoſitionis ſcribemus.

Arcum datæ inclinationis ex ipſo Verticali inclinationē propoſiti circuli metiente, abſcindere.

Circulum eundē maximum, cuius declinatio a Verticali, & inclinatio ad Horizontē nota ſit in Aſtrolabio deſcribere, beneficio paralleli Horizontis, ſine Verticalis inclinationem metiente.

Commoditas poſterioris huius deſcriptionis.

Circulum eundē maximum facillima praxi per doctrinam ſcholii propoſ. 15. deſcribere.

a 11. 1. Theo.

Omnes circulos in Aſtrolabio per duo puncta per diametrum oppoſita deſcriptos ſecare Aequatorem biſariam.

3. VT autem parallelos huius circuli maximi deſcripti NRPT, deſcribamus, inuenienda eſt vera eius diameter in Aequatore, tanquam Meridiano Analemmatis, vt propoſ. 8. Num. 16. præcepimus, hoc nimirum modo. Per E, centrum

a 3. tertij. Diametrum veri circuli maximi descripti, eiusdem polos, & altitudinem poli supra eundem inuenire.

Astrolabii, & V, centrum circuli descripti, ducatur recta ſ t, a quæ ad q r, in circulo NRPT, existentem, quam in E, bifariam diuidit, è centro V, veniens perpendicularis erit, referetque communem sectionem Astrolabii, Aequatorisue, & Meridiani proprii eiusdem circuli maximi, vt in scholio propos. 3. Num. 4. dictum est. Deinde ex r, tamquam polo australi per ſ, t, extremitates diametri maximæ visæ egredientes rectæ secent Aequatorẽ in u, α. Recta enim u α, vera dia-

meter erit dicti circuli maximi in sphæra, ita vt r u, sit altitudo poli supra eundem. Et si ducatur alia diameter $\theta\mu$, ad u α, perpendicularis, erit ea axis eiusdem circuli, & proprii eius poli θ, μ, quorum θ, in λ, apparebit, quæ omnia propositione 8. Num. 16. & 17. demonstrata sunt. Vides ergo, Verticalem XHY, trãsire per λ, polum circuli NRPT, quemadmodum & hic per N, P, polos illius Verticalis ducitur, vt vult theor. 1. scholii propos. 15. lib. 1. Theod. Itaque si veræ diametro u α, parallelæ agantur per singulos gradus Aequatoris, vel ipsi

Parallelos descripti circuli maximi in Astrolabio describere.

vel ipsi st, parallelæ ducantur per singulos gradus circuli NRPT, & ex r, per earum extrema radij eijciantur, secabitur recta st, in extremis punctis diametrorum visarum, & rectæ ex r, ad intersectiones parallelarum ipsius st, cum diametro circuli NRPT, secante ipsam st, ad angulos rectos, in eadem st, indicabunt centra parallelorum, vt propos. 6. Num. 6. de parallelis Horizontis diximus.

4. VERTICALES denique eiusdem huius circuli NRPT, tanquam Horizontis, non aliter describentur, ac Verticales Horizontis, de quibus propos. 8. dictum est. Primarius enim erit qλr, cuius centrū ρ, in recta st, reperitur, si arcui r μ, æqualis fiat Mπ, & recta rπ, ducatur, vel arcui qα, sumatur æqualis απ, vt propos. 5. Num. 4. demonstratum est. Centra autem aliorum Verticalium reperientur in recta per ρ, ad sρ, perpendiculari, quemadmodum propos. 8. præcepimus.

Verticales eiusdem circuli maximi descripti, tanquā Horizontis cuiuspiam, describere.

HABET autem propositio hæc vsum eximium præter alios, in re Gnomonica. Nam per eam inuenientur altitudines Solis, & latitudines vmbrarum, siue circumferentiæ horizontales, atque arcus horarij, in circulo maximo proposito, ad singulas horas, in qualibet regione, vbicunq; Sol existat in Zodiaco: si prius illius plani, in quo horologium describendum est, declinatio à Verticali, & ad Horizontem inclinatio, inueniantur, ex propos. 23. lib. 1. nostræ Gnomonices; & in Astrolabio circulus maximus, per hanc propos. describatur, referens maximum in sphæra circulum, cui planum horologij æquidistat; ac tandem eiusdem circuli describantur paralleli, & Verticales, vt hoc loco diximus. Sed hæc planiora fient lib. 3. Can. 16. & 21.

Vtilitas huius propositionis.

SCHOLIVM.

1. QVONIAM & in hac propos. Num. 3. & propos. 8. Num. 16. & in scholio propos. 5. Num. 6. traditum est, omnes circulos maximos in Astrolabio diuidere Aequatorem bifariam, placuit hoc ipsum aliter, & Geometricè demonstrare proposito hoc Theoremate.

SI circulum datū alius circulus bifariam, hoc est, in punctis oppositis secet, & in hoc recta vtcunque accommodetur per centrum dati circuli transiens: secabunt omnes circuli per extrema puncta huius rectæ descripti datum quoq; circulum bifariam.

Si in circulo secante datum circulum bifariam accōmodetur recta per centrum dati circuli, secabunt omnes circuli per extrema illius rectæ transeuntes eundem quoq; datum circulum bifariam.

SIT datus circulus ABCD, cuius centrum E, sectus à circulo AFCG, cuius centrum Q, bifariam in A, & C, applicetur q; per centrum E, recta quomodocunque HI, in circulo AFCG, non per eius centrum Q, transiens, & per H, I, circuli describantur, vt libet, HLIM, HOPV. Dico eos datum circulum ABCD, bifariam secare in punctis L, M, & O, P. Sit enim primum in recta HI, centrum K, circuli prioris HLIM, & per centrum E, ad HI, excitetur perpendicularis LM, secans circulum datum in punctis L, M, per qua dico circulum HLIM, transire. Iuncta enim diametro dati circuli AC, (cum datus circulus positus sit bifariam in A, C, secari à circulo AFCG.) quoniam recta HI, AC, se mutuo secant in E; a erit rectangulum sub HE, EI, rectangulo sub AE, EC, hoc est, quadrato rectæ AE, vel rectæ LE, æquale. Cum ergo LE, sit ad HI, perpendicularis, transibit per lemma. 16. semicirculus HLI, per L; atque eandem ob causam & per M, semicirculus HMI, transibit. Secat ergo

a 35. tertij.

circulus

circulus HLIM, datum circulum in punctis L, M, per diametrum LM, oppositis, ideoq; bifariam. quod est propositum.

DEINDE sit N, centrum posterioris circuli HOPV, extra rectam applicatam HI, ducaturq; eius diameter VX, per E, centrum dati circuli, ad quam ducatur diameter eiusdẽ dati circuli perpẽdicularis OP. Dico circulũ HOPV, per puncta O, P, trãsire. Quoniã enim recta HI, AC, se in circulo AFCG, mutuò secãt in E; erit rectãgulũ sub HE, EI, rectãgulo sub AE, EC, hoc est, quadrato rectæ AE, vel OE, æquale: [b] Sed rectãgulo sub HE, EI, æquale est rectangulum sub VE, EX; q̃ rectæ HI, VX, se mutuò quoq; secent in E, in circulo HOPV, per H, I, descripto. Igitur & quadratum rectæ OE, rectangulo sub VE, EX, æquale erit. Cum ergo OE, ad VX, sit perpendicularis, transibit, per Lemma 16 semicirculus VOX, per O; & eandem ob causam semicirculus VPX, per P. Circulus igitur HOPV, datum circulum secat in punctis O, P, per diametrum OP, oppositis, ideoq; bifariam. quod est propositum.

a, 35. tertij.

b, 35. tertij.

QVOD si in circulo AFCG, applicata sit recta FG, per eius centrum Q, & per E, centrum dati circuli transiens, ac per F, G, circulus, vt libet, describatur FaYS, ex centro R, secans circulum datum in a, S. dico rursus, datum circulum in a, S, diuidi bifariam. Ducta namque diametro circuli descripti TY, per centrum E, dati circuli, & ad eam excitata diametro dati circuli perpendiculari a S, demonstrabimus eodem modo, circulum FaYS, transire per a S. Quoniam enim recta FG, AC, in circulo AFCG, se mutuo secant in E c; erit rectangulum sub FE, EG, rectangulo sub AE, EC, hoc est, quadrato rectæ AE, vel aE, æquale: [d] Sed rectangulo sub FE, EG, æquale est rectangulum sub TE, EY, quòd rectæ FG, TY, in circulo FaYS, per F, G, descripto se mutuo quoque secent in E. Igitur & quadratum rectæ aE, rectangulo sub TE, EY, æquale erit. Cum ergo aE, ad TY, perpendicularis sit, transibit per Lemma 16. semicirculus TaY, per a; eandemq; ob causam semicirculus TSY, per S.

c, 35. tertij.
d, 35. tertij.

Circulus

Circulus igitur F a Y S, datum circulum secat in punctis a, S, per diametrum a S, oppositis, atque idcirco bifariam. quod est propositum.

2. ET quoniam omnes maximi circuli ducuntur per duo aliqua puncta per diametrum opposita, recta autem duo huiusmodi puncta connectens, diameter est alicuius circuli maximi obliqui Aequatorem bifariam secantis; (quemadmodum enim Horizon, Verticalis, Eclipticaque Aequatorem secant bifariam, propterea quod puncta extrema in diametro visa cuiuslibet eorum repraesentant duo puncta in sphara per diametrum opposita, vt in scholio propositionis 5. Num. 1. & 3. ostendimus: ita quoque circulus circa quamcunque rectam duo puncta per diametrum opposita iungentem ex medio eius puncto descriptus, eundem Aequatorem bifariam diuidit, vt in eodem scholio Num. 3. demonstratum est.) efficitur ex theoremate huius scholij, omnes maximos circulos in Astrolabio, cum per eiusmodi duo puncta per diametrum opposita describantur, Aequatorem bifariam secare, non secus atque in caelo contingit. Ex quo sequitur, omnes Verticales, circulos positionum, circulos horarios, & circulos maximos, qui per polos Ecliptica ducuntur, Aequatorem secare in punctis per diametrum oppositis. Id quod supra proprijs in locis ostensum quoque fuit.

Omnes circulo in Astrolabio maximos diuidere Aequatorem bifariam.

PROBL. X. PROPOS. XIII.

PER data duo puncta in Astrolabio, vel per vnum solum, circulum maximum describere.

1. HOC idem, quod ad duo puncta attinet, demonstrat Theodosius lib. 1. propos. 20. differtque propositio haec à praecedenti, quod in hac 13. non datur situs, ac positio circuli describendi, aut duo puncta in duobus circulis maximis, sicut in illa 12. sed solum duo puncta assignantur quomodocunque. Concipiatur ergo in praecedentis scholii figura Aequator Astrolabii esse A B C D, & data puncta F, d, per quae circulus maximus describendus est. Inuento alteri eorum, nimirum ipsi F, puncto per diametrum opposito G, per ea, quę propos. 6. Num. 13. demonstrauimus, (quod quidem fiet, si ad rectam ex F, per centrũ E, ductam erigatur perpendicularis EA, in centro E, & ad iunctam rectam AF, excitetur perpendicularis AG; quae nullo negocio ducetur, si arcui Be, quem recta AF, abscindit in Aequatore, ęqualis sumatur oppositus Db, rectaque nectatur Ab, faciens in semicirculo e Ab, angulum rectum ad A. Vel si ducta ad FD, diametro perpendiculari AC, in Aequatore, circa tria puncta A, F, C, circulus describatur, centrum Q, habens in FD. hic enim abscindet punctum G, puncto F oppositum.) describatur circulus Fd G, per tria puncta F, d, G, centrũ R, ha[illegible] in recta QR, ad rectam FG, perpendiculari in medio puncto Q. Hic enim maximus erit, cum per puncta opposita F, G, transeat, secabitque Aequatorem bifariam in a, S, vt in scholio pręcedentis propos. ostendimus.

Per duo puncta quomodocunque in Astrolabio data maximum circulum describere.

a, 31. tertij.

2. Quando alterum punctorum datum fuerit in circumferentia Aequatoris, absoluetur problema, si in Aequatore accipiatur aliud punctum oppositum, & per tria puncta, quorum duo sunt in Aequatore opposita, tertium autem datum, circulus describatur. Vt si data sint duo puncta F, a; ducta diametro Aequatoris a S, describemus per tria puncta F, a, S, circulum FaS.

Per duo puncta, quorum vnum in Aequatoris circumferentia datũ sit, circulum maximũ describere.

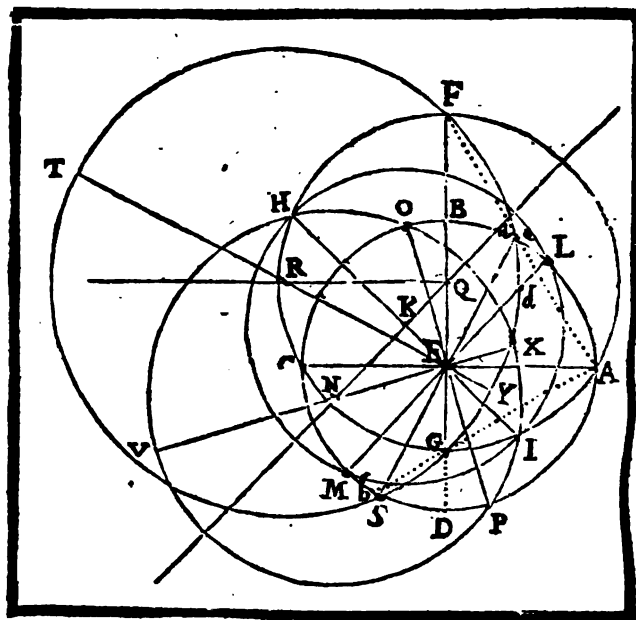
3. QVOD si duo data pũcta iaceãt in linea recta cũ E, cẽtro Aequatoris, vt

si puncta

Per duo puncta, quæ sunt in eadẽ recta per centrũ Astrolabii ducta, circulum maximum describere.

puncta data sint F, B, vel F, G, referet ipsa recta FB, vel FG, in infinitum extensa maximum circulum per polos mundi ductum, vt constat ex propos. 1. Neque per duo illa puncta alius circulus maximus describi poterit, nisi per diametrum sint opposita, qualia sunt F, G. Tunc enim non solum recta FG, in infinitũ extensa maximum circulum referet per ea puncta ductum, sed etiam per eadem infiniti alii circuli maximi describi poterunt, cuiusmodi sunt FAGC, & FYGT, ex centris Q, R, descripti: quorum omnium centra erunt in recta QR, secante FG, bifariam, & ad angulos rectos, vt constat ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl.

Per duo puncta in circumferentia Aequatoris data, circulũ maximum describere.

4. RVRSVS si data puncta sint in Aequatoris circumferentia, vt B, L, erit ipsemet Aequator, maximus circulus per ea ductus, & nullus alius per eadem illa puncta poterit describi, nisi quando per diametrum opponuntur. Vt si

data puncta sint O, P, describi poterunt per O, P, præter Aequatorẽ, infiniti alii circuli maximi, cuiusmodi est OHVP: quemadmodum paulo ante de [illegible] op positis extra circumferentiã Aequatoris diximus. Omnium autem centra erunt in recta EN, ad OP, perpendiculari, vt constat ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl.

Per datum quodvis punctum in Astrolabio, quotvis circulos maximos describere.

5. IAM si per vnum datum punctum circulus sit describendus, fiet id dicto citius, si per punctum datum, & duo alia quæcunque in Aequatore per diametrum opposita circulus describatur. Ex quo efficitur, per quoduis datum punctum, infinitos maximos circulos describi posse, cum infinitis modis accipi possint in Aequatore duo puncta opposita. Ita vides per punctum H, tres maximos circulos HOP, HLM, HAC, descriptos esse, cum tam puncta O, P, quam

L, M, &

L, M, & A, C, sint per diametrum opposita in Aequatore.

6. DENIQVE si dentur duo puncta per diametrum opposita, describi poterunt per ea infiniti circuli maximi, quorum omnium centra existunt in recta rectam illa puncta coniungentem secante bifariam & ad angulos rectos. Vt in eadem figura per puncta H, I, opposita per diametrum descripti sunt tres circuli maximi HCIF, HMIL, HVIO, quorum centra sunt in recta NQ, secante rectam HI, bifariam, & ad angulos rectos in K, vt constat ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. Atque ita infiniti alii circuli maximi per eadem puncta poterunt describi ex assumptis aliis centris in recta NQ. Hoc obiter etiam asseruimus paulo ante ad finem Num. 3. & 4.

Per duo puncta per diametrum opposita, quotuis circulos maximos describere.

PROBL. XI. PROPOS. XIIII.

DATIS duobus punctis in Astrolabio per quadrantem maximi circuli inter se distantibus, per alterutrum eorum circulum maximum describere, cuius alterum punctum sit polus: Item dato quolibet puncto, maximum circulum describere, cuius polus sit datum illud punctum: Atque insuper circulum non maximum, cuius distantia ab eo polo data sit.

1. IN Astrolabio, cuius Aequator ABCD, circa centrum E, & in quo duæ diametri AC, BD, sese ad rectos angulos secent, quarum illa Horizontem rectum, hæc vero Meridianum referat, sint data primum duo puncta F G, quorum vnum ab altero absit quadrante circuli maximi, sitque per F, describendus circulus maximus, cuius polus G. Ducatur per G, polum circuli describendi, & E, centrum Astrolabii recta HE, quam ad rectos angulos secet diameter HI, describaturque per tria puncta F, H, I, ex centro K, (quod, ex coroll. propos. 1. lib 3. Eucl. necessario in recta GE, existit, ob angulos rectos in centro E.) circulus FHI, secans rectam GE, in L; qui per ea, quæ in scholio propos. 4. Num. 9. demonstrauimus, maximus est, cum Aequatorem in H, I, bifariam secet. Dico eius polum esse G, si verum est, G, ab F, abesse quadrante circuli maximi, ac proinde posse esse polum alicuius circuli maximi per F, ducti, vt positum est. Quoniam enim circulus maximus per rectam KL, repræsentatus transit per G, polum alicuius maximi circuli per F, ducti, transibit vicissim circulus ille maximus per F, ductus, cuius polus G, per polum circuli maximi, quem recta KL, repræsentat. ex scholio prop. 15. lib 1. Theod. Cũ ergo H, sit polus circuli KL, cum ab eo æqualiter, & per quadrantes HI, Hi, distet, erit FHLI, circulus ille maximus per F, ductus, cuius polus G. Nam alii circuli maximi per F, ducti, & a circulo FHI, diuersi, non transeunt per H, I, polos circuli KL. quod tamen necessariũ esse diximus, ex scholio prop. 15. lib. 1. Theod. si G, polus est alicuius circuli per F, ducti.

Datis duobus pũctis quadrãte maximi circuli inter se distantibus, per alterutrũ eorum maximum circulum describere, cuius alterũ punctum sit polus.

VT autem videas, quam apte hæc consentiant iis, quæ demonstrata sunt, ducantur ex H, polo circuli KL, per G, L, radij HM, HN. Si enim G, polus est circuli FHI, necesse est GL, esse circuli quadrantem, hoc est, arcum Aequatoris MN,

cui arcus GL, respondet, quadrantem esse. Item si per puncta FG, per præcedentem propos. maximus circulus describatur FGO, quod quidem sic fiet. Reperiatur punctum O, puncto G, oppositum, vel per circulum GHOI, per tria puncta H, G, I, ex centro Q, descriptum vel per angulum rectum MHO. cum ducta recta HM. ad H, constitutum, qui dicto citius construetur, si diameter ducatur MP, rectaq; HP, emittatur secans GL, in O. Deinde per tria puncta F, G, O, ex centro R, circulus describatur.) necesse est arcum FG, quadrantem esse. quod sic experieris. Ducta per E. centrum Astrolabii, & R, centrum circuli FGO, recta ER, secante circulum FHI, in S, erit S, polus circuli FGO. Nam cum FGO, ponatur transire per G, polum circuli FHI, transibit ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. vicissim FHI, per polos circuli FGO. Cum ergo huius polus sit in recta ER, vt propos. 8. Num. 19. ostensum est, erit S, eius polus. Igitur si FG, quadrans est, necesse est, radios SG, SF, ex Aequatore abscindere quadrantem TV.

2. NON est autem necesse, circulum per datum punctum F, descriptum ambire alterum punctum datum, quod polus esse debet, ita vt polus intra circulum descriptum, cuius est polus, contineatur, cum semper in Astrolabio vnus polus sit intra circulum, cuius est polus, & alter extra, vt patet in Horizonte, eiusq; parallelis. Nam si alterum punctū datum sit O, ducta recta OE, excitataq; perpendiculari ad eam HI, erit circulus FHI, maximus, cuius polus est O, quem nō ambit. Quoniam enim circulus maximus, quem recta OE, refert, transit per O, polum alicuius maximi circuli per F, ducti, ex hypothesi transibit ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. vicissim circulus ille maximus per F, ductus, cuius polus O, per polos circuli maximi OE, hoc est, per H, I. Circulus igitur

FHI, est

FHI, est maximus ille, cuius polus O. Nam nullus alius per F, ductus transit per H, I, polos circuli O E.

HIC etiam vides, radios SF, SO, ex polo S, circuli FGO, emissos auferre ex Aequatore quadrantem VX; ac proinde arcum OYF, circuli FGO, repræsentare quadrantem, vt vult hypothesis. Ponitur enim O, ab F, distare quadrante circuli maximi per ea puncta ducti. Arcus autem reliquus OGF, continet tres quadrantes, quemadmodum & arcus Aequatoris XIV, cui ille respondet.

Circulum maximum describere, cuius polus sit datum punctum in Astrolabio.

3. SIT deinde datum quodlibet punctũ G, describendusq; sit circulus maximus, cuius polus sit datum punctum G. Ducta recta GE, per datum punctum, & centrum Astrolabii, excitabimus ad eam perpendicularem HI. Deinde ex H, polo circuli maximi GE, ducta recta HG, secante Aequatorem in M, accipiemus quadrantem MN, siue ad dextram, siue ad sinistram, (In dato exemplo incommodum foret accipere quadrantem MK, versus sinistram, quia recta Hk, nimis procul rectam EG, secaret.) rectamque ducemus HN, quæ GE, secet in L. Circulus namque per tria puncta H, L, I, descriptus erit maximus, cum Aequatorem bifariam secet; eiusque polus erit G, cum ab eo distet quadrante circuli maximi GL.

PARI ratione, si datum punctum sit O, polus describendi circuli maximi, ducemus quoque rectam OE, & ad eam perpendicularem erigemus HI. Deinde ex H, polo circuli maximi OE, ducta recta HO, secante Aequatorem in P, sumemus quadrantem PN, rectamque emittemus HN, secantem OE, in L. Nam rursus circulus per tria puncta H, L, I, descriptus, erit maximus, eiusque polus O, cum distet quadrante circuli maximi OL, ab eo.

CENTRVM autem circuli maximi describendi ita reperietur ex iis, quæ propos. 5. Num. 3. demonstrauimus. Ducta recta ex H, per polum G, vel O, secãte Aequatorem in M, vel P; sumptisq; duobus quadrantibus MN, Mk, vel PN, Pk, dabunt radii HN, Hk, in recta KO, diametrum visam circuli maximi, quod recta ducta kN, sit vera eius diameter, quandoquidem eius polus est M. Si vero arcui Hk, æqualis abscindatur à puncto k, versus M, vel arcui HN, ab N, versus M, cadet recta ex H, per extremum punctum arcus accepti ducta in K, centrum circuli, diuidens diametrum abscissam bifariam in K. Itaque etiamsi tota diameter commode haberi nequeat, propterea quod aliquando alter radiorum, qualis hic est Hk, nimis procul excurrit, poterit tamen circulus maximus describi ex centro inuento per alterum extremum diametri, quale hic est punctum L.

Circulum nõ maximum describere, cuius polus sit datum punctum in Astrolabio.

4. DENIQVE sit describendus circulus non maximus, cuius polus G, a quo eius circumferentia quotuis gradibus recedat. Ducta per G, & centrum E, recta, quam HI, ad rectos angulos secet, ducemus ex H, per G, rectã HG, Aequatori occurrentem in M; eritq; M, polus circuli describendi, cũ radius HM, exhibeat eius polum G, in Astrolabio, & ME, axis erit eiusdem circuli. Si igitur ab M, vtrinq; gradus propositos numeremus, vt terminos veræ diametri circuli describendi habeamus, & per fines ex H, radii egrediantur, abscindetur ex GE, diameter cisculi describendi, qua secta bifariam, circulus describetur. Quod si quando tota diameter commode haberi nõ potest, vt cum alterum eius extremũ nimis procul a G, abest, inueniendũ erit centrum circuli describendi per ea, quę prop. 6. Num. 9. demonstrauimus, hoc videlicet modo. Numeratis ab M, vtrinq; gradibus propositis, iungantur extrema puncta per rectã lineã, quæ (vt diximus) vera diameter erit circuli describendi, & punctum notetur, vbi ea diameter axẽ ME, intersecat. Si enim per hoc punctum ex H, recta emittatur, & arcui inter M, & eam rectam intercepto æqualis abscindatur ex altera parte, cadet recta ex

H, per extremum punctum arcus abscissi in centrum, &c.

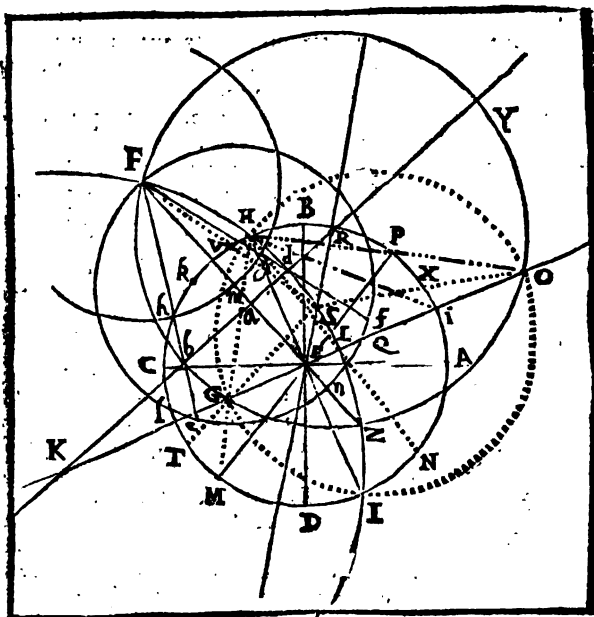
EODEM modo progrediemur, si punctum O, polus ponatur. Ducta enim recta HO, secante Aequatorem in P; erit ducta PE, axis circuli describendi, &c. Exemplum circuli non maximi describendi non proponimus, ne figura nimis tanta linearum multitudine confundatur.

PROBL. XII. PROPOS. XV.

ANGVLI sphærici, quem duo quilibet circuli maximi in Astrolabio comprehendunt, magnitudinem, siue (quod idem est) duorum circulorum in Astrolabio maximorum inclinationem inuenire.

Anguli sphærici in circumferẽtia Aequatoris constituti quantitatem, vel inclinationem duorum circulorum maximorum, quorũ vnus sit Aequator, vel ambo in Aequatoris circũferentia se intersecent, inuestigare.

1. IN figura antecedentis propos. secet primum maximus circulus HOIG, Aequatorem ABCD, in H, I, punctis oppositis, vel duo circuli maximi HGI, HLI, se secent in circumferentia Aequatoris in punctis eisdem H, I; propositum-

que sit quantitatem anguli OHA, vel OIA, hoc est, inclinationem circuli maximi HOI, ad Aequatorem explorare, &c. Ducta diametro Aequatoris HI, secet eam ad angulos rectos alia diameter I i, quantumlibet extensa, secans Aequatorem, & datum circulum in i, & O: iunganturq; rectæ HO, H i, secantes Aequatorem, in P, i. Dico arcum P i, metiri angulum OHI, siue inclinationem circuli

maximi

maximi HOI, ad Aequatorem. Quoniam enim li, rectam HI, in E, bifariā secat, & ad angulos rectos, transibit per centrum circuli HOI, ex coroll. propos. 1 lib. 3. Eucl. Ideoque & per polos circuli eiusdem, vt propos. 8. Num. 19. ostendimus. Cum ergo per propos. 1. circulum maximum per polos mundi ductum referat, erunt ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. arcus Hi, HO, quadrantes, atq; idcirco iO, arcus erit anguli OHi, vel inclinationis circulorum. Quare cum per propositionem 1. Num. 5. segmentum Oi, arcui Pi, æquale sit, quod ad numerum graduum attinet, erit quoque Pi, arcus anguli OHi, vel inclinationis circuli HOI, ad Aequatorem. Sic quoque anguli GHi, (qui anguli OHi, complementum est ad duos rectos.) arcus est segmentum Gi, cui respondet arcus Mi. Item Li, vel Ni, arcus est anguli LHi: & Ll, vel Nl, arcus anguli LHl. Denique GL, vel MN, arcus est anguli GHL, quem duo circuli maximi HGI, HLI, constituunt, se mutuò secantes in circumferentia Aequatoris. Ex quo fit, eodem modo eius anguli magnitudinem inuestigandum esse.

Anguli sphærici extra peripheriā Aequatoris constituti quantitatem, vel inclinationem duorum circulorum maximorū sese extra, Aequatoris peripheriam secantium, inuestigare.

2. SECENT deinde se se duo maximi circuli FGZ, FHZ, in punctis oppositis FZZ, extra peripheriam Aequatoris, constituentes angulum GFH, quem inuestigare oporteat. Ducta eorum diametro FZ, per E, centrum Astrolabii; (Quod si circuli se solum in F, intersecarent, pro ducendi essent, donec se in Z, secarent; vel certe recta FE, producenda, & inueniendum punctum Z, puncto F, oppositum, vt propos. 6. Num. 13. traditum est). secet eam in a, recta aliqua bifariam, & ad angulos rectos, qualis est recta KR, per centra K, R, circulorum transiens; vnde satis est rectam KR, per eorum circulorum centra ducere, etiamsi communis eorum sectio FZ, ducta non sit, quod commodissimum erit, quando alterum punctorum intersectionis procul distat. Immo si alterum centrorum nimis procul absit à recta EF, satis est ex viciniore R, ad EF, perpendicularem demittere Ra. Hæc enim secabit rectam FZ, si ducta esset, brifariam &c. Deinde ex quouis puncto m, rectæ FZ, siue illud idem sit, quod punctum medium a, siue non, describatur per F, circulus Ffe: vel ex puncto F, ad quodlibet interuallum circulus gh. Postremo per puncta b, d, vbi circuli maximi dati rectam KR, intersecant, ex F, rectæ egrediantur secantes circulum Ffe, in f, e, vel circulum gh, in g, h. Dico ef, arcum esse anguli GFH, hoc est, inclinationis circulorum, & arcum gh, esse semissem eiusdem arcus. Nam si puncta opposita F, Z, ponantur poli alicuius Horizontis obliqui, erunt circuli FGZ, FLZ, duo Verticales, quorum primarius ex centro a, per F, Z, describendus esset; recta vero KR, referet parallelum illius Horizontis per polum mundi, in quo oculus collocatur, ductum, vt propos. 8. Num. 2. ostendimus. Igitur, vt in eadem propos. Num. 11. monstratum est, segmentum bd, rectæ KR, tot gradibus eius paralleli respondet, quot in arcu ef, vel in arcu gh, duplicato continentur. Cum ergo arcus eiusdem paralleli inter circulos FGZ, FLZ, [a] similis sit arcui illius Horizontis obliqui, qui quidem arcus est anguli GFH, liquet arcum quoque ef, eiusdem anguli arcum esse, &c. Quia verò in præcedenti propositione circulus FHZ, descriptus fuit circa polum G, trāsibit circulus FGZ, per illius polos [b], ac proinde angulus GFH, rectus erit. Necesse est ergo, arcum eius ef, quadrantem esse circuli Ffe, arcum vero gh, semissem quadrantis circuli gh.

a, 10. 2. Th.

b. 15. 1. Th.

QVIN etiam si per punctum F, quomodocunque circulus describatur, licet eius centrum non sit in recta FZ, qualis etiam est, u. g. alteruter arcuum datum angulum continentium, vt FG, secans duas rectas Fb, Fd, in b, p; metietur eius

arcus

arcus bp, propositum angulum GFH, cum per lemma 10. similis sit arcui ef; & hg, semissis illius arcus, qui similis sit arcui bp, &c.

Quando alter circulorum per polos mundi ducitur, idem inuestigare.

3. QVOD si alter circulorum angulum sphæricum constituentium trāseat per centrum Astrolabii, hoc est, repræsentet circulum maximum per polos mūdi ductum, absoluemus eodem modo problema, nisi quod tunc vna tantum recta linea ex angulo ducenda est. Vt si angulus sphæricus contineatur maximo circulo FEZ, per rectam lineam repręsentato, & circulo maximo FGZ, erit e n, arcus illius, & hm, eiusdem semissis. Sic etiam anguli EHL, arcus erit I N, & sic de cæteris.

IMMO etiamsi neque vlla recta ex angulo ducatur, neque circulus Fen, aut hm, describatur arcus tamen bZ, angulum bFZ, & arcus LI, angulum EHL, metietur; propterea quòd per Lemma 10. tam arcus bZ, en, quam LI, NI, similes sunt &c. Ex quo fit, quoniam arcus FbZ, HLI, bifariam diuiduntur à perpendicularibus ab, EL, vt arcus quoque Fb, HL, eosdem angulos metiantur: ita vt alterum punctum intersectionis necessarium non sit.

3. tertij.

RATIO hæc accommodari etiam poterit ad angulum quēlibet, licet neuter circulorum per centrum Astrolabii transeat. Sit enim datus angulus bZd, ita vt punctum intersectionis F, vix haberi possit. Ducta recta ZE, per centrum Astrolabii, ducatur ad eam ex R, centro circuli bZ, quod vicinius est, perpendicularis secans vtrumquę circulum in b, d. Quia igitur arcus bZ, angulum bZa, & arcus dz, angulum dza, metitur; si arcui bZ, adiiciatur arcus arcui dZ, similis, conflabitur arcus totius anguli bZd. Idemque habebitur, si ad arcum dZ, adiiciatur arcus arcui bZ, similis. Rursum datus sit angulus hLK, in figura sequentis propos. Ducta recta LE, per centrum Astrolabii, ducatur ad eam ex alterutrius circuli centro perpendicularis secans vtrumque circulum in h, K. Quo peracto, metietur arcus Lh, angulum hLN, & arcus LK, angulum KLN. Si igitur ex arcu Lh, auferatur arcus arcui LK, similis, reliquus fiet arcus anguli hLK.

Facilis inuentio magnitudinis anguli sphærici, cuius neuter arcuū per centrum Astrolabij incedit.

4. IDEM hoc problema soluemus, si per propos. præcedentem circa angulum datum, vt polum, circulus maximus describatur. Huius enim arcus inter circumferentias angulum datum comprehendentes conclusus ipsum angulum metietur: Rectæ autem ex angulo per extrema puncta huius arcus ductæ abscindent ex Aequatore arcum illi æqualem, quod ad numerum graduum attinet, vt propos. 5. Num. 17. demonstrauimus; ac proinde arcus ille Aequatoris quātitatem anguli dati indicabit. Ita vides in figura ex puncto H, anguli iHO, vt polo, descriptum esse maximum circulum KO, per rectam KO, repræsentatum, & arcum iO, interceptum inter circumferentias Hi, HO, angulum continentes metiri dictum angulum, cuius quidem arcus magnitudinem exhibet arcus Aequatoris Pi, à rectis Hi, HO, per extremitates arcus iO, ductis abscissus. Eademque ratio est de alijs.

Alia solutio problematis.

SCHOLIVM.

I. OBITER autem hoc loco animaduertendum est, si plures maximi circuli per eadem puncta opposita transeuntes ad alium quendam circulum maximum inclinentur, vno excepto, qui ad illum rectus sit, eum qui ad hunc rectum rectus est, maxime ad illum alium inclinari, aliorum vero, qui maxime inclinato propiores sunt, magis inclinari, quam qui remotiores sunt; duos denique æqualiter distantes ab eo, qui rectus est, ad vtramque partem, æqualiter inclinari. Dico autem illum magis inclinari ad alium, qui minorem angulum acutum cum eo constituit. Sit enim circuli maximi

Pluribus circulis maximis per eadem pūcta opposita ductis, quis eorum sit magis aut minus inclinatus ad alium maximum circulum, & qui æqualiter inclinati sint.

ximi ABCD, polus E, per quem ducti sint quotcumque maximi circuli AEC, EF, EG, EH, EI, ad maximum quendam AHC, inclinari, excepto EH, qui ad eum rectus sit; ad EH, autem rectus quoque sit AEC. Dico AEC, maximè ad AHC, inclinari, & EF, magis inclinari, quam EG. Denique EF, EI, æqualiter a punctis A, C, maximè inclinati AEC, distantes, æqualiter inclinari. Quoniam enim E, polus est circuli ABCD, erunt ex coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. EA, EK, EL, ED, EM, EC, quadrantes, ideoq; EF, EG, EH, EI, quadrante minores. Igitur tam arcus EA, EF, quam EF, EG, & EG, EH, semicirculo minores sunt, cum quilibet duo non æquentur duobus quadrantibus. Per propos. 14. ergo nostrorum triang. spher. angulus externus EHC, rectus, maior erit interno opposito EGH: & hic maior interno opposito EFG, & hic maior interno opposito EAF. Est ergo EGH, acutus, & à fortiori magis acutus EFG, & multo acutior EAF. Quare circulus EA, maximè est ad AHC, inclinatus, & EF, magis, quam EG. Deinde quia duo latera AE, AF, duobus lateribus CE, CI, æqualia sunt, (Sunt enim EA, EC, quadrantes, & arcus AF, CI, æquales, quod circuli EF, EI, in circulo AHC, æqualiter ponantur abesse à punctis A, C.) angulosque continent æquales A, C, per propos. 13. nostrorum triang. sphær. erunt ex prop. 7. eorundem triang. anguli quoque AFE, CIE, æquales; ac proinde & ex duobus rectis reliqui EFH, EIH, æquales erunt, qui quidem sunt anguli inclinationum. Aequaliter ergo EF, EI, ad AHC, inclinati sunt. quod est propositum.

Verticalem primarium inter omnes Verticales, & Horizontem inter omnes circulos positionũ, ad Aequatorem maximè inclinari.

ET quia omnes Verticales ad Aequatorem inclinati sunt, excepto Meridiano, ad quem primarius Verticalis rectus est, efficitur, Verticalem primarium ad Aequatorem esse maximè inclinatum, & alios eò magis inclinari, quò minus à primario recedunt. Sic etiam, quia omnes circuli positionum ad Aequatorem inclinati sunt, Meridiano excepto, ad quem Horizon rectus est, colligitur, Horizontem ad Aequatorem maximè inclinatum esse, & alios positionum circulos eò magis inclinari, quò minus distant ab Horizonte.

Praxis pulcherrima pertinens ad propos. 12. pro inueniendo tertio pũcto circuli maximi describendi, ex eius inclinatione ad Horizontem data, sine Verticali, & sine parallelo Horizontis.

2. IAM vero pulcherrima, & facillima via per hanc propositionem 15. nobis aperitur, qua per inclinationem ad Horizontem datam in 12. propos. Num. 2. tertium punctum inueniatur, per quod circulus maximus propositus describendus sit. Ita ergo agemus. Quoniam circulus ibi propositus declinat à meridie in occasum, atque ita inuenta sunt in figura propos. 12. duo puncta N, P, in quibus circulus Horizontem secare debet; inclinationem verò habet ad Horizontem ex parte australi grad. 26. ex qua inuentum fuit punctum k, vel per Verticalem XHY, vel per parallelum Horizontis βkεδ; Inueniemus iam sine hisce circulis ex eadem inclinatione tertium aliud punctum, hoc modo. Ducta in figura propos. 12. per cc, punctum medium rectæ NP, perpendiculari cc aa, quæ omnino per K, centrum Horizontis transibit, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. cum rectam NP, in Horizonte secet bifariam, & ad angulos rectos. Descripto quoque ex N, ad quoduis interuallum arcu circuli ee ii, ducatur ex N, ad aa, punctum intersectionis rectæ cc aa, cum Horizonte recta secans

arcum

arcum descriptum in ee. Et ex ee, versus centrum Horizontis abscindatur arcus ee ii, semissem inclinationis continens, hoc est, grad.13. Vel si minuta adhæreant inclinationi, accipiatur arcus totius inclinationis, eiusque semissis deinde ee ii. Ducta enim recta N ii, secabit rectam cc aa, in puncto bb, per quod circulus maximus propositus describendus est. Nam descripto circulo per tria puncta N, bb, P, angulus bb N aa, continebit grad. 26. inclinationis datæ, vt in hac propos. Num. 2. demonstratum est.

PROBL. XIII. PROPOS. XVI.

AD datum arcum circuli maximi in Astrolabio, ad datumque in eo punctum, dato angulo quorumcunque duorum circulorum maximorum in Astrolabio descriptorum, vel cuius arcus in gradibus datus sit, æqualem angulum constituere: siue (quod idem est) per datum punctum circulum maximum describere, qui ad datum arcum circuli maximi, in quo punctum datum est, inclinationem habeat æqualem inclinationi quorumlibet duorum circulorum in Astrolabio maximorum. Item datum angulum duorum circulorum maximorum *bifariam* secare.

Dato ãgulo sphærico in Astrolabio æqualem angulum sphæricũ cum dato arcu in dato puncto constituere.

1. PRIMAM partem huius propos. demonstrauimus propos. 12. triangulorum sphæricorum. Sit ergo in Astrolabio Aequator A B C D, *circa* centrum E, & datus angulus sphæricus EFG, contentus circulo *maximo* FEH, per polos mundi ducto, & maximo alio circulo FGH, cui æqua*lis* constituendus sit ad arcum IKL. in puncto I. Ductis per centrum E, diametris FH, IL, vt opposita puncta sint F, H, & I, L; eisque sectis bifariam in M, N, & ad easdem ductis perpendicularibus GM, KN, quæ per centra omnium circulorum per puncta. F, H, & I, L, transeuntium incedent, ex coroll. propositionis 1. lib. 3. Eucl. describantur per F, I, ex centris assumptis in rectis FH, IL, vtcunque circuli æquales FQOP, ITRS, vel ex centris F, I, circuli æquales quanticunque XY, ab. Ductis quoque ex F, I, per puncta G, M K, vbi perpendiculares ab arcubus intersecantur, rectis secantibus circulos FQOP, ITRS, in Q, O, d, & circulos XY, ab, in x, V, e; erit QO, arcus dati anguli EFG, & VX, semissis arcus eiusdem anguli, vt in præcedenti problemate ostendimus. Si igitur arcui OQ, æqualis sumatur dT, si ad sinistram arcus dati IK, constituendus sit angulus, vel arcus df, si ad dextram, aut arcui VX, æqualis arcus eb, vel eg, ducaturque recta IT, vel Ib, aut If, vel Ig, secans KN, in h, vel i; efficiet tam arcus per tria puncta I, h, L, descriptus angulum hIK, quam arcus *per* tria puncta I, i, L, descriptus angulum iIK, angulo EFG, dato æqualem, *hoc* est, inclinatio arcuum IhL, IiL, ad arcum IKL, æqualis erit inclin*ationi* arcus FGH, ad circulum FEH, propter æqualitatem arcuum OQ, dT, *df*, &c.

EADEM ratione ad circulum maximum IEL, in puncto I, angulum

NIK,

NIK, angulo EFn, æqualem constituemus, si, ducta recta Fn, secante circulum per F, descriptum in P, & circulum descriptum ex F, in Y, arcui OP, æqualem accipiamus R d, vel arcui VY, æqualem Ze, & rectam ducamus I e d, secantem KN, in K. Nam circulus per tria puncta I, K, L, descriptus, angulum constituet cum circulo IEL, equalem angulo EFn, vt constat.

Dato angulo sphærico in gradibus, æqualem in dato puncto cum dato arcu circuli maximi constituere.

SI detur anguli alicuius magnitudo quotuis graduum, constituemus eiusmodi angulum ad arcum IKL, in puncto I, si ex d, numeremus propositos gradus vsque ad T, vel f; aut si sumamus semissem arcus propositorum graduum e b, vel e g. Ita quoque si accipiamus quadrantem d S, vel semissem quadrantis e a, & per S, vel a, recta ducatur secans KN, in k, constituet arcus IkL, cum IK, angulum rectum KIk.

NON secus datum angulum constituemus in dato puncto Aequatoris. Vt

si cõstruendus sit angulus in D, cũ circulo maximo DEB, grad. 70. vel cũ DCB, grad. 20. numerabimus arcũ BI, grad. 70. vel arcũ CI, grad. 20. rectamque ducemus DI, secantem AC, in m. Circulus namque DmB, propositum concludet.

Quando duo circuli maximi in Astrolabio angulum rectum continent, recta linea ex centro Astrolabii per centrum vnius ducta secat alterum in polo illius prioris circuli.

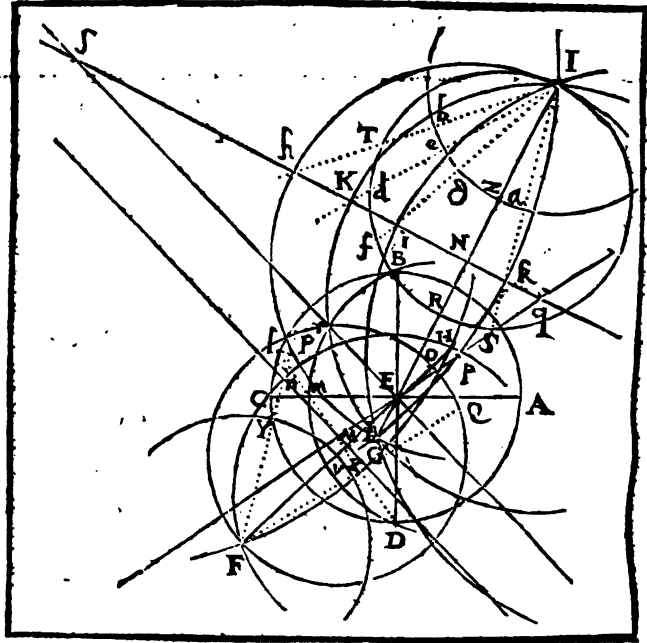
2 ET quia duo arcus IKL, IkL, continent angulum rectum KIk, vt dictum est, trãsibit alter per alterius polum. Cum ergo polus cuiusque circuli maximi sit quoque in recta per centrum Astrolabii, & centrum illius ducta, vt propos. 8. Num. 19. dictum est, secabit recta Eq, per q, centrum circuli IK, electa circulum Ik, in p, polo circuli IK; & recta E f, per f, centrum circuli Ik, traiecta secabit circulum IK, in r, polo circuli Ik. Atque hac eadem ratione, duobus quibuslibet maximis circulis in Astrolabio sese ad rectos angulos secantibus, recta connectens

a, 13. 1. Theod.

Duorum circulorum maximorũ rectum angulum continentiũ polos inuenire.

alterutrius centrum cum centro Astrolabii secabit alterum in polo illius prioris. Ex quo fit, vt facile tunc polus vtriusque circuli inueniatur, si nimirum ex centro Astrolabii per eorum centra rectæ ducantur. Hæ etenim secabunt circulos in polis.

Datum angulum sphæricũ in Astrolabio bifariã secare.

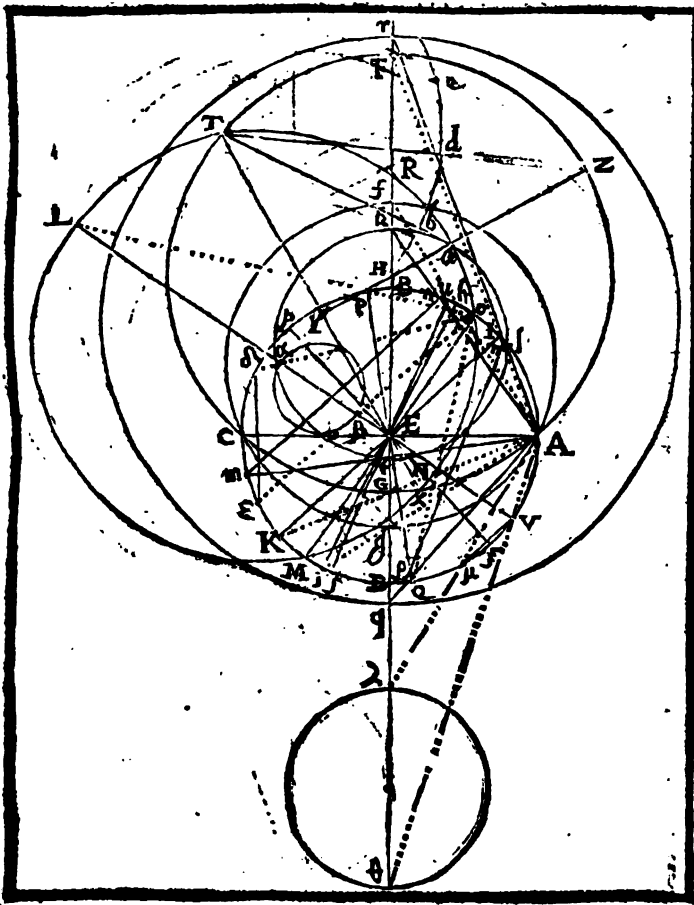
3. IAM vero non dissimili ratione angulum, quem duo circuli maximi in Astrolabio comprehendunt, bifariam secabimus. Sit enim angulus hIi, secandus bifariã. Ducta IL, cõi sectione arcuum Ih, I i, per centrum Astrolabij transeunte, eademque secta bi fariam, & ad angulos rectos in N, per recta hk; describatur ex I, arcus vtcunque a b, vel per I, circulus quomodocunque ITS, centrũ habens

in cõmuni sectione IL, verbi gratia, Z. Ductis deinde rectis Ih, I i, descriptos circulos secantibus in b, g, & T, f, secetur arcus g b, vel f T, bifariam in e, vel d, iungaturque recta I e, vel I d, secans hk, in K. Circulus enim per tria puncta I, K, L, descriptus (qui maximus erit, cum transeat per puncta opposita, I, L.) secabit datum angulum hIi, bifariam, vt ex demonstratis liquet.

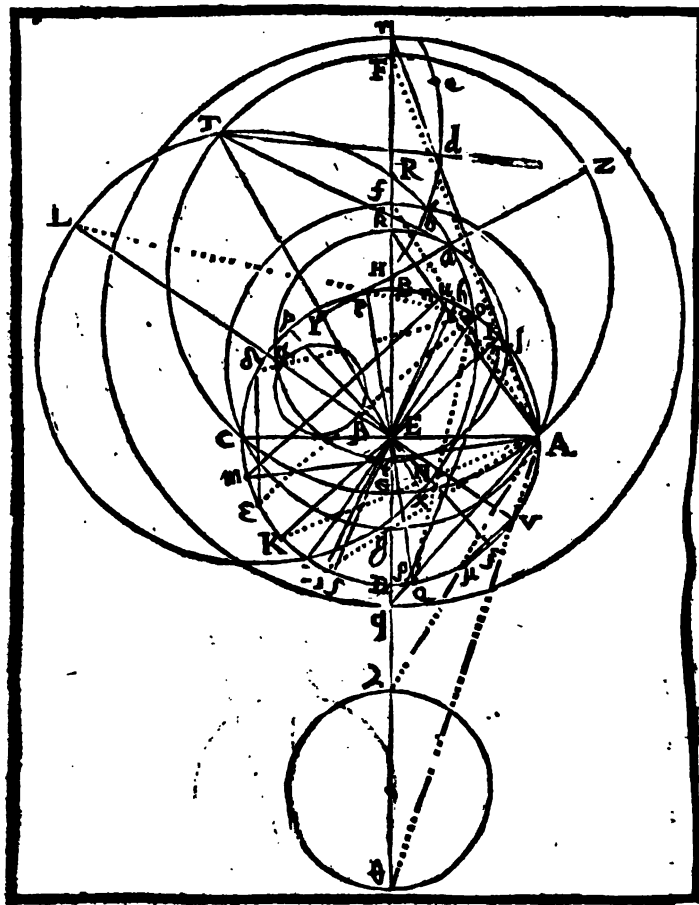
PROBL. XIIII. PROPOS. XVII.

DESCRIPTI cuiusuis circuli in Astrolabio, vel lineæ rectæ in eodem ductę, situm in sphæra explorare.

HAEC

HAEC propositio nihil aliud continet, quam ad varios circulos Astrolabii applicationem quandam eorum, quæ iampridem demonstrata sunt, præsertim propos. 8. Num. 16. & 17. Sit ergo in Astrolabio Aequator ABCD, cuius centrum E, Horizon datæ regionis AFCG, cuius centrum H, & diameter vera IK, ac proinde altitudo poli supra eum arcus AI, vel CK. Sit autem descriptus pri-

Variorum circulorum in Astrolabio quomodocunque descriptorum situ in sphæra explorare.

mum circulus LMNO, ex centro δ, cuius positio in sphæra indaganda est. Per eius centrum δ, & E, centrum Astrolabii traiiciatur recta LEN, quam ad rectos angulos secet diameter Aequatoris OM, cadens in puncta O, M, vbi à dato circulo secatur. Emissis deinde ex O. radiis OL, ON, per extrema puncta L, N, diametri visæ, secantibus Aequatorem in P, Q, erit iuncta PQ, diameter vera cir-

culi propositi, vt ex iis constat, quæ propos. 8. Num. 16. ostendimus. Et quia circulus maximus est, quod & Aequatorem in punctis oppositis O, M, secet, & eius diameter vera OM, per centrum transeat, erit poli supra eum altitudo arcus OP, vel MQ. vt in eadem propos. 8. Num. 22. dictum est. Accidit autem, altitudinem poli OP, æqualem hic esse altitudini poli AI, supra Horizontem. Ex quo

fit, circulum eum esse vnum ex circulis horarum ab ortu, vel occasu, cum supra omnes eiusmodi circulos eadem fit altitudo poli, vt propos. 9. Num. 9 traditum est. Et quoniam Aequatorem secat in O, & M, facile cognoscemus, ad quamnam hor m spectet, vt in eadem propos. 9. Num. 8. docuimus. Rursus quia idem circulus secat Merdianum in R, cognoscemus, quantum distet punctum R, ab Horizonte, si quotigradus in segmento FR, contineantur, inuestigemus ex doctrina

ctrina propos. 1. Num. 6. Denique si per polum Horizontis, & per polum eiusdem circuli describeretur Verticalis, notus fieret arcus inclinationis eiusdem circuli ad Horizontem, quem tamen Verticalem non descripsimus, vt maiorem confusionem in figura vitaremus. Quinimmo per propos. 15. inuestigari poterit eadem inclinatio ex angulo inclinationis FTR. Sic etiam per eandem propos. reperies eiusdem circuli inclinationum tam ad Meridianum ex angulo ERO, quam ad Aequatorem ex angulo NOV. Verbi gratia, (vt videas, quo pacto res per propos. 15. perficiatur) ducta YZ, ad rectam TX, ex puncto medio Y, perpendiculari, descriptoque ex T, arcu quocunque b e, si emittantur rectæ TZ, Ta, ad puncta intersectionum rectæ YZ, cum circulo Ta, & Horizonte, secantes arcum b e, in d, b, erit bd, semissis inclinationis, & arcus b e, ipsius b d, duplus, totam inclinationem circuli ad Horizontem dabit, vt ex demonstratis in propos. 15. liquido constat. Recta autem NV, arcum inclinationis eiusdem circuli ad Aequatorem, arcum videlicet Aequatoris QV, rectæ NV, respondentem manifestabit, &c. Itaque circulus LMNO, inuentus est esse maximus, supra quem polus eleuatur per arcum OP, abscinditque ex Meridiano supra Horizontem ex parte australi arcum FR; Inclinationem denique eiusdem ad Horizontem ex parte occasus, & austri, metitur arcus b e. &c.

2. DEINDE descriptus sit circulus AfCg, secans Aequatorem in iisdem punctis A, C, per quæ Horizon transit, ac proinde maximus existens. Inuenietur eius vera diameter h i, & altitudo poli supra eum circulum arcus A h: Ipse vero circulus ad Meridianum rectus, sicut & Horizon, quod per eius polos A, C, ducatur, auferet ex Meridiano versus meridiem supra Horizótem arcum Ff, infra vero Horizontem ad partes boreæ arcum G g. Inclinatio denique eiusdem ad Horizontem erit arcus Ff, & ad Aequatorem arcus fB, &c.

3. RVRSVS detur alius circulus k l t, cuius centrum in eadem recta, in qua centrum Horizontis, & circuli AfCg, non maximus, cum Aequatorem in punctis oppositis non secet. Ductis radiis A k, A t, Aequatorem secantibus in n, m, erit vera eius diameter ducta recta m n: quæ reperitur parallela diametro Horizontis veræ IK. Repræsentat igitur circulus klt, parallelum Horizontis, ab Horizonte versus Zenith p, distantem arcu I n, vel K m, secantemque Aequatorem in l, à puncto Meridiani B, versus occasum, &c.

4. PRAETEREA datus sit circulus rq. centrum etiam habens in eadem recta cum Horizonte, & nullo modo Aequatorem secans, ita vt sit non maximus. Ductis radiis Ar, Aq, secantibus Aequatorem in π ρ, erit ducta recta π ρ, vera eius diameter: quæ cum non æquidistet Horizontis diametro IK, indicat, circulum non referre parallelum Horizontis, sed eius circuli maximi, cuius diameter vera u f, per E, centrum ducta, ipsi π ρ, æquidistat, & supra quem polus eleuatur per arcum A u, vel C f: Cuius quidem circuli maximi ad Meridianum recti situs in sphæra cognoscetur, si ipse, inuenta eius diametro visa per radios A u, A f, in recta FD, describatur, &c.

5. AMPLIVS offeratur circulus $\alpha\beta$, centrum habens in eadem recta LN, cum circulo maximo LMNO, quam ad rectos angulos secat MO. Emissis radiis Oα, Oβ, qui secent Aequatorem in δ, ϵ, erit ducta $\delta\epsilon$, diameter circuli vera non æquidistans veræ diametro PQ, circuli LMNO. Ex quo coniicies, circulum $\alpha\beta$, non referre parallelum circuli maximi LMNO, sed eius, qui habet veram diametrum per E, ductam ipsi $\delta\epsilon$, parallelam, &c.

6. AD hæc descriptus sit circulus $\gamma\theta$, totus extra Aequatorem, ac proinde non maximus, cuius centrum existat in eadem recta cum centro Horizontis.

Ductis

Ductis radiis $A\gamma$, $A\theta$, secantibus Aequatorem in V, μ, erit vera eius diameter recta $V\mu$, æquidistans diametro Horizontis veræ IK. Igitur circulus $\gamma\theta$, repræsentat Horizontis parallelum infra Horizontem circa Nadir descriptum, cuius distantia ab Horizonte versus Nadir recedit per arcum IV, vel $K\mu$, &c.

Quando vera circuli diameter inuenta est valde exigua, quid faciendum.

QVANDO diameter vera circuli inuenta est admodum exigua, vt non facile ei parallela duci queat per centrum E, qualis fuit vltima $V\mu$, partiemur arcum $V\mu$, bifariam in ξ, puncto, quod erit vnus polorum circuli, ductoque axe ξ p, ducemus ad eum diametrum perpendicularem IK, pro diametro vera circuli maximi, cui datus circulus æquidistat.

In explorando situ descripti circuli in Astrolabio quid obseruandũ.

7. HAC ergo arte explorabis situm cuiusuis alterius circuli in Astrolabio descripti, & intersectiones eius cum alijs circulis, quos secat, &c. si nimirum prius per eius centrum, & centrum Astrolabii rectam eduxeris pro communi sectione plani Astrolabii, & circuli maximi, qui per eius polos, & polos mundi ducitur: deinde hanc rectam per diametrum Aequatoris ad angulos rectos secueris, cuius vnum extremum (quod videlicet polo australi A, ex quo radii emissi sunt in descriptione Astrolabii datæ regionis, vicinius est) pro polo australi sumatur, ex quo radii emittendi sunt, &c.

Rectæ cuiusuis in Astrolabio ductæ, sitũ in sphæra explorare.

8. POSTREMO data sit recta FG, explorandumq; proponatur, quid in sphæra repræsentet. Multa enim repræsentare potest. Nam si cogitetur in infinitum extensa, referet circulum per polum australem ductum, vt propos. 5. Num. 35. dictum est, cuius situm in sphæra sic reperiemus. Ducta ex E, centro Astrolabij ad FG, perpendiculari EH, secante Aequatorem in L, ducatur ad eam semidiameter perpendicularis EI, iungaturque IH, secans Aequatorem in K. Et quoniam, si circulus ABCD, cõcipiatur rectus ad planum Aequatoris, Astrolabiiue, super rectam EH, ita ut I, ad austrum vergat, manente Aequatore in proprio situ, hoc est, A, spectante ad occasum, & C, ad ortum; recta EI, axem mundi refert, & I, polum australem; occurret planum per IH, ductum, & ad circulum in eo situ rectum, plano Astrolabii in H, facietque sectionem FH. Quoniam enim tam planum Aequatoris, quam illud planum per IH, ductum, ad circulum ABCD, in eo situ rectum est; [a] erit quoque eorum communis sectio ad eundem recta; ac proinde ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ad EH, in eodem circulo existentẽ perpendicularis. Cùm ergo FH, ad EH, sit perpendicularis, erit FH, communis illa sectio plani Astrolabij, & plani per IH, ducti. [b] Quocirca cum hoc planum faciat in in sphæra circulum, cuius diameter IK, referet data recta FG, in infinitum extensa eum circulum, qui nimirum per I, polum australem transit, rectusque est ad circulum maximum per polos mundi ductum, inclinatumque ad Meridianum datæ regionis, qui per BD, repræsentatur, tot gradibus, quot in arcu BL, continentur, in parte quidem superiori Aequatoris versus occasum A, in inferiori vero versus ortum C.

a 19. vndec.

b 1. 1. Theo.

SI vero recta FG, intelligatur terminata in punctis F, G, referre potest chordam circuli maximi per ea puncta descripti, cuiusmodi est FGMN: vel chordã innumerabilium circulorum non maximorum per eadem puncta descriptorum, quorum situs, ac positio in sphæra explorari poterit ex iis, quæ in hac propos. scripsimus: vel denique diametrum alicuius circuli non maximi, & alicui maximo obliquo æquidistantis: quem sic inuestigabimus. Quoniam FG, repræsentat diametrum alicuius circuli, secabitur is à maximo circulo FGMN, bifariã. [c] ac proinde hic maximus per eius polos trãsibit. Quare medium punctum arcus FG, polus eius erit, qui sic reperietur. Inuento O, polo maximi circuli FGMN, intra Aequatorem contento, (Hunc autem inueniemus, vt propos. 8. Num. 17. scripsimus,

c 14. 1. The.

mus, hoc modo. Per eius centrum P, & centrum Astrolabij ducemus rectam circulo intra Aequatorem occurrentem in Q, [a] secantemque diametrum iunctam MN, ad angulos rectos. Recta enim MN, diameter erit, cum sit communis sectio duorum circulorum maximorum. Deinde ducta recta MQ, secante Aequatorem in R, accipiemus arcum RS, quadranti æqualem. Recta namque MS, secabit EP, in O, polo.) ducantur rectæ OF, OG, secantes Aequatorem in TV; diuisoque arcu TV, bifariam in X, ducatur recta OX, secans arcum FG, in Y. Nam Y, erit punctum illius arcus medium, cum arcus FY, GY, æqualibus arcubus VX, TX, respondeant, vt propos. 5. Num. 17. demonstrauimus, ideoque Y, polus erit circuli, cuius diametrum recta FG, repræsentat. Sed quãdo polus O, prope abest à puncto X, ac proinde vix sine errore recta OX, extendi potest, reperiemus eundem polum Y, fortasse accuratius hoc modo. Sumatur punctum Z, puncto X, oppositum, & per tria puncta Z, E, X, extensa recta, sumatur Xa, semidiametro PQ, circuli FGMN, æqualis, & iuncta recta a P, secetur in b, bifariam, & ad angulos rectos per rectam bd, secantem E a, in d. Nam recta Pd, extensa dabit punctum Y, puncto X, respondens, vt propos. 5. Num. 34. demonstrauimus. quod etiam offeret XY, ipsi a P, parallela, vel recta YP, faciens angulum YPa, angulo PaX, æqualem, vt ibidem ostensum est.

a 3. tertij.

EVNDEM polum Y, commode inuenies per ea, quæ propos. 6. Num. 36. scripsimus. Nam si per tria puncta, quorum duo sunt illa, in quibus recta EP, Aequatorem, & circulum GYF, secat. tertium autem punctum X, circulum describas, cuius centrum est in recta, quæ rectam inter Aequatorem, & circulum GYF, bifariam, & ad angulos rectos diuidit, transibit is circulus per punctum Y, vt loco citato demonstratum est. Vel si ex ijs, quæ propos. 18. sequenti Num. 5. tradémus, per punctum X, in Aequatore datum, describas parallelum maximi circuli per rectam PQ, repræsentati, secabit is circulum FYG, in eodem polo Y, vt in eadem propos. 6. Num. 36. ostendimus.

AD inueniendum porro eundem polum Y, adhiberi quoque possunt aliæ

viæ

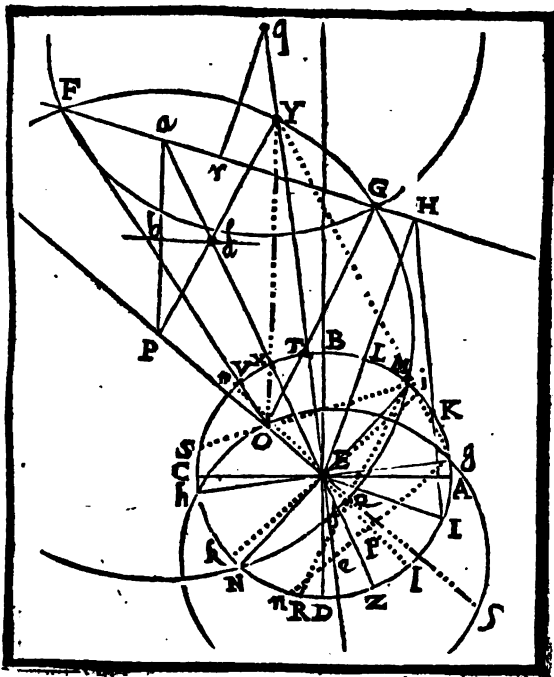
viæ prop 5. expositæ, præsertim illa, quam prop. 6. Num. 25. posuimus. Nam si, productis rectis FO, GO, versus polũ O, arcus circuli obliqui FGQ, inter illas rectas interceptus è regione arcus FG, diuidendi bifariã, secetur bifariã, cadet recta ex medio puncto per O, polũ emissa in Y, punctũ mediũ apparens arcus FG, transibitque idcirco per punctum X, arcum Aequatoris TV, secans bifariam: ita vt iam tria puncta habeantur, per quæ duci debeat recta diuidens arcum FG, bifariam, nimirum X, O, & medium illud punctum prædicti arcus circuli obliqui FGQ, è regione arcus FG, qui inter rectas FO, GO, productas intercipitur. Et si alij circuli loco Aequatoris describantur, quorum semidiametri in recta PQS, in O, ita sectæ sint, vt in eodem puncto O, secta est semidiameter Aequatoris, reperientur alia puncta, per quæ eadem recta OX, ducenda est, si videlicet in illis circulis arcui TX, similes arcus abscindantur à recta ET, initio facto, & versus rectam PQ, progrediendo.

Data recta finita, quanti arcus maximi circuli chorda sit inquirere.

ARCVS porro Aequatoris TV, indicabit, quanti arcus circuli maximi data recta FG chorda sit, cum arcui TV, arcui FYG, quem data recta FG, subtendit, æqualis sit in numero graduum, vt propos. 5. Num. 17. demonstrauimus. Atque hoc modo, proposita quauis recta terminata, inuestigabimus, quantum arcum maximi circuli subtendat; si circa eius extrema puncta circulum maximum describamus, & ex eius polo inuento, vt paulo ante scripsimus, ad eadem extrema emittãtur duæ rectæ. Hæ namque ex Aequatore arcum abscindent æqualem arcui maximi circuli, quod ad numerum graduũ spectat, quẽ data recta subtẽdit. Quod si rectę FO, GO, producãtur, intercipient quoque in parte inferiori eiusdẽ circuli maximi FGQ, arcũ tot æqualium graduum, quot apparentes in arcu FYG, continentur, vt propos. 6. Num. 25. ostendimus. Cæterum in sequenti propos. Num. 3. docebimus rursus inuestigare, cuiusnam arcus circuli maximi data recta sit chorda, etiamsi circa eius extrema circulus maximus non describatur.

INVENTO ergo Y, polo circuli, cuius diametrorum aliquam recta FG, refert,

refert, si ducatur recta EY, existet in ea & centrum eius circuli, & centrum maximi circuli, cui æquidistat, vt propos. 8. Num. 19. ostensum est. Quamobrem recta rq, secans FG, bifariam, & ad angulos rectos in q, centrum circuli FG, cadet, cuius vna diametrorum est FG, recta. Circulus porro maximus, cui circulus ex q, descriptus æquidistat, describetur hoc modo. Ducta dinmetro gh, ad EY, perpendiculari, radius gY, secabit circulum ABCD, in i, polo, ac proinde iEk, axis erit quæsiti circuli maximi, & lm, ad eum perpendicularis, diameter eiusdem. Igitur gn, ad lm, perpendicularis in p, cadet in o, centrum maximi circuli hog, cui æquidistat circulus ex q, descriptus, cum eundem polum habeat Y, qui maximus circulus transibit omnino per O, polum maximi circuli FGMN, cum hic transeat per Y, polum illius. Alter autem polus circuli FGMN, est punctum S, & alter polus circuli goh, punctum f. Iam vero per ea, quæ dicta sunt supra, facile explorabitur situs circuli maximi goh, & eius paralleli, in quo vna diametrorum est data recta FG.

QVOD si detur recta, quæ extensa per centrum Astrolabii transeat, repræsentabit ea circulum maximum per polos mundi ductum: vel si eius puncta extrema per diametrum sunt opposita, diametrum infinitorum circulorum maximorũ, qui per puncta illa extrema describi possunt: vel si non per diametrum opponuntur ea puncta extrema, referet aut chordam plurimorum circulorum non maximorum, qui per illa possunt describi, aut diametrum visam maximam circuli non maximi circa ipsam descripti.

Rectam per centrum Astrolabii ductam varia posse repræsentare.

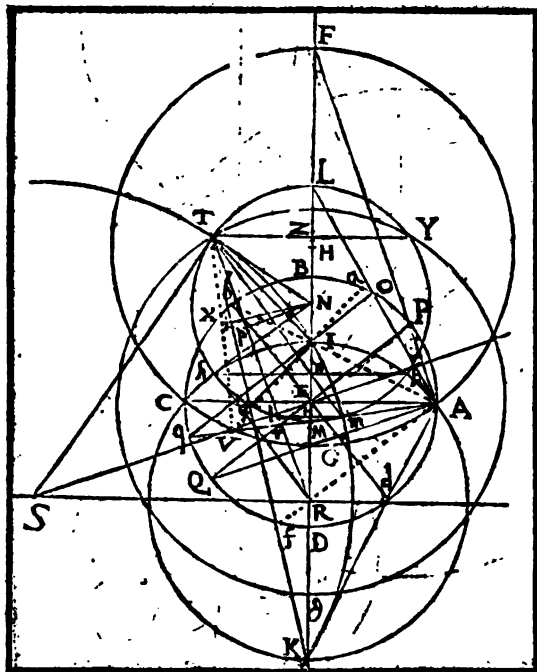
PROBL. XV. PROPOS. XVIII.

PER datum punctum circulo maximo dato in Astrolabio parallelum delineare: Item circa datum po-

lum, circulum describere, siue punctum detur, per quod transire debeat, siue non.

Per datum punctũ in recta per centrum Astrolabij, & centrũ maximi alicuius circuli ducta, parallelum illius circuli maximi describere.

1. SIT in Astrolabio Aequator ABCD, cuius centrum E; circulus maximus obliquus quicunque AFCG, siue Horizon is sit, siue non, cuius polus I; datumque primum sit punctum L, in recta FG, per H, centrum circuli maximi, & E, centrum Astrolabij extensa, per quod describendus sit parallelus dati circuli maximi, habens centrum in eadem recta FG. Possunt quidem per L, ex infinitis centris in recta FG, assumptis infiniti circuli describi, sed vnus tantum referet aliquem parallelum dati circuli AFCG, quem ex dato puncto L, sic reperiemus.

Ducta diametro AEC, ad FG, perpendiculari, quæ in intersectiones Aequatoris cum dato circulo cadet, inuentaque vera diametro PQ, maximi circuli dati per radios AF, AG, Aequatorem secantes in P, Q; ducatur radius AL, Aequatorem secans in O, puncto, per quod agatur *ipsi* PQ, parallela *Oq*, quæ diameter vera erit paralleli per L, transeuntis, propterea quod radius ex A, per eius *extremum* O, eiectis *cadit in* L, extremum *diametri visæ*, quandoquidem parallelus describẽdus per L, ponitur transire. Quod si detur polus L, inueniemus diametrum veram quæsiti paralleli, siue diametro vera circuli maximi, hoc modo. Ducto radio AL, secante Aequatorem in O, ducatur radius per polum I, qui in verum polum b, cadet. Sumatur ergo arcui bO, arcus bq, æqualis. Nam recta Oq, vera diameter erit, cum puncta *O*, q. à polo b, æqualiter distent, & vera diameter per O, transeat, propter radium AL, secantem Aequatorem in O. Igitur ducto radio Aq, per alterum extremum q. veræ diametri, habebitur alterum extremum visum M: quod etiam hac *ratione* reperietur, etiamsi veræ diametri ratio non habeatur. Inuento polo I, dati circuli maximi per radium A b, ductum ad b, punctum medium semicirculi PbQ, quem vera diameter PQ, abscindit, hoc est, ad extremum punctum axis dati circuli,

culi, sumatur arcui O b, æqualis arcus b q, ducaturque radius A q, secans F G, in M, eruntque portiones IL, IM, circuli maximi FG, æquales, cum respondeant arcubus æqualibus Ob, bq, vt constat ex propos. 1. Num. 5. Cum igitur FG, referat vnum ex Verticalibus dati circuli maximi, tanquam Horizontis alicuius, incedet omnino idem parallelus per puncta L, M, æqualiter à vertice I, remota. Secta ergo diametro visa LM, bifariam in N, erit N, centrum paralleli quæsiti per datum punctum L, describendi.

Per datum punctum extra rectam in Verticali primario alicuius circuli maximi, parallelum illius circuli maximi describere.

2. DETVR quoque punctum h, in Verticali primario AICK, dati circuli maximi, tanquam Horizontis. Ad rectam Rh, ex centro Verticalis ductam excitetur perpendicularis hN. Hæc enim in centrum N, parallelli per h, describendi cadet, vt ex propos. 6. Num. 10. constat, propterea quod recta hN, Verticalem tangit in h, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Quod si arcui Ih, æqualis sumatur Ik, & ex FG, abscindantur segmenta IL, IM, arcubus Ih, Ik, æqualia, quod ad numerum graduum attinet, habebimus quatuor puncta h, k, L, M, per quæ describendus est parallelus, cuius centrum est in recta FG.

Per datum punctum per centrũ circuli maximi, & centrũ Astrolabii ductam, & extra Verticalem parallelum illius circuli maximi describere.

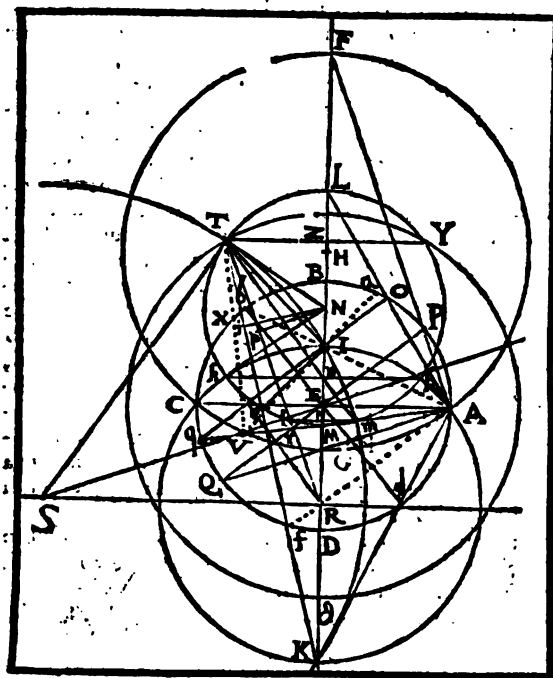
3. DEINDE datum sit punctum T, extra rectam FG, per centrum dati circuli maximi, & centrum Astrolabii ductam, & extra Verticalem primarium. Inuento altero polo K, circuli maximi dati per radium A d, ductum per d, punctum medium alterius semicirculi PdQ, vel accuratius per Verticalem primarium AICK, dati circuli descripti ex centro R, quod radius ex A, ad punctum f, ductus indicat; existente arcu A f, duplo arcus Ad; ducatur ex altero hoc polo K, recta KT. Ducta deinde recta TI, ad alterum priorem polum I, fiat angulo TIF, æqualis angulus KIe, seceteque recta Ie, rectam KT, in e; transibitque parallelus, qui per T, ducitur, per punctum e. Nam si concipiatur descriptus per T, parallelus quæsitus, secabit recta KT, eum parallelum in puncto e, intersectionis rectæ I e, cum parallelo, propter æqualitatẽ angulorum TIF, KIe, vt ex ijs perspicuum est, quæ in scholio propos. 6. ad finem Num. 5. demonstrauimus. Nam si recta KT, secaret parallelum in alio puncto, quã in e, faceret recta ex eo puncto ad I, ducta cum IK, angulum æqualem angulo TIF, ac propterea & angulo eIK, vt in eodem scholio Num. 5. ostendimus: Ideoque pars, & totum æqualia forent. quod est absurdum. Ducta ergo recta I N, secans T e, bifariam, & ad angulos rectos, transibit per centrum paralleli per T, e, transeuntis, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. Cum ergo centrum sit in recta FG, erit N, centrum quæsiti paralleli, qui necessario transibit quoque per punctum Y, si ducta sit TZ, perpendicularis ad FG, & assumpta ZY, ipsi TZ, æqualis.

QVOD si quando contingat, punctum T, datum existere in tali loco, vt recta TI, cum FG. angulum rectum efficiat, tanget recta KT, parallelum per T, descriptum in T, vt ostensum est in scholio propos. 6. Num. 4. Igitur tunc recta ex T, ad KT, perpendicularis excitata, cadet in centrum paralleli describendi.

RVRSVS si datum punctum extiterit infra rectam RS, quæ per centrum primarij Verticalis ducitur ad FG, perpendicularis, ducenda erit ex polo I, per punctum illud recta linea, & in altero polo K, duo anguli constituendi æquales, loco angulorum TIF, eIK: quia tunc parallelus describendus polum K, ambiet, ac proinde recta ex I, ducta per punctum datum, secabit parallelum in punctis, in quibus rectæ angulos æquales in K, constituentes eundem secant, &c.

SI denique punctum T, in tali extiterit loco, vt æqualiter ab vtroque polo I, & K, distet, (quod facile cognoscetur beneficio circini. Nam si, posito vno pede in T, & altero in I, circinus circumductus transeat per K, æqualiter distabit

T, à punctis I, & K, alias non.) hoc est, si in recta RS, quæ per centrũ primarij Verticalis ducitur ad meridianam lineam perpendicularis, repertum fuerit; referet recta RS, parallelum per T, descriptum, hoc est, parallelus in sphæra ipsamet respődens per polum australem ducetur, ideoq; in rectam proijcietur lineam, &c.

HOC idem effici potest hoc modo. Ex dato puncto T, ad FH, ducta perpendiculari TZ, sumatur ZY, ipsi ZT, æqualis, transibitque parallelus etiam per Y. Deinde ex alterutro punctorum T, Y, nimirum ex Y, per alterutrum polorum I, K, nimirum per I, recta ducatur YIe, quam secet in e, recta TK, ex altero puncto T, ad alterum polum K, ducta. Nam per e, quoque parallelus describendus transibit, vt constat ex ijs, quæ propos. 6. Num. 25. demonstrauimus. Si namque parallelus per T, Y, cốcipiatur esse descriptus, erunt tot gradus visi in arcu LY, quot gradus æquales in arcu à rectis LI, YI, productis, abscisso cốtinentur, vt ostensum est. Cum ergo recta KT, auferat quoque arcum LT, tot graduum apparentium, quot gradus æquales in arcu à rectis KL, KT, abscisso includuntur, vt ibidẽ demonstrauimus; sit autem arcus LT, arcui LY, æqualis, (Recta.n. KF, per centrum paralleli ducta secans rectam TY, bifariã, & ad angulos rectos, secat quoque ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. arcũ TLY, bifariam.) abscindetur omnino idem arcus à rectis KL, KT, qui à rectis LI, YI, ac proinde parallelus TLY, per e, punctum intersectionis rectarum YI, KT, transibit. alias rectæ LI, YI, & KL, KT, non abscinderent eundẽ arcum. Circulus igitur per tria puncta

T, Y, e, descriptus, erit parallelus quæsitus. Eademque prorsus ratio est, si datum punctum T, sit infra rectam RS, ac proinde parallelus per T, circa polum inferiorem K, describendus sit. Vt si in 2. figura scholij propos. 6. in parallelo LMN, circa polum inferiorem P, descriptum datum sit punctum N, ducemus ex N, ad meridianam lineam perpendicularem NO, rectamque OM, ipsi ON, æqualem sumemus. Nam si ex N, per polum P, recta ducatur, secabit eam in h, puncto paralleli recta ex M, ad alterum polum Q, ducta, vt ex ijs, quæ loco citato,

tato, id est, propos. 6. Num. 25. demonstrata sunt, liquet. Vterque enim arcus KN, KM, tot gradus apparentes, includit, quot gradus æquales in arcu Lh, continentur, &c.

Expeditissima via ad inueniendam in meridiana linea diametrum paralleli per datum punctum describendi.

SED via non minus expedita, qua nimirum in ipsa linea meridiana diameter paralleli describendi reperitur, hæc est. Ductis ex puncto T, extra Verticalem AICK, dato ad vtrumque polum I, K, rectis, si angulus acutus ITK, bifariã secetur, cadet recta eum diuidens in punctum M, extremum diametri, per quod parallelus describendus est: Et si ad rectam ductam MT, excitetur in T, perpendicularis, vel (quod idem est) angulus obtusus, quem recta KT, vltra T, producta cum TI, constituit, secetur bifariam, incidet illa perpendicularis, vel hæc linea diuidens in punctum L, alterum extremum, ita vt tota diameter sit LM: qua diuisa bifariam in N, erit N, centrum paralleli per T, L, M, describendi, quod sic demonstrabitur. Concipiatur descriptus parallelus LTMY. Et quoniam, vt propos. 6. Num. 25. demonstrauimus, tot gradus apparentes sunt in arcu LT, quot æquales tam in arcu M e, à rectis TK, LK, quam in arcu ex altera parte à rectis TI, LI, productis abscisso continẽtur; erunt arcus hi abscisi inter se æquales. [a] Igitur anguli, quos recta M T, cum rectis TK, TI, efficit, illis arcubus insistentes, æquales erunt: ac propterea recta angulum I T K, secans bifariam in punctum M, cadet. [b] Cum ergo angulus ad T, in semicirculo LTM, constitutus, rectus sit, cadet perpendicularis ad ductam rectam TM, in punctum L. Rectam autem ductam TL, secare bifariam angulum obtusum, quem TI, cum KT, producta constituit, ac proinde rectam, quæ prædictum angulum diuidit bifariam, cadere in punctum L, hoc modo ostẽdemus. [c] Quoniam recta ducta LT, cum MT, producta rectos angulos facit, hoc est, æquales, cum angulus LTM, sit in semicirculo: [d] Est autẽ & angulus MTI, hoc est, ei æqualis MTK, angulo ad verticem T, quem MT, KT, productæ efficiunt, æqualis; erit quoque reliquus angulus ITL, reliquo angulo, quem ducta LT, cum KT, producta efficit, æqualis. quod est propositum.

a 27. tertij.
b 31. tertij.
c 31. tertij.
d 15. primi.

SIMILI modo si detur punctum e, intra Verticalem AICK, & ductis rectis ex e, ad vtrumque polum I, K, angulus acutus T e I, secetur bifariam, cadet recta diuidens in punctum L, extremum diametri: Et si ad ductam rectam e L, in e, erigatur perpendicularis, vel (quod idem est) angulus obtusus I e K, bifariam secetur, incidet illa perpendicularis, vel linea diuidens, in punctum M, alterum extremum, Concipiatur enim descriptus parallelus LTMY. Et quia, vt propos. 6. Num. 25. monstratum est, tot gradus apparentes sunt in arcu M e, quot æquales existunt tam in arcu LT, a rectis KT, KL, quam in arcu ex altera parte à rectis e I, MI, productis abscisso; erunt arcus hi abscisi inter se æquales. [e] Igitur anguli, quos recta L e, cum rectis e T, e I, efficit, illis arcubus insistentes æquales erunt; ideoque recta angulum T e I, bifariam partiens, in punctum L, cadet. [f] Cum ergo angulus ad e, in semicirculo L e M, constitutus, rectus sit, cadet perpendicularis ad ductam rectam e L, in punctum M. Porro rectam eM, ductam secare obtusum angulum I e K, bifariam, ac proinde rectam, quæ eum diuidit, cadere in punctum M, ita probabitur. Quoniam ducta recta M e, cum ducta Le, facit angulos æquales, nimirum rectos, [g] cum angulus Lem, in semicirculo rectus sit, [h] Est autem & angulus L e I, hoc est, ei æqualis L e T, angulo ad verticem e, quem L e, T e, productæ efficiunt, ęqualis; erit quoque reliquus angulus M e I, reliquo angulo MeK, æqualis. quod est propositum.

e 27. tertij.
f 31. tertij.
g 31. tertij.
h 15. primi.

EST autem via hæc commodissima. Nam si recta angulum acutum secans bifariam, nimis oblique lineam meridianam intersecet, secabit altera linea angulum

gulum obtusum bifariam secans, eandem minus oblique. Quare per hanc inueniendum tunc erit punctum in linea meridiana, vt v. g. punctum L, per rectam, quæ angulum obtusum, quem recta IT, cum KT, producta efficit, diuidit bifariam. Nam ducto radio AL, ex polo australi A, secante Aequatorem in O, erit recta Oq, diametro PQ, maximi circuli obliqui ducta parallela, diameter vero paralleli; acproinde radius Aq, alterum extremum M, exhibebit. Vel certe si iuncta recta TL, secetur bifariam, & ad angulos rectos, reperietur per lineam diuidentem centrum N, in linea meridiana. Vt autem ea, quæ hoc loco sunt demonstrata, facilius intelligantur, ducendæ erunt rectæ TM, e L, & vnà cum recta KT, perducendæ. Item rectæ TL, eM, iungendæ. quod in hac figura factum non est, vt confusio linearum vitaretur.

Quantum arcum maximi circuli data recta subtendat, inuenire, etiamsi circulus ille maximus non describatur.

EX his facile etiam explorabimus, quantinam arcus circuli maximi data recta terminata sit chorda, etiamsi circulus maximus, in quo chorda est, non describatur, vt in antecedente propos. Num. 8. factum est. Sit enim in Astrolabio, in quo Aequator ABCD, circa centrum E, data recta TI. Fingamus alterutrum, extremorum, nempe I, esse polum, circa quem per alterum extremum T, circulus describendus sit. quod ita fiet. Ducta ex E, centro per punctum I, quod debeat esse polus, recta IEK, reperiatur punctum K, per diametrum puncto I, oppositum, vt propos. 6. Num. 13. docuimus, quod erit alter polus. Ducta igitur ex altero hoc polo, K, ad alterum extremum T, recta KT, secetur angulus ITK, acutus bifariam per rectam, quæ secet rectam IK, in M; vel si mauis, producta recta KT, angulus obtusus ad T, constitutus à recta IT, & producta KT, secetur bifariam per rectam secantem IK, in L: Eritque tam M, quam L, extremum diametri circuli per T, describendi, vt monstratum est. Quoniam vero ex defin. poli, rectæ ex polo ad circumferentiam circuli cadentes æquales sunt;[a] erunt quoque arcus circulorum maximorum inter polum & eundem circulum positi, quorum illæ rectæ chordæ sunt, æquales. Igitur arcus Meridiani IM, IL, & arcus maximi circuli per puncta I, T, descripti, cuius chorda est recta TI, æquales erunt. Ducta ergo ex E, ad IK, diametro perpendiculari AC, si ex alterutro extremorum, vt ex A, per I, M, vel I, L, radii emittantur secantes Aequatorem in b, q, vel b, O, erit arcus apparens IM, vel IL, vero arcui bq, vel bO, æqualis, cum hi veri arcus proijciantur in arcus IM, IL, apparentes. Igitur TI, referet chordam arcus maximi circuli, qui arcui bq, vel bO, æqualis sit.

a 28. tertij.

EODEM modo si T, statuatur polus, circa quem describendus sit circulus per I, ducenda erit ex T, per centrum E, recta, & in ea inueniendum punctum ipsi T, per diametrum oppositum, pro altero polo; deinde ex hoc polo ad I, recta ducenda, angulusque, siue acutus, siue obtusus, quem hæc recta cum data recta IT, efficit, secundus bifariam, vt in ducta recta TE, punctum extremum reperiatur, per quod circulus per I, circa polum T, describendus est. Ducta enim per E, ad iunctam rectam TE, diametro perpendiculari, si ex alterutro eius extremo per T, & punctum in iuncta recta TE, inuentum radii emittantur, abscindent ii ex Aequatore arcum æqualem ei, cuius data recta TI, chorda est, &c.

CAETERVM si commode inueniri possit in recta RS, ad FG, perpendiculari in R, centro Verticalis primarii, centrum Verticalis per T, & I, transeuntis, describatur eiusmodi Verticalis TI, ex centro S, ducaturq; recta SE, quæ datum circulum maximum secabit in V, polo Verticalis TI. Nam cum circulus TI, transeat per I, polum dati circuli, transibit idem datus circulus per polum ipsius TI, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. Cum ergo polus Verticalis TI, sit in recta SE, vt propos. 8. Num. 19. demonstratum est, erit V, polus Verticalis TI.

Igitur

Igitur ductis rectis VT, VT, secantibus Aequatorem in a, X, erit a X, arcus æqualis arcui TI, quod ad numerum graduum attinet, vt liquet ex propos. 5. Num. 17. Huic ergo si æquales arcus abscindamus IL, IM, ex circulo maximo FG, habebimus tria puncta T, L, M, per quę describendus est parallelus quæsitus, cuius centrum est in recta FG. Inueniuntur autem puncta L, M, hoc modo. Ducta recta AI, secante Aequatorem in b, sumantur hinc inde arcus b O, b q, arcui a X, æquales. Rectæ enim A O, Aq, auferent segmenta IL, I M, tot graduum, quot in arcubus b O, bq, ac proinde & in a X, vel T I, continentur, vt ex iis constat, quæ propositione 5. Num. 23. & propositione 1. Num. 6. demonstrata sunt.

ITEM si arcui a X, æqualis fiat a A, abscindet ducta recta V A, ex Verticali T I, arcum Im, arcui a A, vel a X, seu T I. æqualem, transibitque parallelus describendus per m. Si igitur ducta recta Tm, secetur bifariam, & ad angulos rectos, cadet linea diuidens in N, centrum paralleli quæsiti, ex coroll. propositione 1. lib. 3. Eucl. cum recta Tm, sit in eo parallelo. Eodem pacto recta secans iunctam rectam T L, vel TM, bifariam, & ad angulos rectos, in idem centrum N, cadet, in vtraque rectarum T L, T M, in eodem parallelo existat.

IMMO necessarium non est, vt puncta L, M, inueniantur. Si namque ex S, centro Verticalis Tlm, (quod inuenitur per rectam, quæ rectam T I, vel TK, ex dato puncto T, ad alterutrum polorum circuli obliqui ductam diuidit bifariam, & ad angulos rectos) ad datum punctum T, recta ducatur ST, fiatque rectus angulus STN, cadet TN, in centrum N, paralleli quæsiti, vt propos. 8. Num. 13. demonstratum est. Quare circulus ex N, per T, descriptus, erit quæsitus parallelus.

SED commodissimè hac alia ratione per datum punctum T, parallelum dati circuli obliqui describemus. Ducta ex T, puncto dato ad R, centrum Verticalis primarii recta TR, inueniatur duabus rectis T R, R I, (quarum prior est ducta recta, posterior verò semidiameter Verticalis) tertia proportionalis, cui æqualis abscindatur R l. Secta deinde Tl, bifariam in p, excitetur ad Tl, perpendicularis p N. Dico circulum ex N, per T, l, descriptum Thl, parallelum esse obliqui circuli maximi AFCG. Si namque non est, cogitetur parallelus descriptus per T, secans rectam RT, (si possibile est) in alio puncto, quam in l, vt in r. Igitur ex iis, quæ propositione 6. Num. 30. demonstrauimus, erit semidiameter Verticalis RI, medio loco proportionalis inter RT, & Rr. quod est absurdum, cum RI, sit per constructionem inter R T, & Rl, media proportionalis. Sic etiam, si detur punctum l; ducta ex R, per l, recta, & sumpta RT, tertia proportionali duabus RI, RI, describendus erit parallelus per l, T, vt dictum est.

EST autem sciendum, quando punctum datum est extra Verticalem, cuiusmodi fuit punctum T, tertiam proportionalem Rl, minorem esse recta RT; quando autem datum punctum est intra Verticalem, quale est punctum l, tertiam proportionalem RT, maiorem esse recta Rl, quæ ex centro Verticalis ad datum punctum ducitur.

QVADRAT hæc etiam ratio in punctum, quod in recta per centrum dati circuli maximi obliqui, & centrum Astrolabii ducta datur. Vt si datum sit punctum L, si duabus rectis RL, R I, inueniatur tertia proportionalis R M, describendus erit parallelus per L, M, ex medio puncto rectæ LM. Ita quoque si datum sit punctum M, inuenta duabus rectis RM, R I, tertia proportionali RI, de-

Alia descriptio, quando punctum datum est in recta per centrum obliqui circuli maximi dati, & centrum Astrolabii ducta.

RL, describendus erit idem parallelus quæsitus per M, L, &c.

Quando punctū datum est in circumferentia Aequatoris.

QVOD si datum sit punctum in circumferentia Aequatoris, ducenda erit ex eo linea perpendicularis ad lineam meridianam. Nam recta, quæ per intersectionem illius cum meridiana linea ducetur parallela diametro P Q, maximi circuli, cui describendus parallelus æquidistare debet, erit diameter quæsiti paralleli in sphæra: ex qua parallelus describetur, vt propos. 6. traditum est. Ratio huius rei est, quia intersectiones illius paralleli cum Aequatore, & punctum intersectionis eius diametri veræ cum linea meridiana, iacent in vna linea recta, in communi videlicet sectione plani paralleli cum Aequatoris plano, vt propositione 6. Numero quarto ostendimus. Cum ergo perpendicularis illa ad meridianam lineam ex dato puncto ducta, sit communi illa sectio, (quandoquidem, vt ibidem demonstratum est, communis sectio perpendicularis est ad meridianam lineam, transitque ex hypothesi per punctum datum in Aequatoris circumferentia, cum per illud parallelus transire debeat.) erit punctum intersectionis dictæ perpendicularis cum linea meridiana illud, per quod diameter propositi paralleli ducenda est. Vt si data esset alterutra intersectionum paralleli L T M, cum Aequatore, secaret recta ex eo puncto ad FG, perpendicularis ipsam FG, in puncto, per quod diameter Oq, dicti paralleli ducta est.

Per punctum vtcunque datum, parallelum Aequatoris describere.

4. AD extremum, sit per datum pūctum T, vbicunque existat, describendus parallelus Aequatoris. Fiet hoc sine vllo labore, si ex E, centro Astrolabii per T, circulus TYg, describatur, cum omnes paralleli Aequatoris, idem cùm Astrolabio centrum possideant, vt propos. 2. Num. 6. demonstrauimus.

Alia descriptio paralleli obliqui per datum punctum.

BENEFICIO autem huius paralleli Aequatoris per datum punctum T, descripti, describemus alio modo per idem punctum parallelum obliquum. Si enim ex A, polo australi ducatur recta ad intersectionem paralleli Aequatoris cum recta FG, secabit ea Aequatorem in declinatione illius paralleli, vt v.g in dato exemplo, in a, puncto, per quod ducta parallela ipsi FG, diameter erit eiusdē paralleli. Deinde per datum punctum T, ducta TZ, ad FG, perpendiculari, emittatur ex A, ad Z, radius visualis. Vbi enim is diametrum paralleli Aequatoris per punctum a, in dato exemplo transeuntem secabit, per illud punctum sectionis ducenda est recta Oq, diametro PQ, maximi circuli obliqui parallela pro diametro vera paralleli obliqui describendi. Quoniam enim TY, communis sectio est paralleli Aequatoris TYg, & paralleli obliqui per T, describendi, vt ex iis, quæ propos. 6. ad finem Num. 4. demonstrauimus, liquet; erit punctum Z, tam in parallelo Aequatoris, quam in parallelo obliquo. Cum ergo punctum Z, visum respondeat puncto vero in Meridiano, atque adeo puncto diametri paralleli, per quod radius AZ, eiicitur, cum hoc punctum appareat in Z; transibit per idem punctum in Meridiano parallelus obliquus, ac proinde per illud diameter paralleli obliqui ducenda erit. Inuenta autem vera diametro Oq. paralleli obliqui, abscindent radii AO, Aq, diametrum eius visam LM, circa quam parallelus obliquus describendus erit.

Per datum punctum describere parallelum maximi circuli per mundi polos ducti.

5. FACILIVS per datum punctum describetur parallelus maximi circuli per mundi polos ducti. Repræsentet enim recta BED, circulum maximum per polos mundi ductum, quam ad rectos angulos secet diameter AEC, quæ referet eius Meridianum, in quo omnia centra parallelorum circuli maximi BD, existent, vt ex iis, quæ propos. 7. demonstrauimus, constat. Sit ergo primum in Aequatore datum punctum F. Ducta recta DF, secante AC, in G, sumatur arcui BF, æqualis arcus DH. Circulus enim FGH, per tria puncta F, G, H, ex centro I, descriptus

ſcriptus parallelum maximi circuli BD, referet, vt ex iis perſpicuum eſt, quæ propoſ.7. demonſtrauimus.

SIT deinde datum punctum K, intra Aequatorem. Deſcripto ex E, per K, parallelo Aequatoris KLM, deſcribatur eius oppoſitus POQ. quod facile fiet, ſi per L, ducto radio CLN, ſecante Aequatorem in N, ducatur ex A, per N, radius ANO, ſecans DB, in O. Nam EO, erit ſemidiameter oppoſiti paralleli, vt conſtat ex ijs, quæ propoſitione 4. Num.6. demonſtrata ſunt. Nam arcus BN, æqualis eſt illi, quem radius AL, abſcinderet, ſi ductus eſſet. Ducta autem recta EK, ſecante in P, parallelum POQ, vt arcus OP, LK, ſimiles ſint; ſi arcubus RK, SP, æquales ſumantur RM, SQ; erit circulus PKMQ, ex centro I, deſcriptus, parallelus, qui quæritur: propterea quod in ſphæra eiuſmodi parallelus ex oppoſitis parallelis Aequatoris æquales arcus abſcindit, quippe cum arcus abſciſſi habeant ſinus rectos æquales, nimirum perpendiculares, quæ ex interſectionibus illius paralleli cũ parallelis Aequatoris equalibus, & oppoſitis, in planum circuli maximi demittũtur: quandoquidem inter plana parallela iacet, vt ad finem Lẽmatis. 48. demõſtrauimus. Cum ergo quatuor arcus OP, LK, TM, VQ, referant arcus æquales in ſphæra, parallelus per K, deſcriptus tranſibit quoque per P, M, Q. quod eſt propoſitum.

SIT rurſus datum punctum P, extra Aequatorem. Deſcripto ex E, per P, parallelo Aequatoris POQ, deſcribatur eius oppoſitus KLM. quod fiet, ſi per O, ducto radio AO, ſecante Aequatorem in N, ducatur radius CN, ſecans BD, in L. Nam EL, ſemidiameter erit oppoſiti paralleli. Ducta autem recta EP, ſecante parallelum KLM, in K; ſi arcubus OP, LK, æquales ſumantur VQ, TM, tranſibit parallelus quæſitus per P, K, M, Q. &c.

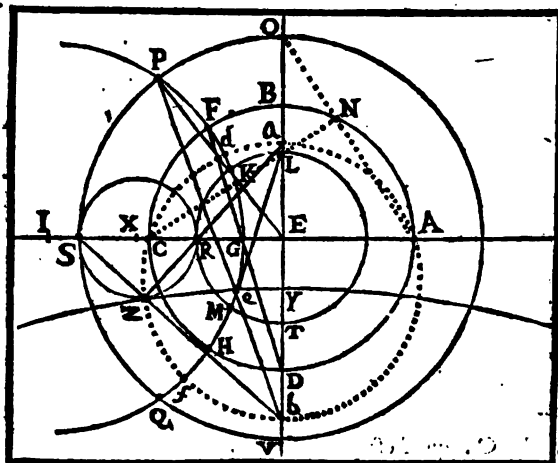
QVOD ſi per punctum R, quadrante diſtans in parallelo Aequatoris KLM, à maximo circulo BD, deſcribendus ſit parallelus, tranſibit is neceſſario per punctum quoque S, quadrante diſtans in parallelo POQ, ab eodem circulo maximo BD. Diuiſa ergo recta RS, bifariam in X, erit circulus ex X, per R, S, deſcriptus, parallelus, qui deſideratur, tangetque duos parallelos KLM, POQ, quemadmodum in ſphæra contingit. Sic parallelus deſcribendus per S, tranſibit per R, &c.

SIT datum denique punctum G, in recta AC. Ducta recta DG, ſecante Aequatorẽ in F, ſumatur arcui BF, arcus DH, æqualis. Circulus enim FGH, per

Xxx tria

per tria puncta F, G, H, descriptus, erit parallelus quæsitus.

Qua ratione circuli maximi, & paralleli obliqui, per parallelos maximi circuli per mundi polos ducti, in gradus distribuantur.

IAM verò vt videas, quam commode per huiusmodi parallelos obliqui paralleli diuidantur in gradus, vt ad finem propositionis 6. scripsimus: sit parallelus obliquus YZ, tanto spatio distans à suo polo inferiore, quanto parallelus Aequatoris KLM, à polo boreali, vel POQ, ab australi abest: & eius Verticalis primarius sit a Cb, auferens ex eo quadrantẽ YZ. Vbi vides, parallelum RZS, per finem quadrantis LR, vel OS, descriptum, qui tangit vtrumque parallelum Aequatoris, auferre eundem quadrantem YZ, & parallelum ipsum YZ, tangere in Z, quemadmodum in sphæra idem parallelus RZS, tres circulos æquales KLM, POQ, YZ, tangit. Ita quoque cernis, rectam a R, ex a, polo superiore paralleli YZ, per finem quadrantis TR, paralleli Aequatoris borealis ductam transire per finem eiusdem quadrantis YZ. Item rectam bS, per finem quadrantis OS, paralleli Aequatoris australis eductam transire quoque per finem eiusdem quadrantis YZ, vt ratio postulat, quemadmodum propos. 6. Num. 21. & 24. demonstratum est. Rursus apparet, parallelum PGQ, auferre arcũ Ye, æqualem, quod ad numerum graduum attinet, tam arcui TM, quã arcui OP; cum eundem arcum Ye, abscindat tam recta aM, ex polo superiore, quã recta bP, ex inferiore polo educta. Constat autem ex ijs, quæ prop. 6. Num. 21. & 24. demõstrata sunt, arcum Ye, arcubus TM, OP, æqualem esse.

Demonstratio alia facilis primi modi diuidendi circulos obliquos in gradus, qui ex Lemmate 23. pendebat.

EADEM ratione idẽ parallelus PGQ, ex circulo maximo obliquo AaCb, qui polos habet in recta OV, abscindit duos arcus æquales ad, bf, respondentes nimirum arcubus Aequatoris æqualibus BF, DH. Atque ita semper parallelus, cuius polus C, vel A, tam ex maximo circulo obliquo, quam non maximo, polos habente in recta OV, abscindet duos arcus æquales, initium sumentes à linea OV, per centrum obliqui circuli ducta ex centro Astrolabij.

NEQVE verò silentio prætereundum censeo, modum hunc diuidendi circulos obliquos in gradus per circulos varios per terna puncta descriptos, quem propos. 6. Num. 36. explicauimus, virtute continere primum modum, quo tam maximi circuli obliqui, quam eorum paralleli in gradus distribuuntur per rectas lineas ex alterutro polorum circuli obliqui propositi egredientes: quem propos. 5. Num. 17. & 20. & propos. 6. Num. 21. & 24. declarauimus, & qui ex Lemmate 23. demonstratus fuit. Nam si in sphæra concipiatur

arcus

arcus proprij Meridiani dati circuli obliqui inter polum eiusdem circuli obliqui siue superiorem, siue inferiorem, & polum mundi australem positus diuidi bifariam per circulum maximum ad eundem Meridianũ rectum, existet in hoc maximo circulo perpendiculari polus cuiusdam circuli non maximi per assumptum polum circuli obliqui, & polum australem mundi, ac per datum quoduis punctum in Aequatore, vel eius parallelo transeuntis, qui ex maximo dato circulo obliquo, vel ex eius parallelo, qui parallelo Aequatoris æqualis sit, vt propos. 6. Num 21. dictum est, arcum æqualem aufert ei, quem ex Aequatore, vel eius parallelo abscindit, vt in Lemmate 47. demonstratum est; cum eius polus existat in circulo illo maximo perpendiculari, à quo in proprio Meridiano æqualiter absunt polus circuli obliqui, & polus mundi australis. Quare idem hic circulus in Astrolabio descriptus idem efficiet. Cum igitur proiiciatur in lineam rectam, vt propositione 1. ostendimus, quippe qui per polum australem ducatur, referet eum circulum linea recta per polum circuli obliqui assumptum, hoc est, per polum superiorem, inferioremvè, atque per datum punctum Aequatoris, vel eius paralleli extensa; ac propterea ex circulo dato maximo, vel eius parallelo, qui assumpto parallelo Aequatoris respondet, arcus æquales, quod ad numerum graduum attinet, abscindet, quemadmodum in primo modo prædicto fieri docuimus. Initia porrò arcuum abscissorum sumenda sunt, vt in Lemmate 47. scripsimus. Dici hæc debuissent prop. 6. Num. 36. sed quia hoc primum loco occurrerunt, non præmittenda censuimus.

6. VERVM sit iam in priore figura circa datum polum I, & per datum punctum T, describendus circulus, [a] qui parallelus erit maximi circuli, cuius polus est quoque I. Ducta per I, & centrum Astrolabij E, recta, erit in hac centrum circuli describendi, vt propositione 8. Num. 19. ostendimus; quam ad rectos angulos secet diameter AC. Inuento autem altero polo K, si ducatur recta TK, & ducta recta TI, fiat angulo TIF, angulus KIe, æqualis, transibit circulus quæsitus per e, & recta iN, diuidens Te, bifariam, & ad angulos rectos, cadet in N, centrum, vt Num. 3. demonstratum est. Rursus si, inuento centro R, circuli AIC, hoc est, puncto medio rectæ IK, recta ducatur TR, & duabus TR, RI, tertia proportionalis reperiatur RI, transibit idem circulus per l, & recta pN, diuidens Tl, bifariam, & ad angulos rectos, cadet in N, centrum, vt ibidem ostendimus.

a 2. 2. Theo.

Circa datum polum describere circulum, siue punctum detur, per quod transire debeat, siue non.

SI datum punctum sit L, per quod recta EI, extensa transit, ducemus radiũ AI, cadentem in polum verum b; & ducto radio AL, secante Aequatorem in O, sumemus arcui bO, arcum bq, æqualem. Ducta enim recta Aq, secabit FK, in M, puncto, per quod circulus quæsitus transibit, cum arcus IL, IM, respondeant arcubus æqualibus bO, bq, &c. Punctum ergo N, medium diametri visæ LM, erit centrum.

QVOD si detur solum polus I, circa quem describendus sit circulus quantuscunque, non dato puncto, per quod transire debeat; ducemus radium AI, cadentẽ in polum verum b. Si enim accipiantur duo arcus vtcunque æquales bO, bq, dabunt radii AO, Aq, diametrum visam circuli describendi LM, &c. Et si quidem ducta recta Oq, (quæ diameter vera est quæsiti circuli) transeat per centrum E, circulus descriptus erit maximus, transibitque per A, C, cum eius diameter vera per centrum transeat: Si verò non transeat per E, erit circulus descriptus, non maximus.

QVANDO datus polus est in circumferentia Aequatoris, nimirum C, in figura posteriore, describendus erit parallelus maximi circuli BD, per quoduis

punctum assumptum P, vel F, vel K, vel G, &c. ad libitum, vt Num. 5. docuimus.

SI forte datus sit alter polus K, extra Aequatorem, inuestigandus erit oppositus I, intra Aequatorem, & cætera peragenda, vt dictum est.

IN posteriore figura res absoluetur, vt Num. 5. diximus, cum omnes illi paralleli circa polos C, A, descripti sint.

Dato puncto in quouis parallelo, oppositum punctũ per diametrum eiusdẽ visum reperire, etiamsi parallelus descriptus nõ sit.

7. IAM verò si dato puncto in parallelo obliquo, siue descriptus ille sit, siue non, punctum per diametrum in eodem oppositum reperire quis velit, (Id quod propositione 6. Num. 13. facturos nos hoc loco recepimus, efficiet) id hac ratione. Sit primum in parallelo descripto LTM, in priore figura, punctum datum T, cui oppositum inueniendum est, hoc est, quod in sphæra dato puncto T, opponitur per diametrum. Iungatur recta hK, quæ repræsentabit illam diametrum paralleli, quæ in sphæra communis sectio est paralleli, & Verticalis primarij. Et quia in sphæra omnes diametri eiusdem paralleli se intersecãt in Meridiani plano, cernentur omnes eius diametri transire per n. punctũ Meridiani, per quod duci conspicitur h k. Quare ducta recta Tn, cadet in punctum oppositũ m, hoc est, Tm. repræsentabit diametrum paralleli per puncta opposita T, m, ductam. Quod Geometricè quoque sic demonstrari poterit. Quoniam recta RI, secans arcum hIk. bifariam in I, secat quoque rectam hk, bifariã in n, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. ᵃ secabit eadem RI, eãdem hk, ad angulos rectos. ᵇ Cum ergo rectangulum sub Tn, nm, æquale sit rectangulo sub hn, nk, erit idem æquale quadrato rectæ nh: ᶜ Est autem eidem quadrato æquale quoque rectangulum sub In, nK, quod ex scholio propos. 13. lib. 6. Eucl. recta nh, sit media proportionalis inter In, nK. Igitur rectangula sub Tn, nm, & sub In, n K, æqualia sunt; ac proinde ex scholio propositionis 35. lib. 3. Eucl. per quatuor puncta T, I, m, K, circulus describi poterit T I m K. qui cum sit Verticalis, (quippe qui per polos Horizontis I, K, ducatur) secabit parallelum in punctis oppositis, ᵈ cum eum secet bifariam. Igitur punctum m, per diame-

a 3. tertij.
b 35. tertij.
c 17. sexti.
d 1. 15. Theo.

diametrum opponitur puncto T, in parallelo.

IDEM punctum oppositum facilius reperietur per Verticalem, qui per datum punctum describitur, & per polos I, K, quando eiusmodi Verticalis commode describi potest. Hic enim vt proximè diximus, secabit parallelum in puncto opposito.

SIT deinde datum punctum Y, in parallelo, qui nondum sit descriptus, cui oppositum punctum inueniendum est. Ducta YT, ad FG, perpendiculari, sumatur ZT, ipsi ZY, æqualis, eritque punctum T, in eodem parallelo. Iuncta verò recta recta RT, sit R l, tertia proportionalis duabus RT, RI. Dico l, punctum opponi dato puncto Y. Nam descripto parallelo LTM, transibit is necessario per l, propterea quod, vt propos. 6. Num. 30. monstratum est, parallelus ex recta RT, abscindit duabus RT, RI, tertiam proportionalem, qualis fuit Rl. Quia verò arcus hl, hT, æquales sunt, quod ad numerum graduum spectat, vt ex propositione 6. Num. 26. liquet, & arcus hM, hL, quadrantes referunt, erunt quoque arcus LM, TL, æquales: Sed TL, arcui YL, æqualis est. Igitur & lM, ipsi YL, æqualis erit, additoque communi arcu YM, toti arcus LYM, lMY, æquales erunt. Cum ergo LYM, semicirculus sit, erit & lMY, semicirculus, ideoque punctum l, puncto Y, per diametrum opponitur in parallelo LTM. quod est propositum. Eodem pacto, si detur punctum m, & ducta perpendiculari mt, sumatur tl, ipsi tm, æqualis, & recta Rl, per l, extensa, accipiatur duabus Rl, RI, tertia proportionalis RT, erit T, punctum per diametrum puncto dato m, oppositum.

SED punctum idem oppositum reperietur facilius, si, quando commodè id fieri potest, Verticalis TIK, per datum punctum T, & per polos paralleli I, K, describatur. Hic enim per punctum oppositum transibit. Quare si arcui TI, arcus æqualis abscindatur Im, per ea, quæ propositione 5. Num. 18. scripsimus, erit m, quæsitum punctum oppositum.

PROBL. XVI. PROPOS. XIX.

PER datum punctum in circumferentia dati circuli non maximi in Astrolabio, circulum maximum describere, qui datum circulum tangat.

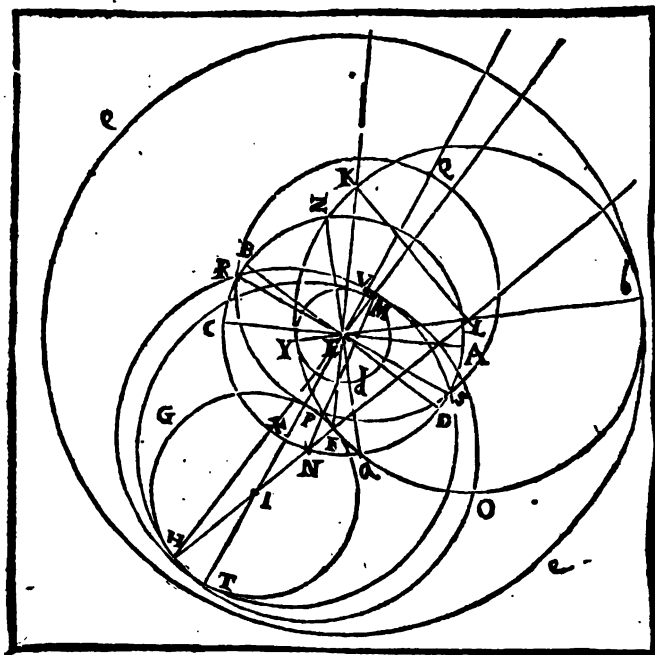
1. HAEC est prop. 14. lib. 2. Theod. quam in Astrolabio sic absoluemus. Sit Aequator Astrolabii ABCD, circa centrum E, & quilibet circulus non maximus FGH, cuius centrum I, datumque in eo punctum F. Ducta per F, & per circuli centrum I, recta IF, & quantumlibet protracta, ducatur quoque per F, & Astrolabii centrum E, alia recta FEK, in qua reperiatur punctum K, puncto F, oppositum, vt propos. 6. Num. 13. docuimus: quod facile fiet, si ducta diametro AC, ad FK, perpendiculari, circa tria puncta A, F, C, circulus describatur. Hic enim secabit FEK, in puncto K, opposito. Deinde angulo KFL, æqualis fiat FKL, [a] eruntque rectæ FL, KL, æquales. Descriptus ergo circulus ex L, per F, transibit per K, tangetque circulum datum in F, propterea quod recta in F, faciens cum vtraque semidiametro IF, LF, angulos rectos, tanget vtrumque circulum in F, ex coroll. propositionis 16. lib. 3. Eucl. Idem verò cir-

Per datum punctum in circulo non maximo, circulum maximum, qui eum tangat, describere.

a *6. primi.*

rò circulus est quoque maximus, cum per duo puncta opposita F, K, descriptus sit.

SIC etiam, si detur punctum H, ducemus per illud, & per centrum I, rectam HI. Item per H, & centrum E, rectam HEM, punctoque H, oppositum inueniemus M: quod etiam fiet, si ducta diametro BD, ad HM, perpendiculari, per tria puncta B, H, D, circulus describatur. Hic enim secabit HM, in puncto M, opposito. Deinde angulo MHN, æqualem constituemus HMN, [a] eruntque rursum æquales rectæ HN, MN. Descriptus ergo circulus ex N, per H, transibit per M, tangetque circulum datum in H, ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. Vel propterea quod recta faciens in H, cum HI, angulos rectos, vtrumque circulum

a 6. primi.

tangit, ex coroll. propos. 16 lib. 3. Eucl. Idem vero circulus est quoque maximus, cum per duo puncta H, M, opposita descriptus sit.

Quando datum punctum est in recta per centrũ circuli dati, & centrum Astrolabii ducta, idem efficere.

2. QVOD si quando accidat, datum punctum P, vel T, in tali esse situ, vt recta per ipsum, & per centrum I, emissa transeat per centrum E, cuiusmodi est recta TIPE, absoluemus problema, si ducta diametro RS, ad TE, perpendiculari, per tria puncta R, P, S, circulum describamus RPSQ, ex centro V. Hic enim maximus erit, ex scholio propos. 5. Num. 9. tangetque in P, circulum datum. Eodem modo circulus RTSV, per tria puncta R, T, S, ex centro X, descriptus, maximus erit, datumque circulum in T, continget.

Quando datum punctũ est in circumferentia paralleli Aequatoris, idem exequi.

3. DENIQVE si circulus datus fuerit vnus parallelorum Aequatoris, qualis est Yd, & datum punctum Y, ducemus ex Y, per centrum E, rectam YEB, eamque

eamque ad angulos rectos secabimus per diametrum Za. Circulus enim ex centro L, per tria puncta a, Y, Z, descriptus a YZb, maximus erit, parallelumq; tanget in Y. ex scholio propositionis 13. lib. 3. Eucl. Sic etiam, dato parallelo Aequatoris be, & puncto b, ducemus ex b, per centrum E, rectam bE, & ad eam excitabimus diametrum a Z, perpendicularem. Nam rursum circulus abZY, ex L, per tria puncta a, b, Z, descriptus, erit maximus, ac parallelum in b, tanget. quod est propositum:

SED facilius hoc efficiemus, si ducta recta Yb, per centrum E, ex puncto dato Y, in parallelo Yd, vel ex b, dato puncto in parallelo be; parallelo Yd, oppositum parallelum be, vel parallelo be, oppositum parallelum Yd, describamus. Secta enim recta Yb, bifariam in L, descriptus circulus abZY, ex L, per Y, vel b, vtrumqe parallelum continget.

PROBL. XVII. PROPOS. XX.

PER datum punctum extra circumferentiam dati circuli non maximi, quod sit inter ipsum, & alium circulum eidem æqualem, & parallelum, circulum maximum describere, qui datum circulum tangat.

1. HAEC est propos. 15. lib. 2. Theod. quæ sic absoluetur in Astrolabio. Sit Aequator Astrolabii ABCD, cuius centrum E, & circulus non maximus datus HN, siue parallelus sit Aequatoris, siue alterius circuli maximi, & primum portio sphæræ intra ipsum comprehensa sit hemisphærio minor: (quod tunc erit, quando circulus vel totus intra Aequatorem, vel totus extra continetur, eum tamen non ambiens, vel quando minor eũ non bifariam secat, dũmodo portio Aequatoris intra eundem circulum exista t, vt in scholio prop. 6. Num. 9. ostendimus.) sitque datum extra circumferentiam dati circuli, & extra ipsum circulum, punctum F, inter datum circulum, & eius parallelum oppositum, per quod describendus sit circulus maximus tangens datum circulum. Ducta ex F, per E, centrum Astrolabii recta FG, reperiatur ex propositione 6. Num. 13. punctum G, puncto F, oppositum, quod necessario extra datum circulum existet, si F, extra eundem existit, & inter eũ, eiusq; parallelum oppositum. Nam si intra ipsum esset; punctum F, intra parallelum oppositum existeret, non autem inter duos illos parallelos oppositos. quod est contra hypothæsim. Si enim G, esset in portione sphæræ, hemisphærio minore, quam videlicet circulus datus HN, abscindit, esset eius punctum oppositum F, in opposita portione sphæræ hemisphærio etiam minore, quam nimirum parallelus oppositus intra se comprehendit. Transeat autem primum recta FG, per centrum dati circuli, quod quidem semper contingit in parallelis Aequatoris, cum idem sit centrum Aequatoris, eiusque parallelorum; in aliis autem circulis non maximis non semper id accidit. Et quoniam maximus circulus per F, describendus transit quoque per G, punctum oppositum, describemus per ea, quæ ad initium Lemmatis 41. demonstrauimus, per duo puncta F, G, extra datum circulum existentia, circulum tangentem, hoc scilicet modo. Secta recta FG, bifariam in L, eriga-

Per datum punctum extra circũferentiam circuli non maximi, inter ipsum circulum, & eius oppositum parallelum, ita vt recta coniungẽs datum punctum & cẽtrum Astrolabii trãseat per dati circuli centrum, circulum maximũ describere, qui eum tangat.

L, erigatur perpendicularis LK, ad FG, eritque centrum circuli describendi in recta KL, ex coroll. propos. 1. lib. 3. Eucl. quod sic reperiemus. Descripto semicirculo FBG, ex L, erigemus ad FG, in E, centro circuli dati perpendicularẽ EB, (transibitq; necessario semicirculus FBG, per intersectionem rectæ EB, cum Aequatore, ex scholio propositionis 31. lib. 3. Eucl. quod, ducta recta FB, alter polus G, per lineam perpendicularem ad FB, inueniatur, vt propos. 6. Num. 13. docuimus.) ductaque recta BN, ex B, ad alterutram extremitatem diametri circuli dati, nimirum ad N, constituemus angulo GNB, æqualem angulum NBQ, eritque EQ, maior, quam recta EL, vt in Lemmate 41. prædicto monstratum est. Descripto ergo ex centro E, dati circuli per Q, arcu circuli secante perpendicularem KL, in K, P, erit KEH, semidiameter, & K, centrum circu-

li FHG, per F, G, transeuntis, & datum circulum tangentis in H, ex vna parte rectæ FG: at P, centrum erit circuli alterius datum circulum tangentis ex altera parte rectæ FG, in extremo puncto rectæ ex P, per E, vsque ad circumferentiam dati circuli ductæ, vt in Lemmate 41. prædicto demonstratum est.

NON aliter problema absoluemus, si datum sit punctum G, extra dati circuli HN, circumferentiam, cum eadem conditione. Ducta enim rursum ex G, per E, centrum Astrolabii recta GF, inuentoque puncto F, opposito, quod etiam erit extra circulum, si G, sit extra eundem, & inter ipsum, eiusque parallelum oppositum; describemus circa GF, ex eius puncto L, medio semicircu lum

lum GBF, & ex L, E, perpendiculares excitabimus LK, EB. Transeat autem rursum recta GF, per centrum dati circuli. Ducta igitur ex B, ad extremum N, verbi gratia, recta BN, reliqua perficiemus, vt prius.

2. SIT deinde datus circulus non maximus MIO, & portio sphæræ intra ipsum, & polum arcticum E, hemisphærio maior: (quod tunc continget, quãdo circulus vel totum Aequatorem ambit, vel eum non bifariam secat, dummodo maior portio Aequatoris intra eundem circulum includatur, vt in scholio propositionis 6. Num. 9. ostendimus.) datum autem punctum sit F, extra dati circuli circumferentiam, & intra ipsum existens. Transeat rursum recta ex F, per E, centrum Astrolabii ducta, per centrum circuli, inueniaturque pun-

ctum G, ipsi F. oppositum, quod etiam intra datum circulum erit. Si enim caderet extra, esset punctum F, intra parallelum oppositum, non autem intra datum circulum, & eius parallelum oppositum, æqualemque, quod est contra hypothesim. Nam si G, esset extra circulum MIO, hoc est, in portione minore hæmisphærio, quæ videlicet extra circulum continetur, esset eius punctum oppositum F, in opposita portione sphæræ, quæ scilicet intra parallelum oppositum existit. Secta ergo recta FG, bifariam in L, descriptoque semicirculo FBG, circa FG, ex L, excitentur ad FG, perpendiculares LK, EB. Ducta deinde ex B, ad extremitatem O, verbi gratia, diametri circuli dati, recta BO, fiat angulo BOF, æqualis angulus OBQ, eritque rursum EQ, maior quam EL,

 vt in

vt in Lemmate 41. monstratum est. Descripto autem ex E, centro dati circuli per Q, arcu circuli secante perpendicularem KL, in K, P, erit K, centrum circuli FIG, datum circulum tāgentis in I, extremo puncto rectæ EK, vsque ad circumferentiam dati circuli productæ ex vna parte rectæ FG: at P, centrum erit alterius cuiusdam circuli datum circulum ex altera parte rectæ FG, tangentis in puncto extremo rectæ EP, vsq; ad circumferentiam dati circuli productæ vt in prædicto Lemmate 41. ostēdimus.

EODEM modo procedemus, si datum punctum sit G, intra datum circulum, qui portionē hæmisphærio maiorem contineat. Ducta enim rursum ex G, per E, centrum Astrolabii GF, inuentoque puncto opposito F, quod etiam intra circulum erit, si G, sit inter ipsum circulum, eiusque parallelum oppositum: reliqua absoluemus, vt prius, si modo recta FG, transeat quoque per centrum dati circuli.

Per datum punctum extra circūferentiam circuli non maximi, inter ipsum circulum, & eius oppositum parallelum, ita vt recta coniungens datū punctum, & centrum Astrolabii non transeat per dati circuli centrum; circulum maximum, qui eum tangat, describere.

3. PRAETEREA sit datus circulus non maximus IMO, includens portionē sphæræ hæmisphærio minorē, cuius cētrum H. Recta autem ex F, dato puncto extra circumferentiam dati circuli per E, centrum Astrolabij educta non transeat per centrū H, siue eadem circulum secet, siue non. Inuēto ergo puncto G, quod dato pūcto F, opponitur, describēdus erit maximus circulus per duo pūcta F, G, opposita, tāgens datum circulū. quod per Lemma 41. sic fiet. Ducta ex dato puncto F, ad centrum H, recta FH, describatur ex medio eius pūcto S, per H, arcus circuli secans datum circulū in I; & ducta recta FI, inueniatur duabus rectis GF, FI, tertia proportionalis FK; cadetque punctum K, aut citra G, aut vltra G. Vbicumque tandem existat, ducta recta KH, describatur ex medio eius puncto L, circulus per H, secans datum circulum in O, N. Si igitur ducatur ex dato puncto F, per O, punctum propinquius puncto I, recta FO, vsque ad circumferentiam in punctum M, circulus per tria puncta F, G, M, descriptus ex centro Q, quod est in perpendiculari QR, secante FG, bifariam, tanget datum circulum in M, vt in

vt in Lemmate 41. demonstratum est. Si vero ex eodem puncto F, dato ad punctum N, longius distans ab I, recta F N, ducatur secans circumferentiam dati circuli in P, circulus per tria puncta F, G, P, descriptus ex centro R, quod etiam existit in perpendiculari Q R, secante F G, bifariam, tanget eundem circulum datum in P, vt in eodem Lemmate 41. ostensum est.

4. NON aliter per idem Lemma 41. circulum tangentem describemus, si circulus datus non maximus maiorem portionem hemisphærio includat, ac proinde, vt paulo ante Num. 2. ostendimus, tam datum punctum, quam eius oppositum intra eundem circulum existat; vt eo in Lemmate demonstratum est, quando duo puncta intra circulum data fuerint. Sit enim circulus datus non maximus K L M N, cuius centrum O, includens sphæræ portionem hæ-

misphærio maiorem: Et recta ex F, puncto intra circulum dato per E, centrum Astrolabii ducta non transeat rursum per centrum O. Inuento ergo puncto G, quod per diametrum puncto F, opponitur, erit quoque G, intra datum circulum, vt Num. 2. diximus. Describendus ergo est circulus maximus per duo puncta F, G, per diametrum opposita, tangens datum circulum. quod per Lemma 41. sic fiet. Tribus rectis F G, F H, Fe, inuenta quarta proportionali FI, cadet necessario punctum I, extra datum circulum, vt ibidem demonstrauimus. Ducta ex I, ad centrum O, recta I O, eaque bifariam secta

in P, describatur ex P, per O, circulus secans datum circulum in L, M. Si igitur ex L, per F, ducatur recta secans datum circulum in N, tanget circulus per tria puncta F, G, N, descriptus, (cuius centrum Q, erit in recta QR, secante rectam F G, bifariam, & ad angulos rectos) interius datum circu-

lum in N, vt in Lemmate 41. demonstratum est. Pari ratione si ex M, per F, recta extendatur secans datum circulum in K, circulus per tria puncta F, G, K, ex centro R, (quod in eadem recta Q R, secante F G, bifariam, & ad angulos rectos existit.) descriptus, datum circulum tanget in K, vt in eodem Lemmate 41. ostendimus. Quod est propositum.

SCHOLIVM.

Materia Astrolabii qua esse debeat.

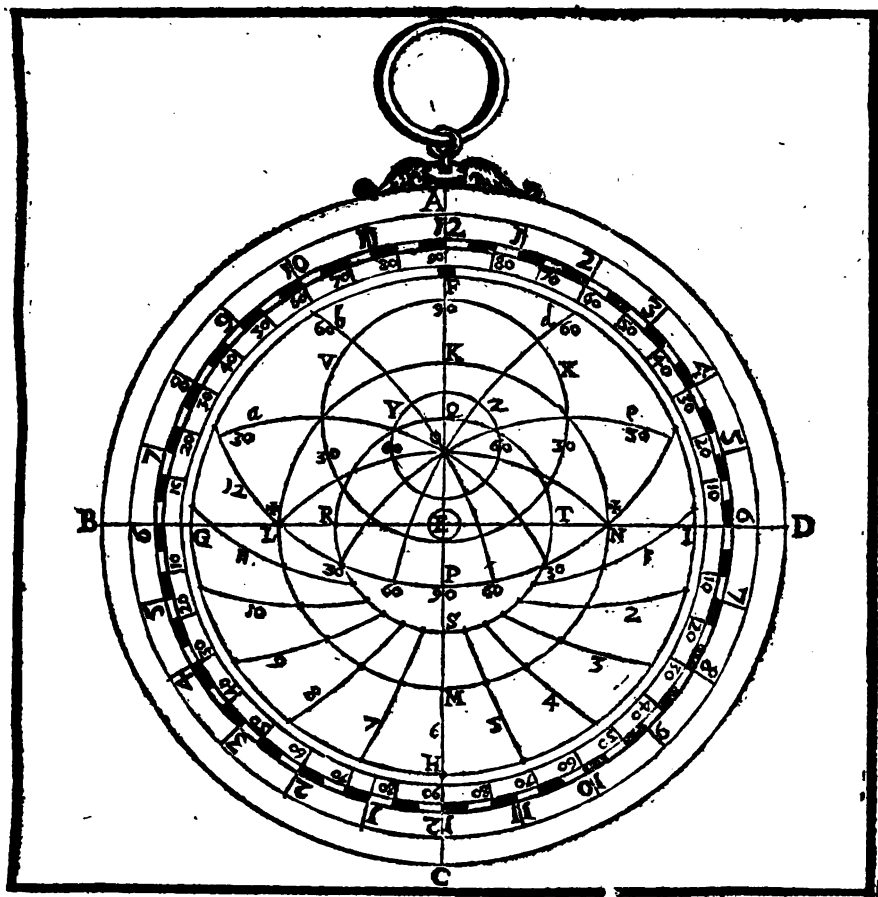
1. EXPLICEMVS iam, qua ratione instrumentum, in quo Astrolabium descriptum sit, construatur. Paretur igitur ex orichalco, vel cupro, vel alia materia solida, circulus ABCD, cuius centrum E, tantæ magnitudinis, quantam instrumentũ habere cupimus: qui ex vna parte excauetur circulariter, relicto limbo, vt in eo numerus horarum, & graduum describi possit, ex altera vero parte accuratissime complanetur. Deinde praparentur aliquot circulares laminæ æneæ, vel cupreæ tantæ magnitudinis, vt commode intra partem excauatam collocari possint, & tot, vt concauitatem expleant.

Hæ

Hæc pars excauata cum limbo, & laminis, quas tympana vocare solent, dicitur à scriptoribus Facies Astrolabij, & eius pars concaua intra lymbum contenta, Mater: altera vero pars, Dorsum Astrolabij appellatur.

Facies Astrolabii quæ. Dorsum Astrolabii quod.

2. *FACIES ergo sic construatur. Limbus quatuor circulis ex eodem centro faciei descriptis diuidatur in tria spatia: In exteriore diuiso in 24. partes æquales describatur numerus horarum, vt in figura apparet; spatium medium secetur in 360. gradus,*

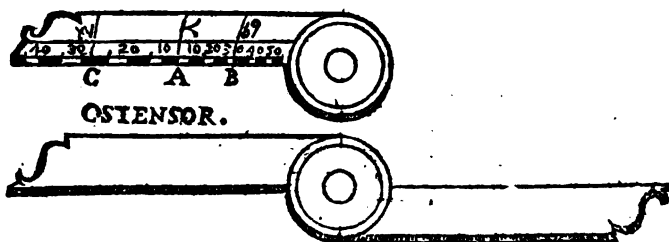
Faciei Astrolabii constructio.

initio facto à recta BD: in tertio denique, & interiore spatio apponantur numeri graduum, quorum initium sit in recta BD, ita vt grad. 90. terminetur ad vtramq; partem rectæ AC.

Limbi constructio in facie Astrolabii.

3. *DEINDE in laminis æneis ad hoc negotium præparatis describantur tropicus ♑, FGHI; Aequator KLMN; & tropicus ♋, QRST, ex data magnitudine*

Tympanorum in facie Astrolabii constructio.

describi poterunt, si placet, circuli domorum cælestium, ut propos. 10. traditum est, & circuli horarum ab ortu, vel occasu Solis, quos hic describendos esse non censuimus, ne figuram tanta linearum multitudine confunderemus. Quemadmodum autem in una lamina circuli prædicti descripti sunt pro data poli altitudine, vel pro data latitudine loci, sic in alijs delineandi ijdem erunt pro alijs poli altitudinibus, quæ nimirum magis usui futuræ creduntur. Ad extremum in una sola, in qua Aequator & tropici sint tantummodo descripti, Eclipticam designabimus in signa, & gradus exquisitissimè distributam, una cum stellis nonnullis, resectis tamen partibus superfluis, ad instar retis cuiuspiam, ita ut relinquantur tantummodo Ecliptica cum nominibus signorum, & numeris graduum, & cacumina stellarum. Solet autem in singulis laminis relinqui denticulus quidam prope superiorem partem F, qui in foramen limbi iuxta idem punctum F, immittatur, ne lamina ipsæ ad motum retis circumducantur, sed eundem semper situm obtineant: Sola retis lamina hoc denticulo carebit, ut libere circa centrum E, circumuolui possit: in quem finem circa centrum E, excindendus est circulus quidam exiguus in omnibus laminis, ut rete circa clauũ teretem, qui foramen illud rotundum expleat, circumducatur. Quòd si in superiori parte Astrolabij iuxta punctum A, affigatur armilla, ex qua Astrolabium suspensum libere pendeat, & in centro Astrolabij apponatur regula quædam volubilis, cuius linea extrema altera, quam lineam fiduciæ dicunt, per centrum transeat, absoluta erit tota facies Astrolabij. Hæc autem regula dicitur ostensor, & vel solum à centro ad limbi extremitatem protenditur, vel duplo longior est, ut subiecta figura demonstrat. Diuidi quoque solet hæc regula à centro usque ad tropicum ♑, in gradus,

Armillæ suspensoriæ, & ostensoris constructio.

hoc modo. Primum ex centro transferuntur semidiametri Aequatoris, tropici ♋, & tropici ♑, usque ad A, B, C, ex Astrolabio. Deinde diuiso semicirculo Aequatoris L K N, in 180. grad. emittuntur ex N, ad singulos gradus rectæ secantes E F, semidiametrum in gradus, qui in regulam ex centro transferuntur, eorumque numeri ab Aequatoris puncto A, incipiunt, & versus utrumque tropicorum progrediuntur, ut in figura apparet, ubi per denos gradus progrediuntur. Officium horum graduum est, indicare declinationes punctorum Astrolabij ab Aequatore, atque adeo fungi munere omnium parallelorum Aequatoris.

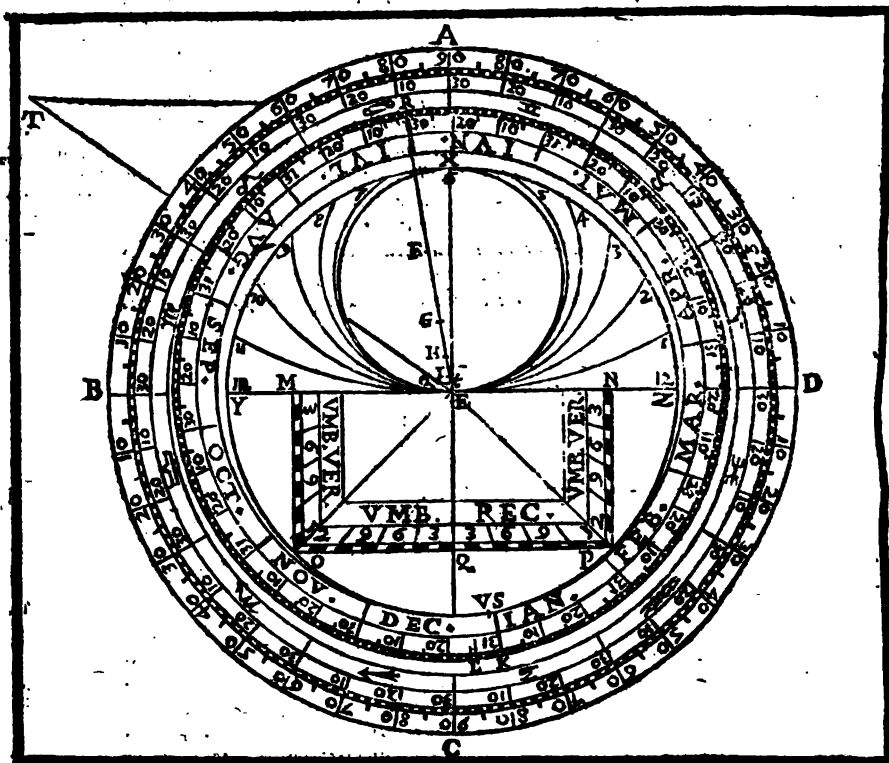
4. DORSVM autem Astrolabij sic construetur. Primum exterior limbus quinque circulis in 4. spatia distribuendus est, & in extimo numeri graduum, in quos primum spatium diuisum est, ponendi, initio facto à punctis B, D, versusque A, C, progrediendo, ita ut in A, & C, grad. 90. scribatur. In tertio spatio describendi sunt numeri graduum per 30. procedentium pro signis, quorum principium est in puncto D: Atque in ultimo spatio signa pingenda sunt, ut in figura vides.

Dorsi Astrolabii constructio.

Limbi in dorso Astrolabii constructio.

5. DEIN-

graduum, ac dierum in dorso Astrolabii per circulos concentricos descriptio.

5. DEINDE *alia tria spatia per 4. circulos paranda sunt pro diebus mensium in supremo spatio, & pro eorundem numero in medio, ac tandem pro mensium nominibus in infimo collocandis. quod duobus fieri solet modis. Nã quatuor hi circuli vel cõcentrici sunt cum prioribus quinque, vel eccentrici. Qui eos concentricos faciunt, applicãt regulam centro E, & 10. gradui ♑, lineamque SK, per tria illa spatia ducũt pro initio Ianuarij, propterea quod, vt Ephemerides docent, Sol primo die anni in gradu 10. ♑, existit. Deinde ex eisdem Ephemeridibus inuestigant, vbi Sol reperiatur die quinto anni, & ad gradum Solis aliam rectam ducunt pro die 5. Ianuarij. Idemque faciunt pro die 10. 15. 20. &c. donec ad finem anni perueniant, efficiantque spacia*

73. quæ subdiuisa in 5. partes æquales dabunt 365. dies totius anni. Tandem vero in tertio spatio inscribunt mensium nomina, & numerum dierum secundum signorum successionem, tribuendo Ianuario dies 31. Februario dies 28. Martio 31. Aprili 30. & reliquis mensibus proprios dierum numeros. Huius diuisionis exemplum non apposuimus, tum quia facilis est, tum etiam quia plerunque apud scriptores Astrolabij, præsertim apud Ioannem Stophlerinum, reperitur.

6. QVI *vero eccentricos potius circulos describunt, ne cogantur per quinos dies*

locum

locum Solis inuestigare, hanc tenent viam. Quærunt locum augis Solis, quæ hoc tempore est in gradu 9. Cancri, & ab eo semidiametrum ducunt RE, eamque bifariam secant in F, & rursum EF, bifariam in G, & iterum EG, bifariam in H, rursumque EH, bifariam in I; & denique EI, bifariam in t, vt Et, sit vna particula ex 32. in quas tota RE, diuisa est. Ita enim fit, vt proportio Rt, ad tE, nimirum 31. ad 1, sit propemodum eadem, quæ 60. ad $1\frac{14}{15}$. quam videlicet hoc tempore habet semidiameter Eccentrici Solis ad eccentricitatem, cum eccentricitas contineat partem 1. & min. 56. quarum 60. in semidiametro Eccentrici continentur. Re ipsa tamen paulo minor est proportio 31. ad 1. quam 60. ad $1\frac{14}{15}$. sed quia discrimen perexiguum est, iure accipi potest particula Et, pro eccentricitate hoc tempore. Quando autem mutata reperietur quantitas eccentricitatis, diuidenda erit recta ER, in t, vt proportio Rt, ad tE, sit eadem, quæ 60. ad eccentricitatem, vt hoc tempore ad partem 1. & minuta 56. quod ita fiet. Ducta recta ET, sumantur beneficio circini particulæ æquales 116. ab E, vsque ad a, hoc est, pars 1. & min. 56. quæ faciunt 116. minuta. Primum quidem sumantur 10. Deinde hæc lineola sexies sumpta dabit 60. Adiecta eadem lineola quinquies, dabit 110. & adiectis 6. particulis eiusdem lineolæ, habebuntur 116. particulæ. Post hæc sumptis ex hisce particulis, 60. quæ faciunt partem 1. accipiatur hæc pars sexagies, nimirum primum decies, deinde hæc linea 10. partium sexies. Sint ergo in aT, partes 60. quarum aE, continet 1. & min. 56. ductaque recta TR, agatur ei parallela at, eritque eccentricitas tE, [a] cum sit, vt Ta, ad aE, hoc est, vt 60. ad eccentricitatem, ita Rt, ad tE. Sed quoniam fieri non potest, vt recta ET, in proposito plano tot particulas suscipiat, vt nimirum Ea, contineat 116. & aT, 3600. rectius feceris, si in alio plano lineam satis longam in eas partes seces. Nam si aliquam eius partem aliquotam, vt dimidiam, vel tertiam, vel quartam, vel quintam &c. sumpseris, quæ commode ex E, vsque ad T, transferri possit, & eandem partem aliquotam illius segmenti, quod particulas 116. continet, ex E, in a, transferas, & iuncta recta TR, parallelam duxeris at, habebis punctum t, vt prius. [b] Nam erit, vt tota illa linea ad segmentum particularum 116. ita eius quinta pars u. g. ET, ad Ea, quintam partem dicti segmenti. Ergo diuidendo, vt maius segmentum eiusdem rectæ ad minus, hoc est, vt semidiameter Eccentrici ad eccentricitatem, ita Ta, ad aE; [c] ac proinde etiam ita Rt, ad tE. Ex centro igitur t, ad interuallum tR, describunt circulum Eccentricum, & infra hunc alios tres, & supremum spatium in dies partiuntur hoc modo. Principium Ianuarij in K, reperiunt, vt ij, qui concentricos circulos describunt. Deinde applicant regulam centro E, & gradui 4. min. 40. ♑, hoc est, puncto, quod à 10. gradu ♑, versus principium abest grad. 5. min 20. notantque punctum L, in Eccentrico, quia spatiolum KL, respondet diebus $5\frac{1}{4}$ quibus in opposito augis Sol conficit grad. 5. min. 20. reliquus vero arcus KRL, reliquos 360. dies anni complectitur. Diuiso igitur arcu KRL, in 360. partes æquales, & arcu LK, in $5\frac{1}{4}$. hoc est, in partes 21. quarum 20. quinque diebus debentur, & reliqua quartæ parti diei, distributus erit totus Eccentricus in dies 365. & horas. 6. Menses denique inscribuntur, vt prius.

Mensium ac dierum in dorso Astrolabii per circulos eccentricos descriptio.

a 2. sexti.

b 15. quinti.

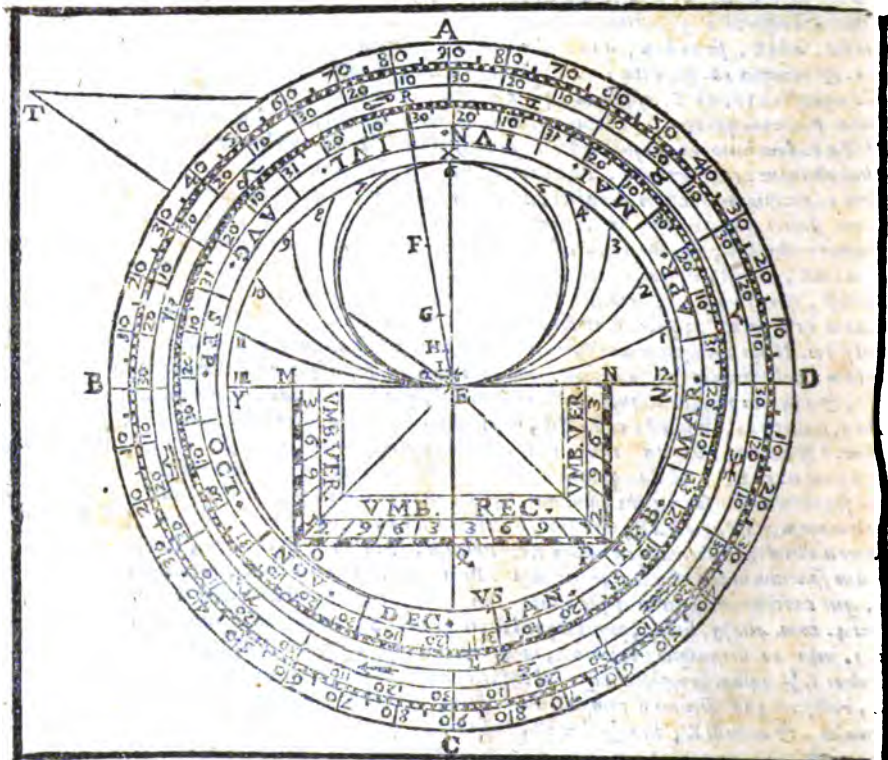
c 2. sexti.

7. AD hæc erit construenda scala altimetra hoc modo. Descripto ex E, circulo tangente vltimum eccentricum in V, ducantur duæ semidiametri EO, EP, ad grad. 45. limbi secantes circulum descriptum in O, P. Iunctaque OP, secante EC, in Q, abscindantur EM, EN, ipsis QO, QP, æquales, iunganturque rectæ OM, PN. Diuisis autem rectis quatuor MO, OQ, QP, PN, in 12. partes æquales, ductisque ternis rectis, quæ ipsis æquidistent, contineantque tria spatia, pingantur in extimo spatio duodenæ partes ad centrum E, tendentes; in spatio me-

Scalæ altimetræ in dorso Astrolabii compositio.

dio numerus partium reponatur, ita ut 12. occupet angulos O, P. in tertio denique spatio vmbra recta, & versa scribatur, recta quidem in latere OP, versa autem in lateribus OM, PN.

Horarũ inæqualium in dorso Astrolabii descriptio.

8. DIVISIS quoque duobus quadrantibus XY, XZ, in senas partes æquales, descriptisque arcubus circulorum per centrum E, & bina puncta à diametro CD, æqualiter remota, quorum centra in diametro AC, existunt, & vltimus circa diametrum EX, integer describitur, habebuntur in dorso 12. horæ inæquales, vt in figura apparet.

Mediclinii, vel Dioptræ in dorso Astrolabii cõstructio.

9. POSTREMO in centro E, apponitur mediclinium volubile, quod nihil est aliud, quam ostensor integer paulo ante descriptus, affixis tamen in extremitatibus tabellis quadratis perforatis, quæ pinnacidia dicuntur. Atque totum hoc mediclinium appellari quoque solet Dioptra ab Astronomis.

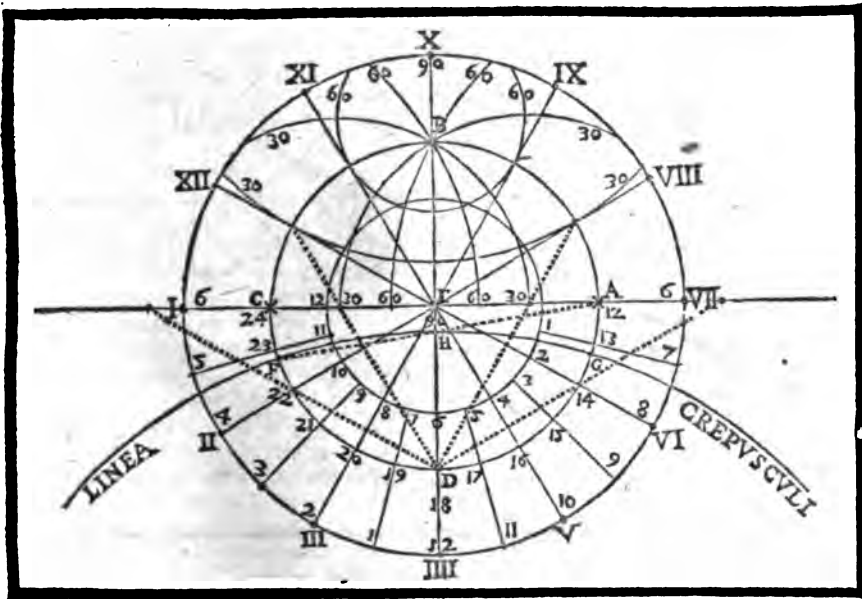
Quæ in Astrolabio cõmunia sint tam sphæræ cuiuis obliquæ, quã rectæ, & obliquissimæ sub polo.

10. SED vt Astrolabium nostrum omnibus mundi partibus inseruiat, docemus, qua ratione ipsum tam in sphæra recta, quam in obliquissima, vbi polus mundi in vertice constituitur, describendum sit: quod ex ijs, quæ demonstrata sunt, difficile non erit. In primis igitur in vtraque sphæra limbus faciei, Aequator, tropici, & alij

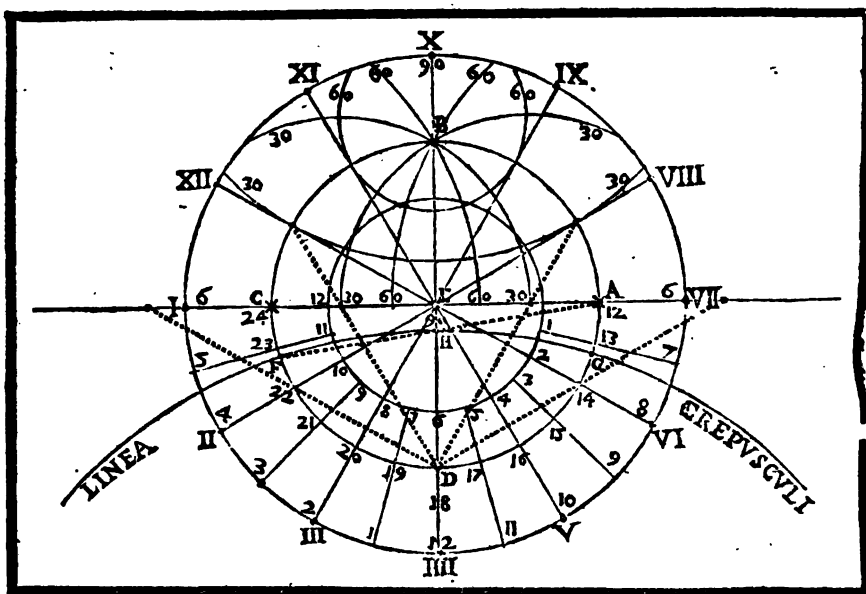
alij paralleli Aequatoris, Rete, & totum dorsum, constituantur, vt in qualibet sphaera obliqua.

11. DEINDE in sphaera recta, quoniam Horizon per polos mundi transit, proijciturque in rectam lineam per E, centrum Astrolabij, quod & polus mundi est, traiectam, vt propos. 1. ostensum est; sit recta AC, Horizon rectus, cui ad angulos rectos insistens recta BD, Meridianum circulum referat. Et quia in ea sphaera Aequator ABCD, primarius Verticalis est, erit punctum B, gradibus 90. vtrinque ab Horizonte AC, recedens vertex capitis, siue polus Horizontis, & oppositum Verticis, vel alter polus Horizontis, D.

Astrolabii in sphaera recta constructio.

ALMVCANTARATH, hoc est, paralleli Horizontis recti, describentur, vt propos. 7. Num. 2. & 3. tradidimus, vt in figura descriptos esse vides duos circa Zenith B, quorum alter ab Horizonte, & alter ab illo, & à Zenith 30. gradibus abest.

AZIMVTH, seu circuli Verticales describentur, vt in sphaera obliqua. Nam si Aequator ABCD, hoc est, Verticalis primarius, in tot partes aequales secetur, quot Verticales describendi sunt, & per puncta diuisionum ex B, vel D, recta emittantur, secabitur recta AC, in centris Verticalium per B, D, ducendorum, secantiumque Horizontem rectum AC, in gradus, quemadmodum in sphaera obliqua propos. 8. Verticales circuli parallelum Horizontis per rectam PQ, representatum in gradus partiuntur, vt ibidem demonstratum est. In hac figura quatuor Verticales descripsimus, 30. gradibus inter se distantes.

In sphæra recta ijdem circuli maximi indicant tã horas à mer. & med. noc. quam ab or & occ. atq; horas inæquales.

HORARII circuli cuiusque generis repræsentantur hic per rectas ex centro E, per quindenos gradus Aequatoris, eiusque parallelorum, ductas. Nam cum Horizon rectus, & circuli horarum à meridie, ac media nocte, per polos mundi ducantur, transibunt quoque & circuli horarum ab ortu atque occasu, & horarum inæqualium per eosdem polos, illi quidem, quia nullus est parallelus Horizontem tangens, quem ipsi tangant, hi vero ut tam semicirculi parallelorum diurni, quam nocturni in 12. horas æquales distribuantur; quæ quidem initium habere possunt vel à meridie, & media nocte, vel ab ortu & occasu. Cum igitur omnes circuli maximi per polos mundi incidentes proijciantur in lineas rectas, ut propos. 1. ostensum est, liquido constat, rectas lineas ductas, ut diximus, referre circulos horarios cuiusuis generis. Has lineas solum infra

Horizontem rectum AC, & intra tropicos produximus, ne linearum multitudo supra Horizontem confusionem nobis exhibeat. Numeri porro iuxta tropicum ♑, descripti ad horas à meridie, & media nocte; iuxta Aequatorem vero, ad horas ab ortu, & occasu iuxta tropicum ♋, denique ad horas inæquales pertinent.

DOMVS cælestes tam ex sententia Ioan. Regiom. quam secundum Campanum, proijciuntur, ut circuli horarij. Transeunt namque & eorum circuli per polos mundi, nimirum per communes sectiones Horizontis, ac Meridiani, ac proinde in rectas lineas proijciuntur: quas per totum Astrolabium eduximus, diuidentes tam Aequatorem, ut vult Ioan. Regiom. quam Verticalem primarium, ut Campano placet, qui ab Ae-

quatore

quatore hic non differt, in 12. partes aequales.

LINEA denique Crepusculi non aliter describetur, quam circuli altitudinum, seu paralleli Horizontis, cum & circulus, in quo Crepusculum matutinum habet initium, & finem vespertinum, sit Horizonti parallelus, distans ab Horizonte versus Nadir grad. 18. Itaque si ex A, & C, in Aequatore sub Horizonte supputentur grad. 18. usque ad G, F, & ex A, per F, recta ducatur secans meridianam lineam in H, describendus erit parallelus, siue linea Crepusculi, vel Aurorae, per tria puncta F, H, G, centrum in meridiana linea ED, producta habens.

Astrolabii in sphaera obliquissima constructio.

12. *AT vero in sphaera obliquissima, quae verticem capitis habet in polo arctico, describendi sunt paralleli Aequatoris usque ad Aequatorem duntaxat, hoc est, solum boreales; propterea quod, cum Aequator ibi sit Horizon, paralleli inter Aequatorem, & tropicum ♑, infra Horizontem sunt, nullumque usum habent, praeter illum, in quo crepusculum matutinum incipit, & vespertinum finitur. In figura sequenti Aequator est ABCD; tropicus ♋, & circulus arcticus sunt duo circuli punctis interstincti: hoc est, proximus Aequatori, & proximus centro E.*

HORIZON, ut dictum est, ab Aequatore non differt, ideoque eius paralleli describuntur, ut paralleli Aequatoris: adeo ut quadrante BC, in 90. grad. diuiso, si ex A, per singulos gradus rectae educantur, secabitur recta BD, in punctis, per quae ex centro E, Almucantarath describendi sunt. In figura descripti sunt duo tantum paralleli, 30. & 60. gradibus, ab Horizonte distantes, quorum semidiametros abscindunt radij AF, AG.

VERTICALES circuli, cum per mundi polos incedant, nimirum per polos Horizontis, in rectas per centrum E, transeuntes proijciuntur, ut propos. 1. ostensum est. Quamobrem rectae per centrum E, ductae, partientesq; Aequatorem, hoc est, Horizontem Astrolabij, in 360. partes aequales, instar omnium Verticalium erunt. In figura descripsimus Verticales quindenis gradibus inter se distantes.

In sphaera obliquissima nō sunt proprie horae à mer. vel med. noc. aut ab ortu, vel occ. aut inaequales.

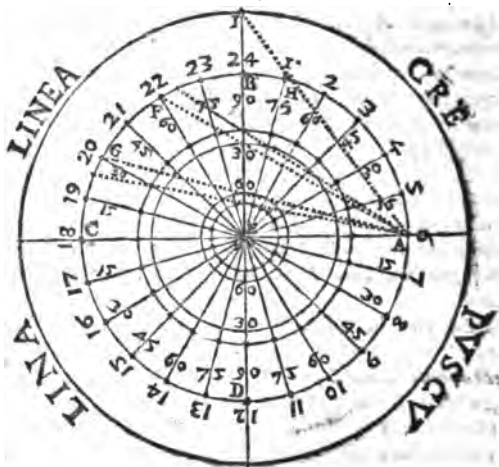
HORARII circuli, lineae quoque rectae sunt, diuidentes Aequatorē, eiusq; parallelos, in 24. horas aequales, cum per polos etiam mundi incedant: initiumque habere possunt in quocunque puncto, ut in linea recta BD, quam in Astrolabio pro meridiana linea assumpsimus. Indicant autem huiusmodi horae partes vigesimasquartas unius integrae reuolutionis Aequatoris ab aliquo puncto fixo inchoatae, non autem ab ortu, vel occasu, aut à meridie, vel media nocte, cum perpetua ibi sit dies. Sole existente in hemisphario supero, atque adeo neque ortus, vel occasus, neque meridies, vel media nox possit assignari, si proprie loqui velimus. Potest tamen pro libito assumi recta BD, pro linea meridiana, & AC, pro Verticali primario, ac proinde & punctum C, quodammodo pro ortu, & A, pro occasu, &c.

In sphaera obliquissima nulli sunt proprie circuli domorum caelestium.

CAELESTIUM domorum circuli in hoc Astrolabio inscribi nequeunt, propterea quod neque verus ortus, occasusque datur, neque Aequator diuidi potest per circulos maximos per communes sectiones Meridiani, etiam pro libito assumpti, & Horizontis, qui idem est, qui Aequator, incedentes, ut liquet. Quod si ortum, & occasum appellemus puncta C, A, & meridianam lineam BD, describentur, ex sententia Campani, domorum caelestium circuli, ut Verticales in sphaera recta. Nam si Verticalis primarius cōcipiatur esse ABCD, ad planū Astrolabij rectus, faciensq; in Astrolabio rectam AC, & per 12. partes aequales ipsius in eo sitas ex B, vel D, rectae emittantur, diuidetur Verticalis linea AC, in centris circulorum caelestium domorum, qui omnes per puncta B, & D, transibunt. Quemadmodum enim in sphaera recta circuli habentes centra in recta AC, hoc est, in Horizonte recto, incedentesque per puncta B, D, nimirum per verticem capitis, punctumque oppositum, diuidunt rectum Hori-

zontem

zontem in suos gradus, ita & hi circuli transeuntes per B, D, communes sectiones Horizontis ABCD, & Meridiani assumpti, partiuntur Verticalem lineam AC, in 12. domicilia cœlestia, &c.

DENIQVE Crepusculi linea, cum referat parallelum Aequatoris, id est, Horizontis obliquissimi, ad oppositum polum vergentem, distantemque ab Aequatore grad. 18. projicietur in Astrolabium hac ratione. Ex B, versus polum antarcticũ A, (quia parallelus per initium crepusculi matutini, & finem vespertini descriptus,

australis est in hac obliquissima sphæra.) supputentur grad. 18. vsque ad H; & ex A, radius emittatur per H, secans rectam BD, in I. Nam circulus ex E, centro per I, descriptus dabit lineam crepusculinam, hoc est, parallelum 18. gradibus infra Horizontem depressum, vt ex ijs, quæ demonstrata sunt, perspicuum est.

Astrolabiũ sphæræ obliquissimæ borealis, quo pacto obliquissimæ sphæræ australi accommodetur.

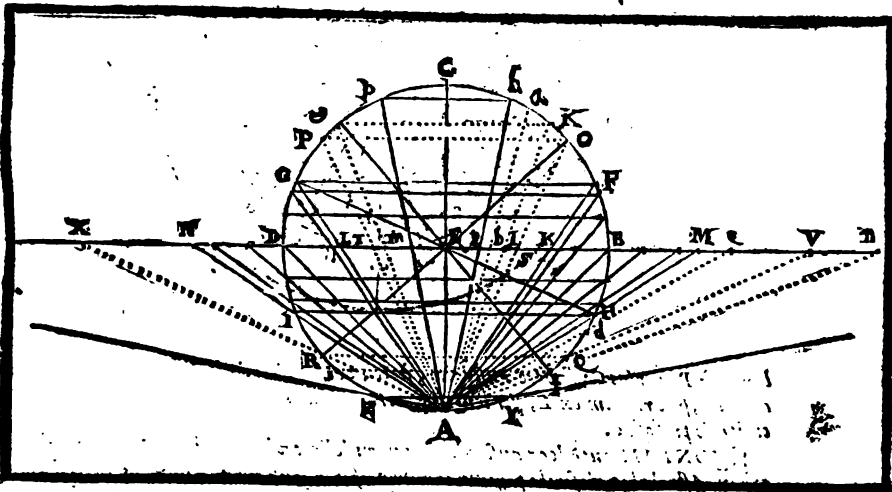
13. PORRO idem hoc Astrolabium illis quoque inseruiet, qui sub polo antarctico degunt, si centrum E, pro polo antarctico, & tropicus ♋, pro tropico ♑, & circulus arcticus pro antarctico sumatur; signa item Zodiaci singula cum oppositis permutentur, ita vt ex ♈, fiat ♎; & ex ♉, fiat ♏; & ♐, ex ♊. & ♑, ex ♋, &c. Nam oculo constituto in polo opposito, nimirum in arctico, (in eo enim oculus constituendus est, vt Astrolabium in sphæra australi describatur.) polus antarcticus conspicitur in E, & tropicus ♑, in ea forma, in qua tropicus ♋, ex polo antarctico cernitur, &c.

Astrolabiũ sphæræ cuiusuis obliquæ borealis, quo pacto obliquæ sphæræ australi accommodetur.

14. EODEM modo Astrolabium sphæræ obliquæ cuiuslibet accommodabitur antipodibus illius, quibus polus antarcticus supra Horizontem eleuatur; si eadem permutatio fiat signorum septentrionalium in australia, & contra, &c. Sed stella aliter sunt collocanda in Reti, australes videlicet prope centrum, hoc est, prope polum antarcticum &c. Quod etiam de Reti in Astrolabio sphæra obliquissima australis dicendum est: quia in huiusmodi Astrolabio construendo oculus statuitur in polo boreali, vt australis in E, centro appareat, vt dictum est.

15. QVEM-

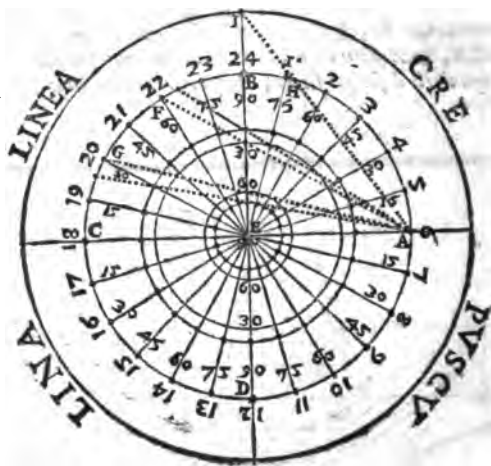
15. QVEMADMODVM autem in plano Aequatoris hactenus descripsimus omnes circulos caelestes ea forma, ac distantia unius ab altero, qua ex polo australi cernuntur: ita ijdem in plano cuiuslibet circuli maximi describi poterunt ea forma, distantiaque, qua ex inferiori eius polo apparent, si circulus Analemmatis, in quo diametri circulorum continentur, sumatur pro Meridiano proprio illius circuli maximi, hoc est, pro circulo per polos mundi, ac per polos illius circuli maximi ducto. Exempli causa. Si in prima figura propos. 4. recta BD, accipiatur pro diametro Horizontis; A, pro eius polo inferiore, siue pro Nadir, & C, pro polo superiore, siue pro Zenith; fg, pro diametro Aequatoris; O, pro polo mundi boreali, quippe qui puncto verticali C, propinquior sit, & R, pro australi, &c. apparebit Horizon in quantitate circuli ABCD, & Zenith in E, centro; atque eius paralleli describentur, vt prius paralleli Aequatoris descripti fuere; Aequator autem cum suis parallelis proij-

Descriptio Astrolabii in plano cuiuslibet circuli maximi obliqui.

cietur in planum Astrolabij, vt prius Horizon obliquus cum proprijs parallelis, ita vt sit diameter Aequatoris apparens, polusque borealis O, appareat in S, & australis R, in X; Verticales autem omnes proijcientur in rectas lineas per centrum E, incedentes, quemadmodum prius circuli horarij, & circuli declinationum per polos mundi transeuntes, &c. Atque hac quidem ratione Astrolabium in plano Horizontis descriptum erit, non autem in plano Aequatoris. Quae res facile ex ijs, quae demonstrata sunt, intelligi potest, & clarius percipietur lib. 3. can. 12. & in alijs nonnullis sequentibus, in quibus circulus ABCD, qui hactenus in Astrolabio fuit Aequator, Horizontem referet, &c. in canone autem 15. Num. 8. Astrolabium in plano Ecliptica describemus.

16. SED neque hoc omittendum est, globum terrestrem cum omnibus circulis, & oppidis, instar Astrolabij describi posse, ea nimirum forma, quam Num. 12. Astrolabium in sphaera obliquissima habuit. Nam Aequator erit ABCD; circuli longitudinum, siue Meridiani per rectas per centrum E, traiectas repraesentabuntur; circuli denique

Descriptio terrae in forma Astrolabii.

denique non maximi latitudinum describentur, ut paralleli Aequatoris. Itaque si quaeratur situs alicuius ciuitatis, sumemus ut: rectam BD, pro Meridiano insularum Fortunatarum, à quo Cosmographi initium sumunt longitudinum, & ab eo dextrorsum longitudinem propositae ciuitatis numerabimus, ac per finem numerationis ex E, rectam ducemus pro Meridiano illius ciuitatis. Deinde parallelum Aequatoris describemus pro latitudine eiusdem ciuitatis, quam quidem, si borealis est, numera-

bimus à B, versus C; si vero australis, à B, versus A. Vbi enim hic parallelus Meridianum, siue rectam ex E, per longitudinem ciuitatis ductam intersecat, ibi locus erit ciuitatis propositae.

QVONIAM autē loca australiora, quae videlicet ultra tropicum ♑, excurrunt, aegrè in Astrolabio describi possunt, commode fecerimus, si duas mappas describamus, vnam ab Aequatore versus polum borealem E, ut hactenus diximus, & alteram ab Aequatore versus australem polum, quem tunc referat centrum E, &c. Sed haec planiora fient lib. 3. Cap. 15. vbi distantias locorum inquiremus.

FINIS SECVNDI LIBRI.

ASTROLABII LIBER TERTIVS.

AVCTORE CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERGENSI E SOCIETATE IESV.

Argumentum tertij libri.

SVPEREST tertius liber, ac postremus, in quo de multiplici vsu circulorum, quos superiore libro in Astrolabio descripsimus, agendum est. Qua in re omnis nobis cura atque opera ponenda erit, vt quæ alij per instrumentum materiale inuestigant, nos solo circino, & regula, & quidem longe certius, accuratiusque inquiramus: quamquam vsum vulgarem Astrolabij materialis non omnino neglecturi sumus, verum in principijs Canonum, vbi commode fieri poterit, explicaturi: (Neque enim semper id præstare poterimus, cum multo plura sine instrumento perscrutaturi simus, quàm vllius Astrolabij beneficio inueniri queant) vt ijs præsertim satisfaciamus, qui Astrolabium habent, & eius vsu delectantur. Atque vt planius id, quod nobis in tertio hoc libro propositum est, intelligatur,, proponatur ante oculos globus aliquis ita diligenter tornatus, vt nihil fieri possit rotundius. Vt igitur in eo liceret nobis dimetiri omnia interualla punctorum, arcuum magnitudines atque angulorum, circuli vnius ad alterum inclinationem, & id genus alia: ita eadem omnino conabimur in plana aliqua superficie inuestigare; vt nihil prorsus sit, quod in primo mobili cognoscere quis cupiat, quod perfectissime in plano assequi nostris præceptis non possit: adeo vt quæcunque etiam ex doctrina triangulorum sphæricorum, quæ immensa est, & propemodum infinita, molestissimis numerorum multiplicationibus, diuisionibusque Astronomi mirabili sanè artificio, atque industria eruunt, non

minus explorate in plano aliquo spatio, circulorum beneficio, qui in praecedenti libro descripti sunt, eruere, indagare, atque scrutari nobis liceat. Quae res vt magis absoluta perfectaque reddatur, adiungemus plerisque in locis vsum etiam Analemmatis, quo non pauca problemata Astronomica mira interdum facilitate, ac iucunditate soluuntur. Neque vero praetermittemus, quin eorum, quae proposita nobis sunt, nonnulla per sinuum quoque doctrinam perquirere doceamus. Sed quae nostro hoc nouo Astrolabij vsu acquiri possunt, longe clarius Canones, qui sequuntur, docebunt, quàm multae verborum ambages explicare queant. Quamobrem ad Canones statim ipsos aggrediamur.

CANON I.

ALTITVDINEM Solis, aliarumq; stellarum quolibet momento temporis deprehendere.

Altitudo siderũ quo pacto exploranda per Astrolabium.

1. SVSPENDATVR Astrolabium ex armilla, vt liberè pendeat, punctumque B, versus Solem, aut stellam dirigatur, & mediclinium dorsi Astrolabij sursum ac deorsum tamdiu circa centrum E, conuertatur, donec per respondentia foramina pinnacidiorum radius Solis transeat, vel donec oculus per eadem foramina stellam, aut etiam Solem interdum, quando nubibus contectus est, aspiciat, mediclinumque situm v. g. obtineat rectae FG. Dico gradus in arcu BF, contentos indicare altitudinem Solis, vel stellae, hoc est, quot gradus in arcu BF, includuntur, totidem intercipi inter Solem, stellam ve, atque Horizontem in Verticali circulo per Solem, vel stellam tempore obseruationis ducto. Quoniam enim, vt in sphaera demonstrauimus, *terra*, si cum caelo conferatur, instar puncti est, erit E, centrum Astrolabii *idem*, quod centrum terrae, seu coeli, ipsumque instrumentum idcirco in plano Verticalis, qui per Solem tunc, aut stellam ducitur, circa idem centrum erit collocatum. Cum ergo recta BD, Horizonti aequidistet, & lineae rectae ex circulis concentricis similes arcus abscindant, vt in scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. ostendimus, intercipient rectae EB, EF, ad coelum vsque protractae tot gradus in Verticali per Solem aut stellam ducto, quot in arcu BF, continentur. Quamobrem cum EF, ad Solem, vel stellam pertingat, indicabit arcus BF, gradus inter astrum, & Horizontem in dicto Verticali interceptos.

Quadrans, cómodius instrumentũ ad altitudines siderum captãdas, quàm Astrolabium.

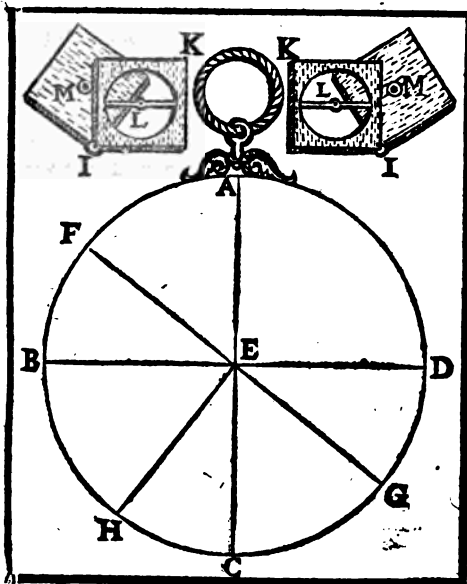
2. QVONIAM vero molestum est toties mediclinium eleuare ac deprimere, donec per pinnacidiorum foramina radius Solis penetret, aut oculus astrum aspiciat, commodius, aptiusque instrumentum ad siderum altitudines captandas erit Quadrans circuli EHG, in cuius latere EG, affixa sint duo pinnacidia, numerusque 90. graduum incipiat ab H, versus G, progrediendo, ac tandem ex centro E, filum cum perpendiculo pendeat. Nam si huiusmodi Quadrantis latus EH, versus Solem, vel stellam dirigatur, & ipse Quadrans, radente eius planam superficiem filo perpendiculi, eleuetur, ac deprimatur circa centrum E, tanquam cardinem, donec radius Solis per foramina pinnacidiorum

cidiorum ingrediatur, vel radius visualis per eadem foramina stellam inspiciat, (quod quidem facilius, atque expeditius in Quadrante fit, quàm in Astrolabio, vt experientia docet) abscindet filum perpendiculi arcũ HC, altitudinis astri. Quia enim radius GE, productus pertingit ad astrum, ostendet arcus BF, altitudinem ipsius, vt demonstratum est. Cum ergo BF, HC, æquales sint, quod & Quadrantes toti FH, BC, æquales sint, & arcus BH, ablatus, communis; erit quoque HC, arcus altitudinis astri. Est & alia causa, cur in hoc negotio Quadrantem Astrolabio præferam: quia nimirum, vt per Astrolabium altitudo deprehendatur, necesse est, ipsum vniformem habere grauitatem, adeo vt, quemcunque situm habeat medicinium, recta AC, in centrum mundi omnino vergat, quod plerũque non fit, cum facile instrumentũ plus ponderis in vna, quam in alia parte posit habere.

Pinnacidia quo pacto construenda.

3. QVANDO porro per radium visualem altitudo stellæ inuestiganda est, construi debent duo pinnacidia hoc modo. In tabella quadrata IK, fiat foramen magnum rotundum, in cuius medio relinquatur foramẽ perexiguum L, quod sustineatur à diametro quadam tenui; & circa I, circumuertatur alia tabella quadrata priori ęqualis, in cuius medio sit perexiguum foramen M, respondens foramini L. Huiusmodi duo pinnacidia si fiant, dici vix potest, quam expedite quamcunque stellam, aut aliam quamlibet rem contueri liceat. Nam pinnacidium, quod ab oculo propius abest, claudendum est tabella illa quadrata, aliud autem aperiendum. Sic enim fiet, vt radius visualis per foramen M, prope oculum immissus, illico conspiciat per illud foramen L, in pinnacidio remotiore, stellam, vel aliam rem propositam: quia foramen illud magnum apertum facile rem ipsam intueri, & sine vllo negotio foramen exiguum L, in ipsam rem dirigere nos sinit.

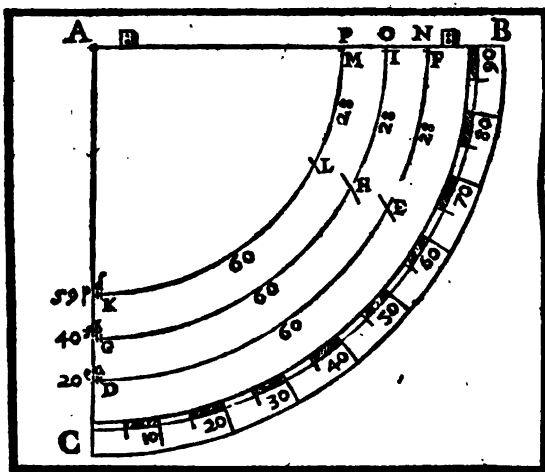
Num stella sit ante Meridianũ, vel post, vel in ipso existat cognoscere.

4. VT autem scias, quando stella prope Meridianum existit, num ante ipsum, an post, an vero in ipso Meridiano reperiatur; accipienda est stellæ altitudo bis, terue, modico temporis spatio inter duas proximas obseruationes interiecto. Si namque posterior altitudo deprehendatur priore maior, stellam nondum attigisse Meridianum scias; si vero minor, Meridianum pertransiisse, & quã do maximam deprehensa est habuisse altitudinem, in ipso Meridiano extitisse. Sed quanta sit altitudo Meridiana Solis quolibet die, & stellarum in quouis climate, infra Canone 3, Num. 8. docebimus.

SCHOLIVM.

Quo pacto in altitudine siderum praeter gradus Minuta accipiantur.

1. CVM in Quadrante, vel Astrolabio gradus tantum integri descripti sint, fit vt altitudo stellarum ad vnguem tunc solum deprehendatur, quando filum perpendiculi, aut linea fiducia Medicliniј, in gradum aliquem integrum cadit. Nam cadente filo, aut linea fiducia, in partem alicuius gradus, addenda erunt gradibus integris altitudinis tot Minuta, quot aestimatione, plus minus, iudicari poterunt esse abscissa à filo, vel linea fiducia: adeo vt, si dimidiatus gradus videatur abscindi, adijciantur 30. Min. si tertia pars, Minuta 20. &c. Aut certe beneficio particula abscissa eruendus erit per circinum Minutorum numerus, vt in Lemmate 3. & vltimo capite libelli de Fabrica & vsu instrumenti ad horologiorum descriptionem peropportuni, docuimus.

Quadrantis constructio, quo vltra gradus Minuta quoque discernantur.

2. IN eodem libello & capite descripsimus & Quadrantem plures quadrantes complectentem, & Quadratum cum plurimis lineis parallelis, ad cognoscendum, quot Minuta in arcu, qui vno integro gradu minor sit, & quem perpendiculi filum abscindit, contineantur: quae duo instrumenta illustris & excellens Dominus Iacobus Curtius à Senfftenau in omni doctrinarum genere exercitatissimus, tunc Caesareus ad Summum Pontificem Legatus, nunc autem S. R. Imperij Procancellarius, à se primum inuenta, Romae humanissimè mecum communicauit. Idem vero non ita multo post ex Germania mihi transmisit alterius cuiusdam Quadrantis constructionem nouam, ex quo facilius Minuta discernuntur, cuius compositionem non grauabor hoc loco explicare, vt quilibet sibi similem construere possit, si libuerit. Sit igitur quadrans BC, diuisus in 90. gradus, quorum initium progrediatur à C, versus B, & pinnacidia in latere AB, collocentur. Nos eum, ob spatij angustiam, in quinos gradus partiti sumus. Intra hunc ex

eodem centro A, describantur alij 59. quadrantes, qui diuidantur in gradus hoc modo. In primo, qui proximus est quadranti BC, in grad. 90. diuiso, arcus continens grad. 61. secetur in partes 60. aequales, vel arcus graduum 30 $\frac{1}{2}$. nimirum semissis ipsius, in partes 30. aequales, quarum qualibet continebit grad. 1. Min. 1. hoc est, Minuta 61.

Nam

[a] Nam eadem proportio est partium 60. in quas arcus graduum 61. diuisus est, ad gradus 61. hoc est, ad Minuta 3660. quæ partis 1. ad Min. 61. Idem enim numerus producitur ex 60. primo numero, in 61. quartum numerum, (producitur autem numerus minutorum 3660.) qui ex 1. tertio numero in 3660. secundum numerum producitur. Aut eandem ob causam, eadem est proportio partium 30. in quas arcus graduum $30\frac{1}{2}$. diuisus est, ad grad. $30\frac{1}{2}$. hoc est, ad Minuta 1830. quæ partis 1. ad Min. 61. Hæc autem diuisio, vt confusio punctorum in primo illo quadrante vitetur, facienda est seorsum in quadrante alio, qui illi æqualis est. Deinde vna pars continens Min. 61. transferatur beneficio circini in primum quadrantem prædictum, initio facto à semidiametro AC. Ex termino huius partis ad interuallum semidiametri propria abscindatur arcus grad. 60. quo diuiso in 60. gradus, continebit reliquus arcus vsque ad semidiametrum AB, grad. 28. Min. 59. ac proinde in eum transferendi sunt grad. 28. ita vt supersit particula Minutorum 59.

a 19. sept.

IN secundo quadrante arcus graduum 62. in 60. partes, vel arcus graduum 31. in 30. partes æquales secetur, vt quælibet contineat grad. 1. Min. 2.

IN tertio arcus graduum 63. in 60. partes, vel arcus graduum $31\frac{1}{2}$ in partes 30. æquales diuidatur. In quarto idem fiat de arcu graduum 64. vel 32. & sic deinceps. Reliqua autem perficiantur, vt de primo quadrante diximus. Quod vt planius fiat, ponamus exemplum in quadrante 20. 40. & 59. siue vltimo & intimo. Itaque in quadrante vigesimo eN, sit arcus eD, pars sexagesima arcus graduum 80. (nimirum tot graduum vltra 60. quotum locum ipse quadrans occupat,) ita vt complectatur grad. 1. Min. 20.[b], cum sit, vt 60. arcus graduum 80. ad grad. 80. hoc est, ad min. 4800. ita 1. pars ad grad. 1. Min. 20. hoc est, ad Min. 80. Vel certe arcus eD, sit pars trigesima arcus graduum 40. Ita enim rursus continebit gradus $1\frac{1}{3}$. hoc est, Min. 80. Deinde ad interuallum semidiametri Ae, abscindatur arcus DE, grad. 60. qui propterea in 60. gradus distribuatur: arcus autem EF, contineat grad. 28. & arcus FN, Min. 40. quod arcus eF, complectatur grad. 89. Min. 20. Ita vt particula FN, sit complementum Minutorum, quæ in eD, vltra vnum gradum continentur: complementum, inquam, vsque ad 60.

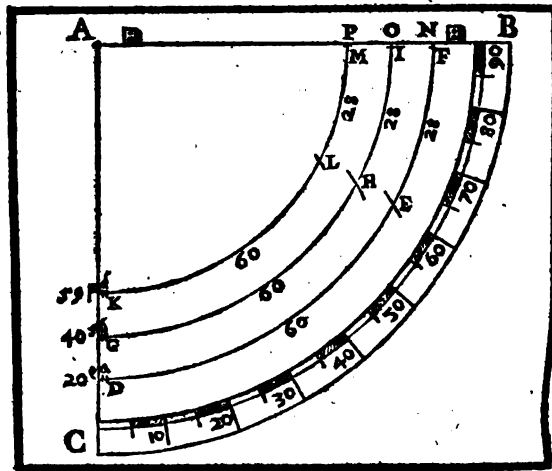
b 19. sept.

RVRSVS in quadragesimo quadrante fO, arcus fG, sit sexagesima pars arcus graduum 100. vel pars trigesima arcus graduum 50. qui illius semissis est; ita vt contineat grad. 1. Min. 40. Arcus vero GH, contineat grad. 60. & HI, 28. & denique IO, Min. 20. nimirum complementum Minutorum 40. quæ in fG, vltra vnum gradum comprehenduntur.

POSTREMO in quadrante pP, quinquagesimo nono sit arcus pK, sexagesima pars arcus graduum 119. vel pars trigesima arcus graduum $59\frac{1}{2}$. qui semissis illius est; ita vt contineat grad. 1. Min. 59. Arcus autem KL, sit graduum 60. & LM. grad. 28. & denique MP, Min. 1. Ex his exemplis facile intelliges, quid faciendum sit in aliis quadrantibus. Semper enim in quolibet quadrante secandus est in 60. partes æquales arcus, qui tot gradus vltra 60. complectatur, quotum locum quadrans ipse tenet, excluso extremo BC. Ita enim continebit particula ipsius prope semidiametrum AC, vltra vnum gradum totidem Minuta, quotus ipse quadrans est inter quadrantes, hoc est, quot gradus vltra 60. continentur in arcu diuiso in 60. partes æquales. Vltima verò particula iuxta semidiametrum AB, includet reliqua Minuta ex 60. Idemque assequeris, si semissem illius arcus, quem in 60. partes secandum diximus, partieris in 30. æquales partes.

PERACTA diuisione omnium quadrantum, adscribendi sunt eorũ numeri iuxta semidiametrum AC, ita vt primus quadrans citra quadrantem BC, habeat numerũ 1. secundus 2. tertius 3. vigesimus 20. quadragesimus 40. quinquagesimus nonus 59. &c.

3. VSVS quadrantis hoc modo constructi præclarus est, cùm eius beneficio in altitudinibus astrorum cognoscamus etiam Minuta. Nam cadente filo in aliquem gradum quadrantis BC, altitudo continebit tot gradus sine Minutis, quot à filo abscinduntur. Quando autem filum non abscindit aliquem gradum ex quadrante BC, considera attente, ex quo quadrante partem integram abscindat; quod fere semper accidet, propter partium multitudinem. Nam altitudo tunc continebit vltra gradus ex quadrante BC, abscissos tot insuper Minuta, quot vnitates adscriptæ sunt illi quadranti, cuius pars integra fuit abscissa. Vt cadente filo vltra gradum 30. in particulam aliquam integram quadrantis quadragesimi, complectetur altitudo Grad. 30. Min. 40.

4. VERVM quia hac ratione cognoscuntur solum Minuta vltra vnum, vel plures gradus; vt discernantur etiam Minuta citra vnum gradum, transferantur ex terminis particularum illarum primarum singulorum quadrantum, de quibus diximus, versus semidiametrum AC, singuli gradus. Ita enim cuiusuis quadrantis particula prope eandem semidiametrum continebit tot Minuta, quot vnitates Quadran

ti adscriptæ sunt, totidem nimirum, quot prior particula vltra vnum gradum continebat. Verbi gratia, si arcus Da, Gb, Kd, contineant singuli singulos gradus, complectetur arcus e a, Min. 20. fb, Min. 40. & pd, Min. 59. Cadente ergo filo in aliquam particulam integram citra puncta D, G, K, continebit altitudo tot Min. quot vnitates quadranti, cuius particulam integram filum abscindit, adscriptæ sunt. Itaque quando filum nullum gradum integrum ex quadrante BC, abscindit, cadit que in particulam primam integram quadrantis verbi gratia eN, indicabitur arcus Min. 20. quando autem abscindit vnum, vel plures gradus, & insuper cadit in aliquam particulam integram eiusdem quadrantis, offeretur arcus vnius gradus, vel plurium, & insuper Minutorum 20. Idemque dicendum est de alijs quadrantibus, habita semper ratione numerorum adscriptorum: hi enim minuta numerant.

MANIFESTVM autem est, quo maior fuerit Quadrans ABC, eo magis exquisite omnes quadrantes in partes, quas diximus, posse distribui.

5. BE-

5. BENEFICIO *huius quadrantis commodissime quoque accipi potest arcus quotcunque graduum ac Minutorum, & vicissim cognosci, quot gradus, ac Minuta propositus arcus contineat. Nam si ex centro A, per finem gradus propositi in extimo quadrante BC, recta ducatur, vltra quam in alio quadrante, cui adscriptus est numerus Minutorum datorum, accipiatur primum punctum occurrens versus B, continebit arcus illius quadrantis inter dictum punctum, & semidiametrum AC, interiectus gradus & Minuta, quæ desiderantur. Huic ergo arcui similis auferendus est ex circulo proposito. Vicissim, vt cognoscamus, quot gradus, ac Minuta in oblato quouis arcu contineantur, accipiemus ei similem in aliquo quadrante intra quadrantem BC, descripto, vel certe in ipso quadrante BC, & per eius finem ex centro A, rectam ducemus, quæ fere semper transibit per aliquam particulam integram alicuius quadrantis. Ea ergo particula dabit vltra gradus ab illa recta abscissos tot Minuta, quot vnitates illi quadranti adscripta sunt; atque gradus illi ac Minuta in proposito arcu continebuntur. Vides ergo, si huiusmodi quadrans tantæ magnitudinis, quantam divisiones supradictæ exigunt, summa cura ac diligentia construatur, quàm præclare cum ipsa Astronomia agatur, cum non minus explorate Minuta beneficio ipsius comprehendamus, quàm per sinuum multiplicationes, divisionesque: quæ res non parui facienda videtur.*

Ex quadrante arcum quotcunque graduum ac minutorum auferre & quot gradus, minutaque in dato arcu contineantur, cognoscere.

CANON II.

SOLIS verum locum in Zodiaco inquirere.

1. IN dorso Astrolabii descripti sunt dies mensium cum respondentibus gradibus Zodiaci, in quibus Sol existit illis diebus, plus minus. Si igitur linea fiduciæ Mediclinii, vel filum tenue è centro E, per diem mensis propositum educatur, indicabit eadem linea fiduciæ, vel filum in circulo signorum signum, ac gradum, in quo Sol eo die existit. Ita vides in dorso Astrolabii, quod in scholio vltimæ propos. superioris lib. construximus, lineam ex centro E, per diem 20. Iulii eiectam indicare gradum 27. ♋, & aliquot insuper Minuta. Dicemus ergo Solem die 20. Iulii vltra gradum 27. Cancri reperiri. Vicissim ex gradu Solis cognito diem mensis addiscemus. Eadem enim linea ex centro per gradum Solis extensa transibit per diem mensis respondentem. Vt Sole existente in gradu 27. ♋ si scire quis velit, quo die anni illud contingat, extendat lineam ex centro per dictum gradum. hæc enim indicabit ferme diem 20. Iulii.

Locum Solis quolibet die per Astrolabium explorare.

2. EVNDEM locum Solis in Zodiaco comperiemus memoriter, plus minus, per hæc duo carmina duodecim dictionum duodecim mensibus anni respondentium.

Incylta Laus Iustis Impenditur: Hæresis Horret
Garrula: Grex Gratus Faustos Gratatur Honores.

Horum significatio hæc est, atque vsus. Prima dictio tribuitur Ianuario, secunda Februario, tertia Martio, & sic deinceps ordine aliæ dictiones aliis mensibus. Itaque vt scias, quo die Sol quolibet mense signum proprium mensis (Quouis enim mense nouum Sol signum ingreditur) ingrediatur, & quo in gradu quolibet die existat, addiscenda sunt ordine omnia 12. signa, quemadmodum in his aliis duobus versibus posita sunt.

Ingressum Solis in duodecim signa, & eiusdem locum quolibet die memoriter perquirere.

Sunt

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Primum enim signum, id est, Arietem, ingreditur Sol mense Martio, secundum mense Aprili, atque ita deinceps, ita vt nono mense à Martio inclusiue, qui est Nouember, Sol ingrediatur nonum signum, quod dicitur Arcitenens, hoc est, Sagittarius. Sic mense decimo, id est, Decembri, Sol intrat decimum signum, quod Caper appellatur, siue Capricornus. Mense autem vndecimo, vel Ianuario ingreditur vndecimum signum, nimirum Aquarium, qui per Amphoram expressus est in dictis versibus. Mense denique duodecimo, qui est Februarius, ingreditur signum duodecimum, nimirum Pisces.

COGNITO, quodnam signum Sol ingrediatur quolibet mense, accipiatur priorum duorum carminum dictio dato mensi respondens. Quotum enim locum in alphabeto prima litera illius dictionis occupat, tot vnitates auferendæ sunt ex 30. vt relinquatur dies, quo Sol signum illius mensis ingreditur.

Exemplum.

SOL ingreditur Libram, hoc est, septimum signum, mense Septembri, qui septimus est à Martio: Et quia Septembri respondet dictio nona, videlicet *Gratus*, quòd September sit nonus mensis à Ianuario; primaque litera G. septima est in alphabeto, auferemus 7. ex 30. vt reliquantur 23. Die ergo 23. Septembris Sol Libram ingreditur. Rursus Pisces ingreditur Sol mense Februario, cui debetur dictio secunda, *Laus*. Et quia prima litera L, vndecima est in alphabeto, si 11. detrahantur ex 30. supererunt 19. Quare die 19. Februarii Sol intrat in signum ♓. Et sic de cæteris.

IAM vero vt scias, quem gradum Eclipticæ quolibet anni die Sol teneat, adde ad diem mensis propositum tot vnitates, quotum locum in alphabeto prima litera dictionis proposito mensi respondentis occupat. Et si quidem numerus conflatus minor fuerit, quàm 30. indicabit is gradum signi mensis antecedentis: si vero maior, quàm 30. fuerit, abiectis 30. reliquus numerus dabit gradum signi mensis propositi: si denique conflatus ille numerus fuerit 30. existet Sol in fine signi præcedentis mensis, & in principio signi mensis propositi.

Exemplum.

SCIRE volo quem gradum Eclipticæ Sol teneat die 13. Iunii, cui mensi, quia sextus est à Ianuario, debetur sexta dictio, *Horret*, cuius prima litera H, octaua in alphabeto est. Additis igitur 8. ad 13. fiunt 21. qui numerus minor est, quam 30. Existet ergo Sol die 13. Iunii in 21. gradu ♊. quod signum Sol ingreditur mense Maio. Rursus si proponatur dies 27. Iunii, additis 8. fiunt 35. qui numerus maior est, quàm 30. Reiectis ergo 30. remanent 5. Ergo Sol tunc occupat gradum 5. ♋ quod signum mense Iunio ingreditur. Denique si offeratur dies 22. Iunii, additis 8. fiunt 30. Sol igitur versabitur tunc in fine ♊. & principio ♋. Eademque ratio est in cæteris.

IN annis bissextilibus ad locum Solis inuentum adiiciendus est post festum S. Matthiæ vnus gradus, vt magis accurate locus Solis habeatur. Verbi gratia, Die 27. Septembris, cui debetur dictio, *Gratus*, cuius prima litera G, septima est. Additis ergo 7. ad 27. fiunt 34. abiectisque 30. supersunt 4. Erit ergo tunc

Sol in 4

Sol in 4. gradu ♎ si annus cōmunis est: at si bissextilis, in gradu 5. ♎. Hoc etiā obseruandū est in priori ratione, qua in dorso Astrolabii locus solis indagatur.

ETSI autem vtrouis modo non omnino verus locus solis cognosci potest, quod Sol non prorsus vnum gradum quotidie in Zodiaco peragret, vix tamen error committetur dimidiati gradus, vel ad summum vnius: ita vt, plus minus, verum Solis locum assequamur; tam certo videlicet, atque explorate, vt tuto eo vti possimus in vsu eorum horologiorum, in quibus ad horas cognoscendas necesse est, locum Solis in Zodiaco habere perspectum. Quod etiam ad vsum aliorum instrumentorum, quibus Astronomi vtuntur, requiritur.

IN Apologia nostra noui Calendarii, cap. penultimo lib. 3. pro dictionibus *Garrula, Grex, Gratus*, posueramus has, *Firmaque Facta Fides*; sed illæ accuratius locum Solis quolibet die videntur offerre, quamuis per has in Apologia positas aliquanto certius Solis ingressus in signa inueniri videatur. Sed parum interest, vtrum his, vel illis vtaris.

SCHOLIVM.

Locum Solis exquisitius ex tabellis reperire.

1. QVONIAM pernecessarius est vsus loci Solis in Zodiaco, & ad plurimas obseruationes vtilis, libet hoc loco, ut magis exquisite locus Solis habeatur, excerpere ex Ephemeridibus Ioan. Antonij Magini locum Solis ad quatuor annos pro singulis diebus anni supputatum, nimirum ad annum bissextilem, & tres communes insequentes. In his enim quatuor annis tota varietas loci Solis in Zodiaco accidit, propter sex horas in annis communibus neglectas. Accepimus autem annum 1600. cum tribus insequentibus, quod hi anni parum à tempore, quo hac scribimus, absint; ac propterea nulla esse possit differentia sensibilis inter locum Solis illorum annorum, & horum, qui nunc præsentes sunt; atque ideo exquisitius etiam annis futuris respondeant. Post plurimos autem annos elapsos, si hi anni non amplius vero loco Solis congruere deprehendantur, excerpendi erunt alij quatuor anni, bissextilis videlicet, & tres communes, ex Ephemeridibus illius temporis. Et quia Maginus locum Solis supputauit etiam in Secundis, nos contenti erimus Minutis, sumēdo vnum Minutum pro pluribus Secundis, quam 30. Atque ex hisce tabellis multo certius Solis locus verus elicietur, quam ex ullo instrumento, si tamen is in prima tabella quæratur pro anno bissextili, in secunda vero pro anno primo post bissextum, & pro anno secundo post bissextum in tertia, ac denique in quarta pro tertio anno post bissextum.

Verum annus datus sit bissextilis, an primus, secundus vel tertius post bissextum, cognoscere.

2. COGNOSCES autem, num annus oblatus sit bissextilis, an vero primus, secundus, vel tertius post bissextum, hoc modo. Reijce ab anno proposito omnes annos millesimos, & centesimos, atq. ex reliquis, qui pauciores sunt, quam 100. numerum 20. quoties potes. Reliquos deinde annos, qui pauciores sunt, quam 20. in quatuor digitorum extremitatibus sinistra manus, initio facto ab Indice, numera. Nam si annus datus inciderit in quartum digitum, hoc est, in Auricularem, bissextilis erit: si in Indicem, id est, in primum digitum, primus post bissextum: si in digitum Medium, siue secundum, secundus: & si in tertium digitum, hoc est, in Annularem, tertius à bissexto. Quod si post abiectionem numeri 20. quoties abyci potest, nihil superfuerit, datus quoque annus erit bissextilis. Vt si propositus sit annus 1594. reiectis annis 1500. & 20. ex reliquis 94. quoties fieri potest, residuos annos 14. supputa in 4. digitis, quos diximus, cadetque annus 14. in digitum Medium. Dices ergo annum 1594. communem esse, & secundum post bissextum. Sed hac de re plura scripsimus in cap. 5. lib. 3. Apologia noui Calendarij, vbi etiam docuimus, quo pacto post anni correctionem anni centesimi bissextiles à non bissextilibus secernendi sint.

Locus Solis in Zodiaco Anno 1600. vel bisextili.

Dies mensium	Ianuar.		Februar.		Martius		Aprilis		Maius		Iunius	
	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M
1	9 ♑	58	11 ♒	29	10 ♓	42	11 ♈	29	10 ♉	47	10 ♊	39
2	10	59	12	30	11	42	12	28	11	46	11	38
3	12	0	13	31	12	43	13	27	12	44	12	34
4	13	1	14	31	13	42	14	26	13	42	13	32
5	14	2	15	32	14	42	15	25	14	40	14	29
6	15	4	16	33	15	42	16	24	15	38	15	27
7	16	5	17	33	16	42	17	23	16	36	16	24
8	17	6	18	34	17	42	18	22	17	34	17	22
9	18	7	19	35	18	42	19	21	18	32	18	19
10	19	8	20	35	19	42	20	20	19	30	19	17
11	20	9	21	36	20	42	21	18	20	28	20	14
12	21	10	22	37	21	41	22	17	21	26	21	11
13	22	11	23	37	22	41	23	16	22	24	22	9
14	23	12	24	38	23	41	24	15	23	21	23	6
15	24	13	25	38	24	40	25	13	24	19	24	3
16	25	14	26	39	25	40	26	12	25	17	25	1
17	26	15	27	39	26	40	27	10	26	15	25	58
18	27	16	28	39	27	39	28	9	27	13	26	55
19	28	17	29	40	28	39	29	7	28	10	27	53
20	29	18	0 ♓	40	29	38	0 ♉	6	29	8	28	50
21	0 ♒	19	1	41	0 ♈	38	1	4	0 ♊	6	29	47
22	1	20	2	41	1	37	2	3	1	3	0 ♋	45
23	2	21	3	41	2	36	3	1	2	1	1	42
24	3	22	4	41	3	36	4	0	2	59	2	39
25	4	23	5	42	4	35	4	58	3	56	3	37
26	5	24	6	42	5	34	5	56	4	54	4	34
27	6	25	7	42	6	34	6	55	5	52	5	31
28	7	26	8	42	7	33	7	53	6	49	6	29
29	8	27	9	42	8	32	8	51	7	47	7	26
30	9	27			9	31	9	49	8	44	8	23
31	10	28			10	30			9	42		

Locus Solis in Zodiaco Anno 1600. vel bissextili.

Iulius. G	M	August. G	M	Septēb. G	M	Octob. G	M	Nouemb. G	M	Decēb. G	M	Dies Mensium
9♋	20	8♌	59	8♍	51	8♎	10	8♏	58	9♐	12	1
10	18	9	56	9	50	9	9	9	58	10	13	2
11	15	10	54	10	48	10	8	10	58	11	14	3
12	12	11	52	11	46	11	8	11	58	12	15	4
13	10	12	49	12	44	12	7	12	58	13	16	5
14	7	13	47	13	43	13	6	13	59	14	17	6
15	4	14	44	14	41	14	5	14	59	15	18	7
16	1	15	42	15	39	15	5	15	59	16	19	8
16	59	16	40	16	38	16	4	16	59	17	20	9
17	56	17	37	17	36	17	3	18	0	18	21	10
18	53	18	35	18	35	18	3	19	0	19	22	11
19	51	19	33	19	33	19	2	20	0	20	23	12
20	48	20	30	20	32	20	2	21	1	21	24	13
21	45	21	28	21	30	21	1	22	1	22	25	14
22	43	22	26	22	29	22	1	23	2	23	26	15
23	40	23	24	23	27	23	0	24	2	24	27	16
24	37	24	22	24	26	24	0	25	3	25	28	17
25	35	25	19	25	25	25	0	26	3	26	29	18
26	32	26	17	26	23	25	59	27	4	27	30	19
27	30	27	15	27	22	26	59	28	5	28	31	20
28	27	28	13	28	21	27	59	29	5	29	32	21
29	24	29	11	29	20	28	58	0♐	6	0♑	33	22
0♌	22	0♍	9	0♎	18	29	58	1	6	1	34	23
1	19	1	7	1	17	0♏	58	2	7	2	35	24
2	17	2	5	2	16	1	58	3	8	3	36	25
3	14	3	3	3	15	2	58	4	9	4	37	26
4	11	4	1	4	14	3	58	5	9	5	38	27
5	9	4	59	5	13	4	58	6	10	6	40	28
6	6	5	57	6	12	5	58	7	11	7	41	29
7	4	6	55	7	11	6	58	8	12	8	42	30
8	1	7	53			7	58			9	43	31

Locus Solis in Zodiaco Anno 1601. vel primo post bisextum.

Dies mensium	Ianuar. G	Ianuar. M	Februar. G	Februar. M	Martius G	Martius M	Aprilis G	Aprilis M	Maius G	Maius M	Iunius G	Iunius M
1	10 ♑	44	12 ♒	15	10 ♓	28	11 ♈	15	10 ♉	33	10 ♊	25
2	11	45	13	16	11	28	12	14	11	31	11	23
3	12	46	14	16	12	28	13	13	12	29	12	20
4	13	47	15	17	13	28	14	12	13	27	13	18
5	14	48	16	18	14	28	15	11	14	26	14	15
6	15	49	17	18	15	28	16	10	15	24	15	13
7	16	51	18	19	16	27	17	9	16	22	16	10
8	17	52	19	20	17	27	18	8	17	20	17	8
9	18	53	20	20	18	27	19	6	18	18	18	5
10	19	54	21	21	19	27	20	5	19	16	19	2
11	20	55	22	22	20	27	21	4	20	13	20	0
12	21	56	23	22	21	27	22	3	21	11	20	57
13	22	57	24	13	22	26	23	1	22	9	21	55
14	23	58	25	23	23	26	24	0	23	7	22	52
15	24	59	26	24	24	26	24	59	24	5	23	49
16	26	0	27	24	25	25	25	57	25	3	24	47
17	27	1	28	25	26	25	26	56	26	1	25	44
18	28	2	29	25	27	24	27	54	26	58	26	41
19	29	3	0 ♓	25	28	24	28	53	27	57	27	39
20	0 ♒	4	1	26	29	23	29	51	28	54	28	36
21	1	5	2	26	0 ♈	23	0 ♉	50	29	51	29	33
22	2	6	3	26	1	22	1	48	0 ♊	49	0 ♋	31
23	3	7	4	27	2	22	2	47	1	47	1	28
24	4	8	5	27	3	21	3	45	2	45	2	25
25	5	9	6	27	4	20	4	44	3	42	3	23
26	6	10	7	27	5	20	5	42	4	40	4	20
27	7	11	8	27	6	19	6	40	5	37	5	17
28	8	11	9	27	7	18	7	38	6	35	6	15
29	9	12			8	17	8	37	7	33	7	12
30	10	13			9	17	9	35	8	30	8	9
31	11	14			10	16			9	28		

Locus Solis in Zodiaco Anno 1601. vel primo post bissextum.

Iulius		Augustus.		Septẽber.		October.		Nouẽber.		Decẽber		Dies Mensium
G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	
♋		♌		♍		♎		♏		♐		
9	6	8	45	8	37	7	56	8	43	8	57	1
10	4	9	42	9	35	8	55	9	43	9	58	2
11	1	10	40	10	34	9	53	10	43	10	59	3
11	58	11	37	11	32	10	54	11	43	12	0	4
12	56	12	35	12	30	11	52	12	43	13	1	5
13	53	13	33	13	28	12	51	13	44	14	2	6
14	50	14	30	14	27	13	51	14	44	15	3	7
15	47	15	28	15	25	14	50	15	44	16	4	8
16	45	16	25	16	23	15	49	16	44	17	5	9
17	42	17	23	17	22	16	49	17	45	18	5	10
18	39	18	21	18	20	17	48	18	45	19	6	11
19	37	19	18	19	19	18	47	19	46	20	7	12
20	34	20	16	20	17	19	47	20	46	21	8	13
21	31	21	14	21	16	20	46	21	46	22	9	14
22	29	22	12	22	14	21	46	22	47	23	11	15
23	26	23	10	23	13	22	46	23	47	24	12	16
24	23	24	7	24	12	23	45	24	48	25	13	17
25	21	25	5	25	10	24	45	25	48	26	14	18
26	18	26	3	26	9	25	44	26	49	27	15	19
27	15	27	1	27	8	26	44	27	50	28	16	20
28	13	27	59	28	6	27	44	28	50	29	17	21
29	10	28	57	29	5	28	44	29	51	0 ♑	18	22
0 ♌	8	29 ♍	55	0 ♎	4	29 ♏	43	0 ♐	51	1	19	23
1	5	0	53	1	3	0	42	1	52	2	20	24
2	2	1	51	2	2	1	43	2	53	3	21	25
3	0	2	49	3	1	2	43	3	54	4	22	26
3	57	3	47	3	59	3	43	4	54	5	23	27
4	55	4	45	4	58	4	43	5	55	6	24	28
5	52	5	43	5	57	5	43	6	56	7	25	29
6	50	6	41	6	56	6	43	7	57	8	26	30
7	47	7	39			7	43			9	27	31

Locus Solis in Zodiaco Anno 1602. vel secundo post bissextum.

Dies Mensium	Ianuar. G	Ianuar. M	Februar. G	Februar. M	Martius. G	Martius. M	Aprilis. G	Aprilis. M	Maius. G	Maius. M	Iunius. G	Iunius. M
1	10 ♑	29	12 ♒	0	10 ♓	13	11 ♈	0	10 ♉	19	10 ♊	11
2	11	30	13	0	11	13	11	59	11	17	11	9
3	12	31	14	1	12	13	12	58	12	15	12	6
4	13	32	15	2	13	13	13	57	13	13	13	4
5	14	33	16	3	14	13	14	56	14	11	14	1
6	15	34	17	3	15	13	15	55	15	9	14	59
7	16	35	18	4	16	13	16	54	16	7	15	56
8	17	37	19	5	17	13	17	53	17	5	16	53
9	18	38	20	5	18	12	18	52	18	3	17	51
10	19	39	21	6	19	12	19	51	19	1	18	48
11	20	40	22	7	20	12	20	49	19	59	19	46
12	21	41	23	7	21	12	21	48	20	57	20	43
13	22	42	24	8	22	12	22	47	21	55	21	40
14	23	43	25	8	23	11	23	46	22	53	22	38
15	24	44	26	9	24	11	24	44	23	51	23	35
16	25	45	27	9	25	11	25	43	24	49	24	33
17	26	46	28	10	26	10	26	41	25	46	25	30
18	27	47	29	10	27	10	27	40	26	44	26	27
19	28	48	0 ♓	10	28	9	28	39	27	42	27	25
20	29	49	1	11	29	9	29	37	28	40	28	22
21	0 ♒	50	2	11	0 ♈	8	0 ♉	36	29	37	29	19
22	1	51	3	11	1	8	1	34	0 ♊	35	0 ♋	17
23	2	52	4	12	2	7	2	32	1	33	1	14
24	3	53	5	12	3	6	3	31	2	30	2	11
25	4	54	6	12	4	6	4	29	3	28	3	6
26	5	55	7	12	5	5	5	27	4	26	4	6
27	6	56	8	12	6	4	6	26	5	23	5	3
28	7	56	9	13	7	4	7	24	6	21	6	0
29	8	57			8	3	8	22	7	18	6	58
30	9	58			9	2	9	21	8	16	7	55
31	10	59			10	1			9	14		

Locus Solis in Zodiaco Anno 1602. vel secundo post bissextum.

Iulius G	Iulius M	Augustus. G	Augustus. M	Septéber. G	Septéber. M	October. G	October. M	Nouéber. G	Nouéber. M	Decéber G	Decéber M	Dies Mensium
♋		♌		♍		♎		♏		♐		
8	52	8	31	8	23	7	41	8	28	8	42	1
9	50	9	28	9	21	8	40	9	28	9	43	2
10	47	10	26	10	19	9	39	10	28	10	44	3
11	44	11	23	11	17	10	38	11	28	11	45	4
12	41	12	21	12	16	11	38	12	29	12	46	5
13	39	13	18	13	14	12	37	13	29	13	47	6
14	36	14	16	14	12	13	36	14	29	14	48	7
15	33	15	14	15	11	14	35	15	29	15	48	8
16	31	16	11	16	9	15	35	16	30	16	49	9
17	28	17	9	17	7	16	34	17	30	17	50	10
18	25	18	7	18	6	17	33	18	30	18	51	11
19	23	19	4	19	4	18	33	19	31	19	52	12
20	20	20	2	20	3	19	32	20	31	20	53	13
21	17	21	0	21	1	20	32	21	31	21	54	14
22	15	21	57	22	0	21	31	22	32	22	55	15
23	12	22	55	22	58	22	31	23	32	23	56	16
24	9	23	53	23	57	23	30	44	33	24	57	17
25	7	24	51	24	56	24	30	25	33	25	58	18
26	4	25	49	25	54	25	30	26	34	27	0	19
27	1	26	47	26	53	26	29	27	34	28	1	20
27	59	27	44	27	52	27	29	28	35	29	2	21
28	56	28	42	28	51	28	29	29	36	0 ♑	3	22
29	54	29	40	29	49	29	29	0 ♐	36	1	4	23
0 ♌	[illegible]	0 ♍	38	0 ♎	48	0 ♏	28	1	37	2	5	24
1	48	1	36	1	47	1	28	2	38	3	6	25
2	46	2	34	2	46	2	28	3	38	4	7	26
3	43	3	32	3	45	3	28	4	39	5	8	27
4	41	4	30	4	44	4	28	5	40	6	9	28
5	38	5	28	5	43	5	28	6	41	7	10	29
6	36	6	27	6	42	6	28	7	41	8	11	30
7	33	7	25			7	28			9	13	31

Locus Solis in Zodiaco Anno 1603. vel tertio post bisextum.

Dies Mensium	Ianuar. G	M	Februar. G	M	Martius. G	M	Aprilis. G	M	Maius. G	M	Iunius. G	M
1	10♑	14	11♒	45	9♓	58	10♈	46	10♉	4	9♊	57
2	11	15	12	46	10	58	11	45	11	3	10	55
3	12	16	13	46	11	58	12	44	12	1	11	52
4	13	17	14	47	12	58	13	43	12	59	12	50
5	14	18	15	48	13	58	14	42	13	57	13	47
6	15	19	16	48	14	58	15	41	14	55	14	44
7	16	20	17	49	15	58	16	40	15	53	15	42
8	17	21	18	50	16	58	17	38	16	51	16	39
9	18	22	19	50	17	58	18	37	17	49	17	37
10	19	24	20	51	18	57	19	36	18	47	18	34
11	20	25	21	52	19	57	20	35	19	45	19	32
12	21	26	22	52	20	57	21	34	20	43	20	29
13	22	27	23	53	21	57	22	32	21	41	21	26
14	23	28	24	53	22	56	23	31	22	39	22	24
15	24	29	25	54	23	56	24	30	23	37	23	21
16	25	30	26	54	24	56	25	28	24	34	24	18
17	26	31	27	55	25	55	26	27	25	32	25	16
18	27	32	28	55	26	55	27	26	26	30	26	13
19	28	33	29	55	27	54	28	24	27	28	27	10
20	29	34	0♓	56	28	54	29	23	28	25	28	8
21	0♒	35	1	56	29	53	0♉	21	29	23	29	5
22	1	36	2	56	0♈	53	1	20	0♊	21	0♋	2
23	2	37	3	57	1	52	2	18	1	19	1	0
24	3	38	4	57	2	52	3	16	2	16	1	57
25	4	39	5	57	3	51	4	15	3	14	2	54
26	5	40	6	58	4	50	5	13	4	12	3	52
27	6	40	7	57	5	50	6	11	5	9	4	49
28	7	41	8	58	6	49	7	10	6	7	5	46
29	8	42			7	48	8	8	7	4	6	44
30	9	43			8	47	9	6	8	2	7	41
31	10	44			9	48			8	59		

Locus Solis in Zodiaco Anno 1603. vel tertio post bissextum.

Iulius G	Iulius M	Augustus G	Augustus M	Septẽber. G	Septẽber. M	October. G	October. M	Nouẽber. G	Nouẽber. M	Decẽber G	Decẽber M	Dies Mensium
♋		♌		♍		♎		♏		♐		
8	38	8	16	8	8	7	26	8	13	8	27	1
9	26	9	14	9	6	8	25	9	13	9	28	2
10	33	10	11	10	5	9	25	10	13	10	29	3
11	30	11	9	11	3	10	24	11	14	11	30	4
12	27	12	7	12	1	11	23	12	14	12	31	5
13	25	13	4	12	59	12	22	13	14	13	32	6
14	22	14	2	13	58	13	21	14	14	14	32	7
15	19	14	59	14	56	14	21	15	14	15	33	8
16	17	15	57	15	54	15	20	16	15	16	34	9
17	14	16	55	16	53	16	19	17	15	17	35	10
18	11	17	52	17	52	17	19	18	15	18	36	11
19	9	18	50	18	50	18	18	19	16	19	37	12
20	6	19	48	19	48	19	18	20	16	20	38	13
21	3	20	46	20	47	20	17	21	16	21	39	14
22	0	21	43	21	45	21	17	22	17	22	40	15
22	58	22	41	22	44	22	16	23	17	23	41	16
23	55	23	39	23	43	23	16	24	18	24	42	17
24	53	24	37	24	41	24	15	25	18	25	43	18
25	50	25	35	25	40	25	15	26	19	26	44	19
26	47	26	32	26	39	26	15	27	20	27	45	20
27	45	27	30	27	37	27	14	28	20	28	47	21
28	42	28	28	28	36	28	14	29	21	29	48	22
29	39	29	26	29	35	29	14	0 ♐	21	0 ♑	49	23
0 ♌	37	0 ♍	24	0 ♎	34	0 ♏	14	1	22	1	50	24
1	34	1	22	1	33	1	13	2	23	2	51	25
2	32	2	30	2	31	2	13	3	23	3	52	26
3	29	3	18	3	30	3	13	4	24	4	53	27
4	27	4	16	4	29	4	13	5	25	5	54	28
5	24	5	14	5	28	5	13	6	26	6	55	29
6	21	6	12	6	27	6	13	7	27	7	56	30
7	19	7	10			7	13			8	57	31

CANON III.

DECLINATIONEM Solis quolibet die, siue cuiusuis puncti Eclipticę, stellarumque indagare. Et viciſſim ex data declinatione Solis arcum, vel punctum Eclipticæ reſpondens explorare: Atque hinc, quanta ſit Solis, vel ſtellæ cuiuſuis altitudo meridiana, eruere.

Declinationem gradus Eclipticæ propoſiti, vel ſtellæ cuiuslibet per Aſtrolabium inuenire.

Quæ puncta in Aſtrolabio habeant declinationem borealem, & quæ auſtralẽ.

1. SI oſtenſor in facie Aſtrolabii in gradus diuiſus ſit, vt in ſcholio propoſ. 20. libri præcedentis docuimus, inuenietur declinatio cuiuſuis puncti Eclipticæ, vel ſtellæ beneficio Aſtrolabij hoc modo. Ponatur linea fiduciæ oſtenſoris ſupra gradum Eclipticæ propoſitum, aut ſupra cacumen ſtellæ. Gradus enim oſtenſoris in eum gradum, aut ſtellam incidens illico declinationem ipſius quæſitam monſtrabit, borealem quidem, ſi gradus Eclipticæ, vel ſtella intra Aequatorem exiſtat, hoc eſt, ſi gradus oſtenſoris repertus ab Aequatore verſus centrum Aſtrolabii vergat; auſtralem vero, ſi gradus Eclipticæ, vel ſtella exiſtat extra Aequatorem, hoc eſt, ſi gradus oſtenſoris inuentus ab Aequatore verſus tropicum ♑, recedat.

2. SI vero non adſit oſtenſor in gradus diſtributus, circumducatur rete, donec gradus Eclipticæ propoſitus, aut cacumen ſtellæ in lineam meridianam incidat. Reti enim talem obtinente ſitum, circuli ipſi Almucantarath, id eſt, paralleli Horizontis inter gradum Eclipticæ, vel cacumen ſtellæ, & Aequatorem interpoſiti, numerabunt gradus declinationis, borealis quidem ab Aequatore verſus centrum Aſtrolabii, auſtralis vero ab eodem Aequatore verſus tropicum ♑.

Ex data declinatione arcum ſeu punctum Eclipticæ reſpondens inueſtigare ex Aſtrolabio.

3 E contrario vt ex data declinatione arcum, vel punctum Eclipticæ reſpondens inuenias, numera inter parallelos Horizontis in linea meridiana declinationem datam ab Aequatore ſiue verſus boream, ſiue auſtrum verſus. Deinde circumduc rete, donec Ecliptica præciſe termino numerationis congruat. Gradus enim ille Eclipticæ, ſeu punctum habebit illam declinationem, & præterea tria alia puncta, quæ æqualem diſtantiam ab æquinoctiorum punctis cum illo ſortiuntur, eandem declinationem habebunt. Vt ſi inuentum fuiſſet principium ♓, haberet eandem declinationem principium ♏, & principia ♉ & ♍. Semper enim quatuor puncta Eclipticæ, duo borealia, & duo auſtralia, eandem habent declinationem, vt in Lemmate 49. Num. 5. oſtendimus, & alio quoque modo paulo poſt Num. 6. demonſtrabimus. Idem conſequeris beneficio Indicis, vel oſtenſoris in gradus diſtributi. Nam ſi eum circumducas, donec punctum declinationem terminans Eclipticam contingat, ſiue hoc verſus boream, ſiue verſus auſtrum fiat, congruet data declinatio illi puncto Eclipticæ, & præterea aliis tribus, vt dictum eſt.

4. SED quia raro oſtenſor accurate in gradus diuiſus inuenitur, aut Aſtrolabium, in quo per ſingulos gradus paralleli Horizontis ea diligentia, qua par eſt, deſcripti ſint; neceſſe eſt, vt nouis modo veram declinationem non poſſe ad vnguem reperiri, ſed plus minus duntaxat, aut circiter: idcirco nos ſine inſtrumento

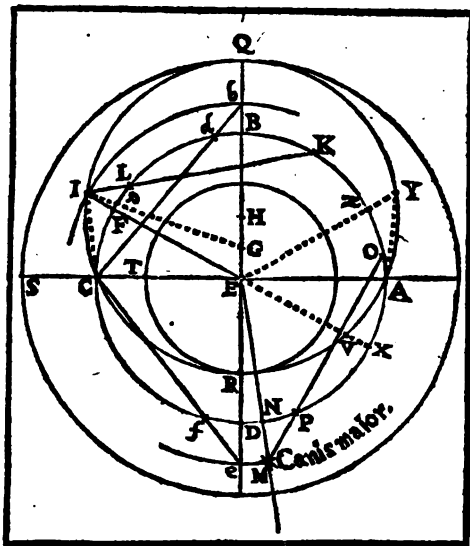
ſtrumento arcum verę declinationis ad vnguem, ſi magna cura in circulis deſcribendis [illegible]que diligentia adhibeatur, reperiemus hoc artificio.

Declinationẽ gradus Eclipticæ propoſiti, vel cuiuslibet ſtellæ ſine Aſtrolabio certius inuenire.

SIT A[illegible]tor Aſtrolabii ABCD, cuiuſuis magnitudinis circa centrum E, cum tropicis RT, QS; Ecliptica AQCR, tangens tropicos in Q, R, cuius centrum H, & polus G. Propoſitum autem ſit, inuenire declinationem principij ♓. Et quoniã ſignum ♓, auſtrale eſt, ac proinde in ſemicirculo auſtrali AQC, continetur, eiuſque principium ab ♈, diſtat grad. 30. numerabimus à puncto C, quod principio ♈, tributum eſt, verſus B, grad. 30. vſque ad a, & ex Eclipticæ polo G, per a, rectam ducemus Ga, quæ Eclipticam ſecet in I, eritque I, principium ♓, cum, vt propoſ. 5. præcedentis libri Num. 17. demonſtrauimus, arcus CI, arcui Ca, æqualis ſit, quod ad gradus attinet. Ducta autem ex centro E, per I, recta ſecante Aequatorem in F, ſumemus arcui CF, æqualem arcum BK, & rectam KI, ducemus; quæ Aequatorem ſecet in L. Dico FL, arcum eſſe declinationis puncti Eclipticæ I. Quoniam enim recta EI, circulum declinationis per I, principium ♓, ductum repræſentat, vt propoſ. 1. ſuperioris lib. Num. 4. demonſtrauimus, reſpondebit portio IF, arcui declinationis, cui quidem æqualis eſt Aequatoris arcus FL. Nam ſi cogitetur circulus ABCD, eſſe Meridianus, & inſiſtere plano Aſtrolabii in recta EI, ad angulos rectos, erit K, polus auſtralis, cum a plano Aequatoris, vel Aſtrolabii diſtet per quadrantẽ FK, propterea quod, ſi æqualibus arcubus CF, BK, addatur cõmunis arcus FB, totus arcus FK, toti quadranti CB, ſit æqualis. Hinc autem ſequitur, arcus FL, FI, eſſe æquales, vt propoſ. 1. lib. 2. Num. 5. monſtratum eſt.

SIT rurſum inueſtiganda declinatio ſtellę, quæ Canis Maior appellatur. Inuento eius loco M, in Aſtrolabio, vt prop. 11. lib. 2. Num. 2. docuimus, per eius longitudinem, & latitudinem, ducatur recta EM, circulum declinationis referens, vt NM, metiatur declinationem ſtellæ auſtralem. Sumpto autem arcui DN, æquali arcu AO, ducatur recta OM, ſecans Aequatorem in P; eritque, vt proxime demonſtratum eſt, NP, arcus declinationis quæſitæ, hoc eſt, arcus NM, NP, æquales erunt.

Declinationẽ aliter ſine inſtrumẽto inuenire.

5. DECLINATIONEM porro tam dati puncti Eclipticæ, quam ſtellæ, hoc etiam modo nanciſcemur. Per inuentum punctum I, in Ecliptica ex centro E, arcus deſcribatur I b, ſecans meridianam lineam in b, & ex A, vel C, ad b, recta extendatur ſecans Aequatorem in d. Nam Bd, eſt arcus declinationis paralleli bI, vt propoſ. 4. Num. 7. ſuperioris lib. oſtendimus, ac proinde & puncti

I, in Ecliptica dati. quod est propositum.

RVRSVS ex eodem centro E, per centrum stellæ M, arcus describatur Me, secans lineam meridianam in e, & ex A, vel C, ad e, recta [illegible]atur secans Aequatorem in f: eritque vt dictum est, D f, arcui declinationis paralleli Me, hoc est, stellæ M.

Præceptum generale ad inueniendam declinationem cuiusuis puncti Astrolabii.

6. HAC eadem ratione cuiusuis puncti in Astrolabio positi declinationem reperiemus; si nimirum per illud punctum ex centro E, rectam ducamus, & à puncto, vbi Aequatorem secat, quadrantem in eodem Aequatore sumamus, ex cuius termino ad punctum datum rectam ducamus. Hæc enim & prior illa per idem punctum datum emissa intercipient in Aequatore arcum declinationis. Ita vides rectam EM, ex centro per punctum M, ductam, cum recta OM, ex termino O, quadrantis NO, ad idem punctum M, ductam, intercipere NP, arcum declinationis puncti M, vt ostendimus. Quadrans autem in Aequatore abscindetur sine vllo negotio, si ductis duabus diametris AC, BD, sese ad angulos rectos secantibus, arcui inter vnam earum, & punctum, in quo recta ex centro E, ducta Aequatorem secat, intercepto, æqualem arcum, ab altera diametro facto initio, abscindamus: quemadmodum in præcedentibus exemplis arcui DN, sumptus est æqualis AO, & arcui CF, arcus BK, vt quadrantes NO, FK, haberentur. Iidem quadrantes habebuntur, si quadrans AD, vel AB, vel BC, vel CD, transferatur ex N, & F, vsque ad O, & K.

VEL certe cuiusuis puncti declinationem inueniemus, si ex E, centro per datum punctum parallelum Aequatoris describamus, & ad punctum, vbi lineam meridianam BD, secat, ex A, vel C, rectam emittamus. Hac enim ex Aequatore arcum declinationis auferet à meridiana linea inchoatum, vt diximus de puncto I, & stella M.

ITAQVE si Ecliptica diuisa sit in signa, & gradus, non erit necessariũ, vt in Aequatore numeretur distantia dati gradus Eclipticæ, à proximo æquinoctio, vt eius situs in Ecliptica reperiatur per rectam ex polo G, emissam; quo pacto inuentus fuit situs I, principii ♓, per rectã Ga; sed satis est vt ex centro E, per gradum propositum recta educatur, & ab hac incipiẽdo in Aequatore quadrãs abscindatur, &c. Vel certe ex E, centro per propositum gradum parallelus Aequatoris describatur, &c. Satis etiam est, vt pũctorum vnius quadrantis Eclipticæ, v. g. quadrantis CQ. declinationes inquirantur. Hæ namque declinationes declinationibus punctorum in aliis tribus quadrantibus

æquales

æquales sunt, quod etiamsi ostensum à nobis sit in Lemmate 49. Num. 5. idem tamen hoc loco sic demonstrabimus. Sumatur in alio quadrante australi AQ arcus AY, æqualis arcui C I, vt Y, sit principium ♏, ducaturque recta EY, vt ZY, arcus sit declinationis, quem dico æqualem esse arcui F I. Ductis enim rectis CI, AY; erunt duo latera EC, C I, duobus lateribus EA, AY, æqualia; (Nam EC, EA, semidiametri sunt Aequatoris, a & CI, AY, æquales sunt, ob arcus æquales, quos subtendunt) b, & anguli quoque ECI, EAY, insistentes in circumferentia arcubus æqualibus AQI, CQY, æquales. c Igitur & bases EI, EY, æquales erunt. Demptis ergo æqualibus EF, EZ, reliquæ FI, ZY, æquales erunt: quæ cum æqualiter à centro E, absint, æqualibus arcubus Aequatoris respondebunt; ac proinde declinationes punctorum I, & Y, æquales erunt. Eodem modo ostendemus declinationem cuiusuis alterius puncti in quadrante CQ, æqualem esse declinationi puncti in quadrante AQ, cuius distantia ab æquinoctio A, æqualis sit distantiæ alterius puncti ab æquinoctio C. Rursus producta IE, vsque ad X, secante Eclipticam in V, repræsentabunt IV, FX, semicirculos, d quod maximi circuli se mutuo bifariam secent; dempto communi arcu FV, erunt reliqui arcus declinationum FI, VX, æquales. Cum ergo puncta Eclipticæ I, V, sint per diametrum opposita, vt lib. 2. in scholio propos. 5. Num. 17. ostendimus, liquet, puncta Eclipticæ opposita æquales habere declinationes. Eadem enim demonstratio est in aliis punctis oppositis, quę in F, V, vt perspicuum est.

Declinationes punctorum vnius quadrantis Eclipticę declinationibus punctorum aliorum quadrantū æquales sunt.

a 29. *tertij.*
b 27. *tertij.*
c 4. *primi.*
d 11. 1. *Theod.*

7. PORRO ex data declinatione punctum, seu arcum Eclipticæ respondentem hac ratione eruemus. Numeretur data declinatio in Aequatore à puncto B, vsque ad d, siue versus A, siue versus C; & ex A, vel C, per d, recta ducatur, secans meridianam lineam in b; ac tandem per b, ex E, parallelus Aequatoris describatur secans Eclipticam in I; eritque punctum I, id quod quæritur. Quantum autem inuentum punctum I, ab æquinoctiali puncto C, distet, indicabit recta ex polo Eclipticæ G, ad I, ducta. Hæc enim resecabit arcum Aequatoris Ca, arcui Eclipticæ CI, æqualem, vt lib. 2. propos. 5. Num. 17. ostendimus.

Ex data declinatione punctum, vel arcum Eclipticæ respondentem sine instrumento eliccre.

8. EX declinatione denique Solis, vel stellæ cognita, hoc pacto eius altitudinem meridianam eruemus. Si declinatio borealis est, adiiciatur ea complemento altitudinis poli; si vero australis, dematur ex eodem. Numerus enim conflatus, vel relictus, quanta sit Solis, vel stellæ altitudo meridiana, indicabit.

Altitudinē meridianam Solis, vel stellæ cuiusuis deprehendere.

SED quando ex additione declinationis borealis ad complementum altitudinis poli maior numerus conflatur, quam grad. 90. existet Sol, vel stella in Meridiano inter verticem loci, & polum arcticum. Quare numerus ille conflatus ex semicirculo detractus altitudinem meridianam monstrabit. Hoc autem contingit, quotiescunque altitudo poli minor est declinatione boreali.

RVRSVS quando altitudo poli maior est complemento declinationis borealis, vel (quod idem est) quando complementum altitudinis poli minus est declinatione boreali, habebit Sol, vel stella duas altitudines meridianas, maximā scilicet, ac minimam, ac nunquam orietur, vel occidet. Maxima reperietur, vt dictum est; minima vero, si ex altitudine poli complementum declinationis borealis tollatur, vel si complementum altitudinis poli ex declinatione boreali dematur.

POSTREMO quando complementum altitudinis poli minus est declinatione australi, Sol, vel stella semper sub Horizonte latebit, nullamque habebit altitudinem meridianam. Quæ omnia ex sphæra materiali liquido constant. At

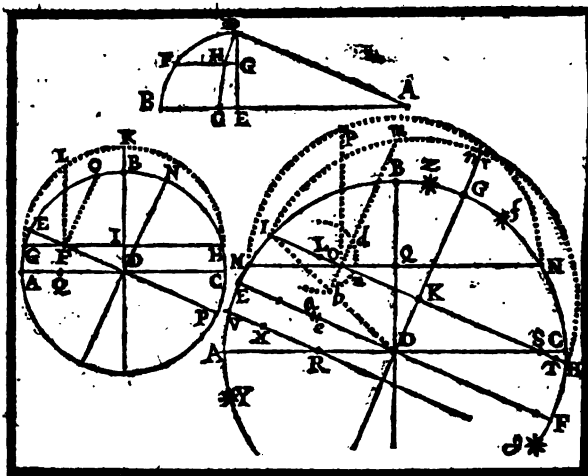
que hæc

que hæc intelligenda sunt in regione boreali. In australi vero regione, quæ dicta sunt de boreali declinatione, intelligantur de australi, & contra.

IN scholio Canonis 22. inuestigabimus declinationem dati puncti Eclipticæ, licet ipsa Ecliptica in Astrolabio descripta non sit, & declinationem cuiuslibet stellæ, etiamsi eius locus in Astrolabio inuentus non sit: quæ res mihi sane preclara esse videtur, atque egregia, cum non facilis sit inuentio loci stellæ cuiusuis in Astrolabio, vt ex propos. 11. libri 2. manifestum est, propterea quod nonnullarum stellarum paralleli Eclipticæ sunt vel nimis ampli, vel nimis angusti.

SCHOLIVM.

Declinationē dati cuiusuis puncti Eclipticæ ex Analemmate inuestigare.

1. EX Analemmate duobus modis declinationem cuiusuis puncti Ecliptica inuestigabimus. Priore sic. Ducta recta AB, describatur ex A, arcus circuli CD, quolibet interuallo, in quo sumatur arcus maxima declinationis CD, hoc est, constituatur angulus CAD, maxima declinationis. Demissa deinde ex D, ad AB, perpendiculari DE, describatur ex E, per D, quadrans circuli DB. Si igitur à puncto B, numerentur vsque ad F, gradus, quibus datum Ecliptica punctum à proximo æquinoctij puncto abest, demittaturque ad DE, perpendicularis FG, vel ipsi BA, parallela, secans arcum CD, in H; erit CH, arcus declinationis dati puncti. Cum enim in Lemmate 18. demonstratum sit, esse sinum totum ad sinum maxima declinationis, vt est sinus arcus à proximo æquinoctij puncto numerati ad sinum declinationis puncti dictum arcum terminantis, liquido constat, arcum CH, metiri declinationem puncti,

quod tanto arcu Ecliptica à proximo æquinoctio abest, quantus est arcus BF, respectu sui circuli. Nam cum sit, vt ED, sinus totus circuli BD, ad EG, sinum arcus BF, eiusdem circuli, ita ED, sinus maxima declinationis circuli CD, ad EG, sinum arcus CH, eiusdem circuli: sit autem ex Lemmate 5. vt ED, sinus totus ad EG, sinum arcus BF, ita sinus totus Ecliptica ad sinum arcus, qui arcui BF, similis sit; erit quoque,

quoque, vt sinus totus Ecliptica ad sinum arcus, quo datum punctum à proximo æquinoctio recedit, ita ED, sinus maximæ declinationis ad EG, sinum declinationis CH: Et permutando, vt sinus totus Ecliptica ad sinum maximæ declinationis, ita sinus distantia puncti dati à proximo æquinoctio ad sinum EG. Ex quo colligitur, EG, esse sinum declinationis dati puncti, atque idcirco arcum CH, declinationem ipsam metiri. Hic porrò modus à priore ratione, qua in Lemmate 19. parallelos Solis in Analemmate descripsimus, non differt, nisi quòd hic integri circuli descripti non sint. Nam sector ACD huius figura refert sectorem Analemmatis EHM, in Lemmate 19. & quadrans BD, quadrantem SM. Immo in eodem Lemmate 19. docuimus quoque ad finem, qua ratione ex Analemmate declinatio cuiusuis puncti Ecliptica inuestiganda sit. Quare eo Lectorem remittendum censeo, vt hæc, quæ hoc loco traduntur, plenius intelligantur.

2. POSTERIORE *modo sic idem assequemur. Sit Meridianus, vel Colurus Solstitiorum ABC, circa centrum D; eius cum Aequatore sectio AC, cum Ecliptica ED; axis Aequatoris DB; Ecliptica DN. Sit autem DF, sinus rectus arcus Ecliptica à proximo æquinoctio numerati: (qui reperietur, si datus arcus ab N, numeretur vsque ad O, & ad ED perpendicularis demittatur OF.) Et per F, ipsi AC, parallela agatur GH. Dico AG, esse arcum declinationis quæsita. Describatur enim circa GH, ex I, semicirculus GKH, & ad GH, perpendicularis erigatur FL. Si igitur semicirculus ENP, concipiatur esse Ecliptica semissis, & circa EP, moueri, donec ad Coluri planum rectus sit; erit per defin. 4. lib. 11. Eucl. recta OF, ad idem planum perpendicularis. Eadem ratione, si circumuertatur semicirculus GKH, circa GH, donec ad idem planum rectus sit, erit recta LF, ad idem perpendicularis, ipsique OF, congruet.* a *Igitur planum per rectam GH, & per rectam OF, vel LF, in eo situ ductum, ad eundem Colurum rectum erit. Cum ergo parallelus Aequatoris per datum punctum O, ductus, rectus quoque sit ad eundem Colurum;* b *faciatque in eo sectionem ipsi AC, parallelam; erit semicirculus GKH, in eo situ per OF, transiens, parallelus Aequatoris faciens sectionem GH, cum Coluro ipsi AC, parallelam. Quocirca AG, arcus erit declinationis puncti propositi. Hic etiam modus à posteriore, quo in Lemmate 19. parallelos Solis in Analemmate descripsimus, non differt. Nam & ibi ex k, puncto extremo arcus lk, demisimus ad Ecliptica diametrum MP, perpendicularem ku, atque per u, Aequatoris diametro HI, parallelam duximus YZ, pro parallelo Aequatoris per punctum Ecliptica k, ducto. quod tamen in dicto Lemmate 19. aliter demonstrauimus.*

a 18. vndec.

b 16. vnd.

3. IAM *duobus quoque modis datæ declinationi arcum, punctumque Ecliptica respondens assignabimus. Priore sic. In arcu CD, ex A, descripto in 1. figura numeretur declinatio vsque ad H, & per H, ipsi AB, parallela agatur FG. Hæc enim ex quadrante BD, arcum resecabit BF, qui quæsiti puncti distantiam à proximo puncto æquinoctiali metitur, vt ex dictis liquet. Posteriore autem sic. Numeretur in 2. figura data declinatio ex A, & C, vsque ad G, & H, ducaturque recta GH, secans Ecliptica diametrum in F. Perpendiculares enim DN, FO, ad EP, erectæ, intercipient arcum quæsitum NO, à proximo puncto æquinoctiali inchoatum; vt perspicuum est ex iis, quæ dicta sunt.*

Ex data declinatione punctum Eclipticæ, vel arcum respondentem elicere beneficio Analemmatis.

4. STELLAE *autem cuiuslibet declinationem, cuius longitudo & latitudo cognita sint, per Analemma scrutabimur hoc modo. Sit rursum Meridianus, siue Colurus Solstitiorum ABC, circa centrum D, vt in 3. figura; communis eius cum Aequatore sectio AC; cum Ecliptica EF; axis Aequatoris DB; Ecliptica DG; & polus borealis B. Ab Ecliptica sumantur duo arcus latitudinis stella EI, FH, versus quidem polum boreum B, si latitudo est borealis, si vero australis, in contrariam partem: ducaturque recta IH, pro diametro paralleli Ecliptica per stellam transeuntis. Deinde sit*

Declinationem cuiusuis stellæ per Analemma indagare.

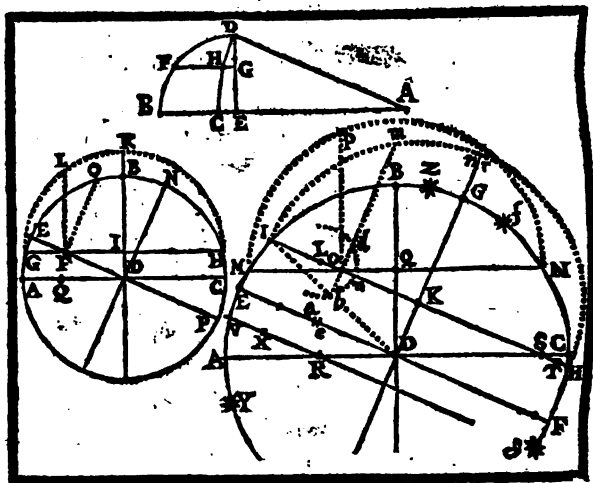
Ea, si-

E a, sinus versus arcus, quo stella à principio ♋, hoc est, à semicirculo Coluri p er principium ♋, transeunte, abest, siue secundum successionem signorum, siue contra, qui sinus versus reperietur, si ab E, ea distantia numeretur in semicirculo EGF, & ex termino numerationis ad EF, perpendicularis demittatur cadens in a. Semidiameter autem IK, ita secetur in O, vt secta est semidiameter ED, quando punctum a, est in ED; vel semidiameter KH, ita secetur, vt secta est semidiameter DF, quando punctum a, cadit in DF. quod facile ita fiet.

Semissem rectæ diametro circuli æquidistantis, secare, vt semidiameter secta est.

5. DVCTA *semidiametro DI, sumatur Db, ipsi Da, æqualis, ducaturque bO, ad IK, perpendicularis: quod facile fiet, si ex quouis puncto L, in IK, assumpto per b, arcus describatur, & arcui nb, æqualis abscindatur nd. Recta enim bd, perpendicularis erit; vt constat ex praxi propos. 12. lib. 1. Eucl. Dico, IK, ita sectam esse in O, vt secta est ED, in a. Quoniam enim est, vt Da, ad aE, ita Db, ad bI, propter æqualitatem rectarum Da, Db, &c.* [a] *Vt autem Db, ad bI, ita est KO, ad OI; erit quoque KO, ad OI, vt Da, ad aE. Atque hoc modo semper secabitur semissis rectæ diametro circuli æquidistantis, vt semidiameter secta est.*

a 2. sexti.

Semidiametrum circuli secare, vt semissis eius parallelæ secta est.

6. VICISSIM *quoque semidiametrum ED, secabimus, vt semissis IK, eius parallela secta est in O, hoc modo. (Hac enim re in ijs, quæ sequuntur, indigebimus quoque) Ducta rursum semidiametro DI, secet eam in b, excitata ad IK, perpendicularis Ob (quæ facile ducetur, si rectæ KO, æqualis sumatur De.* [b] *Nam Oe, perpendicularis erit ad IK;* [c] *cum sit ipsi KD, parallela) & rectæ Db, æqualis abscindatur Da. Dico ED. ita sectam esse in a, vt secta est IK, in O.* [d] *Cum enim sit vt KO, ad OI, ita Db, ad bI; sit autem vt Db, ad bI, ita Da, ad aE, propter æqualitatem rectarum Db, Da, &c. erit quoque vt KO, ad OI, ita Da, ad aE.*

b 29. primi.
c 33. primi.
d 2. sexti.

7. INVENTO *autem puncto O, (quod reperietur quoque, si ex K, circa IH, semicirculum ImH, describas, in eoque numeres ex I, distantiam stellæ à principio ♋ vsque ad m, & ex m, ad IH, perpendicularem demittas m O. Ita enim erit quoque IO, sinus versus dictæ distantiæ) ducatur per O, Aequatoris diametro AC, parallela MN. Dico AM, arcum esse declinationis stellæ propositæ. Describatur enim ex ♌, circa KN.*

circa MN, semicirculus MPN, & ad MN, perpendicularis excitetur OP. Si igitur semicirculus ImH, concipiatur circa IH, circumuerti, donec rectus sit ad Colurũ, ac proinde Ecliptica æquidistet; erit per defin. 4. lib. 11. Eucl. m O, ad eundem Colurum perpendicularis, & m, locus erit stellæ. Eadem ratione si semicirculus MPN, circa MN, moueatur, donec ad eundem Colurum rectus sit, ipsique Aequatori parallelus; erit recta PO, ad eundem Colurum perpendicularis, ipsique mO, congruet. a, Igitur planum per rectam PO, vel m O, in eo situ, & per rectam MN, ductum, ad eundem Colurum rectum erit. Cum ergo parallelus Aequatoris per stellam in puncto m, ductus, rectus quoque sit ad eundem Colurum, b, faciatque in eo sectionem ipsi AC, parallelam; erit semicirculus MPN, in eo situ per PO, transiens, parallelus Aequatoris, faciens sectionem MN, in Coluro ipsi AC, parallelam. Quare AM, arcus erit declinationis stellæ.

a 18. vndec.

b 16. vndec.

8. HAEC autem declinatio septentrionalis erit, quando sinus versus IO, distantia stellæ à principio ♋, minor fuerit segmento diametri paralleli stellæ inter Colurum prope ♋, & sectionem illius cum diametro Aequatoris AC: Australis vero, si maior: Declinatione denique carebit, si æqualis: atque hoc semper verum est, siue latitudo stellæ sit borealis, siue australis, siue denique latitudine careat. Itaque si stellæ latitudo sit borealis EI, & sinus versus distantiæ à Coluro in proprio parallelo Eclipticæ IS, nullam habebit stella latitudinem: Si vero sinus versus sit IT, declinationem habebit australem. Sic etiam si stella latitudinem habeat australem EV, & sinum versum VX, declinationem habebit borealem: Si vero sinum versum habeat VR, declinatione carebit, &c.

9. RVRSVS stella in Coluro solstitiorum existente, hoc est, in principio ♋, vel ♑, inuenietur eius declinatio hac ratione. Quando declinatio puncti tropici, in quo est stella, & latitudo stellæ, sunt eiusdem denominationis, id est, borealis, vel australis, addantur simul, conflabiturque declinatio stellæ eiusdem denominationis cum declinatione puncti tropici, vel latitudinis.

QVANDO autem declinatio puncti tropici, & stellæ latitudo diuersæ sunt denominationis, hoc est, punctum tropicum est boreale, & stellæ latitudo australis, vel contra; subtrahatur minor à maiore, relinqueturque declinatio stellæ eiusdem denominationis cum maiore, à qua facta est subtractio.

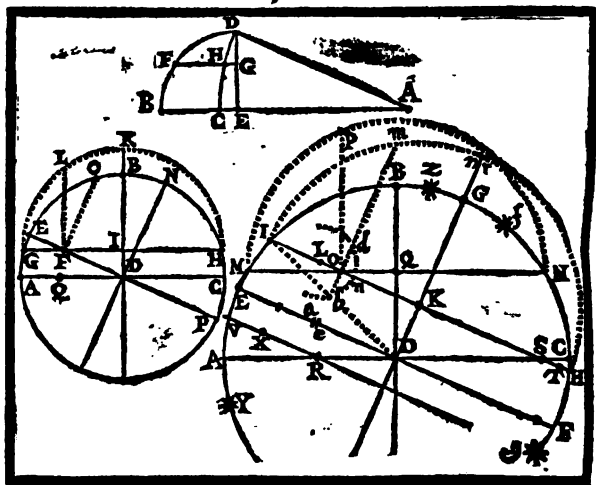
QVANDO ex additione fit maior numerus, quam 90. reliquus numerus ex 180. dabit declinationem stellæ eiusdem denominationis cum puncto tropico. Quando item ex detractione nihil superest, stella declinatione carebit. Quando denique latitudo nulla est, habebit stella eandem declinationem, quam punctum tropicum.

VERBI gratia, stella existens in I, habebit declinationem borealem AI, conflatã ex declinatione AE, borea pũcti tropici E, & ex latitudine borea EI. Sic declinatio stellæ g, erit australis conflata ex CF, declinatione australi puncti tropici F, & ex latitudine australi Fg. Itẽ stella existens in V, habebit declinationẽ boreã, & stella existens in H, australem, quia illa relinquitur, detracta latitudine austrina EV, ex declinatione borea AE; pũcti tropici E, hac vero reliqua fit, detracta latitudine borea FH, ex declinatione australi CF, pũcti tropici F. At vero stella in Y, declinationẽ habebit austrinã & stella in f, boreã: quia illa relinquitur post detractionẽ declinationis borealis AE, ex latitudine australi EY; hac vero post detractionẽ declinationis australis CF, ex latitudine boreali F f. Deinde quia ex declinatione borea AE, & latitudine borea EZ, fit maior arcus quadrante AB, dabit ex semicirculo reliquus CZ, declinationem borealem. Præterea stella in A, vel C, nullam habet declinationem, cum declinatio sit vtrobique latitudini æqualis, ac proinde post detractionem vnius ex altera nihil superfit. Denique stella in E, declinationem habebit eandem, quam punctum tropicum

Dddd E, nimi-

E, nimirum borealem; stella vero in F, sortietur declinationem australem, eandem videlicet cum puncto tropico F.

Declinationem cuiusuis puncti Eclipticæ per sinus inuestigare.

10. PER *sinus denique declinatio cuiuslibet puncti Ecliptica, aut stella, cuius longitudo, & latitudo nota sint, ita inuestigabitur. Quoniam in secunda descriptione huius figura est, vt DF, sinus totus ad DI, sinum maxima declinationis, (Posito enim sinu toto DF, recta DI, sinus est anguli DFI, [a] qui aqualis est alterno angulo ADF, maxima declinationis) ita DF, sinus arcus Ecliptica NO, à proximo aquinoctio N, inchoati ad DI, sinum declinationis puncti O: id quod etiã in lemmate 19. demonstra-*

a 29. primi.

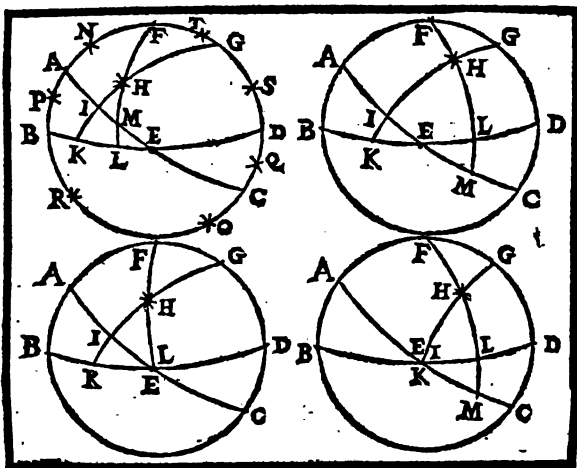
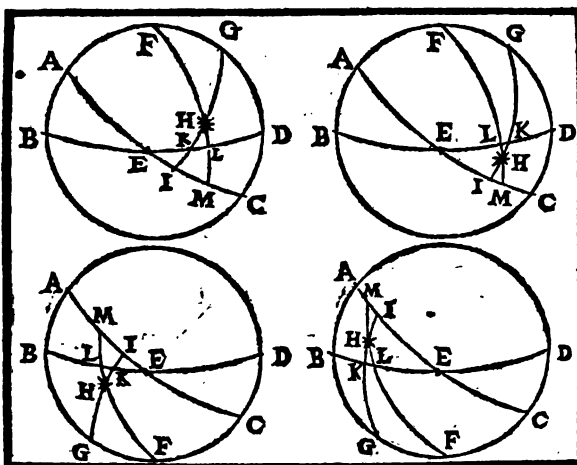
uimus, Si fiat, vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, ita sinus distantiæ dati puncti Eclipticæ à proximo æquinoctio ad aliud, procreabitur sinus declinationis puncti propositi. *Ex tabula ergo sinuum declinatio ipsa fiet cognita.*

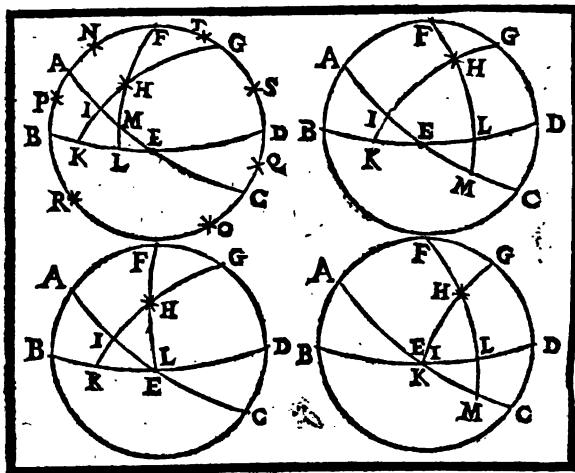
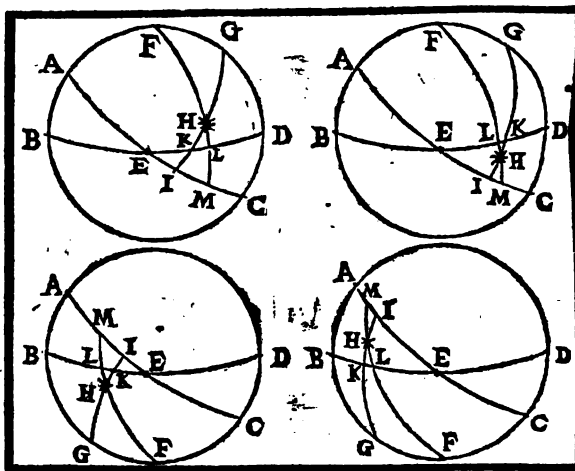
Ex data declinatione punctum Eclipticæ respõdens reperire per sinus.

VICISSIM si fiat, vt sinus maximæ declinationis ad sinum totum, ita sinus declinationis datæ ad aliud, producetur sinus arcus Eclipticæ à proximo æquinoctio inchoati, cui proposita declinatio congruit. *Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum maxima declinationis, ita sinus arcus Ecliptica à proximo aquinoctio inchoati ad sinum declinationis eiusdem arcus, vt dictum est; erit conuertendo, vt sinus maxima declinationis ad sinum totum, ita sinus declinationis data ad sinum arcus Ecliptica, cui debetur, à proximo aquinoctio inchoati.*

Declinationẽ cuiuslibet stellæ per numeros indagare.

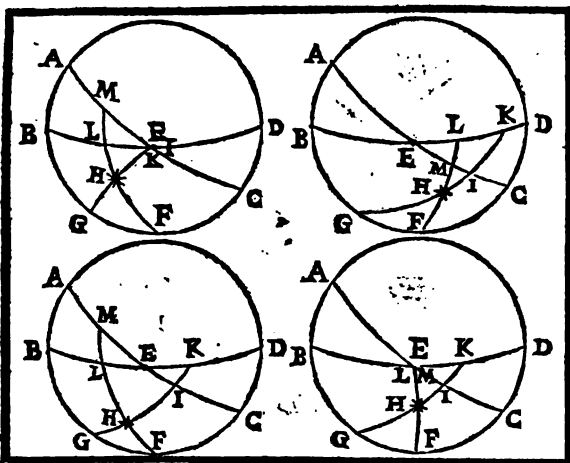
VT autem stella cuiuslibet declinatio per numeros inueniatur, sit Colurus solstitiorum ABCD; Aequator BD, & eius polus F; Ecliptica AC, eiusque polus G; E, principium ♈, vel ♎; A, principium ♋; C, principium ♑; locus stella H; circulus maximus declinationis stella FH, secans Aequatorem in L, & Eclipticam in M; circulus maximus latitudinis stella GH, secans Eclipticam in I, & Aequatorem in K; declinatio stella HL, eiusque complementum FH; latitudo stella HI, eiusque complementum GH; Arcus denique Ecliptica AI, distantie stella à principio ♋, siue secundum signorum successionem, siue contra, numeratus: vt in 12. circulis hoc loco descriptis apparet. Quoniam igitur in triangulo spharico FGH, duo latera GF, GH, cognita sunt, cum FG, sit arcus maxima declinationis, & GH, complementum latitudinis

tudinis stellæ; est autem & angulus ab ipsis cõprehensus FGH, notus; (Nã in prioribus 6. circulis, in quibus latitudo stellæ borealis est, eius anguli arcus AI, distantiam stellæ à principio ♋, metiens cognitus est: in posterioribus vero 6. circulis, in quibus stel

la latitudinem habet australem, arcus prædicti anguli CI, distantia est ipsius stellæ à principio ♑, qui relinquitur, detracto arcu AI, distantia à principio ♋, ex semicirculo.) inuenietur per problema 22. triang. sphær. in vltimo lemmate, tertium latus

FH, hoc est, complementum declinationis stellæ, hac videlicet ratione. Fiat, vt sinus totus ad sinum maioris lateris dati, hoc est, ad sinum maximæ declinatio-

nis FG, vel complementi latitudinis GH, ita ſinus minoris lateris dati ad aliud: inuenieturque quartus quidam numerus. Deinde rurſum fiat, vt ſinus totus ad quartum numerum proxime inuentum, ita ſinus verſus dati anguli FGH, ad

aliud: produceturq; differentia inter ſinũ verſum tertij lateris FH, quod quæritur, & ſinũ verſum arcus, quo duo latera data FG, GH, inter ſe differũt: quæ differẽtia adiecta ad ſinũ verſum arcus, quo dicta duo latera data FG, GH, inter ſe

differũt, conficiet ſinũ verſum quæſiti lateris FH, ex quo latus ipſum FH, id eſt, cõplementum declinationis ſtellę, cognitũ euadet. *Declinatio porro ſemper eſt eiuſdem*

dem nominis cũ latitudine, hoc est, borealis, si latitudo borealis est at australis, si australis, nisi quando sinus versus lateris quæsiti FH, maior inuentus fuerit sinu toto, vt in 6. & 8. circulo, vbi latus inuentum FH, non est complementum declinationis quæsitæ, sed potius eius complementum HL, est declinatio quæsita, ipsumque latus quadrante maius est. In hoc enim situ stella habet declinationem contrariam latitudini: adeo vt latitudine existente boreali, declinatio fit australis, vt in 6. circulo; latitudine vero existente australi, declinatio fit borealis, vt in 8. circulo.

Verum stellæ declinatio borealis sit an australis, cognoscere.

QVOD *si quando contingat, latera data FG, GH, esse æqualia; (quod fit, quando latitudo stellæ complectitur grad. 66. min. 30. hoc est, complemento maximæ declinationis æqualis est.)* Fiat, vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, hoc est, ad sinum lateris FG, ita sinus semissis anguli FGH, distantiæ stellæ à principio ♋, si eius latitudo borealis est, vel à principio ♑. si australis, ad aliud: inuenieturque sinus cuiusdam arcus, qui duplicatus totum latus quæsitum FH, notum efficiet; *vt ad finem prædicti problematis 22. triang. sphær. diximus.*

RVRSVS *si accidat, datum angulum FGH, rectum esse; (quod fit, quando distantia stellæ à principio ♋, quadrans est, vt in 4. & 9. circulo.)* Fiat, vt sinus totus ad sinum complementi maximæ declinationis FG, ita sinus complementi lateris GH, hoc est, ita sinus latitudinis stellæ, ad aliud: Inuenieturque sinus complementi quæsiti lateris FH; *vt perspicuum est ex 1. modo problematis 15. trian. sphær. vltimi Lemmatis.*

EADEM *declinatio stellæ hac alia quoque ratione supputari poterit. Quando stella existit in principio ♈, vel ♎, hoc est, eius distantia à principio ♋, continet grad. 90. vt in 4. & 9. circulo; si in triangulo EHL, cuius angulus L, rectus, per primum modum problematis 8. triang. sphær. in vltimo Lemmate explicati,* Fiat vt sinus totus ad sinum latitudinis stellæ HE, ita sinus anguli HEL, complementi maximæ declinationis ad aliud, gignetur sinus declinationis HL, quæsitæ, eiusdem nominis cum latitudine.

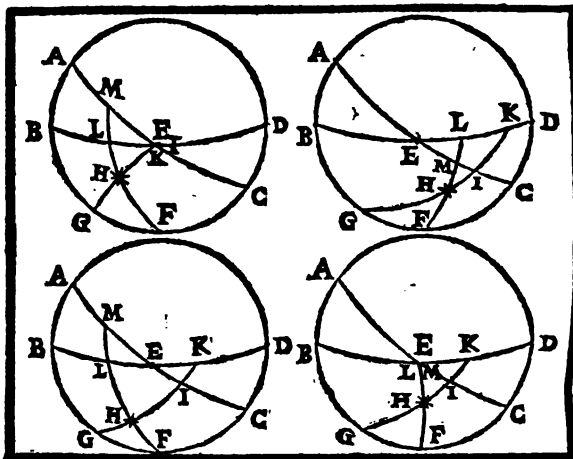
Aliter quãdo stella est in principio Arietis, vel Libræ.

QVANDO *autem stella est extra principia ♈, ♎, ♋, & ♑, vt in alijs 10. circulis, dempto 4. & 9. si per primum modũ problematis 4. triang. sphær. in vltimo* Lem-

Quando stella est extra principia Arietis, Libræ, Cancri, & Capricorni.

Lemmate explicati, Fiat in triangulo EIK, cuius angulus I, rectus, vt sinus totus ad sinum anguli IEK, maximæ declinationis, ita sinus complementi arcus EI, distantiam stellæ à proximo æquinoctio metientis ad aliud, procreabitur sinus complementi anguli EKI, subtendentis arcum declinationis HL, in triangulo HKL.

Argumentum declinationis stellæ.

DEINDE *in eodem triangulo E I K, si per 1. modum problematis 11. triang. sphær.* Fiat vt sinus totus ad sinum arcus EI, distantiam stellę à proximo æquinoctio metientis, ita tangens anguli IEK, maximæ declinationis ad aliud, inuenietur tangens arcus IK; quo latitudo HI, differt ab arcu HK, quem argumentum declinationis dicere possumus. *Hac differentia IK, est borealis, hoc est, ab Aequatore versus septentrionem porrigitur, quando stella locus est in aliquo signo boreali; australis vero, stella existente in signo aliquo australi. Itaque quando differentia IK, & latitudo stella HI, habent eandem denominationem, borealem scilicet, aut australem, dabit summa ex ipsis confecta argumentum HK, eiusdem denominationis cum latitudine, vel differentia: quando autem differentia IK, & latitudo stella HI, sunt diuersa denominationis, hoc est, vna est borealis, & australis altera,*

detracta minore ex maiore, reliquum fiet argumentum eiusdem nominis cum arcu, à quo facta est subtractio. Ita vides in 1. 2. 3. 5. & 8. circulo argumentum HK, esse boreale, australe vero in 6. 7. 10. 11. & 12. circulo.

POSTREMO *in triangulo HLK, angulum L, rectum habente, si per 1. modum problematis 8. triang. sphær.* Fiat vt sinus totus ad sinum argumenti HK, proxime inuenti, ita sinus anguli HKL, in triangulo EIK, primo loco inuenti ad aliud, producetur sinus declinationis HL, eiusdem denominationis cum argumento. *Vt autem declinatio stella exquisitius reperiatur, inueniendus erit angulus EKI, per partem proportionalem accuratissime; ac similiter differentia IK, inter argumentum, & latitudinem stella, vt in tertio discursu deinde verior sinus argumenti per partem proportionalem eliciatur. Denique declinatio quoque HL, quarenda est ex eius sinu per partem proportionalem, vt postea in scholio sequentis Canonis magis exquisite sinus*

eius

eius complementi inueniri possit, ad rectam ascensionem stellæ supputandam. Atque hoc in omnibus supputationibus obseruandum erit, quando ex arcu inuento, vel ex eius complemento alius arcus inquirendus est. Nam nisi sinus, & arcus per partem proportionalem exquisitissime accipiantur, vt in vltimo Lemmate traditum est, fieri potest, vt in vltimo arcu inueniendo committatur error non leuis.

QVO pacto autem, stella existente in Coluro solstitiorum, eius declinatio reperiatur, paulo ante Num. 9. huiusce scholij docuimus, & precepti illius exempla habes in stellis N, O, P, Q, R, S, T, B, D, A, C, primi circuli, quarum quidem stellarum loca ordine locis stellarum I, g, V, H, Y, f, Z, A, C, E, F, in tertia descriptione primæ figura huius scholij respondent.

Quando stella est in principio cancri, vel Capricorni.

CANON IIII.

ASCENSIONEM, descensionemque rectam cuiuslibet puncti Eclipticæ, vel stellæ exquirere: Et vicissim ascensioni, descensioniue rectæ cognitæ arcum Eclipticæ respondentem assignare: Denique punctum Eclipticę, cum quo stella proposita in sphæra recta oritur, vel occidit, aut cælum mediat, determinare.

1. CIRCVMDVCATVR rete Astrolabii, donec gradus Eclipticæ, vel stella proposita, in Horizonte recto, ex parte orientali, id est, in diametro Astrolabii, quæ meridianam lineam, hoc est, diametrum, quæ ad armillam suspẽsoriam protenditur, ad angulos rectos secat, constituatur. Nam reti hunc obtinente situm, arcus Aequatoris à principio ♈, secundum signorum successionem vsque ad eundem Horizontem rectum ex parte orientali, quæ ad sinistrã existit, computatus ascensionem rectam dati puncti Eclipticæ, vel stellæ metietur: quippe cum eiusmodi arcus in sphæra recta simul cum dato puncto, hoc est, cum arcu Eclipticę ab ♈, vsque ad illud punctum, stellaue supra rectum Horizontem ascendat. Hunc quoque ascensionis arcum dabunt gradus in limbo intercepti inter Horizontem rectum, & ostensorem, siue indicem per principium ♈, in eo situ retis transeuntem: gradus, inquam, a linea fiducię indicis secundum successionem signorum, id est, versus ♉, ♊, ♋, &c. vsque ad Horizontem rectum numerati. Posita autem stella in Horizonte recto ex parte orientali, punctum Eclipticæ in eodem Horizonte tunc existens est illud, cum quo stella oritur, aut cælum mediat, siue (quod idem est) ad Meridianum peruenit.

Ascensionem rectam dati puncti Eclipticæ, aut stellæ, ex Astrolabio cognoscere.

Qui gradus Eclipticæ cum data stella oriatur in sphæra recta, aut mediet cęlum.

2. NON aliter descensionem rectam cuiusuis puncti Eclipticæ aut stellæ explorabis, si datum punctum, vel stellam in Horizonte recto ex parte occidentali colloces. Nam eum situm reti obtinente, arcus Aequatoris à principio ♈, secundum seriem signorum vsque ad Horizontem rectum ex parte occidentali numeratus dabit descensionem in sphæra recta, quam etiam exhibent gradus limbi inter ostensorem per principium ♈, ductum, & Horizontem rectum ex parte occidentali intercepti, si secundum signorum seriem numerentur. Sed satis est ascensionem rectam cuiuslibet puncti, vel stellę inuestigare, cum hæc descensioni

Descensionem rectam dati puncti Eclipticæ, vel stellæ ex Astrolabio cognoscere.

Ascensio recta cuiusuis puncti descensioni eiusdem æqualis est.

Qui gradus Eclipticæ cum data stella occidat in sphæra recta.

scensioni eiusdem in sphæra recta sit æqualis, vt in sphæra dictum est. Posita autē stella in Horizonte recto ex parte occidentali, punctū Eclipticæ in eodem Horizonte tunc existens est illud, cum quo stella occidit. Atque hoc punctum semper illud idem est, cum quo eadem stella in sphera recta oritur, & cęlum mediat.

Ascensioni rectæ, cognitæ, descensioniue, arcum Eclipticæ respondentem inuenire ex Astrolabio.

3. SED si ascensio recta, aut descensio alicuius puncti, vel stellæ cognita sit, inueniemus arcum Eclipticę respondentem, hoc est, punctum Eclipticę, quod vna cum stella, cuius ascensio, descensioue data est, ad Horizontem peruenit, aut cui data ascensio, descensioue congruit, hoc modo. Circumducatur rete Astrolabii, donec arcus Aequatoris inter principium ♈, & Horizontem rectū ex parte orientali secundum signorum seriem iacens æqualis sit datæ ascensioni rectæ puncti Eclipticæ quæsiti, aut donec cacumen stellæ in Horizonte recto reperiatur ex parte orientali, quod tūc arcus Aequatoris inter principiū ♈, & rectum Horizontem positus ex parte orientali metiatur datam ascensionem stellę. Nam obtinente reti eum situm, punctum Eclipticę, quod tunc in Horizonte recto ex parte orientali existit, erit illud, cui data ascensio debetur, aut quod vna cum stella, cuius ascensio recta data est, ad Horizontem rectum peruenit. Idem obtinebis, si in limbo gradus datæ ascensionis rectæ contra successionem signorum numerētur, initio facto ab Horizonte recto ex parte orientali; & ad finem numerationis linea fiduciæ ostensoris applicetur. Nā circumuoluto tunc reti, donec principium ♈, ad lineam fiduciæ perueniat, existet in Horizonte recto ex parte orientali punctum illud Eclipticæ, cui data ascensio conuenit, aut quod vna cum stella, cui ascensio illa debetur, supra Horizontem ascendit. Arcus autem Eclipticæ inter illud punctum, & principium ♈, positus, erit ille, qui quæritur, dummodo arcus ille ab ♈, vsque ad inuentum punctum secundum seriem signorum sumatur. Idem prorsus dicendum est de puncto, seu arcu Eclipticæ inueniendo, qui datę descensioni respondet, si pro parte orientali recti Horizontis occidentalis pars accipiatur. Immo idem punctum, siue arcus inuentus conuenit quoque descensioni æquali in sphæra recta, cum, vt dictum est, ascensio cuiusuis puncti in sphœra recta descensioni eiusdem sit æqualis.

Ascensionem rectam, descensionemq; cuiusuis arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, ex Astrolabio reperire.

4. EX his facile ascensionem, descensionemque rectam cuiusuis arcus Eclipticæ non à principio ♈, inchoati reperiemus. Differentia enim inter ascensionem primi puncti, & ascensionem vltimi puncti arcus propositi erit ascensio recta dicti arcus. Vel sic agemus. Posito vltimo puncto dati arcus in Horizonte recto ex parte orientali, ponatur linea fiduciæ ostensoris supra primum punctum eiusdem arcus. Arcus enim Aequatoris, vel limbi inter lineam fiduciæ, & Horizontem rectum ex parte orientali secundum signorum successionem computatus ascensionem rectam dati arcus metietur. Quod idem de descensione eiusdem arcus dices. Hic non docemus inuestigare arcum non ab ♈, inchoatum, qui datæ ascensioni rectæ respondeat: quia varii arcus Eclipticæ æquales possunt habere ascensiones, vt perspicuum est in sphæra materiali, & ad finem Num. 8. dicemus.

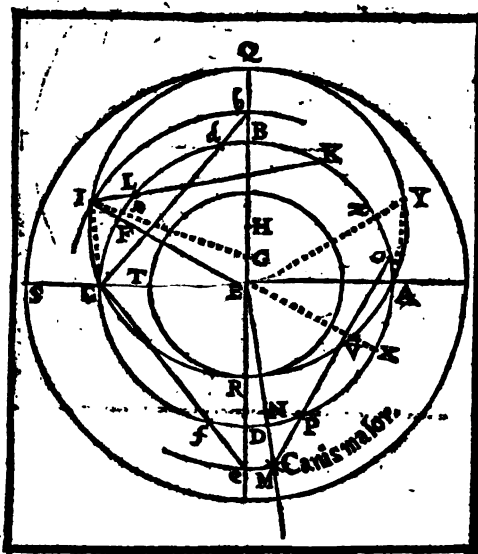
Ascensionem rectam descensionēque cuiusuis pūcti Eclipticæ vel stellæ sine Astrolabio inquirere.

5. SINE instrumento eandem ascensionem rectam, descensionemque venabimur hac ratione. Repetatur figura antecedentis Canonis, in qua Aequator ABCD; Ecliptica AQCR; eius centrum H, & polus G: propositumque sit inuestigare ascensionem, vel descensionem rectam principii ♓. Inuento hoc puncto Eclipticæ, quod sit I, per rectam Ga, ex polo G, Eclipticæ per punctum a, distantiam principii ♓, ab ♈, terminans eductam, ducatur ex E, centro Astrolabii ad I, recta secans Aequatorem in F. Dico arcum Aequatoris CDABF, secun-

secundum successionem signorum numeratum, ascensionem rectam esse, aut descensionem puncti Eclipticæ I, vel arcus C R A Q I, ab ♈, inchoati. Quoniam enim EI, est Horizon quidam rectus, cum maximum circulum per polos mundi ductum referat, vt propos. 1. Num. 4. superioris lib. ostendimus, orientur in sphæra recta simul duo puncta I, F, & simul occident. Quo ergo tempore principium ♈, arcum FBADC, conficiet ad motum primi mobilis, eodẽ Eclipticæ punctum I, ad Horizontem rectum perueniet, hoc est, totus arcus Eclipticæ CRAQI, ascendet, vel descendet.

6. EODEM modo ascensionem, descensionemque rectam cuiusuis arcus Eclipticæ non ab ♈, inchoati explorabimus, si ex E, centro Astrolabij per extrema duo puncta arcus in Ecliptica dati duæ rectæ ducantur. Hæ etenim in Aequatore arcum ascensionis rectæ, vel descensionis includent. Vt arcus Aequatoris BF, ascensio vel descensio recta erit arcus Eclipticæ QI, qui inter principiũ ♑, & principium ♓, intercipitur.

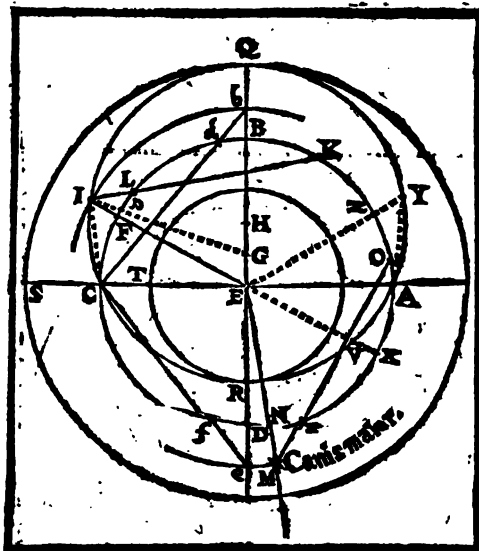
Ascensionem rectam descensionemque cuiusuis arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, sine Astrolabio deprehendere.

7. ITAQVE si Ecliptica AQCR, in 12. signa distribuatur, vt propos. 5. lib. 2. Num. 17. docuimus, & ad eorum puncta ex centro E, rectæ ducantur, constructa erit figura continẽs ascensiones, descensionesq; rectas omnium signorum. Nam arcus Aequatoris à pũcto C, versus D, vsque ad singulas eiusmodi lineas, dabunt ascensiones, descensionesque punctorum, quæ initia, ac terminos signorũ definiunt. Arcus vero eiusdem Aequatoris inter quasuis duas eiusmodi rectas cõprehensus, ascensionem, descensionemque illius arcus Eclipticę non ab ♈, inchoati exhibebit, qui inter easdẽ duas rectas includitur. Et si singula signa in gradus subdiuidantur, atque ad eos similiter rectæ ex E, emittantur, habebimus quoq; ascensiones, descensionesq; omnium graduum Eclipticæ. Ita vides in prædicta figura, arcum CD, ascensionem rectã esse arcus CR, inter principium ♈, & principium ♋, positi: Arcum vero CDA, ascensionem arcus CRA, inter principium ♈, & ♎: Arcum item CDAB, ascensionem arcus CRAQ, à principio ♈, vsque ad principium ♑: Arcum præterea FCD, esse rectam ascensionem arcus ICR, inter principia ♓, & ♋, interpositi, & sic de cæteris. Atque huiusmodi figuram refert prior figura Andreę Schoneri, quam in Scholio propos. 9. lib. 2. Gnomonices descripsimus, exemplumque ponemus in Canone sequenti, Num. 10.

Figuram ascensionum rectarũ omnium arcuum cõstruere.

EADEM figura ascensionum rectarum construetur, si Ecliptica diuidatur in

gradus per lineas rectas per centrum Astrolabii ductas, vt lib. 2. propos. 6. ad finem Num. 37. docuimus: si nimirum puncta inueniantur in recta, quæ in centro maximi circuli instar Verticalis Eclipticæ (qualis est recta ST, in figura pro pos. 11. lib. 2.) ad meridianam lineam perpendicularis est, per quæ rectæ per centrum Astrolabij educantur. Hæ enim rectæ & Eclipticã in gradus distribuunt, vt lib. 2. propos. 6. ad finem Num. 37. ostendimus, & rectas ascensiones eorundem graduum indicant, vt hic ostensum est.

Ex data ascensione, descensioneue recta arcum Eclipticæ respondentem eruere.

8. VICISSIM ex data ascensione, aut descensione recta arcum Eclipticę respondentem eliciemus, si ex centro E, per terminum ascensionis, descensionisue recta emittatur. Hæc enim Eclipticam secabit in puncto, cui ascensio data conuenit, arcus autem respondẽs erit is, qui à principio ♈, secũdum successionem signorum ad illud vsque punctum protenditur. Vt ascensioni rectæ C D A B F, respondet arcus Eclipticæ CRAQI: atque ita de cæteris. Manifestum est autem ex ipsa figura, datæ ascensioni, quæ ab ♈, non incipiat, assignari non posse arcum Eclipticæ respondentem. Nam ascẽsioni BF, respondet tam arcus QI, quam arcus QY, cum ascensio BF, ascensioni BZ, sit æqualis: atque ita si arcui BF, alibi in Aequatore arcus æqualis accipiatur, respondebit ei ascensioni alius arcus Eclipticę.

Ascensionem, descensionemque rectam stellæ cuiusuis sine Astrolabio explorare, vnà cum puncto Eclipticæ, quod simul oritur, vel occidit.

9. ASCENSIO recta, & descensio cuiuslibet stellæ eadem facilitate reperietur. Si namque ex centro Astrolabii per locum, seu centrum stellæ recta linea ducatur, arcus Aequatoris inter principium ♈, & illam rectam secundum signorum seriem interceptus, ascensionem, descensionemue rectam stellæ metietur. Vt ascẽsio, vel descẽsio recta Canis maioris erit arcus Aequatoris CDN. Punctum autem Eclipticæ simul cum stella proposita cooriens supra Horizontem rectum EM, vel occidens, aut ad Meridianum perueniens, hoc est, cælum medians, erit illud, per quod eadem recta EM, in Ecliptica transit. Quanto autem interuallo punctum illud à principio ♈, absit, indicabit recta ex G, polo Eclipticæ, per ipsum punctum Eclipticæ traiecta. Tot enim gradus in arcu Eclipticæ inter dictam rectam, & principium ♈, continentur, quot in arcu Aequatoris inter eandem rectam, & principium ♈, comprehenso, vt lib. 2. propos. 5. Num. 17. demonstrauimus. V. g. si recta EI, per alicuius stellæ centrum ducta esset, orietur ea stella supra Horizontem rectum EI, vel infra eum descẽderet, aut cælum mediaret cum puncto Eclipticæ I, quod tot gradibus a princi-

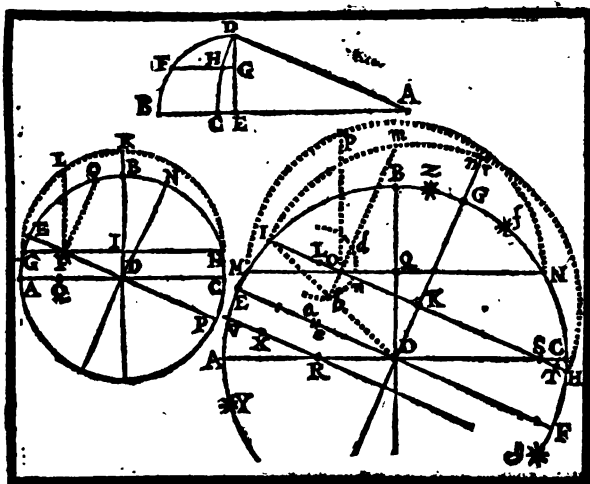
pio

pio ♈, versus ♋, recedit, quot in arcu Aequatoris Ca, continentur; Eiusdem autem stellæ ascensio, descensioue recta esset arcus CDAF.

SCHOLIVM.

Ascensionem, descensionemue rectam dati puncti Eclipticæ ex Analemmate adipisci.

1. EX Analemmate sic ascensionem, descensionemue rectam cuiusuis puncti Eclipticæ adipiscemur. Repetita figura scholij antecedentis Canonis, sumatur in 2. descriptione arcus NO, æqualis distantia dati puncti à proximo puncto æquinoctij, & demittatur ad Eclipticæ diametrum perpendicularis OF, ac per F, Aequatoris diametro parallela agatur GH, secans BD, in I; ac denique ad GH, excitetur perpendicularis FL, secans circulum circa GH, descriptum in L. Dico arcum KL, esse ascensionem, descensionemue rectam dati puncti O. Nam vt in scholio præcedentis Canonis ostendimus, GH, est diameter paralleli, quem datum pũctum describit, eiusque semicirculus GKE, & dati puncti declinatio AG: [a] Et quoniam Colurus æquinoctiorum per D, initium ♈, ductus, & circulus declinationis, qui tunc est Horizon rectus, similes arcus ex Ae-

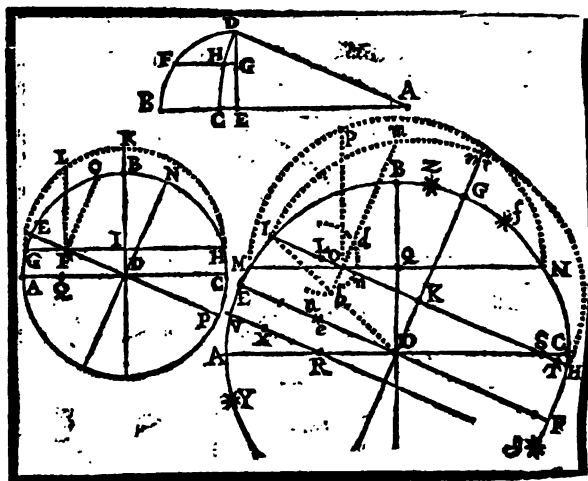
a 10. 2. Theod.

quatore & parallelo abscindunt; erit arcus KL, similis arcui ascensionis, vel descensionis rectæ in Aequatore, quem circulus declinationis per punctum L, incedens abscindit, tanquam Horizon rectus. Quod vt planius fiat, concipiantur semicirculi ENP, GKH, (Eclipticæ, & paralleli,) ad Colurum recti, quo posito congruent sibi mutuo puncta L, O, vt in scholio præcedentis Canonis diximus. Cum ergo circulus declinationis instar recti Horizontis transeat per O, punctum Eclipticæ, transibit idẽ per punctum L. Et quia tunc punctum K, est in Coluro æquinoctiorum, cum IK, communis sectio sit paralleli, & prædicti Coluri ad Colurum solstitiorum perpendicularis, vt ratio postulat; (Nam quia & Colurus æquinoctiorum, & parallelus ad Colurum solstitiorum rectus est; [b] erit quoque cõmunis eorũ sectio ad eundem recta, ideoq; & ad GH, communem sectionem paralleli, & Coluri solstitiorum. Quare KI, cum ad GH, sit perpendicularis communis sectio erit Coluri æquinoctiorum, ac paralleli) [c] erit arcus KL, similis arcui Aequatoris inter Colurum æquinoctiorum, & circulum declinationis per L, tran-

b 19. vnd.

c 10. 2. Theod.

 seuntem,

stantem, qui quidem arcus ascensio recta est; aut descensio puncti O, sunt arcus Ecliptica NO, quippe qui inter Horizontem rectum, qui tunc est circulus declinationis & Colurum aequinoctiorum, sive punctum aequinoctij interijciatur.

ITAQVE si punctum O, datum existat inter ♈, & ♋; ascensio eius recta, vel descensio, erit KL, minor quadrante: si inter ♋, & ♎, ascensio, descensione erit arcus conflatus ex quadrante KG, & arcu GL, quia tunc ascensio, descensione KL, cum contra successionem supputetur a ♎. auferenda est à semicirculo, vt ascensio, aut descensio ab ♈, inchoata relinquetur: si inter ♎, & ♑; ascensio, vel descensio erit arcus conflatus ex semicirculo, & arcu KL, quia tunc ascensio, descensione KL, sumit initium à ♎, tenditque versus ♑: si denique vltra ♑; recta ascensio, aut descensio erit arcus ex tribus quadrantibus, & arcu GL, conflatus, quia tūc ascensio, descensione KL, congruit reliquo arcui Ecliptica vsque ad ♈, ac proinde ex integro circulo auferenda, vt ascensio, descensione ab ♈, inchoata relinquatur. Quod si datum punctum sit E, principium ♋, erit eius ascensio, vel descensio quadrans: si principium ♎, semicirculus: si denique principium ♑, arcus ex tribus quadrantibus conflatus.

Ascensionem rectam stellae cuiusuis, vel descensionem, ex Analemmate reperire.

2. STELLAE, cuiusuis ascensionem rectam vel descensionem eodem modo cognoscemus, si eius declinatio inueniatur, vt in scholio praecedentis Canonis dictum est. Nam in 3. descriptione recta QO, erit sinus ascensionis, vel descensionis recta in parallelo MPN, ita vt recta DB, producta, & perpendicularis OP, intercipiant ascensionem descensionemue rectam. Eadem enim ratio hic est, quae paulo ante de ascensione, descensioneque dati puncti Ecliptica allata est.

SI igitur stella distantia Im, à principio ♋, numeretur contra successionem signorum, minorque sit quadrante, ascensio, vel descensio eius recta erit minor quadrante, arcus videlicet sinui QO, debitus: si vero distantia illa contra signorum ordinem sit quadrante maior, superabit ascensio, vel descensio recta tres quadrantes complemento arcus, qui sinui QO, debetur; quia enim tunc ascensio descensione inuenta initium sumit ab ♈, & versus ♑, tendit, subducenda erit ex integro circulo, vt ascensio, vel descensio recta ab ♈, secundum signorum ordinem numerata relinquatur:

tur: Quod si distantia Im, à principio ♋, numeretur secundum successionem signorum, minorque sit quadrante, ascensio, aut descensio recta inuenta, initium sumet à ♎, versus ♋, tendens, ideoque ex semicirculo auferenda erit, vt ascensio, vel descensio recta stellæ relinquatur ab ♈, inchoata: Si denique distantia illa secundum successionem signorum sit quadrante maior, tendet ascensio, vel descensio inuenta à ♎, versus ♑, ideoque ad semicirculum adijcienda, vt ascensio descensioue stellæ ab ♈, numerata conficiatur. Quod si stellæ distantia à ♋, nulla sit, continebit eius ascensio vel descensio recta quadrantem: si quadranti æqualis sit secundum ordinem signorum, semicirculum: si denique semicirculo siue secundum signorum seriem, siue contra numerata, tres quadrantes. Quæ omnia in sphæra materiali perspicua sunt.

Ascensionem rectam descensionemue dati arcus Eclipticæ nõ ab Ariete inchoati, reperire ex Analemmate.

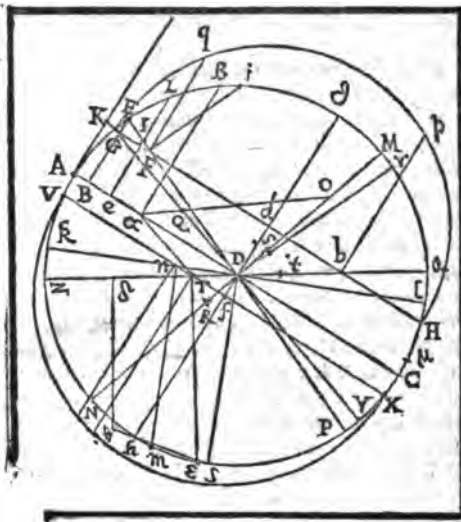
3. SI ascensio vel descensio recta arcus cuiusuis Eclipticæ non ab ♈, inchoati desideretur, inuestigandæ erunt ascensiones, vel descensiones duorum extremorum punctorum dati arcus. Nam si minor ascensio, descensioue ex maiore detrahatur, reliqua fiet dati arcus ascensio recta, aut descensio.

Ex data ascensione, descensioneue recta arcum Eclipticæ respondentem per Analemma exquirere.

4. IAM ex data ascensione, aut descensione recta arcum Eclipticæ respondentem, cui videlicet ascensio, vel descensio data conuenit, ita colligemus. Si ascensio, aut descensio recta quadrante minor est, assumatur ea, vt proposita est: Si vero maior est quadrante, sed semicirculo minor, detrahatur ex semicirculo: si maior semicirculo, sed minor tribus quadrantibus, detrahatur ex ea semicirculus; si denique maior tribus quadrantibus, dematur ex integro circulo: hac enim ratione habebitur semper ascensio, vel descensio recta à proximo puncto æquinoctij nota, ac minor quadrante. Huius ascensionis descensionisue sumatur in 2. descriptione sinus rectus DQ: quod facile fiet, si ex B, versus A, ipsa ascensio, vel descensio numeretur, & à termino numerationis ad AD, perpendicularis demittatur. hæc enim sinum abscindet DQ, quem cupimus. Inuenienda ergo est parallela GI, quæ à diametro Eclipticæ DE, sic diuidatur in F, vt eadem sit proportio IF, ad FG, quæ DQ, ad QA. Tunc enim si circa eam semicirculus describeretur GKH, & perpendicularis excitaretur FL, esset arcus KL, similis arcui ascensionis, vel descensionis datæ, cuius sinus est DQ, ex Lemmate 5. ac proinde ascensio descensioue illa recta arcui Eclipticæ deberetur, cuius sinus est DF, & vltimi puncti declinatio AG. Quo pacto autem ex inuento puncto F, eliciendus sit arcus Eclipticæ, cui data ascensio descensioue congruat, Num. 6. docebimus.

SIC autem parallela GI, quæ eo modo diuidatur, inuenietur. Per Lemma 51. reperiatur in DE, punctum F, per quod transire debet Ellipsis, cuius maioris axis semissis DB, minoris DQ. Recta enim per F, ducta æquidistans ipsi AD, erit ea, quæ quæritur, cum per Lemma 50. sit, vt DQ, ad QA, ita IF, ad FG. Punctum porro F, refert illud, in quod cadit perpendicularis ex communi sectione circuli declinationis, & paralleli in planum Coluri solstitiorum demissa, cum ab omnibus punctis illius circuli perpendiculares demissæ cadant in Ellipsim, ex propos. 24. lib. 1. nostræ Gnomonices. Ex quo fit, circulum illum declinationis secare parallelum in proprio situ in puncto L, ideoque KL, arcum similem esse arcui ascensionis descensionisue rectæ in Aequatore, quem idem circulus abscindit, & cuius sinus est DQ, quem perpendicularis ex intersectione dicti circuli declinationis cum Aequatore in Colurum solstitiorum demissa resecat.

5. IDEM punctum F, Eclipticæ, & declinationem AG, sine auxilio Ellipsis reperiamus hoc modo. Quoniam per propos. 44. nostrorum triang. sphær. in triangulo sphærico ELM, quod in duodecim circulis scholij Canonis præcedentis continetur, est vt sinus totus ad sinũ arcus ascensionis descensionisue rectæ EL, ita tangens anguli MEL, maximæ declinationis ad tangentem arcus declinationis LM; erit permutando, vt sinus totus

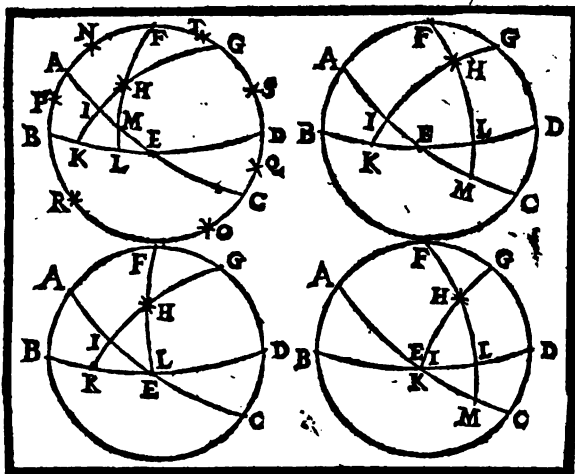
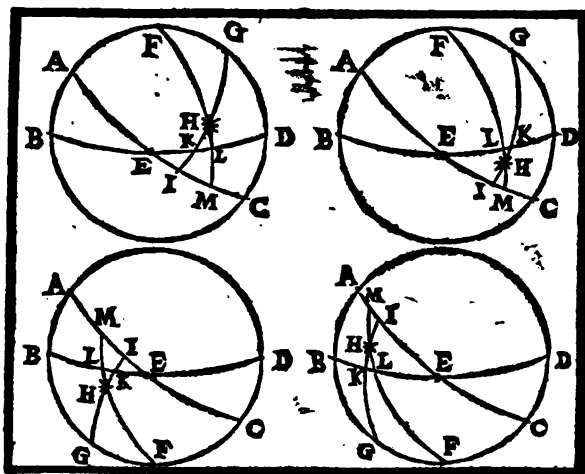
nus totus ad tangentem maximæ declinationis, ita sinus ascensionis, descensionisue recta data ad tangentem declinationis puncti, cui ascensio, vel descensio illa debetur. Sed per propos. 18. tractatus nostri sinuum, & tangentium, est quoque sinus complementi maximæ declinationis ad sinum maximæ declinationis, vt sinus totus ad tangentem maximæ declinationis. [a] Igitur erit quoque, vt sinus complementi maximæ declinationis ad sinum maximæ declinationis, ita sinus ascensionis, descensionisue recta ad tangentem declinationis puncti, cui ea ascensio, vel descensio congruit. Sit ergo Meridianus, siue Colurus solstitiorũ ANCM, cuius centrum D; Aequatoris diameter AC; Ecliptica EP; axis mũdi gh. Demittatur ad AC, perpẽdicularis EB, & ex A, ad eãdẽ AC, erigatur perpendicularis AK, quæ circulũ tãget, ex coroll. propos. 16. lib. 3. Eucl. Denique D e, sit sinus datæ ascẽsionis, descensionisue rectæ, & ex e, ad AC, perpendicularis excitetur e I. [b] Et quoniam est vt BD, sinus complementi maximæ declinationis AE, ad BE, sinum eiusdem maximæ declinationis, ita D e, sinus ascensionis, descensionisue rectæ datæ ad e I; erit vt proxime demonstrauimus, e I, tangens declinationis quæsita. Sumpta ergo AK, ipsi e I, æquali, ducatur ex K, per centrum D, recta KDY, secans circulum in G; eritq; AK, tangens arcus AG, ideoq; AG, declinatio erit quæsita, ita vt tunc Ecliptica cum Coluro, vel Meridiano efficiat sectionem communem GY. Ducta autem GH, ipsi AC, parallela secabit Eclipticam in F, puncto, quod quæritur.

a, 11. quinti.

b, 4. sexti.

6. INVENTO puncto F, ducantur ex D, F, ad EP, duæ perpendiculares Dr, Fi; eritque ri, arcus Eclipticæ inter ♈, vel ♎, & circulum declinationis, qui vicem gerit Horizontis recti. Si igitur data ascensio, vel descensio recta minor est quadrante, arcus ri, erit is, cui ea ascensio, descensioue debetur, initiumque sumet ab ♈. Si vero ascensio, aut descensio data maior est quadrante, sed semicirculo minor, tendet arcus r i, à ♎, versus ♋. Eo ergo ablato ex semicirculo, reliquus fiet quæsitus arcus ab ♈, sumens initium. At si data ascensio, vel descensio maior est semicirculo, sed tribus quadrantibus minor, verget arcus r i, à ♎, versus ♑. Quare si adijciatur semicirculus, conflabitur arcus quæsitus ab ♈, inchoatus: Si denique data ascensio, aut descensio maior est tribus quadrantibus, arcus r i, porrectus erit ab ♈, versus ♑. Eo ergo ex toto circulo detracto, relinquetur arcus quæsitus ab ♈, inchoatus. Manifestum autem est, si ascensio, vel descensio recta sit quadrans, arcum Eclipticæ respondentem esse quadrantem ab ♈, inchoatum; si semicirculus, semicirculum; si denique tres quadrantes, tres quadrantes.

7. AVXILIO sinuum omnia hæc indagabimus hac ratione. Repetantur 12 circuli

circuli ad finem scholij antecedentis Canonis descripti, in quibus omnibus (tertio & duodecimo excepto) ascensio recta à proximo æquinoctij puncto computata, quæ puncto Eclipticæ m, congruit, est arcus EL, cum circulus FL, vices gerat Horizontis recti,

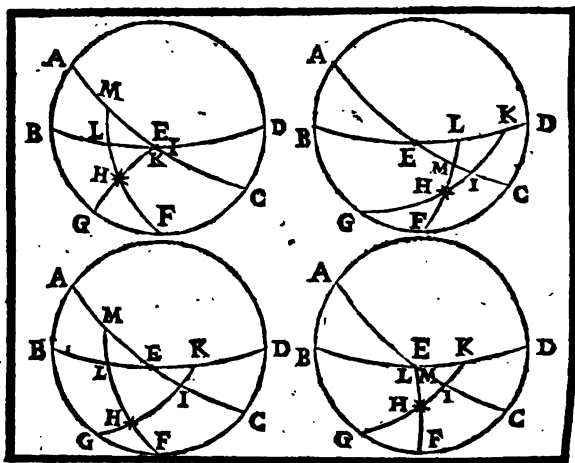
Ascensionem rectam, descensioneque dati puncti Eclipticæ, beneficio sinuũ supputare.

quippe qui per polos mundi ductus cum Aequatore rectos angulos ad L, constituat. Si igitur in triangulo sphærico rectangulo ELM, per 1. modum problematis 9. triang. sphær. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli MEL,

maximæ declinationis, ita tangẽs arcus EM, Eclipticæ à proximo puncto æquinoctii inchoati ad aliud, producetur tangens ascensionis rectæ EL, quæsitæ.

Et si

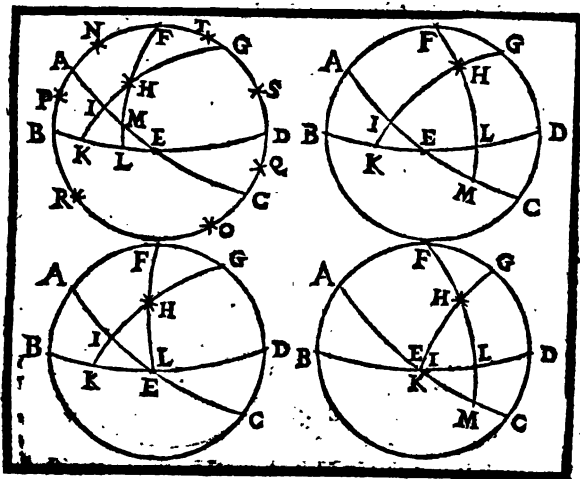
Et si punctum M, extiterit inter principium ♈, & ♋, erit ascensio recta ipsi arcui inuentus EL, quadrante minor: si vero inter principium ♋, & ♎, detrahenda erit ascensio inuenta, quæ à ♎, versus ♋, supputatur, ex semicirculo, vt ascensio recta quæsita ab ♈, inchoata reliqua fiat: At si inter principium ♎, & ♑, adijciendus erit semicirculus ad ascensionem inuentam, cum hæc a ♎, versus ♑, numeretur, vt ascensio recta quæsita, ab ♈, inchoata conficiatur: Si denique inter ♑, & ♈, auferenda erit inuenta ascensio, quæ ab ♈, versus ♑, numeratur, ex integro circulo, vt ascensio recta ab ♈, inchoata, & secundum successionem signorum supputata, quæ quæritur, relinquatur. Eodem autem modo descensio recta cuiusuis puncti Eclipticæ supputabitur, cum hæc ascensioni rectæ æqualis est.

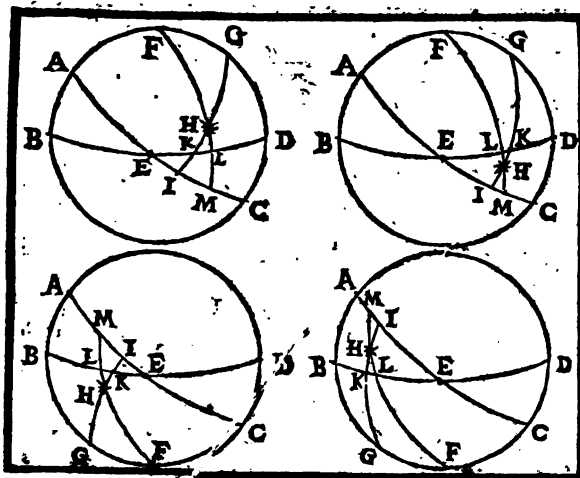
Ex data recta ascensione, descensioneue arcũ Eclipticæ respondentem per numeros inuenire.

VICISSIM ex data ascensione, descensioneue recta supputabitur arcus Eclipticæ respondens, hoc modo. In eodem triangulo ELM, si per 1. modum problematis 13. triang. sphær. Lemmatis vltimi, Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli L E M, maximæ declinationis, ita tangens complementi rectæ ascensionis, de-

scensionis ue datæ EL, ad aliud, procreabitur tangens complementi arcus EM, quæsiti. *Sed hic etiam, vt Num. 4. diximus, si data ascensio, aut descensio recta quadrante minor est, assumenda erit, vt proponitur: si vero quadrante maior, sed minor semicirculo, detrahenda erit ex semicirculo: si autem maior semicirculo, sed tribus quadrantibus minor, demendus erit semicirculus ex ea: si denique tribus quadrantibus maior, subducenda erit ex integro circulo. Hac enim ratione habebitur semper ascensio, descensioue recta quadrante minor, & à proximo puncto æquinoctij inchoata. Rursus quando ascensio, vel descensio recta data quadrante minor est, erit arcus Eclipticæ E M, is qui quæritur ab ♈, inchoatus: si autem maior quadrante, semicirculo tamen minor, auferendus erit inuentus arcus E M, ex semicirculo, vt quæsitus arcus reliquus fiat ab ♈, numeratus: at si semicirculo quidem maior, sed tribus quadrantibus minor, adijciendus erit inuento arcui EM, semicirculus, vt quæsitus arcus ab ♈, initium sumens conficiatur: si denique tribus quadrantibus maior, inuentus arcus EM, ex integro circulo subtrahendus erit, vt reliquus sit arcus quæsitus*

ab initio

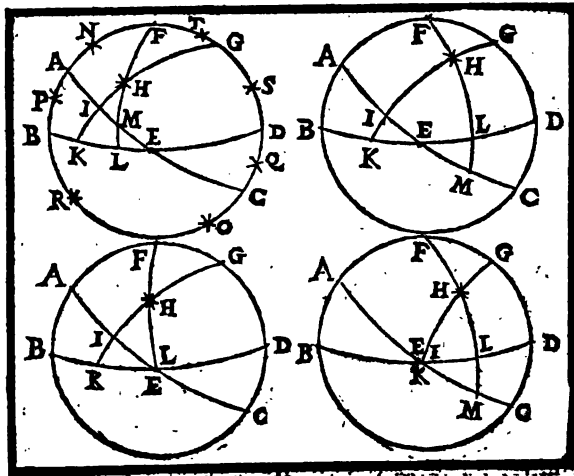
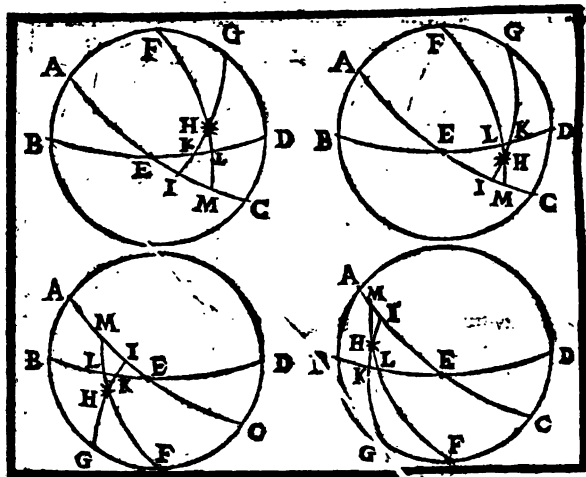
ab initio ♈, numeratus. Id quod in præcedenti etiam Num. 6. diximus.

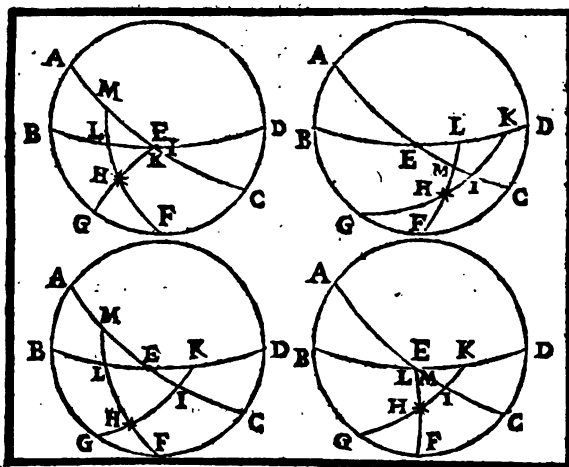
Ascensionem rectam, descensionemque cuiuslibet stellæ per numeros venari.

ASCENSIO rectæ, descensioque cuiusuis stellæ hac arte per numeros reperietur: In omnibus 12. circulis ascensio, vel descensio recta stellæ est arcus BL, à Coluri solsti-

tiorum semicirculo, in quo principium ♋, existit, numeratus, vel arcus DL, à semicirculo eiusdem Coluri, in quo principium ♑, est, computatus; quem ex angulo BFL, vel DFL, sic inuestigabimus. Quoniam in triangulo sphærico FGH, tria latera nota

sint, cum FG, sit arcus maximæ declinationis, & GH, complementum latitudinis stellæ, ac denique FH, complementum declinationis eiusdem stellæ in scholio præcedentis

Can. Num. 10. inuenta; si per problema 21. triang. sphar. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad sinum arcus FH, complementi declinationis; ita sinus arcus FG, maximæ declinationis ad aliud, inuenietur quartus quidam numerus. De-

inde si rursum fiat, vt quartus numerus proxime inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum tertij arcus GH, latitudinem stellæ metientis, & sinum versum arcus, quo duo arcus FG, FH, inter se differunt, ad aliud, gigne-

tur sinus versus anguli GFH, cuius arcus DL, vel KL, quæritur; hoc est, sinus versus ascensionis, descensionisue rectæ quæsitæ, numerandæ quidem in Aequatore

tore à semicirculo Coluri solstitiorum per ♑, ducto, si latitudo stellæ borealis est, vt in prioribus 6. circulis; à semicirculo vero eiusdem Coluri per ♋, descripto, si latitudo est australis, vt in posterioribus 6. circulis. *Ipse porro sinus versus inuentus indicabit, num ea ascensio maior sit, vel minor quadrante, an vero quadrans, prout videlicet maior fuerit sinu toto, aut minor, vel æqualis. Vtrum etiam inuenta ascensio, aut descensio numeranda sit secundum successionem signorum, vel contra à ♑, aut ♋, monstrabit locus stellæ in Zodiaco. Nam si stella existat in semicirculo Eclipticæ ascendente, & latitudinem habeat borealem, numeranda est inuenta ascensio, aut descensio à ♑, secundum signorum successionem; contra vero, si in semicirculo descendente existat, latitudineque habeat borealem. At stella existente in semicirculo ascendente, & latitudinem habente australem, numeranda est ascensio, descensioue inuenta à ♋, contra signorum ordinem; secundum vero successionem, stella in semicirculo descendente existente, latitudinemque habente australem.*

EX his nullo negotio ascensionem, siue descensionem rectam stellæ ab ♈, inchoatam reperiemus.

Quando enim à ♑, secundum successionem signorum numeratur, adiiciendi sunt tres quadrantes, & ex numero conflato integer circulus abiiciendus, si abiici potest, vt ascensio, descensione ab ♈, inchoata producatur: Quando autem à ♑, contra signorum ordinem numeratur, auferenda ea erit ex tribus quadrantibus, vt ascensio, vel descensio ab ♈, inchoata relinquatur: Quando vero à ♋, computatur secundum successionem signorum, adiiciendus est quadrans, vt conficiatur ascensio, descensioue ab ♈, inchoata: Quando denique à ♋, contra signorum seriem numeratur, auferenda est ex quadrante, adiecto prius circulo integro, quando detractio fieri nequit, vt ascensio, vel descensio ab ♈, numerata remaneat. Quæ omnia in sphæra materiali perspicua sunt.

QVOD si quando accidat, complementum declinationis æquale esse maximæ declinationi, ita vt latera FG, FH, quæsitum angulum GFH, ambientia sint æqualia:
Fiat, vt sinus totus ad semissem complementi latitudinis, hoc est, ad semissẽ lateris GH; ita secans complementi arcus FG, maximæ declinationis ad aliud,

 gigne-

gignetur sinus semissis anguli GFH, &c. *vt constat ex 2. modo problematis 1. triang. sphær. Lemmatis vltimi.*

RVRSVS si repertus fuerit angulus GFH, rectus, existet vel principium ♈, vel ♎, in Horizonte recto, vt in 3. & 12. circulo patet. Quam ob rem ascensio recta, aut descensio vel nihil est, vel semicirculo æqualis. Quando enim ascensio inuenta, (quæ tunc quadranti æquatur.) numeranda est à ♑, secundum successionem signorum, aut à ♋, contra successionem, ascensio vel descensio nihil est: quando vero à ♑, contra successionem, aut à ♋, secundum successionem computanda est, ascensio, descensione semicirculo æquatur.

Aliter quãdo stella est in principio Arietis, vel Libræ.

ASCENSIO, atque descensio recta hac alia quoque ratione supputari potest. Quando stella est in principio ♈, vel ♎, vt in 4. & 9. circulo, si in triangulo KLH, habente angulum L, rectum, per 1. modum problematis 9. triang. sphær. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli HKL, hoc est, ad sinum anguli LKM, maximæ declinationis, cum hic illius sit complementum, ita tangens latitudinis stellæ HK, ad aliud, procreabitur tangens ascensionis, vel descensionis rectæ KL, à proximo æquinoctii puncto inchoatæ. *Hæc, si stella borealis est, existitque in principio ♈, numeranda est ab ♈, contra successionem signorum, ac proinde subtracta ex integro circulo ascensionem relinquit ab ♈, inchoatam; si autem borealis est in principio ♎, existens, numeranda est à ♎, secundum successionem signorum, ideoque adiecta ad semicirculum conficit ascensionem ab ♈, inchoatam: At vero si stella est australis, & in principio ♈, existit, numeranda est ab ♈, secundum successionem signorum; si vero australis est, & in principio ♎, supputanda est à ♎, contra signorum successionem, adeo vt subtracta ex semicirculo ascensionem ab ♈, inchoatam relinquat.*

Quando stella est in principio Cancri, vel Capricorni.

QVANDO autem stella existit in principio ♋, complectetur eius ascensio, vel descensio recta quadrantem; in principio vero ♑, tres quadrantes.

EXISTENTE vero stella extra principium ♈, ♎, ♋, vel ♑, erit in omnibus circulis, præter 4. & 9. ascensio, vel descensio recta EL, à proximo æquinoctii puncto computanda, quæ sic inuenietur. In triangulo EIK, cuius angulus I, rectus, si per 1. modum problematis 13. triang. sphær. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli IEK, maximæ declinationis, ita tangens complementi arcus EI, distantiam stellæ à proximo puncto æquinoctii metientis, ad aliud, producetur tangens complementi arcus EK, quem argumentum ascensionis rectæ dicere possumus.

Argumentum ascensionis rectæ.

DEINDE in triangulo HLK, cuius angulus L, rectus, si per 1. modũ problematis 7. triang. sphær. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad secantẽ declinationis HL, in scholio antecedẽtis Canonis inuentę, ita sinus cõplementi argumẽti declinationis HK, in eodem scholio inuenti, ad aliud, producetur sinus cõplementi arcus KL, qui differentia est inter ascensionem rectam EL, & eius argumentum inuentum EK. *Quando stella declinationem habet borealem, & in semicirculo Ecliptica boreo existit, vt in 1. 2. 3. & 8. circulo; vel australem habet declinationem; & in Ecliptica semicirculo australi existit, vt in 6. 10. 11. & 12. circulo, cõferantur inter se argumentum ascensionis, & differentia inter ipsum, & ascensionem; & si deprehensa fuerint inæqualia, minus ex maiore tollatur: Reliquus enim numerus dabit quæsitam ascensionem rectam, vel descensionem EL, à proximo æquinoctio supputandam, versus eandem quidem partem, in qua locus stellæ reperitur, quando argumentum maius est differentia, vt in 1. 6. 8. & 10. circulo; in contrariam vero partem loci stellæ, quando argumentum minus est differentia, vt in 2. & 11. circulo. Si vero argumentum differentiæ inuentum fuerit æquale, existet stella in Coluro æquinoctiorum, vt in 3. & 12. circulo.*

Quare

Quare si stella prope ♈, extiterit, eius ascensio, descensioue recta nihil erit; si vero prope ♎, semicirculo erit aqualis. Quando autem declinatio stella borealis est, eiusque locus in semicirculo Ecliptica australi, vt in 5. circulo; vel eius declinatio australis, & locus in Ecliptica semicirculo boreo, vt in 7. circulo; summa argumenti, & differentia dabit ascensionem, descensionemue rectam quasitam EI, à proximo aquinoctio versus eandem partem computandam, in quam stella locus vergit.

IAM vero in omnibus circulis, (prater 3. & 12. in quibus stella oritur supra Horizontem rectum, & mediat calum cum principio ♈, vel ♎; prout iuxta ♈, aut ♎, extiterit, cum sit tunc in Coluro aquinoctiorum.) punctum M, Ecliptica, cum quo stella oritur in sphara recta, calumque mediat, hoc modo suppputabitur. In triangulo ELM, cuius angulus L, rectus, si per 1. modum problematis 13 triang. sphar. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli LEM, maximæ declinationis, ita tangens ascensionis rectæ EL, inuentæ, & à proximo æquinoctio numeratæ, ad aliud, prodibit tangens arcus Eclipticæ EM, in eandem partem vergens: in quam ascensio tendit. *Punctum ergo Ecliptica M, quasitum ignorari non poterit.*

Punctum Eclipticæ, cum quo stella in Horizonte recto oritur, cælumque mediat, per numeros supputare.

QVOD si stella caruerit latitudine, inuenietur eius declinatio, ascensioque recta, vel descensio, ex eius distantia à proximo aquinoctio: quemadmodum dati puncti Ecliptica declinatio, ascensioque recta supputata fuit.

CANON V.

ASCENSIONEM, descensionemque obliquam cuiuslibet puncti Eclipticæ, vel stellæ inuestigare: Et vicissim datæ ascensioni, descensionique obliquæ arcum Eclipticæ respondentem assignare: Denique punctum Eclipticæ, cum quo stella proposita in sphæra obliqua oritur, vel occidit, determinare.

1. NON proponimus hic determinationem puncti Eclipticæ, cum quo stella data cælum mediat, hoc est, ad Meridianum peruenit; quod quælibet stella cum eodem puncto in sphæra obliqua Meridianum attingat, cum quo in sphæra recta: quod quidem indicatur in Ecliptica per lineam fiduciæ ostensoris stellæ cacumini superpositam; vel per rectam ex centro Astrolabii per stellam ductam, vt in præcedenti Can. Num. 9. diximus.

Stella quauis est eodem puncto Eclipticæ mediat cælum, in sphæra obliqua cum quo in recta.

PONATVR datum punctum Eclipticæ, hoc est, vltimum punctum arcus ab ♈, inchoati, vel cacumen stellæ propositæ, in Horizonte obliquo datæ regionis ex parte orientali. Nam reti sic constituto, arcus Aequatoris à principio ♈ secundum ordinem signorum vsque ad Horizontem obliquum, hoc est, vsque ad intersectionem orientalem Aequatoris cum Horizonte recto, & obliquo, computatus, dabit ascensionem obliquam, quæ inquiritur: quam etiam dabit arcus ei similis in limbo inter lineam fiduciæ ostensoris per principium ♈ transeuntem, & Horizontem rectum interceptus. Arcus enim ille Aequatoris perorítur simul cum arcu Eclipticæ ab ♈, vsque ad datum punctum numerato supra Horizontem obliquum; idemq; perortus tunc erit, quando stella ad Ho-

Ascensionem obliquam dati puncti Eclipticæ, aut stellæ per instrumentum reperire.

Qui gradus Eclipticæ cum data stella oriatur in sphæra obliqua.

ad Horizontem obliquum peruenerit, vt ex instrumento liquido apparet. Posita autem stella in Horizonte obliquo ex parte orientali, punctum Eclipticæ, in eodem Horizonte tunc existens est illud, cum quo stella oritur.

Descensionē obliquam dati puncti Eclipticæ, seu stellæ per instrumentum inuenire.

2. EODEM modo, si datum punctum, vel stella in eodem Horizonte obliquo ex parte occidentali collocetur, dabit arcus Aequatoris à principio ♈, secundum signorum successionem vsque ad Horizontem obliquum, id est, vsque ad interfectionem Aequatoris cum Horizonte obliquo, & recto, computatus, descensionem obliquam dati puncti, aut stellæ: Cui arcui similis est arcus Limbi inter Horizontem rectum, & lineam fiduciæ Ostensoris per initium ♈, transeuntem, interpositus. Nam arcus ille Aequatoris totus infra Horizontem obliquum descendisse conspicietur, cum primum stella, vel punctum datum ad obliquum Horizontem peruenerit. Posita autem stella in Horizonte obliquo ex parte occidentali, punctum Eclipticæ in eodem Horizonte tunc existens est illud, cum quo stella occidit. Atque hoc punctum semper diuersum est ab eo, cum quo eadem stella oritur in sphæra obliqua.

Qui gradus Eclipticæ cum data stella occidat in sphæra obliqua.

Ascensioni, descensioniue obliquæ datæ coorientem arcum Eclipticæ per instrumentū reperire.

3. ASCENSIONI, descensioniue obliquæ cognitæ, siue ea alicuius puncti Eclipticæ sit, siue stellę, arcum Eclipticæ respondentem sic reperies. Circumuoluatur rete, donec arcus Aequatoris à principio ♈, versus ♉, & ♊, tendens vsque ad Horizontem obliquum ex parte orientali complectatur tot gradus, quot in data ascensione continentur. Nam punctum Eclipticæ, quod tunc Horizontem obliquum ex eadem parte attingit, terminat arcum Eclipticæ quæsitum, cui nimirum data ascensio congruit: Et si ascensio data est alicuius stellæ, necesse est, tunc stellam in eodem Horizonte reperiri. Quocirca vt habeatur punctum Eclipticæ cum stella cooriens, satis est, vt stella in Horizonte obliquo ponatur. Punctum enim Eclipticæ Horizontem eundem attingens, erit id, quod quæritur. Ascensionem autem facile numerabis in Limbo ab Horizonte recto ex parte orientali versus armillam progrediendo. Si enim ad terminum applices lineam fiduciæ ostensoris, vertendum erit rete, donec principium ♈, præcise sub linea fiduciæ reperiatur. Tunc enim arcus Aequatoris inter ♈, & Horizontem rectum, similis erit ei, qui in Limbo numeratus est. Non aliter descensioni obliquæ arcum Eclipticæ simul descendentem inuenies, si pro parte orientali occidentalem recipias.

Differentia ascensionalis quo pacto reperiatur ex Astrolabio.

CAETERVM posito puncto Eclipticæ dato, vel stella in Horizōte obliquo, & superposita linea fiduciæ ipsi puncto, vel stellæ, arcus limbi inter lineam fiduciæ, & Horizontem rectum interiectus, est differentia ascensionalis illius pūcti, vel stellæ, cum ascensio recta terminetur in linea fiduciæ, quæ instar est Horizontis recti, obliqua vero in Horizonte recto, vt Num. 1. dictum est.

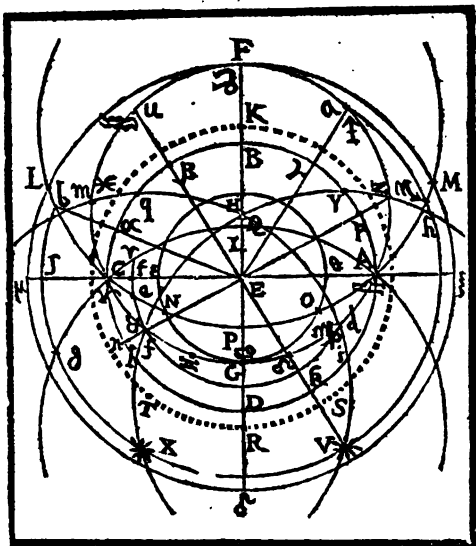
Ascensionem, descensionéue obliquam dati arcus Eclipticæ non ab Ariete inchoati, ex Astrolabio inuestigare.

4. NON difficile erit ex his ascensionem, descensionemue obliquam cuiuslibet arcus Eclipticæ non ab ♈, inchoati conijcere. Nam differentia inter ascēsionem, descensionemue primi, & vltimi puncti arcus propositi, erit ascensio, descensioue obliqua dicti arcus. Vel ita procedemus. Posito primo puncto dati arcus in Horizonte obliquo, notetur in Limbo per lineam fiduciæ ostensoris per idem punctum transeuntem gradus, in quem linea fiduciæ cadit. Deinde circumuoluatur rete, donec vltimum punctum eiusdem dati arcus Horizontem obliquum attingat, & notetur iterum gradus in Limbo à linea fiducia per primum punctum transeunte monstratus. Arcus enim inter duo illa puncta positus, erit ascensio, aut descensio obliqua dati arcus, prout videlicet pars orientalis, aut occidentalis Horizontis obliqui assumpta fuerit.

5. ASCENSIONEM, descensionemque obliquam cuiuslibet puncti

Eclipti-

Eclipticæ, seu stellæ cognoscemus sine instrumento, hac ratione. Sit Aequator ABCD, cuius centrum E; tropicus ♑, FLM; tropicus, ♋, GNO; Ecliptica AFCG, cuius centrum H, & polus I; Horizon obliquus ad datam regionem descriptus LCPAM, cuius centrum K, & polus Q: describaturque per K, centrum Horizontis, parallelus Aequatoris KTR. Sumpta ergo beneficio circini semidiametro Horizõtis KP, ponatur vnus circini pes in dato pũcto Eclipticæ, vel in centro stellæ, verbi gratia, in d, principio ♍, vel in centro stellæ V, & altero centrum T, sumatur in circulo KTR, ex quo per d, vel V, Horizon dato Horizonti similis describatur Vdm, ita vt eius concauum à dato puncto respiciat Eclipticæ partes præcedentes, occidentalesue signorum, vt ex ♍, Leonem, ex ♏, Libram, &c. Arcus namque Aequatoris CDI, ab ♈, vsque ad dictum Horizontem erit ascensio obliqua puncti d, vel arcus Eclipticæ CGd, & stellæ V; propterea quod punctum Aequatoris i, vna cum puncto Eclipticæ d, & stella V, oritur supra Horizontem obliquum dV. Quod autem dV, Horizon sit dato Horizonti similis, hoc est, eiusdem inclinationis ad Aequatorem cũ Horizõte dato APC, patet, cum sit vnus ex circulis horarum ab ortu, vel occ. vt cõstat ex ijs, quæ lib. 2. prop. 9. Num. 5. demonstrauimus: qui quidẽ circuli omnes eandem inclinationem cum Horizonte, cui æquales sunt, ad Aequatorẽ habẽt, ex theor. 1. propos. 21. lib. 2. Theod. quippe qui eosdem parallelos, quos Horizon, tangant. Cum ergo signa & stellæ eodem modo oriãtur supra omnes Horizontes eiusdem inclinationis, quamuis vnus sit altero orientalior, perspicuũ est, arcum Aequatoris CDi, esse ascensionem ♍, & stellæ V, in dato Horizõte, cũ ascẽsio fiat supra Horizõtẽ per ♍, transeuntem, & per stellã V. Sic si per principium ♏, id est, per punctum Z, ex centro S, Horizon describatur secans Aequatorem in Y, erit arcus Aequatoris CDY, ascensio obliqua puncti Z, vel arcus Eclipticæ CDZ. Et sic de cæteris. Gradus autem Eclipticæ d, ab Horizonte per stellam V, descripto abscissus est ille, cum quo stella oritur.

Ascensionẽ descensionemque obliquam dati pũcti Eclipticæ, vel stellæ sine instrumento inuestigare.

Quo pacto Horizon obliquus describẽdus sit pro ascensionibus obliquis.

Qui gradus Eclipticæ cum data stella oriatur in sphæra obliqua.

DESCENSIO obliqua eodem modo reperietur, si per datum punctum, aut stellam Horizon describatur centrum habens in prædicto parallelo KTR, per centrum Horizontis descripto, ita tamen, vt eius conuexum respiciat partes Eclipticæ præcedentes, siue occidentales. Vt si per f, principium ♉, vel per stellam X, ex centro S, Horizon fX, describatur secans Aequatorem in l, erit

Quo pacto Horizon obliquus describẽdus sit pro descẽsionibus obliquis.

erit arcus Aequatoris Cl, descensio obliqua puncti Eclipticæ f, vel arcus Cf, & stellæ X. Gradus autem f, Eclipticæ ab Horizonte per stellam X, descripto abscissus est ille, cum quo stella occidit.

Qui gradus Eclipticæ cum data stella occidat in sphæra obliqua.

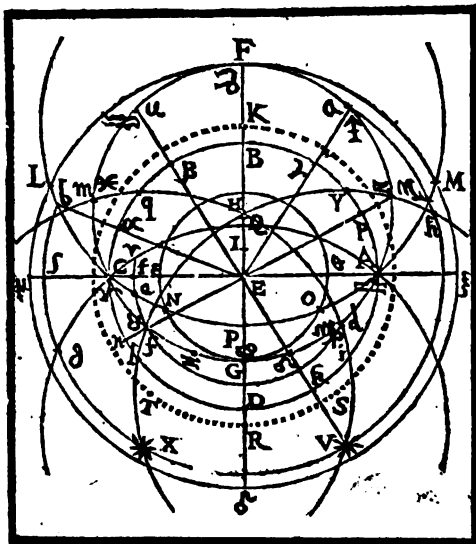
6. SI ex centro E, per datum punctum Eclipticæ, vel stellam, recta ducatur secans Aequatorem, erit arcus Aequatoris inter illam rectam, & Horizontem eo modo, quo diximus, descriptum differentia ascensionalis, vel descensionalis. Vt pY, erit differentia ascensionalis primi puncti ♏, cum eius ascensio recta sit CDp, obliqua vero CDY. Sic l n, differentia ascensionalis erit primi puncti ♉: Et k i, differentia ascensionalis stellæ V.

Differentia ascensionalis descensionalisue quo pacto reperiatur sine instrumento.

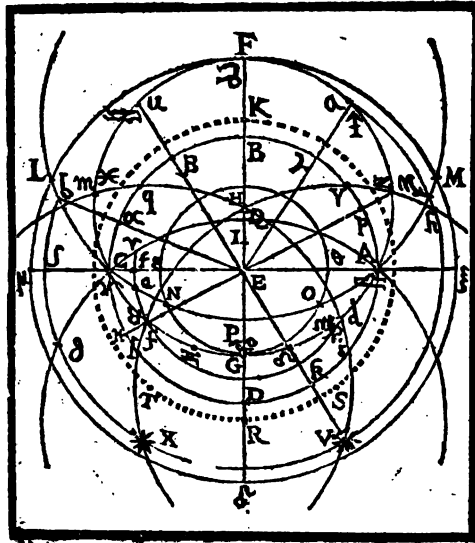
7. OBLIQVA ascensio dati arcus Eclipticæ non ab ♈, inchoati, est arcus Aequatoris inter duos Horizontes per extrema puncta dati arcus descriptos, ita vt concauum vtriusque respiciat præcedens signum, quod videlicet ante datum punctum oritur. Eiusmodi enim arcus erit differentia ascensionum, quæ punctis extremis dati arcus debentur. Vt ascensio obliqua signi ♎, est AY; signi ♍, A i; arcus denique dZ, inter principium ♍, & finem ♎, ascensio obliqua est i A Y. Non alia ratione descensio obliqua dati arcus aliunde, quam ab ♈, inchoati, erit arcus Aequatoris inter duos Horizontes per extrema dati arcus descriptos, ita vt vtriusque conuexum præcedentes partes Eclipticæ, quæ videlicet prius oriuntur, respiciat. Vt descensio obliqua signi ♈, erit Cl; signi ♓, Cq; descensio denique obliqua arcus fm, inter principia ♉, & ♓, positi, erit arcus Aequatoris lq.

Ascensionem, descensionemq; obliquam cuiuslibet arcus Eclipticæ nõ ab Ariete inchoati, sine instrumento deprehẽdere.

8. EX data autem ascẽsione, descensioneue obliqua alicuius arcus, vel stellæ, veniemus in cognitionem arcus Eclipticæ respondentis, hoc modo. In Aequatore à principio ♈, nimirum a puncto C, versus ♉, ♊, &c. numeretur data ascensio obliqua, & per terminũ numerationis describatur Horizon, vt Num. 5. dictum est, hoc est, vt pro ascensione cõcauum, & pro descensione conuexũ Horizontis respiciat partes occidentales Eclipticæ. Nã huiusmodi Horizon per quæsitum punctũ Eclipticæ transibit. Vt si ascensio data alicuius puncti, aut stellę, sit arcus CDi, erit quæsitum Eclipticæ punctum d, principium videlicet ♍, cui prædicta ascensio congruit; ascensioni vero CDY, respondebit arcus CGZ. Ita quoque descensioni Cl, respondebit punctum f, vel arcus Bf, Arietis: Item descensioni CDBq, arcus CGFp, respondebit.

Ascensioni obliquæ, vel descensioni datæ arcum Eclipticæ simul orientem vel occidentem sine instrumẽto assignare.

9. SVNT quoque aliæ duæ viæ inuestigandi ascensiones, descensionesque obliquas

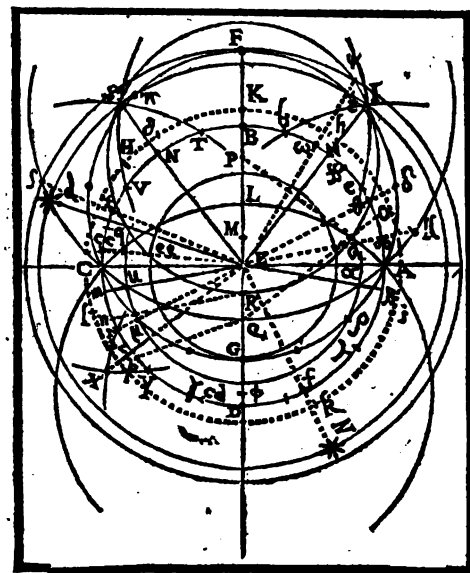
obliquas, sine descriptione Horizontum, quarum prima hæc est. Ex centro E, per datum punctum, vel stellam, describatur arcus paralleli Aequatoris contra succesſionem signorum vsque ad Horizontem ex parte orientali. Hic enim ascensionem obliquam metietur. Vt arcus aVb, dabit ascensionem principii ♐, seu arcus Eclipticæ CGa. Quoniam enim similes arcus Aequatoris, eiusque parallelorum supra Horizontem quemcunque ascendunt, propter vniformem motum primi mobilis; ascendit autem arcus aVb, eo tempore, quo ad motum retis punctum a, ad Horizontem in punctum b, peruenit; quippe cum punctum a, dictum arcum ad motum primi mobilis describat; liquet eum arcum similem esse arcui Aequatoris, qui cum prædicto arcu Eclipticæ CGa, supra Horizontem ascendit, metiturque eiusdem ascensionem obliquam. Eadem ratione erit arcus VXb, ascensio obliqua stellę V, similis nimirum arcui Aequatoris Ci: Item arcus Xb, ascensio obliqua stellæ X: Et arcus dfe, ascensio obliqua principii ♍, similis videlicet arcui Aequatoris Ci. Et arcus fe, ascensio principii ♉. Porro arcus fb, differentia est ascensionalis pũcti a, & stellarum V, X, cum rectæ ascensiones sint af, Vf, Xf. Itẽ arcus e t, differẽtia ascẽsionalis est punctorũ d, f, ꝗ rectæ eorum ascẽsiones sint dft, fet. Cõstant hæc omnia luce clarius ex iis, quæ in Lemmate 49. Num. 8. demonstrauimus. Nam ducta recta Eb, hoc est, circulo maximo ex mundi polo E, per b, punctũ interſectionis Horizontis cum parallelo per datum Eclipticæ pũctum a, descripto, aufert ex Aequatore differentiam ascẽsionalem Cα, cui similis est fb; at ducto alio circulo maximo ex polo E, per datum punctũ a, nimirum recta Ea; erit arcus Aequatoris γDα, ascensio obliqua puncti a, cui similis est arcus aVb. Sic quoniã

> Alia ratio duplex inueniendi ascensiones, descensionesque obliquas sine instrumento.

parallelus per u, principium ♒, descriptus secaret Horizontem in b, auferent rectæ Eb, Eu, circulos maximos repræsentantes, ex Aequatore arcum βDα, ascensionem scilicet obliquam arcus Eclipticæ CGu. Atque ita necesse non est describere parallelum per datum punctum Eclipticæ, sed satis est in Horizonte punctum notare, vbi ab eo parallelo secaretur. Recta enim per hoc punctũ ducta, & recta ad datum punctum emissa, intercipient in Aequatore arcum obliquę ascensionis dati puncti, vt in dicto Lemmate 49. Num. 8. demonstratum est.

QVOD si ex centro R, per C, A, Horizon obliquus describatur gCA, Horizonti datæ regionis obuersus, erit arcus aVg, descensio obliqua puncti a, & Vg.

& Vg, descensio obliqua stellæ V; & Xg, descensio obliqua stellæ X. Item dfr, obliqua descensio puncti Eclipticæ d. & fr, descensio obliqua puncti f. Denique tr, differentia erit descensionalis, punctorum Eclipticæ d, f, &c.

Alia ratio facilli ma.

ALTERA autem via, quæ mihi magis probatur, propterea quod in ea necesse non est parallelum describere, & ipsa statim ascensio, descensioque in Aequatore reperitur. est hæc, Sit rursum Aequator ABCD, circa centrum E; tropicus ♋, Gee; tropicus ♑, F♃; Ecliptica AFCG, cuius polus M; Horizon obliquus AQC, cuius polus L, & centrum K; sitque inuestiganda ascensio obliqua principii ♉. Ducta ex centro E, per μ, principium ♉, recta E ξ, secante Aequatorem in ξ; Item recta Em, per punctum u, vbi ex parte orientali Horizontem obliquum secat parallelus ex E, per datum punctum Eclipticæ μ, descriptus, secante Aequatorem in m, sumatur beneficio circini arcus ξC, in Aequatore, à puncto ξ, vsque ad principium ♈, contra ordinem signorum supputatus, eique æqualis abscindatur mq, à puncto m, contra ordinem quoque signorum progrediendo. Dico arcum qC, esse ascensionē obliquam principii ♉. Si namque Ecliptica cogitetur moueri contra ordinem signorum, hoc est, ab ortu in occasum, donec μ, principium ♉, ad u, perueniat, congruet recta E ξ, rectæ Em, & C, principium ♈, in q, existet, propter æquales arcus ξ C, mq. Hinc.n. fit, vt & arcus ξm, Cq, æquales sint, ac proinde æqualibus temporibus percurrantur: adeo vt promoto puncto ξ, ad m, punctum C, ad q, peruenerit. Igitur arcus Aequatoris qC, à principio ♈, vsque ad *Horizontem* secundum successionem signorum computatus, ascēsio obliqua erit principii ♉, in u, puncto Horizontis orientali tūc existentis. Rursus inquirenda sit obliqua ascēsio principii ♑.

Ducta recta EF, ex centro E, ad F, principium ♑, secante Aequatorem in B, & recta Es, ad intersectionem orientalem Horizontis cum parallelo per F, descripto, quæ Aequatorem secet in t, sumatur arcui Aequatoris BAC, contra ordinem signorum numerato æqualis arcus versus eandem partem tBr. Dico arcum rABC, obliquam esse ascensionem principii ♑. Nam mota Ecliptica contra signorum successionem, donec F, principium ♑, ad s, perueniat, congruet recta EF, rectæ Es, & C, principium ♈, in r, existet, propter arcus *æquales* BAC, tBr, Hinc enim fit, vt & arcus BACt, CtBr, æquales sint, ideoque *eodem* tempore B, ad t, & C, ad r, perueniat ad motum retis. Ex quo *efficitur*, arcum Aequatoris rABC, à principio ♈, vsque ad Horizontem orientalem, secundū ordinem

ordinem signorum computatum, ascensionem esse obliquam principii ♑, in ſ, puncto Horizontis orientali tunc existentis. Denique eodem modo ascensionẽ obliquam reperiemus stellæ Z. Ductis namque rectis EZ, Ed, ad stellam, & ad intersectionem eius paralleli cum Horizonte ex parte orientali, si arcui Aequatoris à recta EZ, vsque ad C, principium ♈, contra successionem signorum accipiatur arcus æqualis à recta Ed, vsque ad ff, erit arcus ffBC, ascensio obliqua dicta stellæ.

NON aliter descẽsiones obliquæ inuestigabũtur, si pro intersectionẽ oriẽtali Horizõtis cũ parallelo per datum punctũ, vel stellã descripto, assumatur intersectio occidentalis. Vt si quæratur descẽsio obliqua principij ♉, accipiẽda erit intersectio α, & ducenda per α, recta ex E, secans Aequatorem in β, & altera recta ex E, per μ, principium ♉, secans Aequatorem in ξ. Nam si arcui Aequatoris ξC, æqualis sumatur $\beta\gamma$; erit arcus γA, descensio obliqua principii ♉. Nam mota Ecliptica ab ortu in occasum, donec μ, principium ♉, ad α, perueniat, & recta Eξ, rectæ Eβ, congruat, existet principium ♈, in γ, propter æqualitatem arcuũ ξC, $\beta\gamma$; Hinc enim fit, vt & arcus ξCβ. C$\beta\gamma$, æquales sint, atque idcirco eodem tempore ξ, ad β, & C, ad γ, perueniat) ac proinde arcus Aequatoris γA, à principio ♈, vsque ad Horizontem occidentalem, secundum successionem signorum computatus, descensio obliqua erit principij ♉, in α, puncto occidentali Horizontis tunc existentis. Sic etiam si desideretur descensio obliqua principii ♏, ducatur recta E♌, ad ♌, principium ♏, secans Aequatorem in θ, & alia recta Ell, ad intersectionem occidentalem ll, Horizontis cum parallelo principii ♏. (Non est autem necesse, vt parallelus dictus describatur, sed satis est, si ad interuallum E♌, notetur punctum ll, in Horizonte secans Aequatorem in oo. Nã si arcui Aequatoris θAC, contra successionem signorum vsque ad ♈, æqualis arcus ooDq, sumatur, erit qDA, descensio obliqua principii ♏, quod ♈, tunc in q, existat, &c.

Figuræ constructio continentem omnium punctorum Eclipticæ ascẽsiones rectas & obliquas.

10. IAM vero figuram quandam construemus, (quam secundo loco lib. 2. Gnomonices in scholio propos. 9. ex Andrea Schonero etiam descripsimus: in qua tamen circulus ex L, descriptus diuidendus non est in 12. partes æquales, vt ibi per imprudentiam faciendum esse diximus, sed in ascensiones rectas 12. signorum, vt in hac figura circulus ABCD, diuisus est. quod ideo dixerim, vt studiosus Lector illam figuram corrigere possit.) in qua omnium arcuum Eclipticæ ascensiones rectæ & obliquæ contineantur, ita vt dato quolibet puncto Eclipticæ eius ascensionem tum rectam, tum obliquam ad datam poli altitudinem, ad quam nimirum figura constructa est, facili admodum negotio exhibere possimus. Item ex data recta ascensione cuiuslibet puncti ascensionem eiusdem obliquam, & contra ex obliqua ascensione data rectam eruere: ac denique ex vtralibet cognita punctum Eclipticæ respondens assignare. Ex centro igitur H, circulus quantuscunque describatur KLMN, cum duabus diametris sese ad angulos rectos secantibus KM, LN. Sumpto autem arcu MP, duplo maximæ declinationis, id est, grad. 47. ducatur recta KP, secans HL, in Q. Et quia iuncta recta PH, [a] angulus PHM, maximæ declinationis duplicatæ, duplus est anguli HKQ; erit HKQ, angulus maximæ declinationis, ac proinde HQK, angulus complementi maximæ declinationis. Quoniam autem est, vt KH, sinus anguli HQK, complementi maximæ declinationis in partibus sinus totius KQ, ad HQ, sinum anguli HKQ, maximæ declinationis in eisdem partibus, ita KH, sinus totus ad sinum HQ, in partibus sinus totius KH, erit ex ijs, quę in Lemmate 49. Num. 19. demonstrauimus, HQ, sinus differentiæ ascensionalis principii ♋, vel ♑, (hoc

[a] 20. tertij.

est, puncti Eclipticæ, quod maximam declinationem habet ab Aequatore) in latitudine grad. 45. cōplectens particulas finus totius KH, 43481. paulo amplius, vt ex dicta proportione colligitur: qui quidem finus, vt ibidem ostendimus, & hic etiam apparet, ęqualis est Tangenti HQ, maximæ declinationis, respectu finus eiusdem totius KH; (cum HQ, fit tangens anguli HKQ, posito finu toto KH,) cui Tangenti 43481. in tabula finuum inuentæ, hoc est, finui differentiæ ascensionalis principii ♋, vel ♑, in latitudine grad. 45. congruunt grad. 25, min. 46. Ex quo efficitur, si ex K, M, numerentur gradus $25\frac{3}{4}$. paulo amplius, vsque ad R, a, rectam iunctam Ra, exhibere idem punctum Q, quippe quæ abscindat rectam HQ, æqualem finui grad. $25\frac{3}{4}$. paulo amplius, quanta nimirum est differentia ascensionalis principii ♋, vel ♑, in latitudine grad. 45. quam Tangens HQ, maximæ declinationis in tabula Sinuum inuenta offert, (etiamsi finus ipse dictæ differentiæ ascensionalis non supputetur ex supradicta proportione.) nimirum grad. 25. min. 46. vt diximus.

INVENTO puncto Q, constituatur angulus altitudinis poli datæ HQE, quæ maior non fit complemento maximæ declinationis; eritque QEH, angulus complementi altitudinis poli, Ex centro vero E, describatur Aequator cuiusuis magnitudinis ABCD, & ducta diametro BD, ipsi AC, ad angulos rectos, sumantur arcus CS, ST, maximæ declinationi æquales, secabitque iuncta recta occulta AT, ipsam BD, in O, centro Eclipticæ, vt lib. 2. propos. 5. Num. 4. ostendimus, iuncta vero recta occulta AS, eandem BD, secabit in I, polo Eclipticæ, vt ibidem Num. 12. demonstrauimus. Descripta ergo ex O, per C, & A, Ecliptica AFCG, secetur in 12. signa per rectas ex eius polo I, per duodecimas partes ęquales Aequatoris emissas, vt in figura factum esse vides: & ex centro E, per 12. signa Eclipticæ eiiciantur rectæ, quarum quælibet per duo signa opposita transibit. Hæ namque Aequatorem secant in ascensionibus rectis signorum, vt in Canone 4. Num. 7. dictum est: adeo vt arcus Aequatoris inter

C, &

C, & rectam per quodcunque punctum Eclipticę ductum positus (à puncto C, quod est principium ♈, versus D, progrediendo, id est, secundum successionem signorum) metiatur ascensionem rectam illius puncti Eclipticę: arcus vero inter quaslibet duas rectas interiectus ascensio recta sit arcus Eclipticę inter easdem duas rectas positi. Eędem deinde rectę eodem modo secabunt circulum KLMN, initio descriptum, in ascensionibus obliquis, ita vt rectæ ex centro H, per puncta sectionum illarum rectarum cum circulo KLMN, emissæ constituãt in centro H, angulos ascensionum obliquarum. Quod hunc in modum demonstrabimus.

DESCRIBATVR ex E, circulus dβξ, circulo KLMN, omnino æqualis, qui à rectis ex E, egredientibus secabitur quoque in ascensiones rectas, cum ambo circuli ABCD, dβξ, similiter secentur, ex scholio propos. 22. lib 3. Eucl. In primis igitur, Mb, esse ascensionem obliquam initii ♋, in altitudine poli assumpta, cuius nimirum angulus est HQE, ita perspicuum fiet. Ducta recta EY, ipsi Hb, parallela, quoniam æquales sunt Hb, EY, cum semidiametri sint æqualium circulorum; [a] erunt quoque HE, bY, parallelæ & æquales. Quia vero est, vt QH, sinus complementi altitudinis poli ad HE, sinum altitudinis poli, respectu sinus totius QE, ita recta QH, quam paulo ante ostendimus esse sinum differentiæ ascensionalis principii ♋, in latitudine grad. 45. respectu sinus totius KH, ad HE; erit ex iis, quæ in Lemmate 49. Num. 20. demonstrauimus, HE, sinus differentiæ ascensionalis principii ♋, in latitudine proposita. Igitur & Yb, ipsi HE, ostensa æqualis, sinus erit differentiæ ascensionalis principii ♋, in latitudine data. Cum ergo Yb, sinus sit arcus Yβ, erit Yβ, differentia ascensionalis principii ♋, in data regione. Est autem dβ, quadrans, ascensio recta principii ♋. Igitur ablata differentia ascensionali Yβ, (Nam ascensiones obliquæ ab ♈, vsque ad ♎, minores sunt rectis, vt in Lemmate 49. Num. 12. ostendimus,) reliquus arcus dY, ascensionem obliquam initij ♋, dabit, [b] cui æqualis est arcus Mb, propter angulos in centris dEY, MHb, [c] qui æquales sunt, propter parallelas EY, Hb.

a 33. primi.

b 26. tertij.

c 29. primi.

AT arcum Mε, esse ascensionem obliquam initij ♊, ita planum faciemus. Ducta Eu, parallela ipsi Eε, [d] erit rursus iuncta uε, æqualis, & parallela ipsi HE: Demissis ité dm, uk, ad Eα, perpendicularibus, erunt triangula Edm, εuk, æquiangula, quod anguli m, k, recti sint [e] & dEm, uεk, internus, & externus, æquales. Ostensæ enim sunt parallelæ uε, & HE. [f] Igitur erit, vt Ed, sinus totus ad dm, sinum ascensionis rectæ δα, initii ♊, ita εu, sinus differẽtiæ ascensionalis initij ♋, in data regione, ad uk; ac proinde, vt in Lemmate 49. Num. 18. monstratum est, erit uk, sinus differentiæ ascensionalis initij ♊, in data regione, & arcus uα, differentia ascensionalis, ideoque du, ascensio obliqua principij ♊, [g] cui æqualis est arcus Mε.

d 33. primi.

e 29. primi.

f 4. sexti.

g 26. tertij.

ITEM arcum Mi, ascensionem obliquam esse initii ♉, sic probabitur. Ducta Eg, ipsi Hi, parallela, [h] erit rursum iuncta gi, æqualis, & parallela ipsi HE. Demissis item df, ge, ad Et, perpendicularibus, erunt triangula Edf, ige, æquiangula, ob rectos angulos f, e, [i] & angulos dEf, gie, internũ & externum, æquales. [k] Igitur erit vt Ed, sinus totus ad df, sinum ascensionis rectæ dt, principii ♉, ita ig, sinus differentiæ ascensionalis principii ♋, in data regione, ad ge; atque idcirco, vt in Lemmate 49. Num. 18. ostendimus, erit ge, sinus differentiæ ascensionalis initij ♉, ideoque arcus gt, in data regione differentia ascensionalis, & dg, ascensio obliqua principii ♉, [l] cui æqualis est arcus Mi.

h 33. primi.

i 29. primi.

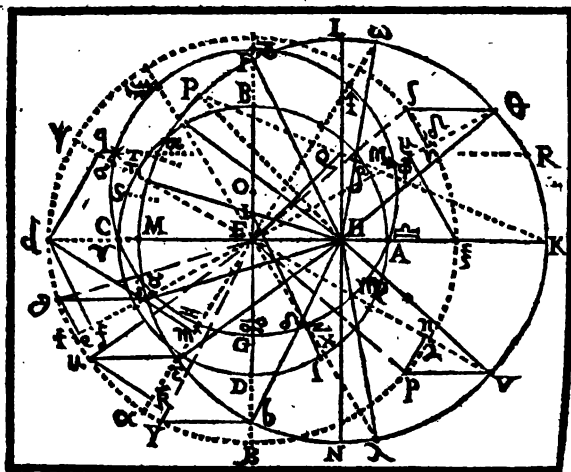
k 4. sexti.

l 26 tertij.

RVR-

RVRSVS arcum MV, ascensionem esse obliquam principii ♍, eodem modo demonstrabimus. Ducta enim Ep, ipsi HV, parallela,[a] erit, vt prius, iuncta recta pV, ipsi HE, æqualis ac parallela. Demissis item d q, p n, ad EV, perpendicularibus, erũt triãgula Edq, Vpn, æquiãgula, quod anguli q, n, sint recti,[b] & dEq, pVn, æquales, externus, & internus.[c] Igitur erit, vt E d, sinus totus ad dq, sinũ ascensionis rectæ d n, principii ♍, ita Vp, sinus differentiæ ascensionalis principii ♋, in data regione, ad pn. Est ergo ex ijs, quæ in Lemmate 49. Num. 18. ostendimus, p n, sinus differentiæ ascensionalis principii ♍, in eadem regione; ideoq; arcus pγ, differentia erit ascensionalis; & dp, ascensio obliqua initii ♍,[d] cui æqualis est arcus MV.

a 33. primi.
b 29. primi.
c 4. sexti.
d 26. tertij.

AD extremum (Nam in omnibus semper eadem demonstrandi ratio vsurpabitur) arcum Kθ, esse ascensionẽ principii ♏, obliquam à principio ♎, numeratam, ac proinde addito semicirculo MNK, totum arcum MKθ, esse eiusdem principii ♏, obliquam ascensionem à principio ♈, numeratam, eodem prorsus modo demonstrabimus. Ducta enim E$\int$, ipsi H θ, parallela,[e] erit iterum iuncta recta $\theta\int$, ipsi HE, æqualis & parallela. Demissis item $\xi\mu$, $\int$r, ad Eθ, perpendicularibus, erunt triangula E$\xi\mu$, $\theta\int$r, æquiangula, propter rectos angulos μ, r,[f] & æquales ξEμ, $\int\theta$ r, alternos. Igitur[g] erit, vt Eξ, sinus totus ad $\xi\mu$, sinum ascensionis rectæ $\xi\delta$, initii ♏, ab initio ♎, numeratæ, ita $\theta\int$, sinus differentiæ ascensionalis principii ♋, vel ♑, in regione data, ad $\int$r. Ex ijs ergo, quæ in Lemmate 49. Num. 18. demonstrata sunt, erit $\int$r, sinus differentiæ ascensionalis principii ♏, ab initio ♎, numeratæ, in eadem regione; ac propterea arcus $\delta\int$, differentia erit ascensionalis. Et quoniam, vt in Lemmate 49. Num. 12. monstratum est, ascensiones obliquæ à ♎, vsque ad ♈, maiores sunt, quam rectæ, si ad rectam ascensionem $\xi\delta$, differentia dicta $\delta\int$, adiiciatur, erit $\xi\int$, ascensio obliqua principii ♏,[h] cui æqualis est arcus KO.

e 33. primi.
f 29. primi.
g 4. sexti.
h 26. tertij.

11 DETVR iam punctum Z, quodcunque Eclipticæ, initium, v. g. ♌ propositum.

positumque sit ex superiore figura eius rectam ascensionem inuenire. Ex E, centro Aequatoris, per datum punctum Z, recta ducatur EZ, secans Aequatorem in X, eritque CX, ascensio recta dati puncti, vt Can. 4. Num. 5. demonstratum est. Quod si eiusdem puncti ascensio obliqua in regione, cuius poli altitudinis angulus est HQE, desideretur, ducemus rursum ex E, centro Aequatoris per datum punctum Z, rectam. Hæc enim ex circulo KLMN, ascensionem obliquam abscindet Mλ, vt proxime ostendimus. Præterea si ex data ascensione recta obliquam iubeamur eruere, numerabimus in Aequatore rectam ascensionem datam ex C, vsque ad X. Recta enim ex E, centro Aequatoris per X, emissa ex circulo KLMN, ascensionem obliquam abscindet Mλ. At vero si recta ascensio ex obliqua quæratur, numeretur data obliqua ascensio in circulo KLMN, ex M, vsque ad λ. Nam recta Eλ, auferet ex Aequatore ascensionem rectam CX. Postremo si data ascensione siue recta, siue obliqua, punctum Eclipticæ, cui congruat, inueniendum sit, numeranda erit data ascensio, recta quidem in Aequatore ex C, vsque ad X, obliqua vero in circulo KLMN, ex M, vsque ad λ, & per finem numerationis, & centrum E, recta ducenda secans Eclipticam in Z. Nam recta ex polo Eclipticæ I, per Z, ducta abscindet ex Aequatore arcum CI, cui arcus Eclipticæ Cz, in sphæra æqualis est, quod ad numerum graduum attinet.

Ascensionem rectam, & obliquam cuiusuis puncti Eclipticæ & vna altera data, alteram, vna cum puncto Eclipticæ respondente ex superiore figura reperire.

12. DE descensionibus porro arcuum, punctorumque Eclipticæ ex prædicta figura inquirendis nihil præcipimus. Quoniam enim, vt in Lemmate 49. Num. 14. dictum est, descensio cuiusuis arcus æqualis est ascensioni arcus oppositi, & æqualis, inquirenda erit ascensio arcus oppositi pro descensione propositi arcus.

Descensio obliqua vt reperiatur ex figura præcedente.

13. EX eadem hac figura facile demonstrabimus, quaternos arcus Eclipticę æquales, quorum bini ab æquinoctialibus punctis, vel tropicis, æqualiter distant, habere ascensiones rectas æquales: quod in Lemmate etiam 49. Num. 6. demonstrauimus. Quoniam enim arcus Aequatoris Cπ, Aρ, continentes v.g. grad. 30. æquales sunt, per quorum extrema puncta π, ρ, rectæ emissæ ex I, polo Eclipticæ (Hæ rectæ confusionis vitandæ gratia ductæ non sunt) exhibent arcus Eclipticæ Cσ, Aφ, arcus v.g. ♓, & ♎; est autem punctum I, in diametro Aequatoris BD, præter eius centrum E, erunt ex theor. 5. scholii 29. lib. 3. Eucl. anguli, quos rectæ illæ cum BD, constituerent, æquales. Igitur cum eędem illæ duæ rectæ pertingant ad σ, φ, faciantque in puncto I, præter centrum O, Eclipticæ angulos æquales, vt ostensum est; erunt per idem theorema, arcus Eclipticæ Cσ, Aφ, æquales. Quocirca cum rectæ Eσ, Eφ, cadentes ex E, puncto præter centrum Eclipticæ O, abscindant arcus æquales Cσ, Aφ, erit per idem theorema, anguli FEσ, FEφ, æquales; ideoque ex rectis reliqui ψEd, δEξ, æquales quoque in centro E, Aequatoris, vel circuli d$\beta\xi$, concentrici. a Quamobrem arcus dψ, $\xi\delta$, hoc est, ascensiones rectæ arcuum æqualium Eclipticæ Cσ, Aφ, æquales erunt. Et quia rectæ σE, φE, productę transeunt per puncta Eclipticæ opposita, hoc est, per principia ♍, & ♉, b suntque arcus $\xi\gamma$, dt, arcubus dψ, $\xi\delta$, æquales, ob angulos ad verticem, E, æquales; erunt omnes quatuor ascensiones rectæ dψ, dt, $\xi\delta$, $\xi\gamma$, quatuor æqualium arcuum Eclipticæ, nimirum quatuor signorum ♓, ♈, ♍, & ♎, æqualiter distantium à punctis æquinoctialibus C, A, vel tropicis F, G, æquales.

Quaternos arcus Eclipticæ æquales à punctis æquinoctialibus vel tropicis æqualiter distantes habere ascensiones rectas æquales.

a 26. tertij.

b 26. tertij.

EADEM prorsus ratione ostendemus angulos FE♒, FE♐, esse æquales, quibus demptis ab æqualibus FEσ, FEφ, æquales erunt reliqui σE♒, φE♐. Ergo, vt prius, rursum ęquales erunt quatuor ascensiones rectę quatuor

arcuum

arcuum æqualium, signorum videlicet ♒, ♉, ♌, & ♏. Atque ita de cæteris.

Arcus Eclipticæ æquales ab alterutro punctorum æquinoctialium, æqualiter distantium habere ascensiones obliquas æquales.

14. INFERTVR ex eadem figura, ascensiones obliquas duorum arcuum Eclipticæ æqualium ab alterutro punctorum æquinoctialium æqualiter distantium, esse inter se æquales. Sint enim æquales arcus Eclipticæ Aφ, A♍, à principio ♎, æqualiter distantes, hoc est, respondeant arcubus in sphæra æqualibus à principio ♎, æqualiter distantibus. Dico eorum ascensiones obliquas Kθ, KV, æquales esse. Quoniam enim eorum ascensiones rectæ æquales sunt, vt Num. 13. ostendimus, erunt anguli θEH, VEH, æquales. Cum ergo punctum E, sit præter H, centrum circuli KLMN, in eius diametro; erunt per theor. 5. scholii propos. 29. lib. 3. Eucl. arcus Kθ, KV, æquales. Eodem argumento concludemus, ascensiones obliquas Kω, Kλ, arcuum Eclipticæ æqualium, A♐, AZ, æquales esse; ac proinde ablatis æqualibus Kθ, KV, reliquas quoque ascensiones θω, Vλ, æqualium arcuum φ♐, ♍Z, æquales esse. Et sic de reliquis.

Arcus Eclipticæ in semicirculo ascendente tanto minores habere ascensiones obliquas rectis eorundem ascensionibus, quanto maiores rectis sunt ascensiones obliquæ arcuum æqualium oppositorum, vel cum illis ab eodem tropico puncto æqualiter distantium & in semicirculo descendente existentium.

15. PRAETEREA ex eadem figura colligere licebit, arcus Eclipticæ æquales ab alterutro tropicorum punctorum æqualiter distantes, vel per diametrum oppositos, in æquales habere ascensiones obliquas, minores quidem in semicirculo ascendente à ♑, per ♈, vsque ad ♋, maiores vero in semicirculo descendente à ♋, per ♎, vsque ad ♑. Item illas tanto esse minores ascensionibus rectis eorundem arcuum, quanto hæ maiores sunt. Sint enim duo arcus æquales ♉♊, ♍♌, à tropico puncto G, æqualiter remoti. Et quia eorum ascensiones rectæ æquales sunt, vt Num. 13. ostensum est, erunt anguli tEα, VEλ, æquales. Cum ergo punctum E, sit in diametro circuli KLMN, præter eius centrum H, erit per Lemma 32. arcus tα, minor arcu Vλ. Eademque ratione probabitur ascensio obliqua cuiusuis arcus in semicirculo Ecliptica FCG, ascendente, minor arcu æquali in semicirculo descendente GAF, qui æqualiter cum illo ab eodem puncto tropico distet. Quia vero arcus ♉♊, ♍♌, æquales, & æqualiter à puncto tropico G, distantes, æqualiter quoque à punctis æquinoctialibus C, A, distant; habet autem arcus ♍♌, cum arcu ♏♐, æquali, & æqualiter ab eodem puncto æquinoctiali A, remoto, æqualem ascensionem obliquam, vt Num. 14. monstratum est: habebit quoque arcus ♉♊, minorem obliquam ascensionem arcu æquali ♏♐, qui illi oppositus est, cum æqualiter à punctis æquinoctialibus C, A, secundum successionem signorum distent. Eademque ratione quilibet arcus in semicirculo Eclipticæ FCG, minorem habebit ascensionem obliquam arcu æquali in semicirculo GAF, qui illi oppositus sit.

a 5. primi.
b 29. primi.
c 26. tertij.

DEINDE [a], quia in Isoscele iHθ, anguli i, θ, æquales sunt, [b] & his æquales alterni anguli iEg, θEf, [c] erunt quoque differentiæ ascensionales gt, fδ, arcuũ oppositorum æqualium C♉, A♏, æquales; ideoque quanto minor est ascensio obliqua dg, vel Mi, recta ascensione dt, tanto maior erit ascensio obliqua ξf, vel Kθ, ascensione recta ξδ. Cum ergo ascensio obliqua Kθ, æqualis sit ostensa ascensioni obliquæ KV, erit quoque ascensio obliqua Mi, arcus C♉, tanto minor, quàm recta, quanto ascensio obliqua KV, Arcus A♍, æqualis, & æqualiter cum illo à tropico puncto G, recedentis, minor est ascensione recta ξγ eiusdem arcus. Eadem prorsus ratio est in cæteris arcubus æqualibus, siue oppositis, siue æqualiter ab eodem puncto tropico recedentibus.

Ascensiones obliquæ duorum arcuum Eclipticæ æqualium oppositorum, vel æqualiter ab eodẽ puncto tropico distantium simul sumptæ æquales sunt rectis earundẽ ascensionibus

16. POSTREMO ex his omnibus sequitur, ascensiones obliquas duorum arcuum Eclipticæ oppositorum, vel ab eodem tropico puncto æqualiter distantium simul sumptas, æquales esse ascensionibus rectis eorundem arcuum simul

mul sumptis: quia nimirum quanto vnius ascensio minor est ascensione eiusdem recta, tanto alterius maior est.

SCHOLIVM.

Ascensiones, descensionesq; obliquas ex Analemmate elicere.

1. *PER Analemma ascensiones, descensionesque obliquas punctorum Eclipticæ, stellarumque hoc modo inuestigabimus. Repetatur figura, quam in scholio præcedentis Canonis Num. 5. descripsimus, in qua Meridianus ANCM, eiusque centrum D; Aequatoris diameter AC: Eclipticæ EP, vel kl; & axis mundi gh. Si igitur punctum Eclipticæ, cuius ascensio obliqua quæritur, fuerit in semicirculo descendente, complementum eius distantiæ à principio ♎, numeretur ab E, principio ♋, vsque ad i, & ex i, ad EP, perpendicularis demittatur iF, & per F, Aequatoris diametro AC, parallela agatur GH, quæ diameter erit paralleli per punctum, in quo numeratio terminata fuit, descripti; secet autem GH, Horizontis diametrum aZ, in b, & axem mundi gh, in d. Denique ex d, per G, H, semicirculo paralleli descripto GpH, ducantur ex b, F, ad GH, perpendiculares bp, Fq. Erit ergo arcus pq, ascensio obliqua arcus Eclipticæ à principio ♎, versus ♋, numerati, cuius nimirum sinus est DF, qualis est arcus ri, inter perpendiculares Dr, Fi, interceptus, vt lib. 1. Lemmate 49. Num. 17. ostensum est. Si igitur arcum pq, ex semicirculo detraxeris, reliqua erit ascensio obliqua arcus à principio ♈, vsque ad punctum Eclipticæ puncto F, respondens secundum signorum seriem numerati. Et quia eandem ascensionem obliquam habet arcus à principio ♎, versus ♑, numeratus, qui æqualis sit arcui, cuius sinus est DF, ab eodem initio ♎, versus ♋, numerato, vt paulo ante in hoc Canone Num. 14. monstratum est; si ascensio inuenta pq, ad semicirculum adijciatur, prodibit ascensio obliqua puncto Eclipticæ, quod tanto interuallo à principio ♎, versus ♑, recedit, quanto punctum puncto F, respondens ab eodem initio ♎, versus ♋, abest.*

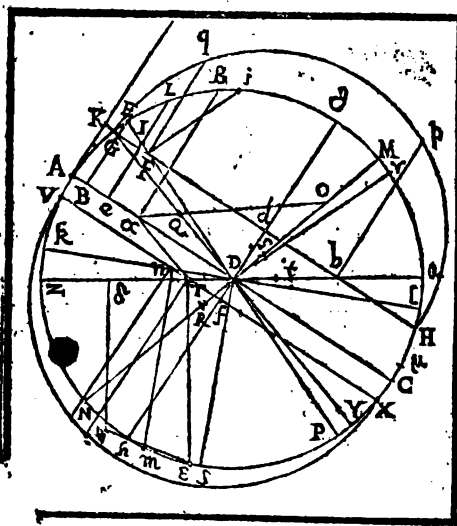
SI vero punctum Eclipticæ, cuius ascensio obliqua inuenienda est, in semicirculo ascendente extiterit, numerandum erit eius à principio ♈, distantiæ complementum à k, principio ♑, vsque ad m, & ex m, ad kl, perpendicularis ducenda mn, & rursus per n, diametro Aequatoris AC, parallela extendenda VX, diameter nimirum paralleli per punctum, in quo terminata fuit numeratio, transeuntis, secans Horizontis diametrum in T, & axem mundi in f. Nam si ex f, per V, X, semicirculus paralleli describatur VπX, erit, vt lib. 1. Lemmate 49. Num. 17. demonstrauimus, ipsius arcus πξ, inter perpendiculares Tπ, nξ, ex T, n, ad VX, eductas interceptus, ascensio obliqua arcus Eclipticæ à principio ♈, versus ♑, numerati, cuius sinus est Dn, qualis est arcus sm, inter perpendiculares Ds, nm, interceptus. Si igitur ascensio obliqua inuenta ex integro circulo detrahatur, reliqua fiet ascensio obliqua arcus Eclipticæ à principio ♈, vsque ad punctum, quod puncto n, respondet, secundum successionem signorum numerati. Et quia eandem ascensionem obliquam habet arcus à principio ♈, versus ♋, numeratus, qui æqualis sit arcui, cuius sinus est Dn, ab eodem initio ♈, versus ♑, numerato, vt Num. 14. huius Canonis ostensum est, congruet eadem ascensio inuenta puncto Eclipticæ, quod tanto interuallo à principio ♈, versus ♋, abest, quanto punctum, quod ipsi n, respondet, ab eodem initio ♈, versus ♑, remouetur.

Inuentio differentiæ ascensionalis dati puncti Eclipticæ, vel stellæ, ex Analemmate.

ALITER. Inuenta puncti Eclipticæ dati, vel stellæ declinatione, vt Canone 3. traditum est, numeretur ea ex A, & C, quamcunque in partem eandem vsque ad G, H, ducaturque diameter paralleli GH, per datum Eclipticæ punctum, vel stellam transeuntis, secans axem mundi in d, & Horizontis diametrum in b. Et quoniam Gb, est sinus versus arcus semidiurni, erit db, sinus rectus differentiæ inter

arcum semidiurnum paralleli, & arcum semidiurnum Aequatoris, cui debetur sinus totus G d. Cum ergo, vt lib. 1. Lemmate 49. Num. 15. ostendimus, eadem sit differentia ascensionalis, quæ inter arcum semidiurnum puncti, vel stellæ, & arcum semidiurnum Aequatoris; erit quoque d b, sinus differentiæ ascensionalis stellæ, vel puncti Eclipticæ dati. Si igitur datum punctum, vel stella declinet in boream, auferatur differentia ascensionalis inuenta ex ascensione recta stellæ eiusdem, aut puncti Canone 4. inuenta, vel si declinet in austrum stella, vel datum punctum, adijciatur ad rectam ascensionem. Relinquetur enim, vel constabitur ascensio obliqua, vt ex ijs constat, quæ lib. 1. in Lemmate 49. Num. 15. diximus. Nihil autem interest vtram in partem, borealem, vel australem, declinatio supputetur à punctis A, C, cum puncta opposita eandem habeant differentiam ascensionalem, vt ibidem traditum est.

In qua cæli parte initium Arietis existat, ex cognita ascensione obliqua cognoscere.

2. VT autem ex cognita ascensione obliqua alicuius puncti Eclipticæ arcum Eclipticæ respondentem eruamus, explicanda prius sunt nonnulla. Primum enim sciendum est, quando ascensio obliqua minor est quadrante, principium ♈, existere inter orientem, ac Meridianum supra Horizontem: quando est quadrans, in ipso Meridiano supra Horizontem: quando maior quadrante, sed semicirculo minor, inter Meridianum supra Horizontem, & occidentem: quando semicirculo maior, sed minor tribus quadrantibus, inter occidentem, & Meridianum infra Horizontem: quando tres complectitur quadrantes, in ipso Meridiano sub Horizonte: quando denique tribus quadrantibus maior, inter Meridianum sub Horizonte, & orientem.

Situm puncti Eclipticæ tam in Meridiano supra Horizontem, quam in Horizonte orientali, ex situ principij Arietis cognoscere.

DEINDE non ignorandum est, quando initium ♈, est inter orientem & Meridianum supra Horizontem, punctum Eclipticæ in Meridiano existens esse australe, in Horizonte vero orientali boreale: quando in Meridiano supra Horizontem, punctum in Horizonte orientali esse boreale: quando inter Meridianum supra Horizontem, & Occidentem, tam punctum in Meridiano, quam in Horizonte orientali esse boreale: quando in occidente, punctum in Meridiano esse boreale: quando inter Occidentem & Meridianum sub Horizonte, punctum in Meridiano sub Horizonte, punctum in Meridiano esse boreale, & in Horizonte orientali australe: quando in ipso Meridiano sub Horizonte, punctum in Horizonte orientali esse australe: quando denique inter Meridianum sub Horizonte; & orientem, tam in Meridiano, quam in Horizonte orientali, esse australe. Quæ omnia

nia in sphæra materiali perspicua sunt.

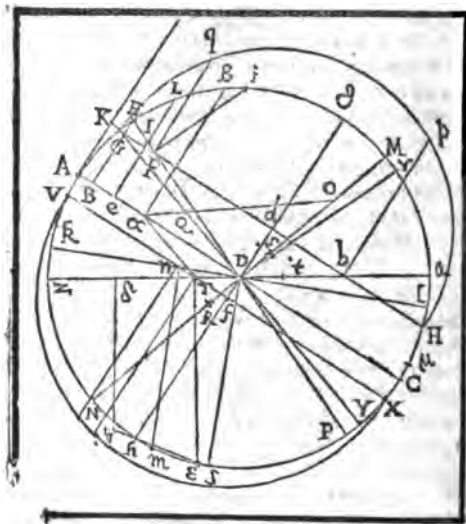
3. HIS cognitis, explorabimus arcum Eclipticæ ab ♈, secundum signorum successionem numeratum, qui datæ ascensioni obliquæ congruat, hoc modo. Si ascensio obliqua maior est quadrante, sed semicirculo minor, detrahatur ex semicirculo; si maior semicirculo, sed minor tribus quadrantibus, detrahatur ex ea semicirculus; si denique maior tribus quadrantibus, dematur ex integro circulo: hac enim ratione habebimus semper arcum Aequatoris inter principium ♈, & Horizontem, siue orientalem, siue occidentalem, quadrante minorem. Huius arcus relicti, vel ipsiusmet ascensionis obliquæ, si quadrante minor est, accipiatur in diametro Aequatoris AC, sinus rectus Dα: quod facile fiet, si ex g, versus A, ipsa ascensio obliqua quadrante minor, vel arcus relictus numeretur vsque ad β, & ex β, ad AD, perpendicularis demittatur βα. hac enim sinum rectũ Dα, quem volumus, abscindet: eritque punctum α, illud, in quod perpendicularis ex initio ♈, in planum Meridiani demissa cadit, cum principium ♈, existat tunc in β, si semicirculus AβC, cogitetur esse rectus ad Meridianum, hoc est, idem, qui semicirculus Aequatoris: Atque hoc quidem, quando ascensio obliqua data semicirculo minor est. Nã ea existente maiore, punctum α, erit illud, in quod perpẽdicularis ex principio ♎, in Meridiani planum demissa cadit: propterea quod quantum initium ♈, sub Horizonte ex vna parte deprimitur, tãtum ex opposita parte principium ♎, supra eundem attollitur.

Ascensioni obliquæ datæ arcum Eclipticæ respondentem beneficio Analẽmatis exhibere.

HOC posito, erit reliquus arcus βA, is, qui in Aequatore inter idem principium ♈, vel ♎, & Meridianum supra Horizontem interijcitur, hoc est, ascensio recta illius puncti Eclipticæ, quod tunc Meridianũ supra Horizontẽ possidet, cuius sinus rectus αβ; ascensio, inquam, recta ab ♈, vel ♎, inchoata. Ex hac ascensione recta inueniẽda est declinatio illius pũcti, quod tunc in Meridiano reperitur, & cui ea ascẽsio recta cõuenit, vt in scholio præcedentis Canonis Num. 5. traditum est, hac videlicet ratione. Sinui αβ, æqualis recta accipiatur De, & ad AD, perpendicularis excitur eI, cui ex tangente AK, æqualis abscindatur AK. Recta enim KD, arcum declinationis AG, quæsitã abscindet, vt loco citato demonstrauimus. Hæc declinatio erit borealis, quando data ascensio obliqua est maior quadrante, & tribus quadrantibus minor; australis vero, quando obliqua ascensio data quadrante minor est, vel tribus quadrantibus maior, vt Num. 2. diximus, & liquido ex sphæra materiali colligitur. Recta autẽ ex G, per centrũ D, ducta, erit tunc communis sectio Eclipticæ, ac Meridiani. Et quoniam Ecliptica ad Meridianũ inclinata est, nisi quando alterũ punctorum tropicorũ in Meridiano existit supra Horizontẽ, & alterum infra, ([a] tunc enim Ecliptica ad Meridianum recta est, quod Meridianus per eius polos incedat) cadent oẽs perpendiculares ex punctis Eclipticæ ad planum Meridiani demissæ in Ellipsim, per propositionẽ 24. lib. 1. Gnomonices nostræ, quorũ vnum est α, in quod cadit perpendicularis ex principio ♈, vel ♎, demissa, cuius Ellipsis maior axis est GY, minor autẽ in diametro MN, ad GY, perpendiculari existit, qui sic reperietur. Interuallo DG, semissis maioris axis, sumatur beneficio circini ex α, in MN, punctũ O, & recta ducatur αO, secãs GY, maiorẽ axẽ in Q. Nam αQ, est semissis minoris axis, quæ si ex D, transferatur in vtramq; partẽ rectæ MN, vsq; ad R, S, erit RS, minor axis, ex Lemmate 50. lib. 1. Si igitur per Lemma 52. inueniantur in Horizontis diametro Zα, puncta T, t, per quæ dicta Ellipsis transit, cadet perpendicularis ex altero eorum ad Meridianum erecta, nimirum ex T, si Ecliptica ex parte australi Horizontem secat, in punctum Eclipticæ in Horizonte orientali tunc existens. Quod si ducta recta Tα, æqualis sumatur Tδ, & ad ZD, perpendiculares excitentur Tε, δθ. ita vt δθ, ipsi αβ, æqualis sit, erit ducta recta θε, æqualis chordæ arcus Eclipticæ inter punctum Horizontis T, & principium ♈, vel ♎, interiecti, cum æqualis sit rectæ interceptæ inter perpendiculares ex T, α, emissas ad planum Meridiani, quæ quidem chorda est dicti arcus. Atque ita si beneficio chordæ θε, ex aliquo pun-

[a] 15. 1. Theod.

cto, ut ex a, abscindatur arcus a μ, erit hic arcui Eclipticæ prædictæ æqualis. atque adeo si à principio ♈, vel ♎, (prout videlicet punctum α, respondet initio ♈, vel ♎,) dictus arcus numeretur, terminabitur numeratio in puncto, quod tunc in Horizonte reperitur, & ex quo perpendicularis demissa in planum Meridiani in T, incidit. Eodem pacto si Ecliptica ex parte boreali Horizontem secat, reperietur punctum Eclipticæ tunc in Horizonte existens, punctoque t, respondens, si ducta recta t α, æqualis recta sumatur in Zα, &c.

INVENTO puncto Eclipticæ, quod puncto T, vel t, respondet, hoc est, arcu inter principium ♈, vel ♎, & Horizontem orientalem intercepto, reperiemus arcum Eclipticæ datæ ascensioni obliquæ respondentem hoc modo. Quando data ascensio obliqua minor est quadrante, respondebit punctum α, initio ♈, & declinatio puncti in Meridiano existentis erit australis, punctumque Ellipsis boreale t, assumendum est, atque arcus inuentus, qui nimirum inter perpendiculares ex t, α, ad planum Meridiani emissas intercipitur, erit is, qui quæritur. Quando vero ascensio obliqua maior est quadrante, & semicirculo minor, respondebit rursum punctum α, principio ♈, sed declinatio puncti in Meridiano existentis erit borealis, sicut & punctum, quod in Horizonte orientali tunc reperitur, ac proinde punctum in Horizonte occidentali

existens, cui principium ♈, vicinius est, erit australe, ideoq; punctũ Ellipsis australe T, assumendum. Quare arcus Eclipticæ inuentus, qui nimirum inter perpendiculares ex T, α, ad planum Meridiani emissas interijcitur, ex semicirculo detractus relinquet arcum quæsitum à principio ♈, secundum successionem signorum numerandum. Quando autem ascensio semicirculo maior est, sed tribus quadrantibus minor, respondebit punctum α, principio ♎, & declinatio puncti in Meridiano existentis erit borealis, punctumque Ellipsis australe T, assumendum, atque arcui Eclipticæ inuento, qui nimirum inter perpendiculares ex T, α, ad planum Meridiani emissas includitur, æqualisque est in figura arcui a μ, adijciendus semicirculus, vt conficiatur arcus quæsitus ab ♈, inchoatus. Quando denique ascensio tribus quadrantibus maior est, respondebit rursus punctum α, principio ♎, sed declinatio puncti in Meridiano tunc existentis erit australis, quemadmodum & punctum in Horizonte orientali existens, ac proinde punctum in Horizonte occidentali existens, cui principium ♎, vicinius est, boreale erit, ideoque punctum Ellipsis boreale t, assumendum. Quocirca arcus Eclipticæ inuentus, qui videlicet inter perpendiculares ex t, α, ad planum Meridiani erectas ponitur, (cui æqualis est arcus oppositus inter principium ♈, sub Horizonte, & Horizontem orientalem

talem interiectus) ex integro circulo subtractus relinquet arcum quaesitum à principio ♈, *secundum signorum successionem numerandum.*

QVOD si ascensio obliqua proposita sit quadrans, existet initium ♈, *in Meridiano supra Horizontem in puncto A, maiorque axis Ellipsis erit AC, minor autem, segmentum axis mundi gh, à diametris parallelorum* ♋, *&* ♑, *abscissum, vt ex propos. 24. lib. 1. nostra Gnomonices constat, propterea quod inclinatio Ecliptica ad Meridianum tunc est aequalis complemento maxima declinationis. Inuentis ergo rursum punctis, in quibus Ellipsis Horizontem secat, assumendum est boreale. Arcus enim inuentus, qui videlicet interijcitur inter perpendicularem ex eo puncto boreali ad Meridianum erectam, & punctum A, erit quaesitus. Si vero ascensio contineat tres quadrantes, existet primum punctum* ♎, *in Meridiano supra Horizontem, id est, in puncto A, fietque eadem Ellipsis, qua antea, sed eius punctum in Horizonte australe assumendum est, & arcui inuento, qui intercipitur inter perpendicularem ex eo puncto australi ad Meridianum excitatam, & punctum A, adijciendus semicirculus, vt quaesitus arcus prodeat ab* ♈, *numerandus. Si denique ascensio sit semicirculus, erit quoque arcus Ecliptica ei respondens, semicirculus. Quae quidem omnia ex ijs, qua Num. 2. diximus, & ex sphara materiali facile colliguntur.*

Ascensionē obliquam dati puncti Eclipticę, aut stellæ per sinus inquirere.

4. *EX doctrina sinuum idem assequemur, hoc modo. Si per punctum Ecliptica, vel centrum stella, cum oritur, vel occidit circulus maximus ducatur, instar Horizontis cuiusdam recti, erit (vt ex sphara materiali constat) arcus Aequatoris inter illum circulum, & Horizontem positus, differentia ascensionalis, descensionalisue, cum ascensio, descensione recta ab* ♈, *secundum successionem signorum progrediendo terminetur in illo circulo maximo, obliqua vero in Horizonte: qua differentia supputanda erit in triangulo spharico rectangulo, cuius vnum latus est ipsa differentia; & alterum, arcus pradicti circuli maximi inter Aequatorem, punctumque Ecliptica, vel stellam interiectus, declinationem eiusdem puncti, stellaue metiens; basis denique arcus Horizontis inter Aequatorem, & punctum Ecliptica, vel stellam inclusus, latitudinem metiens ortiuam, aut occiduam: hoc scilicet modo. Repetatur 1. figura huius Canonis, in qua ascensio recta primi puncti* ♏, *est arcus C Dp, obliqua vero CDY, & differentia ascensionalis pY, atque pZ, declinationis arcus. Si igitur per 1. modum problematis 10. triang. sphar. vltimi Lemmatis,* Fiat vt sinus totus ad tangentem complementi anguli pYZ, quem Aequator cum Horizonte facit, & in proposito casu semper acutus est, (*Cum enim omnes arcus sint quadrante minores, quippe cum metiantur declinationem, differentiam ascensionalem, & latitudinem ortiuam, qua omnes complectuntur pauciores gradus, quam 90. erunt duo anguli Y, Z, acuti, ex propos. 28. nostrorum triang. sphar.*) hoc est, ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis pZ, ad aliud, producetur sinus differentiæ ascensionalis pY. *Hac ratione inueniri differentiam ascensionalem, demonstrauimus etiam sine triangulis sphaericis in Lemmate 49. Num. 17. Quod si nolueris vti tangentibus, inuenietur eadem differentia, vt in eodem Lemmate Num. 18. demonstratum est,* si Fiat vt sinus totus ad sinum ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ, ita sinus differentiæ ascensionalis initii ♋, vel ♑, in data regione (qui sinus reperietur ex 1. modo problematis 10. triang. sphær. vt dictum est: ita vt solus hic sinus per tangentes quærendus sit.) ad aliud. *Inuenietur enim hoc modo sinus differentia ascensionalis dati puncti Ecliptica. Eadem differentia reperietur vt in eodem Lemmate Num. 20. ostendimus, hac ratione.* Fiat vt sinus totus ad tangentem altitudinis poli propositæ, ita sinus differentiæ ascensionalis dati puncti Eclipticæ in altitudine poli grad. 45. (*quam differentiam offeret Tangens declinationis in tabula Sinuum, vt Num. 19. in eodem Lemmate 49. probauimus*) ad aliud. Quartus enim numerus erit sinus differentiæ ascensionalis quęsitæ.

Differentiæ ascensionalis inuentio

Alia inuentio differentiæ ascensionalis.

Alia adhuc inuentio differentiæ ascensionalis.

Nam

NON *aliter supputabitur differentia ascensionalis cuiuslibet stellæ, vt patet in stella V: cum rursus per 1. modum problematis 10. triang. sphar. in triangulo sphærico kiV, cuius angulus k, rectus, sit vt sinus totus ad tangentem complementi anguli iVk, id est, ad tangentem altitudinis poli; ita tangens declinationis kV, ad sinum differentiæ ascensionalis ik, &c. Atque eadem ratio est in omnibus punctis Eclipticæ, & stellis, siue australem habeant declinationem, siue borealem.*

Inventio differentiæ descensionalis.

EADEM *prorsus ratio est in descensionali differentia cuiusuis puncti Eclipticæ, aut stellæ supputanda. Vt in eadẽ figura, descẽsio recta principij ♉, est arcus Aequatoris Cn, obliqua uero Cl, & differentia descensionalis ln: Et deniq; per 1. modũ problematis 10. triãg. sphar. est, vt sinus totus ad tangentem cõplementi anguli fln, hoc est, ad tãgentẽ altitudinis poli, ita tangens declinationis fl, ad sinũ differẽtiæ descensionalis ln, &c. Verũ opus nõ est, ut differentia descẽsionalis supputetur, cũ ea differentiæ ascẽsionali sit æqualis: propterea q tãto minor est ascẽsio obliqua, quã recta, quãto maior est descẽsio obliqua quã recta eiusdẽ pũcti, aut cõtra, ut in Lemmate 49. Num. 12. ostensum est.*

Ascensio obliqua quo pacto ex differentia ascensionali eliciatur.

INVENTA *differẽtia ascensionali, descensionaliue, eliciemus ascensionẽ, aut descensionẽ obliquã hoc modo. Si punctũ Eclipticæ, vel stella declinet in boreã, detrahatur differẽtia ascensionalis inuẽta ex ascensione recta eiusdem puncti, aut stellæ; addatur vero ad rectam ascensionẽ, si punctum, vel stella declinationem habeat australẽ. Reliquus namque numerus, aut conflatus dabit ascensionẽ obliquam quæsitã, vt in Lemmate 49. Num. 15. traditũ est, perspicueque ex proposita figura colligitur: quia punctum, v.g. boreale d, nimirũ principiũ ♍, habet ascensionem obliquam CDi, minorem recta, quæ terminatur vltra i, in puncto videlicet, in quod Horizon rectus ex E, per d, eiectus incideret; eademq; ratio est de alijs punctis ac stellis borealibus ab Aequatore. Ex quo efficitur, differentiam ascensionalem ex recta ascensione subtrahendam esse, vt obliqua ascensio fiat reliqua: At vero punctum australe Z, nimirum principium ♏, ascensionem obliquam habet CDY, maiorem recta CDp; eademq; pacto stella V, australis ab Aequatore ascensionẽ habet obliquã CDi, maiorem recta CDk, atque ita de cæteris pũctis, stellisque australibus ab Aequatore. Ex quo fit, vt rectæ ascensioni adijcienda sit differentia ascensionalis, vt obliqua ascẽsio cõficiatur.*

Descensio obliqua, quo modo ex differentia descensionali eruatur.

CONTRARIVM *omnino faciendum est in descensione obliqua inquirenda. Nam in punctis Eclipticæ, ac stellis borealibus ab Aequatore, addenda est differentia descensionalis rectæ descensioni, in punctis vero, stellisq; australibus ab Aequatore, eadem differentia auferenda est ex descensione recta, vt confletur, vel relinquatur descensio obliqua: quia puncta borealia habent maiores descensiones obliquas, quam rectas*

australia

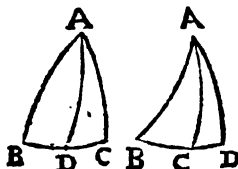
australia vero minores. Vt in eadem figura, descensio obliqua principij ♉, hoc est, puncti borealis, est arcus Cl, maior quam descensio recta Cn. At descensionem obliquam principij ♓, quod est australe, metitur arcus CDAq, minor quam arcus rectæ descensionis CDAα: & sic de cæteris.

IAM vero data ascensione, vel descensione obliqua alicuius pũcti Eclipticæ, vel stellæ, inueniemus punctum Eclipticæ respondens, quod videlicet vna cum stella oritur, aut occidit, vel cui data ascensio, descensioue conuenit, hoc modo. Quando ascensio, vel descensio obliqua semicirculo maior est, detrahatur ex ea semicirculus, vt habeatur semper triangulum sphericum obliquangulum, cuius duo latera (vnũ in Aequatore, alterum in Ecliptica) à principio ♈, vel ♎, inchoata in Horizonte terminantur, & tertium in ipso Horizonte arcus est latitudinis ortiuæ, vel occiduæ puncti Eclipticæ, quod quæritur. Et quia in hoc triangulo vnum latus datum est, arcus videlicet Aequatoris ascensionem, vel descensionem ab ♈, vel ♎, inchoatam metiens, cum duobus angulis ei adiacentibus, cum vnus sit maximæ declinationis, quem Aequator cum Ecliptica constituit, alter vero, quem Aequator cum Horizonte facit: obtusus quidem, qui relinquitur, detracto complemento altitudinis poli ex semicirculo, quando ascensio obliqua data ab ♈, & descensio à ♎, incipit; acutus vero, qui complemento altitudinis poli æqualis est, quando ascensio à ♎, & descensio incipit ab ♈, vt in sphæra materiali perspicuum est: reperietur per problema 23. triang. sphær. vltimi Lemmatis, arcus Eclipticæ quæsitus, ab ♈ vel ♎, inchoatus, & in Horizonte terminatus. Quod vt planius fiat, sit eiusmodi triangulum ABC, in quo arcus Aequatoris ascensionem, aut descensionem obliquam metiens sit AB; arcus Eclipticæ quæsitus BC, ita vt angulus maximæ declinationis sit ABC; Horizontis arcus latitudinem ortiuam metiens AC, & BAC, angulus, quem Aequator cum Horizonte efficit. Ex hoc angulo demittatur ad Eclipticam BC, arcus perpendicularis AD, qui vtrum intra, vel extra triangulum ABC, cadat, mox ipsa operatio docebit. Quoniam igitur in triangulo sphærico ABD, angulus D, rectus est, & AB, arcus datæ ascensionis, descensionisue (qui angulo recto opponitur) datus, vna cum B, angulo maximæ declinationis; si per 1. modum problematis 8. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum arcus AB, ascensionis, vel descensionis obliquę, ita sinus anguli B, maximę declinationis ad aliud, gignetur sinus arcus AD.

Ex data ascensione, aut descensione obliqua, arcũ Eclipticæ respõdenté per numeros explorare.

RVRSVS quia in eodem triãgulo ABD, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, cum ascensionẽ, vel descensionem obliquã datã metiatur, datusq; insuper est angulus B, maximæ declinationis, si per 1. modũ problematis 3. triang sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum cõplementi arcus ascẽsionis obliquæ, descensionisue datæ AC, ita tangẽs anguli B, maximæ declinationis ad aliud, producetur tãgens cõplementi anguli BAD. *qui si deprehensus fuerit minor angulo BAC, quẽ Aequator, & Horizon cõtinẽt, cadet arcus ꝑpendicularis AD, intra triãgulũ, extra vero, si maior. Dẽpto ergo angulo inuẽto BAD, ex ang. BAC, dato, vel hoc ex illo, cognitus quoq; erit ang. CAD.*

DEINDE quia in eodem triangulo ABD, datus est arcus AB, recto angulo oppositus, qui nimirum obliquam ascensionem, aut descensionem datam numerat, vna cum angulo B, maximæ declinationis, si per 1. modum problematis 9. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum complementi anguli B, maximæ declinationis, ita tangens arcus AB, ascensionis, descensionisue obliquæ datæ ad aliud, inuenietur tangens lateris BD; atque idcirco arcus BD, cognitus erit.

POSTREMO quia in triangulo CAD, angulus D, rectus est, si per 1. modum problematis 11. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum arcus AD, in primo discur

su in-

su inuentum, ita tangens anguli CAD, in secundo discursu cogniti ad aliud, producabitur tangens arcus CD; ideoque notus erit arcus CD. *Cadente igitur arcu perpendiculari A D, intra triangulũ A BC, summa laterũ B D, C D, cognitorũ totum latus BC, quod in Ecliptica data ascensioni, descensioniue obliqua debetur, notũ efficiet: cadente vero extra, latus C D, ex latere B D, sublatũ, cognitum faciet reliquũ latus BC, quæsitum. Punctũ autem extremũ C, in Ecliptica est illud, quod vna cũ stella, cuius ascensio obliqua, aut descensio data est, oritur, vel occidit. Longe facilius in scholio Canonis 22. eundẽ arcũ Eclipticæ datæ ascẽsioni, vel descẽsioni obliquæ respõdentẽ inueniemus, sine numeris, cũ, vt vides, per quatuor operationes numerorũ inuẽtus sit hoc loco.*

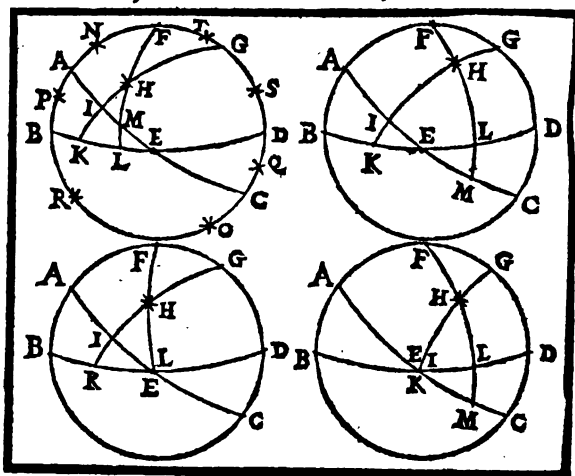
Quodnam punctum Eclipticæ cum data stella oriatur, aut occidat.

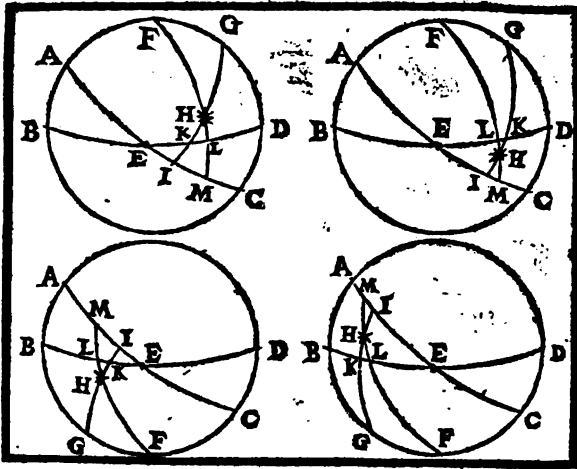
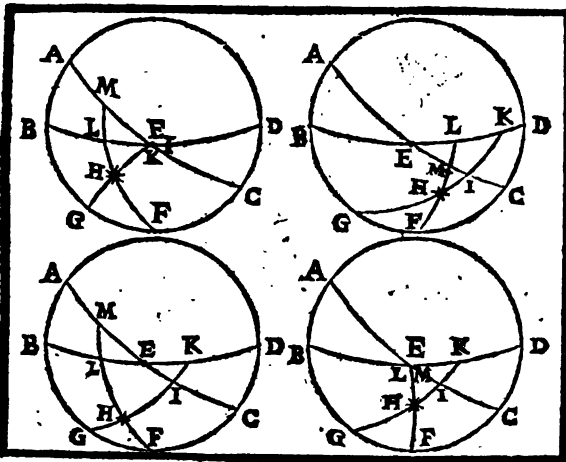
VERVM cũ iam docuerimus, quanã ratione inuenienda sit declinatio cuiusuis stellæ, ascensio recta, ac mediatio cæli, doceamus etiã, quo artificio ex declinatione stellæ, & mediatione cœli, eius latitudo, verusque locus in Zodiaco reperiatur: Itẽ qua arte ex declinatione stellæ, ac latitudine idem locus verus inuestigetur. Declinatio namq; stellæ, ex accepta per instrumentũ eius altitudine meridiana, facili negotio cognoscitur. Nã existente eius altitudine meridiana australi, si minor deprehensa fuerit cõplemento altitudinis poli, detrahatur ea ex complemento altitudinis poli; si vero maior, tollatur e contrario ex ea complementũ altitudinis poli. Reliqua enim semper fiet stellæ declinatio, priori quidẽ modo australis, posteriori vero borealis. Existente autẽ altitudine meridiana stellæ boreali, si minor fuerit altitudine poli, dematur ea ex altitudine poli; si vero maior, detrahatur e contrario ex ea altitudo poli. Reliquus enim numerus complementũ declinationis stellæ indicabit, quæ borealis erit. Mediatio quoq; cœli, hoc est, punctũ Eclipticæ, quod vna cum stella ad Meridianum peruenit, cognita fiet, si existente stella in Meridiano, quæratur hora tunc instans per altitudinem alterius cuiuspiam stellæ, cuius locus in Zodiaco non ignoretur, vt Can. 8. eiusque scholio docebimus. Nam per hanc horam inuentam veniemus in cognitionem puncti Eclipticæ in Meridiano tunc temporis existentis, vt Can. 11. eiusque scholio demonstrabitur. Latitudo denique stellæ manifesta est ex tabulis stellarum fixarum, cum hæc non mutetur.

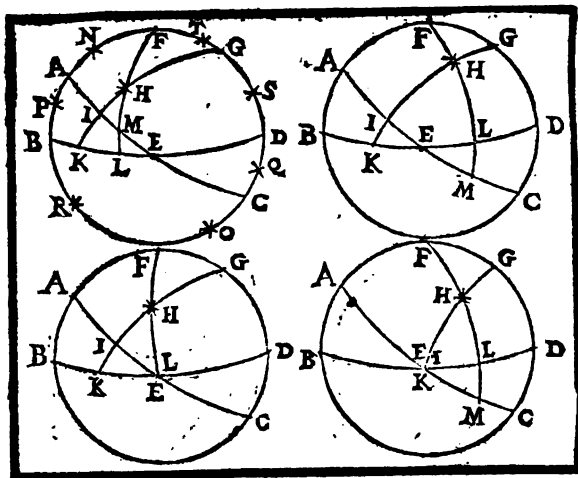
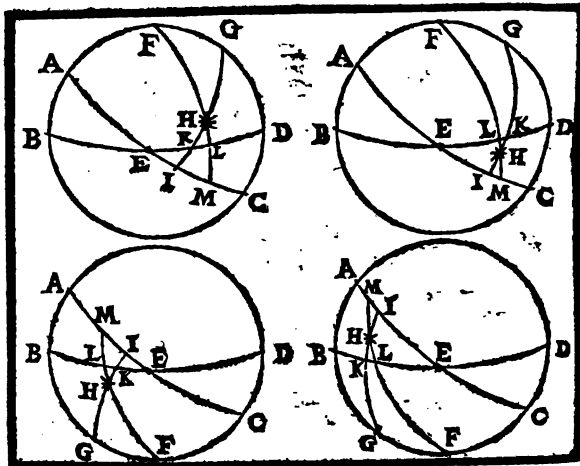
Declinatio stellæ quo pacto per eius altitudinem meridianam inueniatur.

Cum quo puncto Eclipticæ stella data cœlum mediet, etiamsi eius locus ignoretur in Zodiaco cognoscere.

Inuentio latitudinis stellæ, & loci veri, ex eius declinatione, & mediatione cæli.

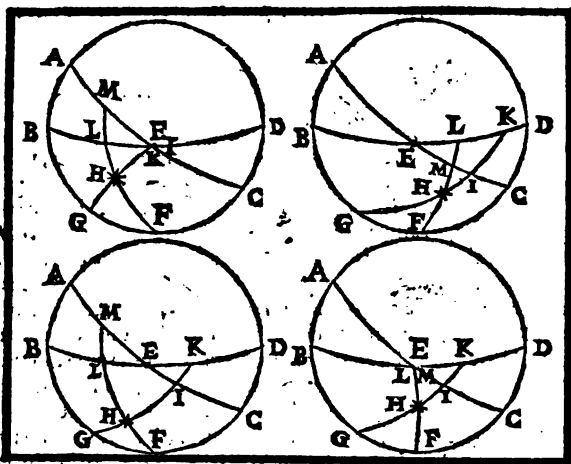
ITAQVE si in 12. circulis in fine scholij Can. 3. positis notum sit M, punctum mediationis cæli stellæ H, vna cum declinatione HL, ita latitudinem stellæ, verumque

locum venabimur. Inuento arcu LM, declinationis puncti M, vt in scholio Canon 3. docuimus.

docuimus, Fiat per 1. modum problematis 3. triang. sphær. in triangulo ELM vt sinus totus ad sinum complementi arcus Eclipticæ EM, a proximo æquinoctio ad punctum mediationis cæli numerati, ita tangens anguli LEM, maximæ

declinationis ad aliud, inuenieturque tangens complementi anguli EML, *cui ad verticem æqualis est angulus HMI, in 1. circulo, oppositus arcui HI, latitudinis stellæ:*

In 3. & 12. circulo eiusmodi angulus latitudini stellæ HI, oppositus, est complementum maximæ declinationis AEB, vel CED, quod contingit, quando stella cælum mediat cum principio ♈, vel ♎. Conferantur deinde inter se declinatio stellæ, & declinatio

tio puncti M, mediationis cæli. Et si fuerint eiusdem denominationis, ut in 1.6.8. & 10. circulo, minor ex maiore detrahatur; si autem diuersæ denominationis, ut in 2.4.5.7. 9. & 11. circulo, in unam summam colligantur, ut reliquus fiat, vel conflatur arcus

HM, inter stellam, atque Eclipticam. Quando punctum mediationis cæli est initium ♈, *vel* ♎, *ut in 3. & 12. circulo, eiusmodi arcus est declinationi stellæ HL, equalis*

Post hæc in triangulo HIM, cuius angulus I, rectus, si per 1. modum probl. 8. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum arcus HM, proxime inuenti, ita sinus anguli HMI, in superiore operatione inuenti ad aliud, reperietur sinus arcus HI, latitudinis

dinis stellæ. *Quando punctum mediationis cæli est principium ♈, vel ♎, vt in 3. & 12. circulo, est per 1. modum dicti probl. 8. vt sinus totus ad sinum declinationis stellæ HL; ita sinus anguli HLI, qui complemento maximæ declinationis æqualis est, ad sinum latitudinis stellæ HI. Inuenta latitudine stellæ HI, ueniemus in cognitionem veri loci eo modo, quem iamiam subiungemus, qui quidem assumit declinationem, latitudinemque stellæ notum.*

SIT igitur nota tam declinatio stellæ HL, quam latitudo HI; ac proinde & earum complementa FH, GH. Cum ergo & arcus FG, maximæ declinationis notus sit, erunt in triangulo sphærico FGH, omnia tria latera nota. Igitur per problema 21. triang. sphær. angulus FGH, cognitus fiet, ideoque & eius arcus AI, distantiam stellæ à principio ♋, metiens, quando eius latitudo borealis est, vt in prioribus sex circulis; vel arcus CI, distantiam stellæ à principio ♑, metiens, quando eius latitudo est australis,

Inuentio veri loci stellæ ex eius declinatione, & latitudine.

vt in posterioribus sex circulis. Vtrũ autem distantia hæc à ♋, vel ♑, numeranda sit secundum, an contra successionem signorum, docebit punctum M, mediationis cæli. Ex eo enim discernus, num stella sit in semicirculo Eclipticæ descendente, an vero in ascendente, cum illud punctum, ac stella in eodem semicirculo Eclipticæ existant. Vel certe idem cognoscetur ex situ stellæ. Si namque propinquior fuerit principio ♈, quam initio ♎, erit in semicirculo ascendente, in descendente vero, si vicinior extiterit principio ♎, quã primo puncto ♈. Stella igitur existente in semicirculo descẽdente, numeratio à ♋, facienda est secundum signorũ successionem; contra vero à ♑: Stella autẽ existente in semicirculo ascendente, fieri debet numeratio à ♋, contra signorum success ionem; à ♑, verò secundum seriem signorum. Ita autem ex prædicto problemate 21. angulus FGH, reperietur. Fiat vt sinus totus ad sinum maioris lateris FG, maximæ declinationis, vel GH, complementi latitudinis, ita sinus maioris lateris ad aliud, inuenieturque quartus quidam numerus. Deinde rursum fiat, vt quartus numerus inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum lateris FH, complementi declinationis stellæ, & sinum versum arcus, quo duo latera GG, FH, inter se differunt, ad aliud. Inuenietur enim sinus versus anguli FGH. *Angulus igitur*

tur FGH, ideoque & eius arcus AI, vel CI, notus erit, qui quidem distantiam stellæ à principio ♋, vel ♑, metitur.

QVOD si complementum latitudinis æquale fuerit maximæ declinationi, hoc est, latera FG, GH, æqualia fuerint, inuenietur facilius idem angulus FGH. Nam si per 2. modum problematis 1. triangulorum sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum semissis lateris FH, ita secans complementi maximæ declinationis FG, ad aliud, procreabitur sinus semissis anguli FGH, &c.

CANON VI.

LATITVDINEM ortiuam, occiduamue Solis, aut puncti cuiusuis Eclipticæ, siue stellæ, quolibet anni die explorare. Et contra datę latitudini ortiuæ, occiduęue punctum Eclipticæ congruens inuenire.

Latitudo ortiua, vel occidua, quid

1. APPELLATVR latitudo ortiua, occiduaue Solis, vel gradus Eclipticæ, aut stellæ, arcus Horizontis inter Aequatorem, & Solem, gradumue Eclipticæ, aut stellam, cum oritur, vel occidit, interiectus. Hanc alij Zenith ortus, vel occasus Solis, gradusue Eclipticæ, aut stellæ vocant: alij vero amplitudinem ortiuam, vel occiduam: quam sic explorabis. Pone gradum Eclipticæ, in quo Sol existit, vel cacumen stellæ propositæ, in Horizonte, siue ex parte orientis, siue ex parte occidentis. Nam Verticales circuli interiecti inter gradum Eclipticæ, vel stellam, & intersectionem Horizontis cum Aequatore, vel Verticali primario, indicabunt latitudinem ortiuam, occiduamue, hoc est, quot gradus in arcu Horizontis, qui inter gradum Eclipticæ, vel stellam, & intersectionem prædictam positus est, contineantur. Et si quidem gradus Eclipticę, vel stellæ, in Horizonte extiterit inter Aequatorem, Verticalemue primarium, & lineam meridianam Astrolabii, latitudo erit borealis, australis vero, si inter Aequatorem, & Limbum extiterit.

Latitudinem ortiuam, occiduamue beneficio Astrolabii inuestigare.

a 13. 2. Theod.

Latitudinem ortiuam occiduæ æqualem esse.

2. EST autem latitudo ortiua cuiusuis puncti latitudini occiduæ eiusdem æqualis. Cum enim Horizon tangat parallelum semper apparentium maximũ, a erunt duo eius arcus inter Aequatorem, & quemlibet parallelum, quem secat, (quorum vnus latitudinem ortiuam, & occiduam alter determinat) inter se æquales. Ex quo fit, satis esse, si vel ortiua latitudo reperiatur, cum hæc occiduæ æqualis sit; vel occidua, cum hæc ortiuæ sit æqualis, vt ostendimus. Immo quia quaterna puncta Eclipticæ æquales habent latitudines ortiuas, vt in Lemmate 49. Num. 5. ostendimus, satis est, si latitudines ortiuæ graduum vnius quadrantis Eclipticæ inueniantur.

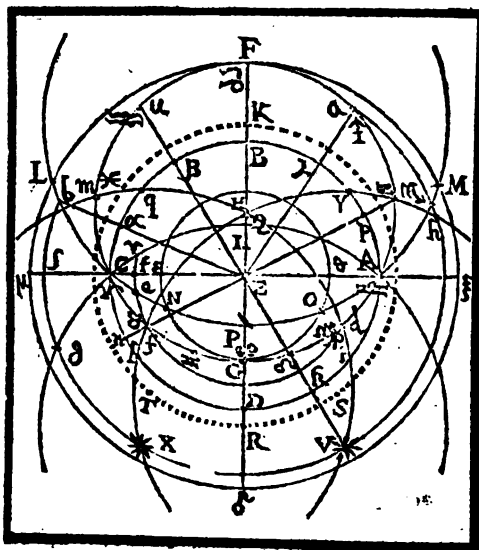
QVANDO autem gradus Eclipticæ, vel cacumen stellæ non præcise in aliquem Verticalium inciderit, vt plerumque contingit, non poterit latitudinis ortiuæ quantitas cognosci, nisi per æstimationem, plus minus, diuidendo nimirum cogitatione spatium inter duos proximos Verticales, inter quos gradus Eclipticæ, vel stella existit, in tot gradus, quot inter quosuis duos Verticales intercipiuntur in Astrolabio.

3. CONTRA ex cognita latitudine ortiua, occiduaue Solis cognoscetur

tur gradus Eclipticæ, cui ea conuenit, hoc modo. Circumducatur rete, donec gradus aliquis Eclipticæ in finem cognitæ latitudinis præcise incidat. Is etenim gradus est, qui quæritur, vel certe alter, qui æquali spatio cum eo ab eodem puncto tropico distat, cum duo puncta equaliter ab eodem tropico puncto distantia eandem habeant latitudinem ortiuam, vt in Lemmate 49. Num. 3. ostensum est. Cognità porrò latitudo ortiua sumenda est in Horizonte ab Aequatore versus limbum, si australis est, versus tropicum vero ♋, si borealis.

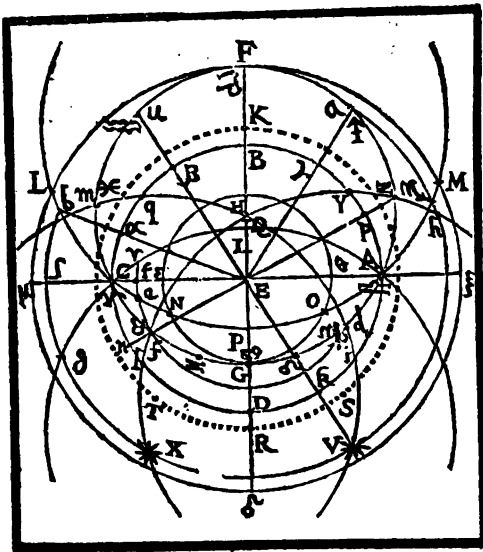
Ex latitudine ortiua, occiduaue cognita punctū Eclipticæ respondens reperire.

4. SINE instrumento eandem latitudinem ortiuam certius cognoscemus hoc modo. Repetatur prima figura antecedentis Canonis, in qua Aequator ABCD, circa centrum E; tropicus ♑, FLM; tropicus ♋, GNO; Ecliptica AFCG, cuius centrum H, & polus I: Horizō obliquus ad datam regionem descriptus LCPAM, cuius centrum K, & polus Q. Si igitur per datum punctum Eclipticæ, vel per datam stellam, hoc est, per eius locum in Astrolabio inuentum, vt lib. 2, propos. 11. Num. 2. & 3. traditum est, parallelus Aequatoris ex centro E, describatur, abscindet is ex Horizōte arcū latitudinis ortiuæ vsque ad C, & occiduę vsque ad A, cum in eo puncto Horizontis, quod abscissum est, gradus ille Eclipticę, vel stella oriatur, aut occidat. Et si ex Horizontis polo Q, per punctum, vbi dictus parallelus Horizontem secat, recta ducatur, indicabit arcus Aequatoris inter hanc rectam, & punctum C, vel A, interceptus quantitatem latitudinis, ita vt tot gradus latitudo contineat, quot in eo arcu Aequatoris comprehenduntur: propterea quod arcus ille Aequatoris, & arcus Horizontis abscissus, continent gradus numero equales, vt lib. 2. propos. 5. Num. 19. demonstrauimus. V. G. Latitudo ortiua principii ♎, est arcus Horizontis CN, occidua vero AO, & vtraque borealis: Latitudo autem ortiua initij ♑, est arcus CL, & occidua AM, & vtraque australis: Latitudo vero principii ♐, est arcus Cb, quę etiam stellę V, vel X, congruit, estque australis. Et si ex Q, polo Horizontis ad b, recta ducatur, dabit arcus Aequatoris inter hanc rectam, & punctum C, quantitatem latitudinis Cb. Et sic de cæteris.

Latitudinem ortiuam sine instrumento inquirere.

QVOD si nimis molestum videatur locum inquirere illius stellę, cuius latitudo desideratur, accipe declinationem eius ex tabula alicuius Astronomi, in qua declinationes stellarum pro hoc tempore supputatę sint, qualem etiam Io. Ant. Maginus in suis Ephemeridibus composuit. Nam parallelus eius declinationis

tionis ex centro E, descriptus abscindet ex Horizonte arcum latitudinis ortiuę illius stellæ: sed exquisitius priori modo latitudo inuenietur, propterea quod vix tabulæ declinationum stellarum sine errore aliquo reperiuntur.

Ex cognita latitudine ortiua, occiduaue punctū Eclipticæ congruens, sine instrumento exquirere.

5. DATA autem latitudine ortiua, occiduaue, reperiemus punctum Eclipticæ, cui congruit, hac ratione. Numeretur latitudo proposita in Aequatore à puncto C, versus D, si borealis est, versus B, autem, si australis: Per terminum numerationis ex Q, polo Horizontis recta emittatur, quæ ex Horizonte eādem latitudinem abscindet, vt ex iis constat, quæ lib. 2. propos. 5. Num. 18. scripsimus. Postremo ex centro E, per finem latitudinis in Horizonte inuentum, parallelus Aequatoris describatur. Hic enim Eclipticam duobus in punctis secabit, quibus proposita latitudo congruit. Quos autem gradus duo illa puncta referant, disces ex Num. 19. propos. 5. lib. 2. si videlicet ex I, polo Eclipticæ per puncta illa rectas eieceris. Hæ namque ex Aequatore similes arcus abscindent, quod ad numerum graduum attinet. V. g. si ex boreali latitudine ortiua data, sit in Horizonte inuentus arcus Ce, borealis, transibit

parallelus Aequatoris ex E, per e, descriptus per f, principium ♉, & per d, principium ♍. Sic si ex data australi latitudine repertus sit in Horizonte arcus australis Cb, transibit parallelus ex E, per b, descriptus per a, principium ♐, & per u, principium ♒. Prior ergo latitudo principiis ♉, & ♍, posterior vero primis punctis ♐, & ♒, conuenit.

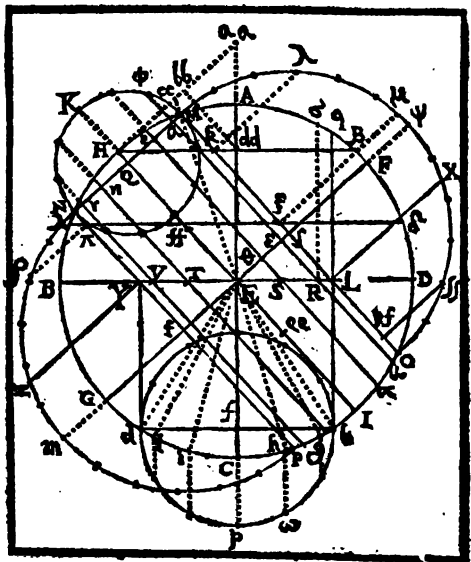
QVANTVS autem sit arcus Horizontis inter C, vel A, & Verticalem, qui per centrum Solis ducitur qualibet hora diei, non solum autem in ortu, vel occasu interiectus, vt hic traditum est, Canone 16. docebimus.

SCHOLIVM.

Latitudinem ortiuam cuiuslibet puncti Eclipticæ vel stellæ ex Analemmate deprehendere.

1. VT autem doceamus, qua ratione ex Analemmate latitudinem ortiuam cuiusuis puncti Eclipticæ, seu stellæ deprehendere possimus, describatur Analemma ipsum cum parallelorum per initia signorum transeuntium diametris, vt in Lemmate 19. lib. 1. traditum est, in quo Meridianus ABCD, circa centrum E; axis mundi FG; Aequatoris diameter HI; Horizontis BD; Verticalis AC; tropici ♋, MO; tropici ♑, NP; & aliorum parallelorum per signorum initia transeuntium diametri descripta sint beneficio circuli MKN, in 12. partes æquales diuisi, vt in dicto Lemmate 19. scripsimus, secantes

tantes diametrum Horizontis in L, R, S, T, V, Y. Dico rectam inter E, & quemcunque parallelum esse sinum latitudinis ortinæ, occiduæque illius puncti, per quod parallelus illius diametri transit, nimirum EL, sinum latitudinis ortiuæ ♋; ER, ♊, & ♌; ES, ♉, & ♍; ET, ♏, & ♓; EV, ♐, & ♒; ac denique EY, ♑; adeo vt recta ex hisce punctis ducta ad BD, perpendiculares intercipiant cum AD, in Meridiano arcus latitudinum ortiuarum. v. g. arcum Aq, vel Cb, (ductis bq, Yd, per L, Y, ad BD, perpendicularibus) latitudinem esse ortiuam, occiduamue ♋, & Cd, ♑. Quoniam enim Horizon, & parallelus ♋, per rectas BD, MO, ducti ad Meridianum recti sunt, [a] *quod Meridianus per eorum polos ductus ad ipsos rectus sit;* [b] *erit eorum communis sectio per L, transiens ad eundem recta, & propterea ex defin, 3 lib. 11. Eucl. ad BD, in plano Meridiani existentem perpendicularis. Si igitur circulus ABCD, concipiatur in plano Horizontis, erit qb, communis sectio Horizontis, & paralleli ♋, si recta BD, situm meridianæ lineæ obtineat. Eodemq. modo AC, communis sectio erit Horizontis & Aequatoris, Verticalisue primarij; & Yd, communis sectio Horizontis, & paralleli ♑. Igitur Aq, vel Cb, latitudo erit ortus, vel occasus ♋, & Cd, ♑. Eademque ratio est de parallelis intermedijs. Nam eodem argumento ostendemus, perpẽdiculares ad BD, per R, S, T, V, ductas, esse communes sectiones Horizontis, & parallelorum intermediorum. Hac ratione latitudinem ortus cuiuslibet puncti Eclipticæ reperies, si beneficio circuli MKN, eius puncti declinationem inuenias, hoc est, diametrum paralleli per illud punctum transeuntis ducas, vt in dicto Lemmate 19. docuimus. Nam eiusmodi diameter abscindet ex BD, sinum latitudinis quæsitæ, ita vt perpendicularis ad BD, excitata in extremo eius sinus, auferat arcum latitudinis, quam quæris, ab A, vel C, inchoatum.*

[a] 15. 1. Theod.
[b] 19. vndec.

NON *aliter latitudinem ortus, vel occasus stellæ cuiusuis adipisceris, si per eius declinationem vel ex Can. 3. inuentam, vel ex tabula alicuius Astronomi desumptam, diametrum paralleli, quem stella describit, in Analemmate duxeris. Vt si stella quapiam habeat declinationem borealem HM, ita vt diameter eius paralleli sit MO, erit eiusdem latitudo ortiua, occiduaue Aq, vel Cb, &c.*

Data latitudine ortiua, congruēs punctum Eclipticæ inuenire.

2. EX *data autem latitudine ortiua, occiduaue sic punctum Eclipticæ respondens assequemur. Numeretur data latitudo ab A, vel C, versus D, si borealis est, aut si australis, versus B, vsque ad 6, & demissa ex 6, ad BD; perpendiculari 6R, agatur per R, Aequatoris diametro HI, parallela Rφ, secans circulum MKN, in φ. Nam quot gradus in arcu Kφ, continentur, tot gradibus punctum Eclipticæ, cui latitudo*

borealis

borealis Ab, conuenit, à principio ♈, vel ♎, versus ♋. recedit, vt ex ijs constat quæ ad finem Lemmatis 19. lib. 1. & in scholio Can. 3. Num. 3. explicatum est.

Alia inuentio latitudinum ortiuarum ex Analemmate.

3. QVEMADMODVM autem beneficio circuli MKN, circa maximas Solis declinationes descripti inueniuntur declinationes omnium punctorum Eclipticæ, vt ad finem Lemmatis 19. lib. 1. & in scholio Can. 3. Num. 1. tradidimus, ita beneficio alterius circuli circa latitudines ortiuas ♋. & ♑. descripti, omnium punctorum Eclipticæ latitudines venabimur; hoc scilicet modo. Inuentis latitudinibus ♋. & ♑, Cb, Cd, vt dictum est, nectatur recta bd, secans EC, in f, secabiturque bd, in f, bifariam, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl.[a] ac proinde & ad angulos rectos. Descripto ergo ex f, per b, d, circulo bpd, eoque diuiso in 12. partes æquales, si bina puncta a punctis b, & d, æqualiter remota rectis occultis iungantur, secabitur arcus bCd, in latitudines ortiuas, quæ signorum initijs congruunt; ita vt Cb, sit latitudo ♋; Cg, ♊. & ♌; Ch ♉. & ♍; Ci ♏. & ♓; Cl, ♐; & ♒; Cd, denique ♑. quod sic demonstrabitur. In triangulo ELf, latera EL, Ef,[b] proportionaliter secta sunt in S, R, θ, ε;[c] Sunt autem segmenta Eθ, θε, εf, segmentis Qe, e a, aM, æqualia. Igitur & segmenta ES, SR, RL, segmentis Qe, e a, a M, proportionalia sunt. Eademque ratione segmenta ET, TV, VY, segmentis Qn, nr, rN, proportionalia erunt; ac propterea tota recta LY, secta est, vt tota MN. Sed per Lemma 7. lib. 1. recta quoque bd, secta est, vt recta MN. Igitur & recta LY, bd, proportionaliter secta sunt.[d] Cum ergo æquales sint,[e] erunt & segmenta vnius segmentis alterius respondentibus æqualia; atque idcirco parallelæ per bina puncta circuli bpd, ductæ in puncta R, S,

a 3. tertij.

b 2. sexti.

c 34. primi.

d 34. primi.

e 9. quinti.

T, V, cadent, cum hæ parallelæ æqualia segmenta auferant ex rectis bd, LY; ideoque ex arcubus Cb, Cd, latitudines ortiuas auferent, quemadmodum parallelæ per puncta R, S, T, V, easdem abscindunt, vt Num. 1. demonstratum est. Recta porro ex centro E, ad puncta b, g, h, i, l, d, ductæ dici poterunt radij latitudinum ortiuarum, & occiduarum, quemadmodum & rectæ ex E, ad extrema puncta parallelorum MO, a u, &c. ductæ radij signorum appellantur, vt in Gnomonica diximus.

ITAQVE si cuiuslibet puncti Eclipticæ dati distantia à proximo puncto æquinoctiali numeretur in circulo bpd, à p, in vtramlibet partem, & per terminum numerationis ipsi CE, parallela ducatur, secabitur arcus Cb, vel Cd, in latitudine ortiua illius puncti Eclipticæ. Vt si distantia ab alterutro puncto æquinoctiali sit grad. 30. & ex p, numerentur grad. 30. vsque ad ω; parallela ωh, resecabit latitudinem ortiuam Ch, puncti, quod grad. 30. à principio ♈, vel ♎, abest, cuiusmodi est principium

tipium ♉, vel ♊, vel ♍, vel ♏.

SIC e contrario, si data latitudo ortus, vel occasus numeretur a puncto C. versus b, vel d, vsque ad h, & parallela ducatur ho, dabit arcus po, distantiam puncti Ecliptica ab ♈, vel ♎, cui data latitudo conuenit.

EX hoc liquet etiam, quaterna puncta Ecliptica, prater initia ♋, & ♑, eandem habere latitudinem ortiuam, bina quidem borealem, bina vero australem: quemadmodum & eandem declinationem habent. Id quod in Lemmate quoque 49. lib. 1. Num. 2. & 3. demonstrauimus. Nam due latitudines Ch, Ci, qua aequales sunt, quatuor punctis Ecliptica congruunt, duobus nimirum borealibus, & duobus australibus, &c.

Latitudinem ortiuam per numeros inuestigare.

4. *EX sinuum calculo reperietur latitudo ortiua, seu occidua cuiuslibet puncti Ecliptica; siue stella, hoc modo. Circulus maximus declinationis per polos mundi, & dictũ punctũ Ecliptica, vel per centrũ stella in Horizonte orientali ductus, cũ Aequatore, atque Horizonte triangulum sphaericũ constituit, cuius angulus, quẽ circulus declinationis cũ Aequatore facit, rectus est, & arcus declinationis puncti Ecliptica, vel stella notus, vna cũ angulo cõplementi altitudinis poli, quẽ Aequator cũ Horizonte constituit. Vt in figura Num. 4. huius Canonis, ducta recta EZ, ex centro per principium ♏, referente circulũ declinationis eiusdem principij, fit triangulũ sphaericum pYZ, cuius angulus p, rectus, & arcus declinationis pZ, notus, vna cum angulo pYZ, complementi altitudinis poli. Semper enim angulus ab Horizonte, & Aequatore comprehensus acutus est, per propos. 28. nostrorum triang. sphar. cum in eo triangulo omnes arcus quadrante sint minores. Si igitur per 1. modum problematis 14. triang. sphar. vltimi Lemmatis* Fiat vt sinus totus ad secantem complementi anguli pYZ, hoc est, ad secantem altitudinis poli, ita sinus arcus declinationis pZ, ad aliud, producetur sinus arcus latitudinis ortiuæ YZ. *Vel si solis sinubus velis vti,* Fiat per 3. modum eiusdem problematis, vt sinus anguli pYZ, cõplementi altitudinis poli ad sinum totum, ita sinus arcus declinationis pZ, ad aliud. Procreabitur enim rursum sinus arcus latitudinis ortiuæ, occiduæue YZ. *Vtraque hac operatio perspicue etiam demonstrari potest in figura huius scholij. Nam in triangulo rectilineo rectangulo ELf, per 5. problema triang. rectil. vltimi Lemmatis est, vt sinus totus Ef, ad Ef, quatenus sinus est declinationis paralleli MO, ita EL, secans anguli LEf, altitudinis poli (Posito enim sinu toto Ef, recta EL, secans est anguli LEf.) ad EL, quatenus sinus est latitudinis ortiua, aut occidua. Item ita est sinus anguli ELf, complementi altitudinis poli ad sinum totum, vt Ef, sinus declinationis ad EL, sinum latitudinis ortiua.*

EADEM prorsus ratio est in latitudine ortiua, occiduaue cuiuscunque stella inquirenda. Ita namque vides in stella V, idem prorsus triangulum constitui ikV, cuius angulus k, rectus, & arcus declinationis kV, notus, vna cum angulo kiV, complementi altitudinis poli, & Vi, arcus latitudinis ortiua, qui quaritur, vt patet in figura huiusce Canonis, &c.

Data latitudine ortiua, punctum Eclipticæ respondẽs inuenire per numeros.

E CONTRARIO data latitudine ortiua, siue occidua alicuius puncti Ecliptica, reperiemus punctum illud Ecliptica, cui debetur, si in eodem triangulo pYZ, per 1. modum problematis 8. triang. sphar. Fiat vt sinus totus ad sinum arcus YZ, latitudinis ortiuæ datæ, ita sinus anguli pYZ, complementi altitudinis poli ad aliud. Productus enim quartus numerus sinus erit arcus declinationis quæsitæ pZ. *Igitur per ea, qua in Canone 3. eiusque scholio scripsimus, punctum Ecliptica reperietur, cui illa declinatio inuenta congruit. Sed quoniam quatuor puncta eandem habent declinationem, necesse est, vt sciamus, quonam in quadrante Ecliptica contineatur, vt punctum quasitum eliciamus. Eadem hac operatio demonstrabitur in triangulo rectilineo rectangulo ELf, figura huius scholij. Nam per 2. problema triãg.*

rectil. vltimi Lemmatis est, vt sinus totus ad sinum basis EL, quatenus sinus est latitudinis ortiuæ cognitæ, ita sinus anguli ELſ, complementi altitudinis poli ad Eſ, sinum declinationis quæsitæ in partibus sinus EL.

CANON VII.

ARCVM semidiurnum, & seminocturnum cuiuslibet puncti Eclipticæ, vel stellæ inuestigare: Et vicissim punctum Eclipticæ dato arcui semidiurno, seminocturnoue congruens inquirere.

Arcum semidiurnum, vel seminocturnum cuiuslibet gradus Eclipticæ, seu stellæ per instrumentũ indagare.

1. HOC nihil aliud est, quam moram Solis in quouis Eclipticæ gradu existentis, vel stellæ cuiuslibet, ab Horizonte orientali vsque ad Meridianum, vel à Meridiano vsque ad Horizontem occidentalem exquirere, id est, quot gradus Aequatoris cum quolibet gradu Eclipticæ, vel stella, ab Horizonte ad Meridianum vsque ascendant, vel à Meridiano vsque ad Horizontem descendant, &c. Si igitur rete Astrolabii circumuoluatur, donec gradus Eclipticæ, quem Sol die proposito occupat, vel cacumen stellæ propositæ, in Horizonte orientali statuatur, & linea fiduciæ ostensoris, vel Indicis eidẽ gradui, vel cacumini stellæ superponatur; erit arcus limbi inter lineam fiduciæ, & lineam meridianam ex parte superiori prope armillam suspensoriam, semidiurnus illius gradus, vel stellæ: reliquus vero arcus limbi ab eadem linea fiduciæ vsque ad meridianam lineam ex parte inferiori, seminocturnus erit. Et si tam ille, quam hic duplicetur, totus arcus diurnus, nocturnusque prodibit. Facile autem eiusmodi arcum inuentum ad horas reduces, si singulas horas quindenis gradibus, & quaterna minuta horę singulis gradibus tribuas. Vel certe omnes gradus in arcu semidiurno, seminocturnoue, vel diurno, nocturnoue comprehensi reducantur ad horas per tabellam, quam in cap. 2. sphæræ ad finem explicationis Aequatoris descripsimus. Immo horæ in limbo descriptæ, quæ inter meridianam lineam, & lineam fiduciæ supradictum situm obtinentem comprehenduntur, dabunt quantitatem arcus semidiurni, vel seminocturni in horis, &c.

NON est autem necesse, vt omnes gradus limbi inter lineam fiduciæ, & meridianam lineam positi numerentur, sed satis est, si pauci illi gradus, qui inter lineam fiduciæ, & Horizontem rectum comprehenduntur: qui quidem differentiam ascensionalem dati puncti Eclipticæ, vel stellæ, exhibent, vt Num. 3. Can. 5. diximus. Hi enim ad quadrantem, hoc est, ad grad. 90. adiecti, si punctum Eclipticæ, vel stella ad boream vergat, vel ab eodem quadrante subtracti, puncto Eclipticæ, vel stella australi existente, conficient, vel relinquent arcum semidiurnum, quo ex semicirculo, id est, ex grad. 180. sublato, seminocturnus arcus reliquus erit, qui etiam habebitur, si puncto Eclipticæ, vel stella existente boreali, differentia ascensionalis inuenta, hoc est, arcus inter lineam fiduciæ, & Horizontem rectum interiectus, ex quadrante dematur, adiiciatur vero ad quadrantem, quando punctum Eclipticæ, vel stella in austrum vergit.

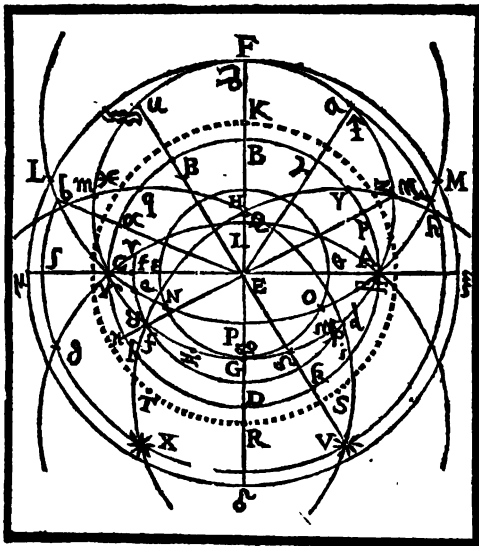
Ex dato arcu semidiurno, vel seminocturno punctum Eclipticæ respondens inuestigare in Astrolabio.

2. DATO verò arcui semidiurno, vel seminocturno punctum Eclipticæ respondens sic perscrutabimur. Numeretur in limbo arcus semidiurnus à linea

meridiana

meridiana ex parte superiori, seminoctúrnus vero ab eadem linea meridiana ex parte inferiori, & ad terminum numerationis linea fiduciæ ostensoris applicetur. Deinde circumducatur rete, donec punctum aliquod Eclipticæ in punctum intersectionis lineæ fiduciæ cum Horizonte incidat. Ei etenim puncto, & alteri, quod illi ex altera parte puncti tropici respondet, datus arcus semidiurnus, seminocturnusue conuenit.

Arcum semidiurnum vel seminocturnũ dati puncti, aut stellæ, sine instrumento inuenire.

3. SINE instrumento ita agemus. Repetatur prior figura Can. 5. describaturque ex centro E, per Eclipticæ punctum datum, vel stellam, parallelus Aequatoris. Nam eius arcus inter Horizontem obliquum LPM, & lineam meridianam EF, supra centrum E, erit semidiurnus quæsitus; arcus vero eiusdem inter Horizõtem obliquum, & meridianam lineam E♌, infra centrum E, seminocturnus erit. Vt LF, erit arcus semidiurnus ♑; & L♌, seminocturnus. Item semidiurnus arcus Aequatoris, vel principii ♈, & ♎, erit CB, seminocturnus vero CD. Sic semidiurnus arcus ♋, erit arcus NH, (sumpto puncto H, pro intersectione tropici ♋, cum meridiana linea) seminocturnus autem NG. Rursus arcus seminocturnus principii ♐, vel ♒, est segmentum paralleli aVb, inter b, & meridianã lineam E♌; semidiurnus autem eiusdem segmentum inter b, & lineam meridianã EF, si parallelus totus descriptus esset. Denique stellæ V, vel X, arcus seminocturnus est arcus eiusdem paralleli inter b, & rectam E♌, semidiurnus autem, eiusdem arcus inter b, & rectam EF, si totus parallelus describatur.

AVT sic. Per punctum, vbi parallelus per datum punctum Eclipticæ, vel stellam descriptus Horizontem secat, ex centro E, recta ducatur. Hæc enim semicirculum Aequatoris orientalem in duos arcus secabit, quorum superior semidiurnus, & inferior seminocturnus est. Vt quia parallelus per principium ♐, vel ♒, aut stellam V, vel X, descriptus secat obliquum Horizontem in b, si ducatur ex E, recta Eb, secans Aequatorem in α, erit αB, arcus semidiurnus principii ♐, vel ♒, aut stellæ V, vel X: & αD, seminocturnus.

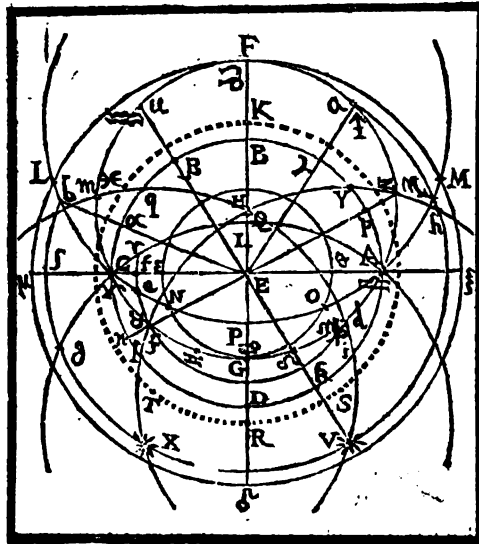
ALITER. Descripto per datum Eclipticæ punctum, aut stellam, Horizonte obliquo, (cuius centrum semper est in parallelo KZR, per centrum Horizontis K, descripto, & semidiameter PK,) ducatur ex E, centro ad idem punctum, vel stellam recta, quæ auferet ex Aequatore differentiam ascensionalem inter ipsam rectam, & Horizontem obliquum descriptum, vt in Can. 5. Num. 6.

 dictum

dictum est. Hæc igitur, quando punctum datum, vel stella est borealis, addita ad quadrantem, conficiet arcum semidiurnum, eadem vero ex quadrante sublata, quando datum punctum, vel stella australis est, arcum semidiurnum relinquet. Verbi gratia, si per principium ♉, & per initium ♏, Horizon obliquus describatur secans Aequatorem in l, Y, ducanturque rectæ E f, EZ, ad initia ♉, & ♏, secantes Aequatorem in n, p, erunt differentiæ ascensionales l n, Yp. Et quia principium ♉, boreale est, addita differentia ln, ad quadrantem, efficiet arcum semidiurnum primi puncti ♉. Quia vero initium ♏, australe est, differentia Y p, ex quadrante dempta arcum semidiurnum relinquet. Denique descripto Horizonte per stellam V, secante Aequatorem in i, ductaque recta E V, secante Aequatorem in k, erit differentia ascensionalis stellæ ik, quæ ablata ex quadrante semidiurnum arcum stellæ V, relinquet, cum stella australis sit, vtpote vltra Aequatorem collocata.

EADEM differentia ascensionalis, quando punctum Eclipticæ boreale est, aut stella, ex quadrante detracta reliquum facit arcum seminocturnum, addita vero quadranti seminocturnum arcum conficit, quando stella, vel punctum Eclipticæ australe est.

Ex dato arcu semidiurno, seminocturnoue punctum Eclipticæ respondens sine instrumento perscrutarii.

ARCV porro semidiurno, aut seminocturno dato, reperiemus punctum Eclipticæ, cui congruit, hoc modo. Numeretur in Aequatore datus arcus semidiurnus à puncto B, vel seminocturnus à puncto D, in vtramuis partem, & per terminum numerationis ex centro E, recta ducatur, donec Horizontem secet. Parallelus enim Aequatoris ex E, per punctum illud sectionis in Horizonte descriptus, secabit Eclipticam in duobus punctis æqualiter à tropico puncto distantibus, quibus datus arcus semidiurnus, vel seminocturnus conuenit. Vt si arcus semidiurnus sit Bα, vel seminocturnus Dα; ducta recta Eα, secabit Horizontem in b, puncto, per quod parallelus ex E, delineatus secat Eclipticam in principiis ♐, & ♒. Hisce ergo punctis arcus semidiurnus, vel seminocturnus oblatus congruit.

SCHO-

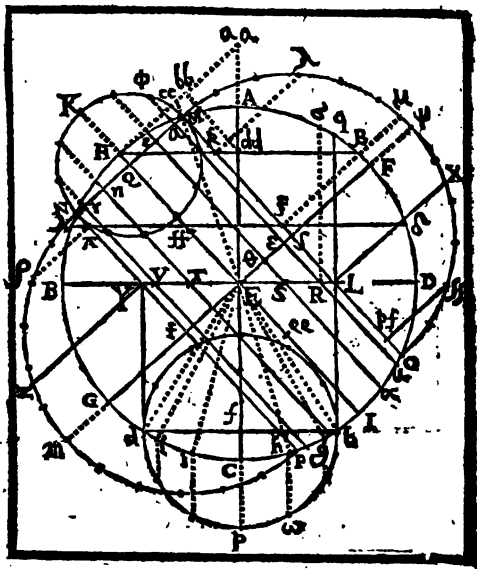
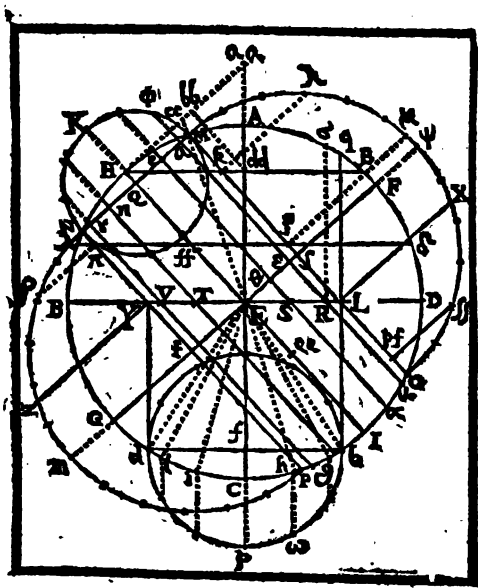
SCHOLIVM.

1. IDEM arcus semidiurnus, vel seminocturnus dati puncti Eclipticæ, aut cuiuslibet stellæ, per Analemma peruestigabimus hac ratione. Inuenta ex scholio Can. 3. declinatione propositi puncti, vel stellæ, ducatur in Analemmate diameter paralleli, quem datum punctum, aut stella describit. Nam eius portio superior inter Meridianum, ac diametrum Horizontis, est sinus versus arcus semidiurni, inferior autem portio, sinus versus arcus seminocturni quæsiti. Exempli causa, in Analemmate scholij præcedentis Canonis, declinatio principij ♋, est HM, eiusque paralleli diameter MO, secans Horizontis diametrum in L. Erit igitur ML, sinus versus arcus semidiurni principij ♋, & OE, sinus versus arcus seminocturni: adeo vt, descripto circulo MXO, circa diametrum paralleli MO, & ducta ex L, perpendiculari LX, ad MO, arcus semidiurnus ♋, sit MX, & seminocturnus OX. Nam cum & Horizon, & parallelus MXO, in propria positione, ad Meridianum rectus sit; [a] erit quoque communis eorum sectio ad eundem recta, ideoque ex defin. 3. lib. 11. Euclid. ad MO, in Meridiano existentem perpendicularis. Recta ergo LX, ad MO, perpendicularis, communis sectio erit Horizontis, ac paralleli MXO; atque idcirco MX, arcus semidiurnus erit, & OX, seminocturnus. Eadem ratione erit NZ, arcus semidiurnus ♑, & PZ, seminocturnus. Et sic de cæteris. Quod si HM, poneretur declinatio alicuius stellæ, esset MX, arcus eius diurnus, & OK, seminocturnus eiusdem.

Arcum semidiurnum, aut seminocturnum dati puncti Eclipticæ, vel stellæ ex Analemmate perdiscere.

a 19. vndec.

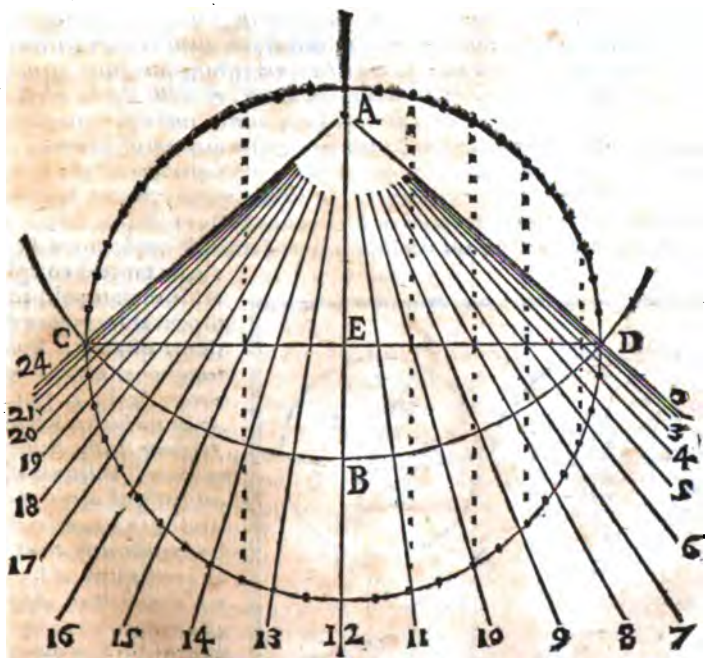
EST autem tam ſL, quam tY, sinus rectus differentia ascensionalis, adeo vt in punctis Eclipticæ, & stellis septentrionalibus arcus ✝X, ad quadrantem adiectus conficiat arcum semidiurnum, arcus vero mZ, in australibus ex quadrante subtractus arcum semidiurnum relinquat, &c.

2. EX cognito autem arcu semidiurno eliciemus punctum Eclipticæ, cui congruit, hac ratione. A punctis F, & G, numeretur in vtramlibet partem differentia inter datum arcum semidiurnum, & semidiurnum arcum Aequatoris, siue quadrantem, & recta terminos numerationis connectens, quæ ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. axi FG, parallela erit, ob arcus numeratos æquales, secet Aequatoris diametrum in ee, vt Eee, sinus rectus sit dicta differentia. Deinde erecta Haa, perpendiculari ad eandem

dem diametrum Aequatoris, quæ diametrum Verticalis productam secet in aa, sumptaque aa bb, ipsi Eee, æquali, ducatur bb dd, ipsi HI, parallela secans AC, in dd: ac tandem ipsi bb dd, æqualis abscindatur Hcc. Nam recta Ecc, ducta abscindet arcum declinationis puncti quæsiti HM: quæ borealis erit, si datus arcus semidiurnus quadrante maior fuerit, australis vero, si minor. Atque huic declinationi inuenta assignabitur punctum Ecliptica respondens, vt in scholio Can. 3. Num. 3. traditum est. Hoc autem sic demonstrabitur. Quoniam, vt in Lemmate 49. lib. 1. Num. 17. demonstrauimus, est vt sinus totus ad tangentem altitudinis poli, ita tangens declinationis cuiusuis puncti Ecliptica ad sinum differentiæ ascensionalis; erit conuertendo, vt tangens altitudinis poli, ad sinum totum, ita sinus differentiæ ascensionalis ad tangentem declinationis. Cum ergo Haa, sit tangens arcus AH, altitudinis poli, & aa bb, sinui differentiæ ascensionalis Eee, æqualis; (Eadem enim est differentia ascensionalis, quæ arcus semidiurni, &c. vt in eodem Lemmate 49. Num. 15. dictum est) ; sitque vt aaH, tangens altitudinis poli ad HE, sinum totum, ita aa bb, sinus differentiæ ascensionalis ad bb dd, hoc est, ad Hcc, ipsi bb dd, æqualem; erit Hcc, tangens declinationis quæsitæ, ac proinde HM, arcus erit declinationis.

4. sexti.

ALITER. Per Lemma 52. lib. 1. in Horizontis diametro BD, inueniantur puncta L, Y, in quibus Ellipsis circa axes FG, ee ff, (sumpta Eff, ipsi Eee, æquali) descripta eam intersecat. Nam si per L, quando arcus semidiurnus datus maior est quadrante, aut per Y, quando minor, diametro Aequatoris HI, parallela agatur MO, vel NP, erit hæc, diameter paralleli per quæsitum punctum descripti, proindeque declinationem quæsitam ex Meridiano abscindet. Cum enim per Lemma 51. lib. 1. sit, vt EI, ad Eee, ita sO, ad sL; vel vt EH, ad Eff, ita tN, ad tY, sintq; ex Lemmate 5. sinus similium arcuum sinubus totis proportionales; erit sL, vel tY, sinus differentiæ ascensionalis in circulo diametri MO, vel NP, quemadmodum Eee, vel Eff, in circulo maximo ABCD.

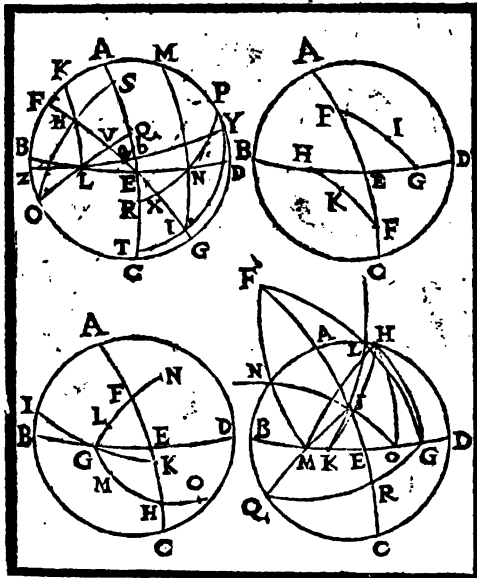
ELLIPSIS porro circa axes FG, eeff, descripta refert circulum declinationis, vel horarium, per mundi polos, & punctum Horizontis, in quo à parallelo dati arcus semidiurni secatur; quippe cum perpendiculares ex eius punctis in Meridianum demissæ eam efficiant, punctumque illud Horizontis in L, vel Y, cadat.

SED ex dato arcu semidiurno cuiusuis paralleli eliciemus quoque declinationem respon-

respondentem eo modo, quem ex Schenero tradidimus in scholio propos. 33. lib. 1. Gnomonices, & ad calcem lib. 8. demonstrauimus, eundemque denique in libello de Fabrica & vsu instrumenti horologiorum cap. 12. repetiuimus. Nam si in ea figura, quam hic apposuimus, numeretur arcus semidiurnus ex D, in circulo circa rectam

CD, descripto, diuisoque in 24. partes æquales, vel in grad. 360. & per finem numerationis radio Aequatoris AB, parallela agatur, secabitur CD, in puncto, per quod recta ex A, educta abscindet ex arcu CBD, arcum declinationis quæsitæ à puncto B, inchoatum, quæ australis erit, si in arcu BD, contineatur, borealis vero, si in arcu BC, &c.

3. PER *sinus denique ita agemus. Cum in Lemmate 49. Num. 15. demonstratum sit, eandem esse differentiam ascensionalem cuiuslibet puncti Eclipticæ, & differentiam inter arcum semidiurnum paralleli per illud punctum descripti, & arcum semidiurnum Aequatoris, qui semper quadrans est, satis est, si differentia ascensionalis dati puncti Eclipticæ, vel propositæ stellæ, inquiratur: hæc enim, si punctum Eclipticæ, vel stella in boream recedit ab Aequatore, adiecta ad quadrantem conficit arcum semidiurnum, ablata vero ex quadrante, seminocturnum arcum relinquit; Si autem punctum, vel stella in austrum declinat, eadem differentia ex quadrante sublata arcum semidiurnum reliquum facit, adiecta vero ad quadrantem conficit arcum seminocturnum. Id quod in prædicto Lemmate, & Num. 15. eodem, à nobis quoque demonstratum fuit. Hæc autem differentia ascensionalis supputanda erit, vt in scholio Ca-*

Arcum semidiurnum, & seminocturnum dati puncti, vel stellæ per sinus inquirere.

dem diametrum Aequatoris, qua diametrum Verticalis ... *oberi alia ratio-*
ptaque aa bb, ipsi Eee, aquali, ducatur bb dd, ipsi ... *pos. 34. & in scholio*
dd: ac tandem ipsi bb dd, aqualis abscindatur F ... *Num. 2. afferemus.*
scindet arcum declinationis puncti quasiti HM ... *, reperiemus punctum E-*
midiurnus quadrante maior fuerit, australis ... *quadrante, vel quadrante*
ni inuenta assignabitur punctum Ecliptica ... *midiurnum, seminocturnumue,*
traditum est. Hoc autem sic demon ... *est; si quasitum punctum concipia-*
lib. 1. Num. 17. demonstrauimus. ... *polo circulus maximus declinatio-*
ita tangens declinationis cuiusuis ... *um rectangulum, cuius angulus rectus*
erit conuertendo, vt tangens ... *inetur. & arcus Aequatoris inter Ho-*
ascensionalis ad tangentem ... *nis, notus; cum differentia sit inter da-*
altitudinis poli, & aa b ... *ae, & quadrantem Aequatoris; angulus*
... *efficit, complementum est altitudinis poli,*
... *s, in dicto triangulo opponitur. Si igitur per 1.*
... *r.* Fiat vt sinus totus ad sinum differentiæ in-
... seminocturnum datum, & quadrantem Aequato-
ris, ita tangens complemen-
ti altitudinis poli, ad aliud,
producetur tangens declina
tionis quæsitæ. *Huiusmodi
triangulum habetur in primo
circulo figura 1. problematis
49. quam hoc loco repetiuimus.
Ibi enim puncti Ecliptica bo-
rei arcus semidiurnus est MN,
cui similis est arcus Aequato-
ris AR; & ER, differentia in-
ter semidiurnum arcum AR,
& quadrantem AE, qui ar-
cus semidiurnus Aequatoris
est; triangulum denique pradi
ctum est ENR, in quo per 1. mo
dum problem. 11. triang. sphar.
vltimi Lemmatis, est vt sinus
totus ad sinum arcus ER, diffe
rentia pradicta, ita tangens an
guli REN, complementi alti-
tudinis poli ad tangentem ar-
cus declinationis NR. Simile
triangulum est ELQ, quando
KL, vel arcus Aequatoris si-
milis AQ, est arcus semidiur
nus puncti Ecliptica australis H, &c. Inuenta hoc modo declinatione, inquirendum
est punctum Ecliptica ei respondens, vt in scholio Can. 3. scripsimus: Et si quidem
arcus semidiurnus datus maior est 6. horis, vel seminocturnus arcus 6. horis minor,
erunt duo puncta Ecliptica borealia à principio ♋, aqualiter remota, quibus congruit;
australia vero à principio ♑, aqualiter distantia, si 6. horis minor est arcus semidiur
nus, aut seminocturnus 6. horis maior. Si tamen declinatio inuenta fuerit maxima
declinationi aqualis, respondebit arcui semidiurno 6. horis maiori, & seminocturno 6.
horis*

24. sexti.

vris minori, primum punctum ♑; at semidiurno arcui 6. horis minori, & seminoctur- 6. horis maiori, primum punctum ♑. congruet.

CANON VIII.

HORAM interdiu ex altitudine Solis, & noctu ex altitudine cuiusuis stellæ, expiscari.

CVM IAM quatuor sunt genera horarum, tria æqualium, nimirum ut media nocte, vel ab ortu Solis, vel a Solis occasu initium ...um inæqualium, de quibus copiose satis ad initium nostræ ...mus: de omnibus Canon propositus est intelligendus. Diur... horam à mer. vel med. noc. elapsam desideras, accipe per ...inem Solis, & circumducrete, donec gradus Eclipticæ, in quo ...oratur, parallelum Horizontis, siue Almucantarath inuentæ altitu...s attingat, ex parte quidem orientali, si tempus est antemeridianum, si vero pomeridianum, ex parte occidentis. Linea enim fiduciæ Ostensoris eidem gradui Solis superposita, in Limbo horam à med. noc. indicabit, vel à mer. prout tempus fuerit antemeridianum, vel pomeridianũ. Quod si horæ in Limbo descriptæ non sint, elicienda erit hora ex arcu Limbi inter lineam fiduciæ eum situm habentem, & lineam meridianam intercepto, tribuendo quindenis gradibus singulas horas, & singulis gradibus quaterna horæ minuta: ita tamen, vt ante meridiem arcus ille incipiat à linea meridianà ex parte inferiori, post meridiem vero ex parte superiori.

Horã à mer. vel med. noc. interdiu per Astrolabium venari.

2. SI vero tempore nocturno eandem horam à mer. vel med. noc. inquirere velis, obserua per Can. 1. stellæ alicuius in reti descriptæ altitudinem, & circumduc rete, donec cacumen eius stellæ parallelum Horizontis, siue Almucantarath altitudinis inuentæ attingat, ex parte quidem orientali, siue sinistra, si stella ad Meridianum nondum peruenerit, si vero Meridianum transierit, ex parte dextra, siue occidentali. Linea enim fiduciæ gradui Solis superposita, monstrabit in Limbo horam à mer. vel med. noct. prout gradus Solis extiterit uel in medietate Astrolabii dextra, vel sinistra. Quod si horæ in Limbo notatæ non sint, reducendi erunt ad horas gradus Limbi inter lineam fiduciæ, & lineam meridianam, initio facto à parte superiore, si gradus Solis fuerit in parte Astrolabii occidentali, siue dextra; si vero in parte orientali, vel sinistra, à parte inferiori. Prior enim arcus dabit horas à mer. & posterior à med. noc. elapsas.

Horam à mer. vel med. noc. per Astrolabium noctu inquirere.

3. HORAM ab or. vel occ. sic inquires. Nota punctum horæ à mer. vel med. noc. inuentæ siue per altitudinem Solis interdiu, siue noctu per altitudinem stellæ, vt dictum est. Deinde posito gradu Solis in Horizonte orientali, si hora ab or. quæratur, vel occidentali, si hora ab occ. desideretur, numera arcum Limbi inter punctum, quod linea fiduciæ Ostensoris gradui tunc Solis superposita indicat, & punctum horæ à mer. vel med. noc. prius notatum, progrediendo semper à posteriori puncto notato cõtra successionem signorum ad illud prius, (hoc est, ab ortu in occasum progrediendo vsque ad punctum horæ à mer. vel med. noc. notatum) scilicet dextram versus; nimirum pro ho-

Horam ab or. vel occ. per Astrolabiũ cognoscere.

lio Canonis 5. Num. 4. tradidimus. Poterunt etiam, si placet, adhiberi aliæ rationes supputandi arcum semidiurnum, quas lib. 1. Gnomonices propos. 34. & in scholio propos. 35. demonstrauimus, quarum unam in scholio Can. 10. Num. 2. afferemus.

Dato arcu semidiurno, aut seminocturno, punctum Eclipticæ respondens per numeros inuestigare.

VICISSIM dato arcu semidiurno, seminocturnoue, reperiemus punctum Eclipticæ, cui congruit, hac ratione. Subducto arcu dato ex quadrante, vel quadrante ex illo, vt differentia habeatur inter datum arcum semidiurnum, seminocturnumue, & arcum semidiurnum Aequatoris, qui quadrans est; si quæsitum punctum concipiatur constitutum in Horizonte, per quod ex mundi polo circulus maximus declinationis ducatur, constitutum erit triangulum sphæricum rectangulum, cuius angulus rectus ab illo circulo declinationis, & Aequatore continetur, & arcus Aequatoris inter Horizontem, & prædictum circulum declinationis, notus; cum differentia sit inter datum arcum semidiurnum, seminocturnumue, & quadrantem Aequatoris; angulus denique, quem Aequator cum Horizonte efficit, complementum est altitudinis poli, qui arcui declinationis, quam quærimus, in dicto triangulo opponitur. Si igitur per 1. modum problematis 11. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum differentiæ inter arcum semidiurnum, aut seminocturnum datum, & quadrantem Aequatoris, ita tangens complementi altitudinis poli, ad aliud, producetur tangens declinationis quæsitæ. *Huiusmodi triangulum habetur in primo circulo figuræ 1. problematis 49. quam hoc loco repetiuimus. Ibi enim puncti Eclipticæ borei arcus semidiurnus est MN, cui similis est arcus Aequatoris AR; & ER, differentia inter semidiurnum arcum AR, & quadrantem AE, qui arcus semidiurnus Aequatoris est; triangulum denique prædictum est ENR, in quo per 1. modum problem. 11. triang. sphær. vltimi Lemmatis, est vt sinus totus ad sinum arcus ER, differentia prædicta, ita tangens anguli REN, complementi altitudinis poli ad tangentem arcus declinationis NR. Simile triangulum est ELQ, quando KL, vel arcus Aequatoris similis AQ, est arcus semidiurnus puncti Eclipticæ australis H, &c. Inuenta hoc modo declinatione, inquirendum est punctum Eclipticæ ei respondens, vt in scholio Can. 3. scripsimus: Et si quidem arcus semidiurnus datus maior est 6. horis, vel seminocturnus arcus 6. horis minor, erunt duo puncta Eclipticæ borealia à principio ♋, æqualiter remota, quibus congruit; australia vero à principio ♑, æqualiter distantia, si 6. horis minor est arcus semidiurnus, aut seminocturnus 6. horis maior. Si tamen declinatio inuenta fuerit maxima declinationi æqualis, respondebit arcui semidiurno 6. horis maiori, & seminocturno 6. horis*

horis minori, primum punctum ♑; at semidiurno arcui 6. horis minori, & seminocturno 6. horis maiori, primum punctum ♋. congruet.

CANON VIII.

HORAM interdiu ex altitudine Solis, & noctu ex altitudine cuiusuis stellæ, expiscari.

1. QVONIAM quatuor sunt genera horarum, tria æqualium, nimirum vel a meridie, aut media nocte, vel ab ortu Solis, vel a Solis occasu initium sumentium, & vnum inæqualium, de quibus copiose satis ad initium nostræ Gnomonices scripsimus: de omnibus Canon propositus est intelligendus. Diurno ergo tempore si horam à mer. vel med. noc. elapsam desideras, accipe per Can. 1. altitudinem Solis, & circumducrete, donec gradus Eclipticæ, in quo Sol tunc moratur, parallelum Horizontis, siue Almucantarath inuentæ altitudinis attingat, ex parte quidem orientali, si tempus est antemeridianum, si vero pomeridianum, ex parte occidentis. Linea enim fiduciæ Ostensoris eidem gradui Solis superposita, in Limbo horam à med. noc. indicabit, vel à mer. prout tempus fuerit antemeridianum, vel pomeridianũ. Quod si horæ in Limbo descriptæ non sint, elicienda erit hora ex arcu Limbi inter lineam fiduciæ eum situm habentem, & lineam meridianam intercepto, tribuendo quindenis gradibus singulas horas, & singulis gradibus quaterna horæ minuta: ita tamen, vt ante meridiem arcus ille incipiat à linea meridiana ex parte inferiori, post meridiem vero ex parte superiori.

Horã à mer. vel med. noc. interdiu per Astrolabium venari.

2. SI vero tempore nocturno eandem horam à mer. vel med. noc. inquirere velis, obserua per Can. 1. stellæ alicuius in reti descriptæ altitudinem, & circumduc rete, donec cacumen eius stellæ parallelum Horizontis, siue Almucantarath altitudinis inuentæ attingat, ex parte quidem orientali, siue sinistra, si stella ad Meridianum nondum peruenerit, si vero Meridianum transierit, ex parte dextra, siue occidentali. Linea enim fiduciæ gradui Solis superposita, monstrabit in Limbo horam à mer. vel med. noct. provt gradus Solis extiterit uel in medietate Astrolabii dextra, vel sinistra. Quod si horæ in Limbo notatæ non sint, reducendi erunt ad horas gradus Limbi inter lineam fiduciæ, & lineam meridianam, initio facto à parte superiore, si gradus Solis fuerit in parte Astrolabii occidentali, siue dextra; si vero in parte orientali, vel sinistra, à parte inferiori. Prior enim arcus dabit horas à mer. & posterior à med. noc. elapsas.

Horam à mer. vel med. noc. per Astrolabium noctu inquirere.

3. HORAM ab or. vel occ. sic inquires. Nota punctum horæ à mer. vel med. noc. inuentæ siue per altitudinem Solis interdiu, siue noctu per altitudinem stellæ, vt dictum est. Deinde posito gradu Solis in Horizonte orientali, si hora ab or. quæratur, vel occidentali, si hora ab occ. desideretur, numera arcum Limbi inter punctum, quod linea fiduciæ Ostensoris gradui tunc Solis superposita indicat, & punctum horæ à mer. vel med. noc. prius notatum, progrediendo semper à posteriori puncto notato cõtra successionem signorum ad illud prius, (hoc est, ab ortu in occasum progrediendo vsque ad punctum horæ à mer. vel med. noc. notatum) scilicet dextram versus; nimirum pro ho-

Horam ab or. vel occ. per Astrolabiũ cognoscere.

ra ab occ. ex parte occidentali versus inferiorem partem Astrolabii, pro hora vero ab or. ex parte orientali versus superiorem. Nam si gradus in hoc arcu limbi comprehensi reuocentur ad horas, habebitur numerus horarum ab occ. vel ortu elapsarum.

QVOD si in parte inferiori Astrolabii arcus horarum ab or. & occ. descripti sint, vt lib. 2. prop. 9. Num 6. diximus, collocato interdiu gradu Solis supra circulum Almucantarath inuentæ altitudinis Solis, moto tamen reti à sinistra dextram versus, ita vt sinistra sit pars ante meridiem, & dextra post meridiem, indicabit gradus oppositus inter illos arcus horam ab occ. Posito autem eodem gradu Solis supra circulũ Almucantarath altitudinis Solis inuentæ, moto tamẽ reti à dextra sinistram versus, ita vt pars dextra spectet ad tempus antemeridianum, & sinistra ad pomeridianum, indicabit idem gradus oppositus inter arcus eosdem horarios horam ab or. vt numeri horarum in figura dictæ propos. 9. lib. 2. monstrant. Nocturno vero tempore horæ ab occ. ex altitudine stellarum inueniri hac ratione non poterunt, nisi alii arcus horarii, qui priores intersecẽt, describantur. Quare prior ratio exposita magis probanda videtur.

Horam inæqualem per Astrolabium inquirere.

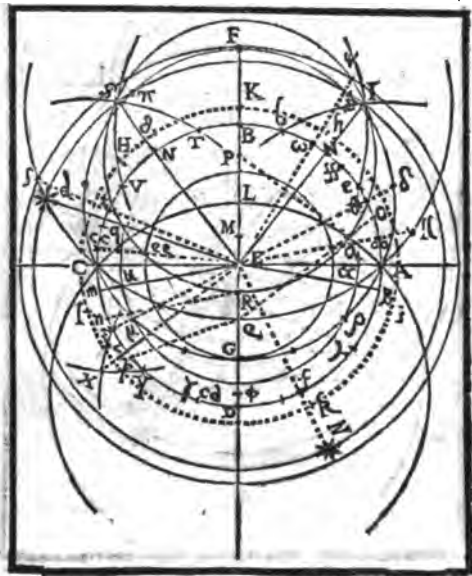
4. DENIQVE horam inæqualem in parte inferiori Astrolabii ostendet interdiu gradus oppositus Solis, posito ipso gradu Solis in parallelo Horizontis, siue Almucantarath inuentæ altitudinis Solis; noctu vero idem præstabit ipsemet gradus Solis, si stella in Almucantarath suæ altitudinis inuentæ collocata fuerit.

Quando altitudo Solis vel stellæ non habet parallelum Horizontis respondẽtem quo pacto inter proxime minorem, & proxime maiorem parallelum locandus sit Sol, vel stella vt propriam habeat altitudinem.

5. QVANDO paralleli Horizontis non per singulos gradus ducuntur, sed duobus gradibus, vel tribus, aut quinque inter se distant, & altitudo Solis vel stellæ inuenta non habet parallelum respondentem, sed collocanda est inter duos eiusmodi parallelos; vt accuratius in propria altitudine collocetur, inuenienda erit pars proportionalis hoc modo. Collocetur gradus Solis, vel stellæ cacumen, super parallelum proxime minoris altitudinis, noteturque punctum in limbo à linea fiduciæ illi gradui, vel stellæ superposita ostensum. Deinde idem gradus, vel cacumen stellæ moueatur vsque ad parallelum proxime maioris altitudinis vna cum linea fiduciæ, punctumque rursus in limbo notetur, & gradus limbi inter duo illa puncta diligenter numerentur. Post hæc fiat, vt numerus graduum inter duos proximos parallelos in Astrolabio inclusorum ad numerum graduum limbi inter duo illa puncta notatum, ita numerus graduum altitudinis Solis, vel stellæ, subtracto prius numero graduum paralleli proxime minoris altitudinis, ad aliud. Inuenietur enim quartus numerus graduum, qui si à priore puncto notato in limbo supputetur versus punctum posterius, & ad finem supputationis admoueatur linea fiduciæ, collocandus erit gradus Solis, vel cacumen stellæ præcise sub linea fiduciæ eum situm obtinente, vt proprium situm suæ altitudinis habeat. V. g. ponamus vnum parallelum ab alio distare grad. 5. & altitudinem inuentam esse grad. 33. Notatis ergo punctis in limbo, quæ exhibentur à linea fiduciæ super gradum Solis, vel cacumen stellę posita, quando tum in parallelo grad. 30. tum in parallelo grad. 35. collocatur, fingamus inter duo illa puncta positos esse grad. 16. Si ergo dicamus; Si differentia grad. 5. inter duos proxime parallelos requirit in limbo grad. 16. quid requiret differentia grad. 3. inter altitudinem grad. 33. & parallelum grad. 30. inueniemus grad. 9. Min. 36. quos si numeremus à priore puncto in *limbo*, & ad terminum numerationis applicemus lineam fiduciæ, ac denique sub *linea fiduciæ* in eo situ gradum Solis, vel cacumen stellę statuamus, collocatus *erit* gradus Solis, vel cacumen stellæ in altitudine grad. 33.

16. SINE instrumento horam perscrutabimur hac ratione. Repetatur secunda figura Can. 5. in qua Aequator A B C D, circa centrum E; tropici F f, Gee; Ecliptica AFCG, cuius polus M; Horizon obliquus AQC, cuius centrum K, & vertex, vel polus L, per quem descriptus sit Verticalis primarius ALC, cuius centrum φ, & polus Q, intersectio nimirum Horizontis cum Meridiano: Denique Kg, parallelus per K, centrum Horizontis descriptus, in quo centra omnium circulorum horariorum ab or. vel occ. existunt, vt lib. 2. propos. 9. Num. 5. demonstrauimus. Diurno ergo tempore horam inuestigaturus captet altitudinem Solis. Deinde quaerat intersectionem paralleli puncti illius Eclipticae, quod Sol tunc occupat, cum parallelo Horizontis per gradum altitudinis inuentae descripto. Recta enim ex centro E, per punctum illud intersectionis ducta secabit Aequatorem in puncto distantiae Solis a mer. vel med. noc.

Horam sine materialis instrumento inuestigare.

Hora a mer. vel med. noc. tempore diurno.

adeo vt arcus Aequatoris inter punctum illud, & meridianam lineam inferiorem ad horas redactus det horam a med. noc. si tempus est ante meridianum, arcus vero inter idem punctum, & lineam meridianam superiorem, horam a mer. si tempus pomeridianum est. V.g. Sole existente in principio ♐, vel ♒, obseruata sit altitudo Solis grad. 20. siue ante merid. siue post. Describatur per π, principium ♒, aut per s, principium ♐, parallelus Aequatoris πsZd. Deinde numerata in Aequatore altitudine Solis AO, grad. 20. siue ex parte orientali, siue occidentali, ducatur ex Q, polo Verticalis per O, recta QO, secans Verticalem in a, complecteturque arcus Aa, grad. 20. altitudinis Solis, vt lib. 2. propos. 5. Num. 17.

& sequentibus ostensum est; ac proinde per a, parallelus Horizontis per Solem tunc transiens describendus erit. Ducta ergo per a, recta aP, tangente Verticalem in a, hoc est, perpendiculari ad aφ, semidiametrum Verticalis, si ducta esset, erit P, centrum eius paralleli, & Pa, semidiameter, ex iis, quae propos. 6. lib. 2. Num. 10. demonstrauimus: qui tamen parallelus aliis viis, quas lib. 2. propos. 6. tradidimus, describi etiam poterit, si placet. Secet autem parallelus hic Horizontis, ex P, per a, descriptus (qui necessario per punctum R, in linea meridiana transibit, in quod cadit recta ex A, ad terminum n, arcus Cn, grad. 20. altitudinis Solis educta, vt ex iis liquet, quae in eadem propos. Num. 2. ostensa sunt a nobis) parallelum Aequatoris πs, in S, & I, ducaturque ex E, centro recta ES, vel EI, secans Aequatorem in N. Si igitur altitudo Solis accepta fuerit

ante meridiem, indicabunt gradus in arcu DN, contenti horas a med. noc. elapsas; si vero post meridiem, gradus in arcu BN, comprehensi horas a meridie transactas monstrabunt, propterea quod tunc temporis punctum Eclipticæ datum π, vel ε, in S, vel I, existit, & recta ES, vel EI, lineam fiduciæ refert, non secus, ac si rete circumuolueretur.

Hora ab or. vel occ. tẽpore diurno.

IAM si hora ab ortu desideretur ante meridiem, describendus est per S, punctum intersectionis paralleli Solis cum parallelo Horizontis, circulus SV, ad interuallum semidiametri Horizontis KQ, ex centro h, in parallelo Kh, assumpto, ita vt eius conuexum in V, puncto Aequatoris vergat versus partes orientales, siue posterius orientes, hoc est, ita vt eius conuexo occurramus progredientes ex C, principio ♈, contra successionem signorum. Nam arcus CV, dabit horam ab ortu numeratam, vt ex iis constat, quæ lib. 2. propos. 9. Num. 7. & 8. scripsimus. Si vero quæratur ante meridiẽ hora ab occ. describendus est per idẽ punctum S, circulus ST, ad interuallum semidiametri Horizontis KQ, ex centro l, in parallelo Kg, assumpto, ita vt eius concauum in T, puncto Aequatoris progredientibus nobis ex A, contra successionem signorum occurrat, hoc est, vergat ad partes orientales. Nam arcus ADCT, horam ab occ. indicabit, vt ibidem ostendimus. At si post meridiem, tam hora ab or. quam ab oc. inuenienda sit, describendi erunt per I, dicti duo circuli, quales sunt Ib, Ie, quorũ centra sunt i, g. Arcus enim Cb. contra signorum seriem vsque ad conuexum circuli Ib, numeratus dabit horam ab or. & arcus ACe. contra signorum successionem vsque ad concauum circuli I e, computatus horam ab occ. exhibebit.

Hora ab or. vel occ. tempore nocturno.

TEMPORE autem nocturno obseruetur altitudo alicuius stellæ, nimirum eius, quæ situm habet in Z, ponamusque altitudinem inuentam esse grad. 20. & stellam nondum ad Meridianum peruenisse, ac Solem in ♌, principio ♍, existere: secent autem se mutuo in S, ex parte orientali parallelus a stella descriptus πεZ, & parallelus Horizontis RS, grad. 20. Deinde ductis rectis EZ, ES, E♌, secantibus Aequatorem in f, N, θ, arcui fθ, secundum signorum successionem computato sumatur æqualis Nc, a puncto N, secundum seriem etiam signorum progrediendo, & per eius terminum c, recta ducatur EX, ipsi E♌, æqualis, ita vt parallelus per ♌, principium ♍, descriptus, transeat per X. Et quoniam moto reti, donec stella Z, ad S, perueniat, & recta Z, rectæ ES, congruat.

congruat, [illegible] ; [illegible], & [illegible], puncto X, propter æqualitatem arcuum f [illegible], Nc, sic vt existente stella Z, in S, Sol primum punctum ♍ occupans existat in X; ac proinde arcus Dc, horam à med. noc. exhibeat. Quod si per X, ad interuallum semidiametri Horizontis KQ, ex centris H, k, in parallelo KH assumptis, duo circuli describantur secantes Aequatorem in ξ, Y, dabit arcus ADξ, horam ab occ. & arcus CBADY, horam ab ortu, vt patet ex iis, quæ lib. 2. propos. 9. Num. 7. & 8. scripsimus. Arcus porro BN, indicat distantiam stellæ a Meridiano tempore obseruationis.

SOLE existente in principio ♑, habenteque eandem altitudinem grad. 20. si ducatur recta E♃, ad intersectionem paralleli ♑, cum parallelo Horizontis grad. 20. secans Aequatorem in ω; dabit arcus Bω, horam à mer. si tempus fuerit pomeridianum, & arcus DAω, horam a med. noc. si tempus antemeridianũ fuerit. Sic etiam quando Sol primum punctum ♋, tenet, altitudinemque habet grad. 20. si ducatur recta Eee, per intersectionem paralleli ♋, cum parallelo Horizontis grad. 20. secans Aequatorem in cc; dabit arcus Bcc, horam a mer. tempore pomeridiano, arcus vero Dcc, antemeridiano tempore horam a med. noc. præbebit. Et si per ♃, ee, bini circuli describantur ad interuallum semidiametri Horizontis KQ, quorum centra in parallelo Kg, existant, reperietur quoque hora tam ab or. quam ab occ. sicuti in præcedentibus.

Horam inæqualē sine instrumēto deprehendere.

7 HORAM denique inæqualem cognoscemus, si arcum semidiurnum, aut seminocturnum paralleli per datum pũctum Eclipticæ descripti, in sex partes æquales partiamur pro horis inæqualibus. Recta etenim ex centro E, ad locum Solis tempore obseruationis, vt ad S, vel X, ducta, indicabit, quota hora inæqualis transacta est.

SCHOLIVM.

Horā à mer. vel med. noc. interdiu ex Analemmate perscrutari.

1. SI Analemma ad datam poli altitudinem describatur, vt in 19. Lemmate lib. 1. & in scholio Can. 6. tradidimus, cognoscemus horam interdiu ex altitudine Solis hoc modo. Ducta in Analemmate scholij Can. 6. diametro paralleli per gradum Solis transeuntis MO, vel NP, descriptoque circa eam semicirculo MXO, vel NZP, erigatur ad eandem ex puncto L, vel Y, vbi à diametro Horizontis secatur, perpendicularis LX, vel YZ, vt MX, vel NZ, sit arcus semidiurnus, & OX, vel PZ, seminocturnus. Deinde ex D, & B, supputata altitudine Solis vsque ad δ, & γ, notetur δγ, diameter paralleli Horizontis inuenta altitudinis; & ex puncto ξ, vel π, vbi diametrum paralleli Solis diuidit, perpendicularis ad eandem paralleli Solis diametrum excitetur ξμ, vel πρ. Nam arcus Mμ, vel Nρ, horam à mer. vel med. noc. indicabit, prout tempus obseruationis pomeridianum, aut antemeridianum fuerit; propterea quod Sol tempore obseruationis in puncto μ, vel ρ, existit. Cum enim parallelus Solis, cuius diameter MO, vel NP, & parallelus Horizontis, cuius diameter γδ, ad Meridianum recti sint, [a] erit eorum communis quoque sectio ad eundem recta; ideoque ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ad rectam MO, vel NP, in plano Meridiani existentem perpendicularis erit. Quapropter ξμ, vel πρ, ad MO, vel NP, perpendicularis, communis illa sectio erit; atque idcirco cum Sol tunc in communi illa sectione existat, nemirum in puncto, vbi se duo illi paralleli per Solem descripti intersecant; erit Sol in puncto μ, vel ρ, ac proinde arcus Mμ, vel Nρ, distantiam eius à Meridiano metietur.

a 19. vndec.

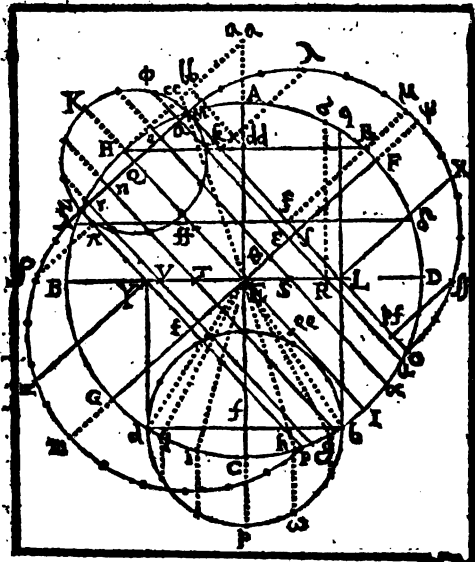
ARCVS autem Xμ, vel Zρ, distantia erit Solis ab Horizonte, cum LX, vel YZ,

vel YZ, communis sectio sit Horizontis, ac paralleli Solis, ut in scholio praecedentis Canonis Num. 1. demonstratum est. Ex hac distantia X μ, vel Z ρ, ita horam ab or. cognoscemus. Si tempus est ante meridiem, arcus ipse X μ, vel Z ρ, horam ab or. exhibebit; si vero post meridiem, arcus conflatus ex XM, & M μ, vel ex ZN, & N ρ, eandem horam manifestabit; quod tunc Sol motus sit ab X, vel Z, puncto ortus usque ad M, vel N, punctum meridiei, & à meridie usque ad μ, vel ρ. Ex eadem distantia X μ, vel Z ρ, horam occ. sic dignoscemus. Si tempus est ante meridiem, arcus conflatus ex XO, & O μ, vel ZP, & P ρ, horam ab occ. indicabit, quod Sol motus tunc sit ab X, vel Z, puncto occasus, usque ad O, vel P, punctum mediae noctis, & à media nocte usque ad μ, vel ρ: Si vero Sol fuerit post meridiem, arcus conflatus ex XO, & OM, semicirculo, & M μ, vel ex ZP, & PN, semicirculo, & N ρ, eandem horam ab occ. notam efficiet, propterea quod Sol motus tunc erit ab X, vel Z, puncto occasus, usque ad O, vel P, punctum mediae noctis, & hinc usque ad M, vel N, punctum meridiei, ac denique hinc usque ad μ, vel ρ.

8 Horam inaequalem interdiu per Analemma venari.

SI arcus semidiurnus X M, vel Z N, in sex partes aequales dividatur pro horis inaequalibus, indicabit eadem perpendicularis ξ μ, vel π ρ, horam inaequalem, &c.

Horam quamcumque nocte per Analemma explorare.

2. NOCTURNO autem tempore ex altitudine alicuius stellae hac ratione horam venari licebit. Distantia stellae à Meridiano quaeratur, ut de Sole diximus, per lineam videlicet perpendicularem ductam ad diametrum paralleli stellae ex puncto, ubi ea diametrum paralleli Horizontis transceptam per inventam stellae altitudinem intersecat. Ut si stella, cuius declinatio sit HM, borealis, & diameter eius paralleli MO, ipse vero parallelus MXO, habeat altitudinem Dβ, vel BH, ita ut ducta recta Hβ, sit diameter paralleli Horizontis per stellam ducti, secans diametrum paralleli eiusdem stellae in k; ostendet perpendicularis kλ, distantiam stellae Mλ, à Meridiani semicirculo supero in ortum, vel occasum, prout stella reperta fuerit in parte orientali, vel occidentali. Deinde ut regularum multitudinem fugiamus in hora inquisitione ex distantia stellae à Meridiano inventa, accipiemus semper eius distantiam à Meridiano supero versus ortum, sive secundum successionem signorum, ita ut stella existente occidentali, eius distantiam inventam ex integro circulo detrahamus, ut reliqua fiat eiusdem distantia à Meridiano supero ortum versus computata, licet semicirculo maior sit. Verbi gratia, si deprehensa fuerit distantia alicuius stellae à Meridiano supero versus occasum grad. 70. detrahemus 70. ex grad. 360. ut relinquantur grad. 290. pro distantia eiusdem à supero

Distantiam stellae a meridiano supero ortum versus sumendam esse ad horam investigandam.

pero Meridiano ortum versus computata.

DEINDE *ex hac distantia stellæ à Meridiano supero versus ortum computata investigetur distantia Solis à stella ab occasu quoque in ortum, hac arte. Ascensio recta stellæ ex scholio Can. 4. Num. 2. inventa auferatur ex ascensione recta Solis ex eodē scholio Num. 1. cognita, adiecto prius integro circulo, si subtractio fieri nequeat. Numerus enim reliquus dabit distantiam Solis à stella secundum signorum successionem numeratam. Vt si in proximo Analemmate circulus ABCD, cogitetur esse Aequator, in quo dictæ distantiæ numerandæ sunt, & D, principium ♈, atque A, punctum Meridiani superi, ponatur autem AM, distantia stellæ à Meridiano supero versus ortum, & AN, distantia Solis, ab eodem Meridiano in ortum; si DM, ascensio recta stellæ ex DN, ascensione recta Solis detrahatur, reliquus fiet arcus MN; distantia Solis à stella secundum signorum ordinem. Rursus si distantia stellæ à Meridiano in occasum sit Aq, ita vt eiusdem distantia in ortum sit ABCDq, & distantia Solis à Meridiano versus eandem partem sit ABCDδ; recta autem ascensio stellæ Dq; ex Dδ, ascensione recta Solis, adiecto prius integro circulo, detrahatur, (quod fiet, si Dq, ex toto circulo dematur, & reliquo arcui qBCD, ascensio recta Solis Dδ, adijciatur) reliquus fiet arcus qBCDδ. distantia Solis à stella secundum signorum successionem numerata. Verū eadem hæc distātia Solis à stella invenietur hoc etiā modo. Quādo ascensio recta Solis maior reperitur ascensione recta stellæ, subtracta hac ex illa, remanebit distantia Solis quæsita à stella. Vt quoniam DM, ascensio recta stellæ minor est, quam ascensio recta Solis DN, subtracto arcu DM, ex arcu DN, relinquitur MN, distantia Solis à stella ab occ. in ortum. Quando autem recta ascensio Sole minor est ascensione recta stellæ, si illa ex hac subtrahatur, & reliquus numerus ex toto circulo, reliquus erit distātia Solis quæsita à stella. Vt posita stella in M, & Solis in δ, si Dδ, ascensio Solis recta ex DM, ascēsione recta stellæ dematur, relinquitur arcus δM, quo sublato ex toto circulo, reliquus fit arcus MCδ, distantia Solis à stella ab occ. in ortum.*

Distantia Solis à stella ab occ. in ortum quo pacto investigetur ex distantia stellæ à Meridiano supero ortū versus numerata.

IAM *vero arcus conflatus ex distantia stellæ à Meridiano supero versus ortum numerata, & distantia Solis à stella secundum ordinem quoque signorum computata, abiecto integro circulo, si conflatus arcus maior fuerit, indicabit distantiam Solis à Meridiano supero secundum signorum quoque successionem numerandam: quæ distantia ex integro circulo detracta distantiam Solis à meridie notam relinquet: Vt in eodem Analemmate ex AM, distantia stellę à Meridiano supero versus ortum, & MN, distantia Solis à stella M, versus ortum, conficitur AN, distantia Solis à Meridiano supero versus ortum: quæ ex circulo integro sublata, relinquitur ADN, distantia Solis à meridie. Reducto igitur arcu ADN, ad horas, hora à meridie elapsa ignorari non poterit. Et si plures horæ, quam 12. repertæ fuerint, detractis 12. horis, reliquæ erunt horæ à med. noc. Rursus posita stella in q, & Sole in δ, si ex arcu, qui ex ABCq, & qABCδ, conflatur, integer circulus dematur, qui nimirum ex ABCq, & qA, conficitur, relinquetur ABCδ, distantia Solis à Meridiano supero ortum versus numerata. Sic etiam posita stella in q, & Sole in N, si ex arcu, qui ex ABCq, & qAN, componitur, integer circulus tollatur, qui nimirum ex ABCq, & qA, conflatur, remanebit AN, distantia Solis à Meridiano supero in ortum computata. Quod si forte ascensio recta Solis ascensioni rectæ stellæ deprehensa fuerit æqualis, Sol, & stella æqualiter à Meridiano distabunt versus eandem partem. Quare tunc distantia stellæ à Meridiano inventa horam indicabit. Aut si forte differentia rectarum ascensionum Solis, ac stellæ æqualis fuerit semicirculo, erit distantia stellæ à Meridiano supero distantiæ Solis à Meridiano infero æqualis secundum successionem signorum, & è contrario. Quocirca distantia Solis à meridie cognita erit. Quæ omnia ex eodem Analemmate perspicua sunt.*

Distantiam Solis à Meridiano supero ortum versus, ex distantia stellæ ab eodem Meridiano, & ex distantia Solis à stella, eodem ordine inventa, colligere.

Distantia Solis à stella versus occasum quo pacto [illegible]

ALITER. Inuenta, vt diximus, distantia stellæ à Meridiano siue in ortum, siue in occasum, auferatur recta ascensio Solis à recta ascensione stellæ, adiecto prius integro circulo, quando detractio fieri nequit. Quod enim relinquitur, erit distantia Solis à stella versus occasum: Ab hac autem distãtia auferatur distantia stellæ à Meridiano inuenta, si stella fuerit orientalis, aut ad distantiam Solis à stella adijciatur distantia stellæ à Meridiano, si stella fuerit occidentalis. Quod enim relinquitur, vel conflatur, erit distantia Solis à meridie in occasum: ac proinde hora latere non poterit. Vt si stella ponatur in N, & Sol in δ; detracta ascensione recta Solis Dδ, ab ascensione recta stellæ DN, relinquetur Nδ, distantia Solis δ, à stella N, versus occasum. Et quoniam stella N, vergit à Meridiano in ortum, si ex Nδ, distantia Solis à stella dematur NA, distantia stellæ à Meridiano, relinquetur Aδ, distantia Solis à meridie versus occasum. Rursus posita stella in q, & Sole in δ, si detrahatur ascensio recta Solis Dδ, ab ascensione recta stellæ Dq, relinquitur qδ, distantia Solis δ, à stella q, versus occasum. Et quoniam stella q, vergit à mer. in occasum, si eius distantia a Meridiano Aq, adijciatur ad qδ, distantiam Solis à stella, conficietur Aδ, distantia Solis a mer. in occasum. Item posita stella in H, & Sole in G, si ascensio recta Solis DAG, auferatur ex DAH ascensione recta stellæ, adiecto prius integro circulo, hoc est, si ascensio recta Solis DAG, dematur ex integro circulo, & reliquo arcui GD, addatur ascensio recta stellæ DH, prodibit HAG, distantia Solis à stella versus occasum: à qua si subtrahatur HA, distantia stellæ orientalis à Meridiano, relinquetur ADG, distantia Solis à mer. in occasum. Denique constituta stella in q, & Sole in M; si DM, ascensio recta Solis detrahatur ex toto circulo, & reliquo arcui MCD, apponatur Dq, ascensio recta stellæ, (hoc est, si ascensio recta Solis detrahatur ex ascensione recta stellæ, adiecto prius integro circulo) prodibit qDM, distantia Solis M, à stella q, versus occasum: ad quam si addatur occidentalis distantia stellæ à Meridiano Aq, conflabitur ADM, distantia Solis a mer. in occasum.

Horam, qua stella ad Meridianũ peruenit, cognoscere.

Distantia porro Solis à stella versus occasum in tempus conuersa, indicat horam a mer. qua stella ad Meridianum superum peruenit: quia posita stella sub Meridiano, eadem distantia est tunc distantia Solis a mer. in occasum.

COGNITA autem hora a mer. vel med. noc. facile horam quoque ab ortu, vel occasu reperiemus. Numerata enim ea hora à mer. M, vel à med. noc. O, vsque ad ∫∫, prout Sol ante mediam noctem, vel post inuentus fuerit; si quidem nondum ad mediã noctem peruenerit Sol, dabit arcus conflatus ex arcubus XM, M∫∫, horã ab ortu,

arcus

arcus vero Xſſ, horam ab occaſu. Si autem mediam noctem tranſierit, dabit arcus ex arcubus XM, MO, Oſs, conflatus horam ab or. arcus vero ex arcubus XO, Oſs, compoſitus horam ab occaſu indicabit.

QVOD ſi arcus ſeminocturnus XO, ſecetur in 6. partes æquales pro horis inæqualibus, cognoſcetur quoque hora inæqualis, in quam punctum ſſ, incidit.

3. IAM vero, quando de horarum inuentione multa diximus, operæ pretium fuerit docere, quanam ratione ex data hora à mer. vel med. noc. eliciatur tam hora ab ortu, quam ab occaſu; & viciſsim quo pacto ex hora data ab or. vel occ. cognoſcatur hora à mer. vel med. noc. Item quo pacto ex data hora ab or. inueniatur hora ab occ. & viciſsim hora ab or. ex hora ab occ. Hac enim ratione fiet, vt inuenta hora à mer. vel med. noc. (quæ inuentio per Aſtrolabium, vel Analemma facillima eſt) illico hora ab or. vel occ. cognoſcatur.

Reductio horæ à mer. vel med. noc ad horã ab ortu Solis.

ITAQVE ſi arcus ſeminocturnus detrahatur ab hora data à med. noc. (adiectis prius 24. horis, ſi detractio fieri nequit; Item ad horam datã à mer. additis prius 12. horis, vt diſtantiam à med. noc. habeamus) dabit reliquus numerus horam ab ortu Solis numeratam. Vt arcu ſeminocturno continente horas quinque, ſi data ſit hora 8. à med. noc. demantur 5. ex 8. relinqueturque hora 3. ab ortu Solis. Si autem ſit data hora 3. à med. noc. adijciantur 24. horæ, (quia 5. ex 3. auferri nequeunt) & ex conflato numero 27. tollantur 5. eritque reliqua hora 22. ab ortu Solis. Denique ſi data ſit hora 6. à mer. addantur 12. horæ, vt fiat hora 18. à med. noc. & ex numero conflato 18. ſubtrahantur 5. remanebitque hora 13. ab or. Solis numerata. Ratio huius rei perſpicua eſt ex proximo Analemmate. Nam ſi hora μ, numeretur à puncto O, mediæ noctis, ſi auferatur arcus ſeminocturnus O X, reliqua erit diſtantia X μ, a puncto ortus X. Si vero eadem hora μ, numeretur à puncto M, meridiei, ſi adijciantur 12. horæ, vt habeatur diſtantia à med. noc. OM μ, & demàtur arcus ſeminocturnus OX, reliqua erit diſtantia XM μ, ab ortus puncto X. Denique ſi detur hora ſſ, à med. noc. à qua auferri nequeat arcus ſeminocturnus OX, addantur 24. horæ, vt habeatur diſtantia à media nocte OMOſſ, à qua ſi tollatur arcus idem ſeminocturnus OX, reliqua fiet diſtantia XMOſſ, à puncto ortus X. At ſi eadem hora ſſ, numerata ſit à mer. adiectis 12. horis, habebitur diſtantia à med. noc. OMſſ, à qua ſi demàtur arcus ſeminocturnus OX, relinquetur diſtantia XMſſ, à puncto ortus X, vt manifeſtum, eſt.

Reductio horæ à mer. vel med. noc. ad horã ab occaſu Solis.

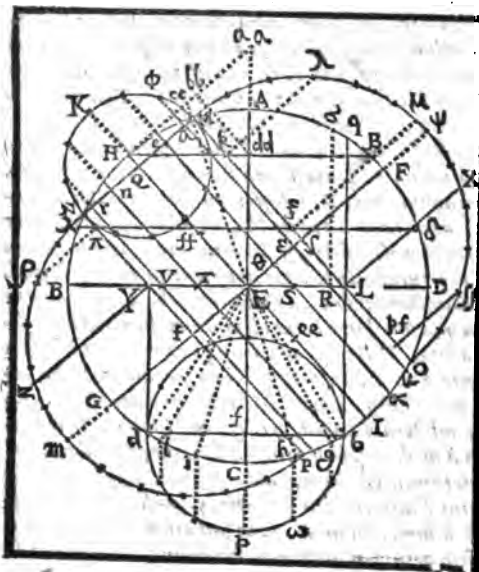
SI autem arcus ſeminocturnus ad horam à med. noc. datam (additis prius 12. horis ad horam à mer. vt diſtantia à med. noc. habeatur) adijciatur, conflabitur hora ab occaſu Solis inchoata; abiectis tamen 24. horis, ſi abijci poſſunt. Vt ſi data ſit hora 8. à med. noc. & apponatur arcus ſeminocturnus horarum 5. conficietur hora 13. ab occaſu. Si autem data ſit hora 6. à mer. addantur 12. vt fiat diſtantia à med. noc. horarum 18. quibus ſi adijciatur idem arcus ſeminocturnus horarum 5. componetur hora 23. ab occaſu Solis. Ratio quoque huiuſce rei obſcura non eſt ex eodem Analemmate. Si namque hora μ, numeretur à med. noc. O, appoſito arcu ſeminocturno XO, nota fiet diſtantia ab occaſu Solis XO μ. Si vero eadem hora μ, à mer. ſupputetur, adijciendus eſt ſemicirculus OM, 12. horarum, vt diſtantia à med. noc. OM μ, habeatur, ad quam ſi addatur arcus ſeminocturnus XO, cognita erit tota diſtantia ab occaſu Solis XOM μ. Quod ſi hora ſſ, à mer. numeretur, appoſito ſemicirculo, vt diſtantia à med. noc. habeatur OMſſ, ſi addatur arcus ſeminocturnus XO, fiet diſtantia ab occaſu XOMſſ, toto circulo maior. abiecto ergo integro circulo XOMX, reliqua erit hora ab occaſu Xſſ.

Reductio horæ ab ortu Solis ad horã à mer. vel med. noc.

VICISSIM ſi arcus ſeminocturnus addatur ad horam ab ortu Solis, prodibit hora à med. noc. abiectis tamen 24. ſi abijci poſſunt. Et ſi numerus conflatus maior fuerit quàm 12. abiectis 12. manebit hora à mer. ſupputata. Vt ſi data ſit hora 4.

Mmmm ab ortu,

ab ortu, adiecto arcu seminocturno horarum 5. conficietur hora 9. à med. noc. Item si ad horam 22. ab ortu apponamus arcum seminocturnum horarum 5. cõflabitur numerus 27. & abiectis 24. supererit hora 3. à med. noc. Denique si ad horam 10. ab ortu addatur idem arcus seminocturnus horarum 5. exurget hora 15. à med. noc. Abiectis ergo 12. reliqua erit hora 3. à mer. Nam in eodem Analemmate si ad Xμ, horam ab ortu X, inchoatam adijciatur arcus seminocturnus XO, conflabitur distantia Oμ, à med. noc. Si autem ad XMμ, distantiam ab ortu X, addatur arcus seminocturnus XO, efficietur distantia OMμ, à media nocte, maior semicirculo. Abiecto ergo semicirculo OM, reliqua erit distantia Mμ, à mer. Denique si ad XMOſſ, distantiam ab ortu X, adiungatur arcus seminocturnus XO, fiet distantia OMOſſ, à med. noc. toto circulo maior. Abiecto ergo integro circulo OMO, remanebit distantia Oſſ, à med noc.

Reductio horæ ab occasu Solis ad horam à mer. vel media nocte

AT verò si arcus seminocturnus detrahatur ex hora ab occasu Solis, adiectis prius 24. si subtractio fieri nequit, reliqua fiet hora à med. noc. Et si numerus reliquus maior fuerit, quam 12. abiectis 12. remanebit hora à mer. Vt si ex hora 16. ab occ. detrahamus arcum seminocturnum horarũ 5. relinquetur hora 11. à med. noc. Itẽ si ex hora 23. ab occ. abijciantur 5, reliqua erit hora 18. à med. noc. hoc est, (abiectis 12.) hora 6. à mer. Denique si hora 3. ab occ. data sit, addemus 24. & ex aggregato 27. reijciemus 5. vt reliqua fiat hora 22. à med. noc. hoc est (abiectis 12.) hora 10. à mer. In eodem enim Analemmate si ex distãtia ab occasu XOμ, detrahatur seminocturnus arcus XO, supererit distantia à med. noc. Oμ. Sic etiam si ex distantia ab occasu XOMμ, demawtur arcus seminocturnus XO, reliqua erit distantia à med. noc. OMμ, & detracto semicirculo OM, reliqua erit distantia Mμ, à mer. Denique si ex distantia Xſſ, ab occasu, addito prius integro circulo XOMX, auferatur arcus seminocturnus XO, relinquetur distantia à med. noc. OMſſ, hoc est, dempto semicirculo, distantia à mer. Mſſ.

Reductio horæ ab ortu ad horã ab occasu.

PRAETERE A si totus arcus nocturnus adijciatur ad horam ab ortu, prodibit (reiectis prius 24. si reijci possunt) hora ab occasu. Vt si ad horam 8. ab or. addatur arcus nocturnus horarum 10. conflabitur hora 18. ab occ. Item si ad horam 19. ab or. apponatur idem arcus nocturnus horarum 10. exurget hora 29. ab occ. hoc est, abiectis 24. hora 5. ab occ. Nam in eodem Analemmate, si ad horam ab or. Xμ, adijciatur arcus nocturnus XOX, cõficietur hora ab occ. XOμ. Item si ad horam ab or. XMſſ, addatur arcus nocturnus XOX, conflabitur hora ab occasu XOMſſ, & abiecto

integro

Integro circulo XOMX, hora ab occ. Xss, reliqua erit.

Reductio horæ ab occasu ad horam ab ortu.

DENIQVE si totus arcus nocturnus detrahatur ex hora ab occ. adiecto prius toto circulo, si subtractio fieri nequit, reliqua erit hora ab ortu. Vt si ex hora 20. ab occ. dematur arcus nocturnus horarum 10. relinquetur hora 10. ab or. Item si ex hora 9. ab occ. hoc est, (adiectis 24.) ex hora 33. ab occ. tollantur 10. remanebit hora 23. ab or. Id quod ex eodem Analemmate perspicuum est. Nam si ex hora ab occ. XOμ, demas arcum nocturnum XOX, habebis horam ab or. Xμ. Item si ex hora ab occ. Xss, apposito prius toto circulo ssOMss, detrahatur arcus nocturnus XOX, reliqua erit hora ab or. XMss.

Horæ inæqualis magnitudinem tam per instrumentum quam sine instrumento cognoscere.

4. CAETERVM vt horæ inæquales ad æquales reducantur, & contra, indaganda prius erit quolibet die magnitudo inæqualis horæ, tam diurnæ, quam nocturnæ, hoc scilicet modo. Posito gradu Eclipticæ opposito ei, quem Sol occupat, hoc est, Nadir Solis, (Ita enim gradum Solis oppositum vocant) super quamlibet lineam horarum inæqualium, notetur in limbo punctum a linea fiduciæ Ostensoris per gradum Solis tunc transeunte ostensum: Idemque fiat, posito eodem gradu super proxime insequentem, vel præcedentem lineam horariam. Gradus enim inter duo puncta notata intercepti quantitatem vnius horæ inæqualis diurnæ continebunt. Reuocatis igitur illis gradibus ad tempus, cognita erit magnitudo vnius horæ inæqualis diurnæ. Quod si idem fiat cum gradu ipso Solis, reperietur quantitas horæ inæqualis nocturnæ; quam etiam inuenies, si quantitatem horæ diurnæ ex grad. 30. auferas.

SINE instrumento certius idem assequemur hoc modo. Diuiso arcu semidiurno, vel seminocturno (quem exhibet arcus paralleli per gradum Solis descripti inter Horizontem & meridianam lineam Astrolabij interceptus, vel in Analemmate arcus paralleli circa propriam diametrum descripti inter Meridianum, & perpendicularem, quæ ad diametrum ex intersectione ipsius cum diametro Horizontis educitur, vt in Can. 7. Num. 3. & in eius scholio Num. 1. scripsimus) in 6. partes æquales, erit quælibet earum magnitudo vnius horæ inæqualis; diurnæ quidem, si arcus semidiurnus, nocturnæ vero, si seminocturnus diuisus fuit in 6. partes æquales. Quot autem gradus, ac minuta in qualibet parte sexta contineantur, ex Lemmate 3. lib. 1. cognosces. Hac ratione inuenies, Sole in principio ♋, existente, horam vnam inæqualem diurnam complecti grad. 18. min. 50. fere, hoc est, vnam horam æqualem cum 15. minutis, paulo amplius, &c.

Reductio horæ inæqualis ad æqualem.

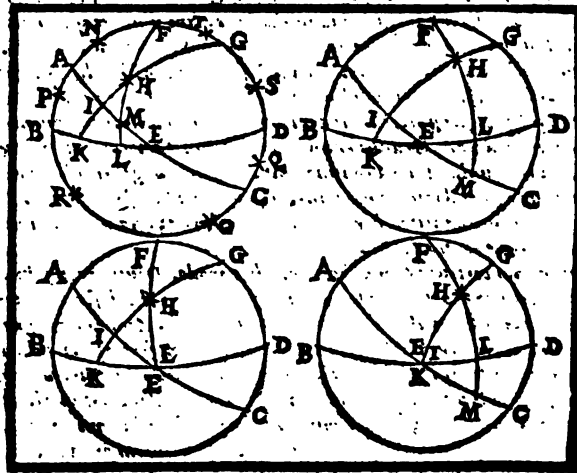
PROPOSITA ergo qualibet hora inæquali diurna, si eius numerus multiplicetur per quantitatem vnius horæ inæqualis diurnæ, procreabitur distantia Solis ab ortu. Si vero numerus cuiuslibet horæ inæqualis nocturnæ ducatur in quantitatem vnius horæ inæqualis nocturnæ, distantia Solis ab occasu producetur. Atque hoc modo reducetur qualibet hora inæqualis diurna ad horam ab ortu Solis, nocturna vero ad horam a Solis occasu numeratam: hinc vero per reductionem horæ ab or. vel occ. ad horam a mer. vel med. noc. cognoscetur quoque hora a mer. vel med. noc. datæ horæ inæquali respondens.

Reductio horæ æqualis ad inæqualem.

E CONTRARIO si interdiu distantia Solis ab ortu, vel noctu distantia ab occasu diuidatur per quantitatem vnius horæ inæqualis diurnæ, vel nocturnæ, prodibit numerus horæ inæqualis diurnæ, vel nocturnæ. Quod si datæ horæ a mer. vel media nocte inuenienda sit hora inæqualis respondens, reducenda prius erit interdiu ad horam ab ortu, noctu vero ad horam ab occasu inchoatam, &c.

Horam æqualem per sinus inuestigare.

5. PER calculum sinuum hoc modo hora quoque æqualis inuenietur ex altitudine Solis interdiu, & noctu ex altitudine alicuius stellæ. (Nolo autem repetere hoc loco rationes in vltima propos. lib. 1. nostræ Gnomonices explicatas, quarum omnium expeditissima est, quæ proxime rationem, quæ per triangula sphærica absoluitur, antecedit.) [illegible]

petantur priores 4. circuli ex 12. illis, quos ad calcem scholij Can. 3. attulimus; in quibus ABCD, ponatur Meridianus; DEB, Horizon, eiusque polus F; Aequator AEC, eiusque, vel mundi polus G; Verticalis per Solem, vel stellam H, ductus FL, ita vt HL, sit eius altitudo supra Horizontem; Circulus horarius, vel declinationis GI, ita vt declinatio sit HI, siue borealis, siue australis. Quoniam igitur in triangulo sphaerico FGH, tria latera nota sunt, cum FG, sit complementum altitudinis poli; FH, complementum altitudinis Solis, vel stellae; & GH, complementum declinationis, quando declinatio borealis est; quando autem declinatio est australis, habebit arcus GH, eundem sinum,

quem reliquus arcus ex semicirculo in altero polo terminatus, qui complementum est declinationis australis: cognoscetur angulus FGH, ex problemate 21. triang. sphaer. vltimi Lemmatis, hoc modo. Fiat vt finus totus, ad finum arcus FG, complementi altitudinis poli, ita sinus arcus GH, complementi declinationis, ad aliud, producturque quartus quidam numerus. Rursus fiat, vt quartus numerus inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus FH, complementi altitudinis Solis, aut stellae, & sinum versum arcus, quo duo latera FG, GH, inter se differunt, ad aliud, gigneturque sinus versus anguli quaesiti FGH; *ex quo cognitus erit distantia astri AI, a Meridiano numerata; quae vtrum versus ortum numeranda sit, an versus occasum, situs ipsius astri docebit, prout videlicet in hemisphaerio orientali, vel occidentali extiterit.*

HAEC distantia Solis a Meridiano inuenta horam ignorari non sinet; ex distantia vero stellae ab eodem Meridiano hora elicienda erit, vt Num. 2. docuimus.

CANON IX.

QVA hora Sol, aut quaeuis stella oriatur, & occidat, aut ad Meridianum perueniat: Et qui dies, & noctes

ctes æquales inter se sint: Denique qui dies habeant arcus diurnos, nocturnosque alternatim æquales, inquirere.

1. CIRCVMVOLVTO reti, donec gradus Solis, vel cacumen stellæ propositæ in Horizonte orientali, siue recto, siue obliquo reperiatur, linea fiduciæ Ostensoris gradui Solis superposita indicabit in limbo horam, qua tunc Sol vel stella oritur: quia gradu Solis, vel stella existente in Horizonte, hoc est, oriente supra Horizontem, sphæra eum situm obtinet, quem Astrolabium tunc indicat. Eodem pacto horam occasus reperies, si gradum Solis, aut cacumen stellæ in Horizonte occidentali, & lineam fiduciæ supra gradum Solis colloces.

Horam ortus, occasusque Solis, vel stellæ cuiusuis per Astrolabium inuestigare

2. NON aliter horam, qua proposita stella cælum mediat, id est, ad Meridianum peruenit, (Sol enim semper in meridie, hoc est, hora 12. in Meridiano superiore existit, media vero nocte in Meridiano inferiore) inuenies, si eius cacumen in linea meridiana tam supra Horizontem, quam infra, constituas, & lineam fiduciæ gradui Solis superimponas.

Horam, qua stella cælū mediat, ex Astrolabio cognoscere.

3. IAM si in reti accipiantur duo quilibet gradus Eclipticæ æqualiter à principio ♋, vel ♑, distantes, & in dorso Astrolabii reperiantur duo dies illis gradibus respondentes; habebunt duo illi dies arcus diurnos, nocturnosque æquales, eandemque horam ortus, atque occasus.

Qui dies ac noctes inter se sint æquales, ex Astrolabio discere.

4. SI autem in reti sumantur quilibet duo gradus Eclipticæ a principio ♈, vel ♎, æqualiter remoti, & in dorso Astrolabii duo dies illis gradibus accipiantur respondentes, erit arcus diurnus vnius æqualis arcui nocturno alterius, & nocturnus vnius diurno alterius.

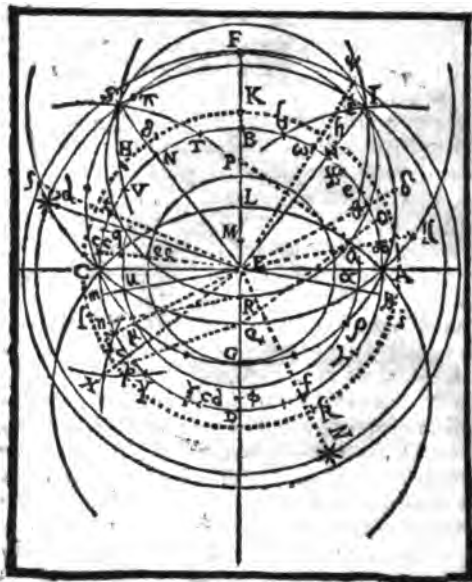
Qui dies habeant arcus diurnos nocturnosque alternatim æquales.

5. ABSQVE instrumento hunc in modum progrediemur. Per gradum Solis, vel per stellam describemus ex E, centro parallelum, donec Horizontem secet, ac Meridianum. Arcus enim eius inter Horizontem & Meridianum positus metietur distantiam Solis, aut stellæ a Meridiano, cum oritur: quæ distantia si Solis est, in tempus conuersa, indicabit, quot horis ante meridiem Sol oriatur, & quot horis post meridiem occidat. Quare si dictæ horæ ex 12. auferantur, reliquæ erunt horæ post mediam noctem, quibus Sol exoritur. Vt Sole existente in principio ♑, cuius parallelus Horizontem secat in f, & Meridianum superiorem in F; arcus Ff, est Solis in f, existentis distantia a meridie, &c.

HORAM autem ortus stellæ situm v.g. habentis in Z, cuius parallelus Horizontem secat in d, (Eius namque distantia a Meridiano horam non indicat) ita venaberis. Ducta recta EZ, ad situm stellæ; recta Ed, ad intersectionem paralleli stellæ cum Horizonte, & recta Eδ, ad gradum Solis, quem nunc ponamus esse principium ♏; accipiatur arcui Aequatoris fθ, inter rectas EZ, Eδ, æqualis arcus a puncto intersectionis rectæ Ed, cum Aequatore, vsque ad punctum cd, ita vt punctum cd, versus eandem partem a puncto rectæ Ed, recedat, versus quam punctum θ, a puncto f, remouetur. Nam arcus BCcd, erit distantia Solis, vel principii ♏, ante meridiem, cum stella in d, oritur: propterea quod, si concipiatur moueri rete, donec recta EZ, rectæ Ed, hoc est, donec stella Z, in d, existat, recta Eδ, secabit Aequatorem in cd, propter dictos duos æquales arcus acceptos, &c.

NON aliter horam, qua stella eadem occumbit, inuestigabis. Nam si arcui prædicto fθ, a puncto intersectionis Aequatoris cum recta, quæ ex E, ad inter-

ctionem

ctionem paralleli stellæ cum Horizonte occidentali ducitur, secundum successionem signorum æqualis arcus sumatur, (nimirum versus eandem partem ab illo puncto intersectionis recedendo, in quam punctum θ, a puncto f, recedit) erit terminus huius arcus punctum illud, ad quod gradus Solis peruenit eo temporis momento, quo stella occidit. Itaque arcus Aequatoris inter idem punctum, & meridianam lineam EF, distantia erit Solis ante meridiem, vel post, prout punctum illud in parte orientali Astrolabii existet, aut occidentali. Sic etiam hora, qua ad Meridianum stella peruenit, inuenietur, si arcui fθ, æqualis accipiatur BC. Nam cum primum recta EZ, ad rectam EB, peruenerit, congruet recta E♌, rectæ EC, ac propterea arcus BC, distantia erit Solis ante meridiem. Quod si eidem arcui fθ, æqualis sumatur DA, erit arcus BA, distantia Solis post meridiem, stella existente in Meridiano infra Horizontem: propterea quod, mota recta EZ, ad rectam ED, recta E♌, rectæ EA, congruit, ob arcus fθ, DA, æquales.

Denique non alia ratio est inuestigandæ horæ, quando stella in Horizonte, vel Meridiano existit, quam quando in alio puncto cæli reperitur. Hac enim eadem ratione supra in Can. 8. Num. 6. ex situ stellæ Z, in puncto S, quem ex eius altitudine, & parallelo inuenimus, repertus est arcus Bc, distantię Solis à Meridiano in principio ♏, existentis; quia nimirum arcum Nc, arcui fθ, accepimus æqualem, &c. Ex quo perspicuum est, si in recta EC, sumatur recta æqualis semidiametro paralleli Solis E♌, & per extremũ pũctum interuallo semidiametri Horizontis KQ, duo circuli horarii, quorum centra in parallelo Kg, existant, describantur, inuentam quoq; esse horam tam ab ortu, quam ab occasu, qua stella Z, cælum mediat. Item si ex recta Ecd, producta abscindatur recta eidem E♌, æqualis, & per extremum punctum eodem modo duo circuli horarii describantur, horam tam ab or. quam ab occ. inuentam esse, qua eadem stella in d, oritur supra Horizontem, &c. Hac tamen conditione seruata, vt horarius circulus, cuius conuexo occurrimus a puncto C, versus B, progredientes, horam ab ortu Solis indicet; circulus vero horarius, cuius concauo occurrimus à puncto A, versus D, procedentes, horam à Solis occasu demonstret: quod ex iis perspicuum est, quæ lib. 2. propos. 9. Num. 7. demonstrata sunt a nobis.

6. ALIA duo reperientur, vt Num. 3. & 4. dictum est, nisi quod dies gradibus Eclipticæ respondentes non ex dorso Astrolabii, sed ex tabula scholii Canonis 2. inquirendi sunt.

SCHO-

SCHOLIVM.

1. IN Analemmate recta, quæ ex intersectione diametri Horizontis cum diametro paralleli Solis ad eandem hanc diametrum educitur perpendicularis, aufert ex semicirculo circa diametrum eiusdem paralleli descripto arcum distantiæ Solis à mer. vel med. noc. arcum videlicet semidiurnum à seminocturno dirimens. Vt in Analemmate superiori scholij Canonis 6. 7. & 8. Sole existente in principio ♋, distantia eius a mer. est arcus MX; à med. noc. autem arcus OX, &c. Hora vero ortus vel occasus stellæ difficilius per Analemma inquiritur. Primum enim inuestiganda est eius distantia à Meridiano, cum oritur, vel occidit, hoc est, eius arcus semidiurnus, vt in scholio Can. 7. Num. 2. docuimus. Deinde ex hac distantia inquirenda distantia Solis à Meridiano, vt in scholio præcedentis Canonis Num. 2 scripsimus. Ex hac enim distantia nullo negotio hora colligetur, vt ibidem traditum est.

Horam ortus occasusque Solis, vel stellæ per Analemma inuestigare.

2. VT autem per sinuum doctrinam hora ortus occasusque Solis, vel stellæ elicia-tur, inuestigandus erit arcus semidiurnus ex ijs, quæ in scholio Can. 7. Num. 3 scripta sunt. Hic enim distantiam Solis, vel stellæ à Meridiano supero manifestabit, quando oritur, vel occidit. Quocirca hora ortus, occasusque Solis ignorari non poterit. Ex distantia autem stellæ à Meridiano eruenda erit hora ortus ipsius atque occasus, vt proxime Num. 1. scripsimus.

Hora ortus, occasusq; Solis, vel stellæ, quo pacto per Sinus inquirenda sit.

CANON X.

INITIVM, finem, & durationem vtriusque crepusculi, tam matutini, quam vespertini, perquirere.

1. POSITO gradu Solis supra lineam crepusculi ex parte orientali; notetur in limbo hora, vel horæ pars, quam linea fiduciæ Ostensoris gradui Solis in eo situ superposita indicat. Ea enim dabit initium Crepusculi matutini. Promoto deinde gradu Solis vsque ad Horizontem, indicabit in limbo eadem linea fiduciæ gradui Solis superposita horam, vel partem horæ, qua matutinum crepusculum finitur, vel cessat. Tempus autem interiectum inter initium ac finē, Crepusculi totius matutini durationem determinabit. Non aliter Crepusculi vespertini principium, finem, ac durationem inquires. Nam posito gradu Solis supra Horizontem ex parte occidentali, monstrabit linea fiduciæ gradui Solis superposita in horis limbi initium Crepusculi vespertini. Promoto deinde gradu Solis ad lineam Crepusculinam vsque, ostendet in limbo eadem linea fiduciæ gradui Solis superposita horam, vel partem horæ, qua vespertinum Crepusculum euanescit. Tempus vero interiectum inter initium, ac finem, totius vespertini Crepusculi magnitudinem exhibebit, quæ quidem semper quantitati Crepusculi matutini æqualis deprehendetur. Gradus porro limbi inter puncta, quæ a linea fiduciæ Ostensoris gradui Solis tam in linea Crepusculina, quam in Horizonte existentis superposita, indicantur, in tempus conuersi, moram quoque Crepusculi vtriusque exhibent.

Crepusculū matutinū, ac vespertinum quantum duret, & qua hora incipiat, & finiatur, ex instrumēto cognoscere

2. SED quoniam linea Crepusculina nō facile sine errore describitur, propterea

Alia Crepusculi inuentio ac ratio.

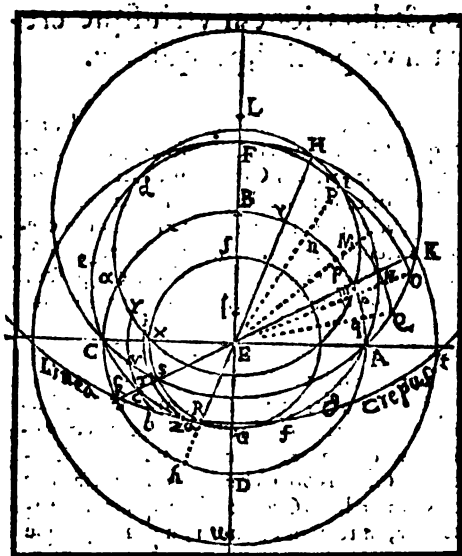
pterea quod eius centrum nimis procul à cẽtro Astrolabii excurrit, inuestigari poterit idem Crepusculum, etiamsi linea Crepusculina descripta non sit, accuratius hoc modo. Ponatur gradus Eclipticæ loco Solis oppositus in parallelo Horizontis grad. 18. ex parte occidentali; (Multo enim certius parallelus Horizõtis ab eo gr. 18. versus Zenith distãs describitur, quã eius oppositus recedens ab eodẽ grad. 18. versus Nadir) Et quia tunc gradus Solis necessario constituitur in puncto opposito, nimirum in ipsa linea Crepusculina ex parte orientali, hoc est, per gradum Solis in eo situ linea Crepusculina transire debet, monstrabit linea fiduciæ Ostensoris gradui Solis superposita in limbo horam initii Crepusculi matutini, vt prius. Promoto autem gradu Solis ad Horizontem vsque, indicabit eadem linea fiduciæ gradui Solis superposita horam finis eiusdem Crepusculi in limbo. Eodem modo, posito gradu Eclipticæ, qui loco Solis opponitur, in parallelo Horizontis grad. 18. ex parte orientali, ostendet linea fiduciæ gradui Solis incumbens, horam finis Crepusculi vespertini in limbo. Restituto vero gradu Solis ad Horizontem, dabit eadem linea fiduciæ per gradum Solis incedens principium eiusdem Crepusculi in limbo. Tempus porro inter principium, & finem vtriusque Crepusculi positum, durationem Crepusculi metietur. Sed inuento alterutro Crepusculo, habebitur etiam alterum, cũ illi sit æquale; Et hora principii vnius ex 12. horis subducta relinquet horam finis alterius: hora vero finis vnius ex 12. horis sublata, horam initij alterius relinquet.

Quo pacto ex vno Crepusculo eruatur initium, & finis alterius Crepusculi eiusdem diei.

IAM si noctu per stellæ alicuius altitudinẽ hora inueniatur, vt Can. 8. Num. 2. & 6. præcepimus, illico cognosces, quantum a principio, aut fine Crepusculi tam matutini, quam vespertini distes; si nimirum horam inuentam cum hora initij, aut finis Crepusculi conferas; vt perspicuum est.

Quantum a principio, aut fine Crepusculi distemus, cognoscere.

Crepusculum vtrumque sine Astrolabio materiali inuestigare.

3. SINE instrumento ita agemus. Sit Aequator ABCD, circa centrum E; tropici FHK, GRS; Horizõ obliquus KAE; & linea Crepusculina, id est, parallelus Horizontis grad. 18. ab eo distans in infero hemisphœrio Rab, cuius centrum L; & denique Ecliptica AFCG, cuius polus l, diuisa in 12 signa per rectas ex l. per 12. partes æquales Aequatoris eductas in punctis C, c, Z, G, f, g, A, N, P, E, d, e. Si igitur per datum punctum Eclipticæ parallelus Aequatoris describatur, erit eius arcus inter lineam Crepusculinam, & Horizontem siue ex parte orientali, siue occidentali interceptus, magnitudo Crepusculi tam matutini, quã vespertini: Initium autem matutini metietur arcus paralleli à linea meridiana infra AC, vsque ad lineam Crepusculinam numeratus, finem autem arcus eiusdem paralleli eodem modo vsq; ad Horizontem

rizontem computatus metietur. At veró vespertini principium metietur arcus paralleli à linea meridiana supra AC, vsque ad Horizontem numeratus; finem autem dabit arcus eodem ordine vsque ad Crepusculinam lineam numeratus. Exemplis causa. Sole existente in principio ♋, Crepusculi vtriusque magnitudo erit arcus RS, & horam initii matutini Crepusculi dabit arcus GR, & horam finis arcus GS, a med. noc. numerandam: horam autem initii Crepusculi vespertini numerabit arcus fS, & horam finis arcus fR, à meridie inchoatã. Rursus Sole in principio ♑, existente, vtriusque Crepusculi magnitudo erit arcus tK, tropici ♑ inter Horizontem & lineam crepusculinam; & arcus u t, a med. noc. supputatus dabit initium Crepusculi matutini, & arcus tK, finem: at arcus FK, numeratus a meridie indicabit principium vespertini Crepusculi, & arcus Ft, finem. Item arcus aT, erit duratio Crepusculi vtriusque, Sole existente in principio ♊. & ♌. Et arcus bV, Crepusculum vtrumque metietur, Sole existente in principio ♉, & ♍. Arcus denique kC, durationem eiusdem numerabit, Sole in punctis æquinoctialibus existentẽ, & sic de cæteris. Initium autem & finem cuiusuis Crepusculi determinabit arcus proprii paralleli vsque ad lineam meridianam producti, vt expositum est. Vel si mauis, initium ac finis cuiuslibet Crepusculi sumi possunt in Aequatore à linea meridiana vsque ad rectas ex E, centro per terminos arcus Crepusculi emissas: vt quoniam RS, arcus est Crepusculi ♋, si per R, & S, ex E, rectæ emittantur secantes Aequatorem in h, k, dabit arcus Dh, initium Crepusculi matutini, & Dk, finẽ: at arcus Bk, monstrabit principium Crepusculi vespertini, & Bh, finem; propterea quod arcus Dh, Dk, arcubus GR, GS, & arcus Bk, Bh, arcubus fS, fR, similes sunt, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. &c.

4. QVANDO autem linea Crepusculina descripta non est, aut non facile describi potest, explorabimus Crepusculum cuiuslibet puncti Eclipticæ exquisitissime hoc alio modo. Describatur supra Horizontem eius parallelus grad. 18. ab eo distans, & parallelo Crepuscula terminanti oppositus HIMm. Hic enim facilius, quam parallelus Crepuscula terminans describetur, cum totus intra Horizontem contineatur, ac proinde diameter eius apparens, & centrum commode haberi possint. Deinde per punctum Eclipticæ oppositũ puncto, cuius Crepusculum desideratur, parallelus Aequatoris ex E, describatur. Arcus namque eius inter Horizontem & eius parallelum HIMm, positus quãtitatem Crepusculi quæsiti exhibebit, cuius initium, finemque arcus Aequatoris inter meridianã lineam, ac rectas ex cẽtro E, per terminos prædicti arcus Crepusculi emissas mõstrabunt, vt paulo ante dictum est. Verbi gratia. Arcus tropici ♑, HK, inter Horizontem & eius parallelum grad. 18. erit magnitudo Crepusculi tam matutini, quam vespertini, Sole existente in principio ♋: Et principium matutini determinabitur per arcum FH, & finis per arcum FK, a med. noc. inchoatum: vespertini autem initium offeret arcus uK, & finẽ arcus uH. Vel ductis rectis EH, EK, secantibus Aequatorem in r, m; principium matutini metietur arcus Br, & finem arcus Bm, vsque ad rectam EK: at vero initium vespertini dabit arcus Dm, vsque ad rectam EK, finem autem arcus Dr; quod arcus Br, arcui FH, similis sit, & Bm ipsi FK, & Dm, ipsi uK, & Dr, ipsi uH, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. Eadem ratione arcus IO, per principium ♐, & ♒, descriptus erit Crepusculum principii ♊. & ♌, & initium matutini dignoscetur per arcum Bn, & finis per arcum Bo; Vespertini vero initium exhibebit arcus Do, & finem arcus Dn. Sic arcus MQ, per initium ♏, & ♓ descriptus erit Crepusculum principii ♉, & ♍: Et matutini principium exhibebit arcus Bp, & finem arcus Bq; vesper-

Crepuscula inuenire aliter sine Astrolabio materiali.

tini autem initium dabit arcus Dq, & finem arcus Dp. Item arcus Aequatoris Am, per principium ♌, descriptus inter Horizontem, & eius parallelum grad. 18. erit Crepusculum principii ♈: Et matutini principium dabitur per arcum Bm, vsque ad parallelum Horizontis, finis vero per arcum BA. E contrario arcus tropici ♋, SX, inter Horizontem atque eius parallelum grad. 18. erit Crepusculum principii ♑: Arcus vero Ti, per initium ♒. & ♌, descriptus, Crepusculum erit principii ♐, & ♒: Et arcus VY, per principiũ ♉, & ♍, descriptus, Crepusculum erit principii ♏, & ♓. Arcus denique Aequatoris Ca, per primũ punctum ♏, descriptus, Crepusculum erit primi pũcti ♎. Initia autem, & fines horum Crepusculorum inuenientur, vt prius, si ex E, per terminos arcuum inter Horizontem, & eius parallelum grad. 18 positorum rectæ ducantur: hoc obseruato, vt initium, ac finis cuiusuis Crepusculi matutini numerẽtur à med. noc. vespertini autem à meridie.

Quid obseruandum in Crepusculi cuiusuis initio, ac fine determinando.

Item vt initiũ matutini Crepusculi incipiat in Aequatore à puncto, per quod transit recta ex E, per terminum arcus Crepusculi in parallelo Horizõtis educta; finis vero a puncto, per quod ducitur recta ex E, per terminum eiusdem arcus Crepusculi in Horizonte emissa: At vero initium, ac finis Crepusculi vespertini contrario modo sumantur. Denique si posteriori hac via sine linea Crepusculina Crepuscula inquirantur, vt initium ac finis cuiusuis Crepusculi numerari incipiant a puncto B; vespertini vero a puncto D.

INVENIRI autẽ Crepusculũ cuiusuis puncti Ecliptica per arcum, qui per punctum oppositum describitur, ita demõstrabimus: Quoniã per quodlibet punctum circuli non maximi in sphæra, vt per H, circulus maximus eum tangens describi potest, *b* tanget circulus ille maximus alium non maximum priori æqualem, parallelum & oppositum. Cum ergo HE, sit diameter illius circuli maximi, vbi ea occurrit lineæ Crepusculinæ in R, ibi idem circulus maximus parallelum Horizontis baRt, parallelo HIMm, oppositum tanget: ideoque cum per coroll. propos. 6. lib. 2. Theod. puncta cõtactuum per diametrum sphæræ opposita sint, erunt puncta H, R, per diametrum opposita. Igitur existente principio ♑, in H, existet principium ♋, in R, puncto lineæ crepusculinæ, atque idcirco Sole ibidem existente, Crepusculum matutinum incipiet. Quando autem raptu primi mobilis initium ♑, ad K, peruenerit, existet primum punctum ♋, in S, quod puncta K, S, in Horizonte sint etiam per diametrum opposita, nimirum occasus ♑, & ortus ♋. Arcus ergo HK, quem eodem

a 4. 2. Theod.
b 6. 2. Theod.

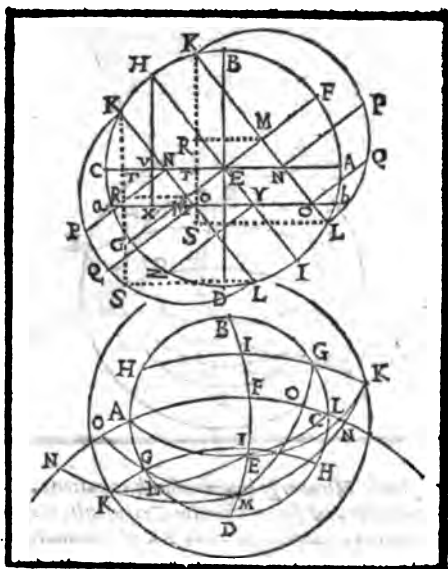
tempore

tempore principium ♑, percurrit, quo principium ♋, arcum Crepusculi RS, absoluit, (quippe qui illi similis sit, ex scholio propos. 22. lib. 3. Eucl. ob angulos æquales HEK, RES, ad uerticem in centro.) durationem Crepusculi primi puncti ♋, metietur. Non aliter ostendemus, arcum IO, similem esse arcui Crepusculi a T, propterea quod eandem ob causam, existente principio ♐, vel ♒, in I, principium ♊, vel ♌, existit in a, puncto lineæ Crepusculinæ; eodem vero principio ♐, vel ♒, promoto ex I, ad O, punctum Horizontis, principium ♊, vel ♌, promotum tunc est ad punctum Horizontis ad punctum T, atque ita de cæteris.

SCHOLIVM.

Crepuscula ex Analemmate inquirere.

1. EXPEDITE *quoque Crepuscula ex Analemmate cognoscemus. Sit enim Meridianus Analemmatis ABCD, circa centrum E; diameter Horizontis AC; Verticalis diameter BD; axis mundi FG; Aequatoris diameter HI; diameter paralleli Solis siue borealis, siue australis KL, circa quē semicirculus descriptus sit KPL; & denique a b diameter paralleli Horizontis grad. 18. in hemisphærio infero, in quo Crepuscula omnia incipiunt & desinunt. Si igitur ex N, O, intersectionibus diametri KL, cum AC, & a b, ad KL, perpendiculares educantur NP, OQ, erit arcus PQ, magnitudo Crepusculi: quod si fuerit matutinum, distabit eius initium a med. noc. per arcum LQ, & finis per arcum LP; si vero vespertinum fuerit, distabit eius principium à meridie per arcum KP, & finis per arcū KQ: propterea quod NP, communis sectio est paralleli Solis, & Horizontis, vt in scholio Can. 7. Num. 1. ostensum est; atque eadē de causa OQ, communis sectio eiusdem paralleli Solis ac paralleli Horizontis.*

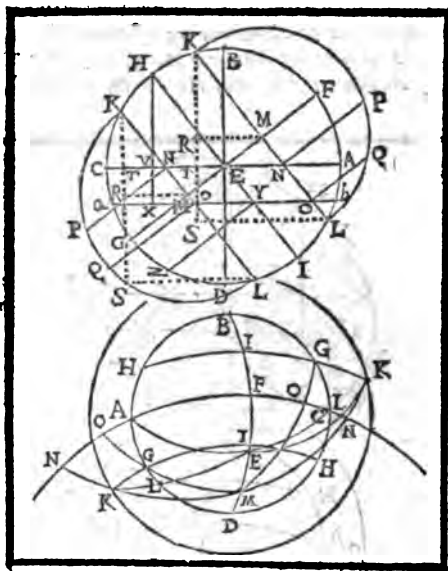
Simili modo ducta YZ, ad HI, perpendiculari, erit arcus GZ, longitudo Crepusculi, Sole in æquinoctijs existente; & matutini quidem initium à med. noc. distabit per arcum IZ, & finis per arcum IG; vespertini vero principium à meridie distabit per arcum HG, & finis per arcum HZ.

2. PER *sinus ita Crepuscula supputabuntur, si prius sinum versum arcus semidiurni inquiramus hoc modo. In Analemmate ex punctis extremis K, L, diametri paralleli ducantur diametro Verticalis BD, & diametro Horizontis AC, parallela recta KS, LS, secantes sese in S; atque ex M, puncto medio diametri paralleli, vbi axem mundanum intersecat, eidem diametro Horizontis AC, alia parallela agatur MR; eritque recta KS, in R, secta bifariam, a cum sit, vt KM, ad ML, ita KR, ad RS:* a, 2. *sexti.*

ipsa autem KS, conflata erit ex KT altitudine meridiana dicti paralleli, & ex TS, sinu depressionis meridianæ eiusdem paralleli, quæ depressio altitudini meridianæ paralleli oppositi æqualis est. Igitur si fiat, vt KR, semissis rectæ KS, conflatæ ex sinu altitudinis meridianæ, & ex sinu depressionis meridianæ, ad KT, sinum altitudinis meridianæ, ita KM, sinus totus ad aliud, producetur KN, sinus versus arcus semidiurni KP. *Ex hoc sinu verso eruetur ipse semidiurnus arcus, vt in expositione tabulæ sinuum docuimus.*

Sinum versum arcus semidiurni, ideoque & ipsũ arcum semidiurnum per numeros explorare.

IAM si rursum fiat, vt KR, semissis rectæ KS, conflatæ ex sinu altitudinis meridianæ, & sinu meridianæ depressionis, ad sinum arcus grad. 18. (hoc est, ad segmentum rectæ KS, inter AC, & ab.) ita KM, sinus totus ad aliud, reperietur recta NO; *quæ ad sinum versũ KN, arcus semidiurni adiecta conficit KO, sinum versum arcus KQ, ex arcu semidiurno KP, & arcu Crepusculi PQ, conflati. Si ergo ex hoc arcu KQ, arcus semidiurnus subtrahatur, reliquus erit arcus Crepusculi PQ.*

Crepuscula per numeros indagare.

SED & per triangula sphærica idem Crepusculum inuestigari potest. Sit enim Horizon ABCD; Meridianus BD; Aequator AFC; parallelus Solis quicunque GIH; polus Horizõtis E; Verticalis primarius AEC; parallelus Crepusculorũ KK, infra Horizontẽ grad. 18. ab eo distans, secãs parallelum Solis in K, ita vt KG, sit arcus Crepusculi, Sole parallelũ GIH, percurrẽte, a cui similis est arcus Aequatoris NO, quem maximi circuli MG, MK, ex M, polo mundi egredientes intercipiunt. Hunc ergo inueniemus hac ratione. Ducto per K, centrum Solis in principio matutini, aut fine vespertini Crepusculi, Verticali EK, secante Horizontem in L; quoniam in triangulo sphærico EKM, omnia tria latera nota sunt; (Est enim EM, arcus complementi altitudinis poli; MK, arcus complementi declinationis Solis in parallelo boreali, in australi vero, arcus conflatus ex quadrante MN, & declinatione NK; arcus denique EK, conflatus ex quadrante EL, & arcu LK, grad. 18.) cognoscetur per problema 21. triang. sphær. vltimi Lemmatis, angulus EMK; ac proinde eius arcus FN, hoc modo. Fiat vt sinus totus ad sinum lateris MK, (quod est vel cõplementum declinationis, vel arcus conflatus ex quadrante, & declinatione) ita sinus lateris EM, complementi altitudinis poli, ad aliud, inuenieturque quartus quidam numerus. Et si rursum fiat, vt quartus numerus inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum lateris EK, compositi ex grad. 90. & ex grad. 18. & sinum versum arcus, quo duo latera ME, MK, inter se differunt, ad aliud, producetur sinus versus anguli quæsiti EMK; *ideoque an-*

a 10. 2. Theod.

quo angulus ipse, eiusque arcus F N, notus fiet: ex quo si dematur arcus semidiurnus F Q, reliquus fiet arcus Crepusculi NO.

CANON XI.

QVAE puncta Eclipticæ in Meridiano, atque Horizonte, vel quolibet alio circulo Eclipticam secante existant, & quanam in domo cælesti proposita quæuis stella, aut punctum Eclipticæ, quouis temporis momento reperiatur, explorare.

Per Astrolabium materiale puncta Eclipticæ inuestigare, quæ in quolibet circulo Eclipticam secante existant.

1. DIVRNO tempore capiatur altitudo Solis, eaque inter Almucantarath ex parte orientali, vel occidentali, prout tempus antemeridianum, aut pomeridianum fuerit, numeretur. Si enim gradus Solis ad Almucantarath inuentæ altitudinis promoueatur, repræsentabit Ecliptica eum situm, quem in cælo tunc habet; ac proinde puncta Eclipticæ, quæ tunc in meridiana linea, Horizonte, & in quolibet alio circulo, siue is Verticalis sit, siue circulus positionum, siue parallelus Horizontis, siue alius circulus quicunque tam maximus, quam non maximus, reperiuntur, erunt ea, quæ eo tempore in dictis circulis existunt in cælo. Immo & stellæ in reti descriptæ indicabunt situm, quem in cælo tunc obtinent.

TEMPORE vero nocturno altitudo alicuius stellæ obseruetur, atque cacumen stellæ in Almucantarath inuentæ altitudinis collocetur vel ex parte orientali, vel occidentali, prout stella orientalis fuerit, occidentalisue. Nam hac ratione habebit rursum Ecliptica eum situm, quem in cælo tunc habet; ac propterea non solum apparebit, quæ puncta Eclipticæ in quolibet circulo existant, verum etiam, in quonam circulo hæc vel illa stella reperiatur, aut quem situm habeat in cælo.

2. SI idem ad datam quamcunque horam inuestigandum sit, mouenda erit linea fiduciæ Ostensoris ad eam horam siue antemeridianam, siue pomeridianam, prout ante vel post meridiem data fuerit. Circumuoluto enim tunc reti, donec gradus Eclipticæ, quem Sol occupat, sub linea fiduciæ constituatur, habebit rursum Ecliptica proprium situm, &c.

Qua hora quiuis gradus, aut signum Eclipticæ oriatur, cognoscere.

SIC etiam si scire quis cupiat, quænam hora sit, cum quodlibet signum, aut gradus Eclipticæ, vel stella quæuis in Astrolabio descripta, exoritur, Sole quemcunque gradum Eclipticæ occupante, statuendus est gradus ille, vel stella in Horizonte orientali. Linea namque fiduciæ Ostensoris per gradum tunc Solis incedens, monstrabit in limbo horam, seu distantiam Solis a Meridiano circulo, &c.

Sine Astrolabio materiali puncta Eclipticæ inuestigare, quæ in quouis circulo Eclipticam secante existunt.

3. ABSQVE materiali Astrolabio idem assequemur hoc modo. Sit Aequator ABCD, circa centrum E; Ecliptica AFCG, cuius centrum 8, & polus a; Horizon AqC; tropicus ♋, GI; tropicus ♑, FH. Sitque primum inuestigandum, quod proponitur, Sole existente in puncto Eclipticæ O, quando altitudo Solis deprehensa est ante meridiem grad. 20. Descripto parallelo Horizontis grad.

20. 6 M i,

-no. θ M i, delineetur parallelus Aequatoris per datum punctum O, secans parallelum θ M i, in M: ductis autem ex E, per O, M, rectis secantibus Aequatorem in L, N, accipiatur arcui LN, aequalis arcus BP, ducaturque recta EP, secans tropicum ♑, in Q, & tropicum ♋, in I. Et quoniam si cogitetur rete circumduci, donec datum punctum O, ad M, perueniat, vt datam altitudinē habeat ante meridiem, rectaque EL, rectæ EN, congruat, congruet recta EB, rectæ EP, ob arcus æquales LN, BP, principiumque ♑, F, in Q, existet, & principium ♋, in I. Quocirca recta QEI, secante parallelum Aequatoris 8RQ, per 8, centrū Eclipticæ descriptum in R, & parallelum abh, per a, polum eiusdem Eclipticæ descriptum in b, existet tunc centrum Eclipticæ in R, & polus in b. Descripta ergo ex R, per Q, & I, Ecliptica QSRIc, tangente tropicos in Q, I, habebit ea proprium tunc situm, secabitque Meridianum in S, X, & Horizontem in K, c. Quæ puncta quibus gradibus Eclipticæ respondeant, indicabunt rectæ ex b, polo Eclipticæ ad ipsa eductæ, vt lib. 2. propos. 5. Num. 19. ostendimus. Tot enim gradibus distabit S, a principio ♑, hoc est, a puncto Q, secundum successionem signorum, quot in arcu Aequatoris PT, continentur. Punctum autem K, tot gradibus ab eodem principio ♑, aberit secundum successionem signorum, quot in arcu PBY, continentur, vel tot gradibus ab initio ♋, I, contra signorum ordinem, quot in arcu μY, reperiuntur. Puncta denique X, c, punctis S, K, per diametrum sunt opposita, quorum tamen etiam distantias a ♋, & ♑ arcus μV, Pd, metiuntur; prior tamen secundum successionem signorum, posterior vero contra signorum seriem numerandus est.

QVOD si data sit hora, id est, distantia a Meridiano, qua inuestigare debeamus eadem puncta, ducenda erit ex E, centro recta per datam horam, hoc est, quæ ex Aequatore abscindat arcum distantiæ Solis a Meridiano circulo, cuiusmodi est recta EN, secans parallelum puncti O, in Ecliptica dati, in quo videlicet Sol existit, in puncto M. In puncto namque M, hora proposita Sol existet, non secus ac si parallelus Solis parallelum Horizontis θM, intersecaret. Quare reliqua peragenda erunt, vt prius.

Qua hora quodlibet punctum Eclipticæ oriatur, vbicumque Sol existat, siue instrumento exquiritur.

IAM si, Sole existente v. g. in puncto Eclipticæ 9, indaganda sit hora, qua punctum 3. eiusdem Eclipticæ exoritur, describemus ex E, per 3, arcum, qui Horizontem orientalem secet in K, ductisque ex E, per 3, K, 9, rectis secantibus Aequatorem in 4, 2, e, accipiemus arcui 4 2, æqualem arcum e7: eritque arcus B7, distantia

distantia Solis a Meridiano, quando punctum 3, supra Horizontem ascendit. Nam promoto puncto 3, vsque ad K, congruet recta E4, rectæ E 2, punctumque 5, ad 7, promotum erit, ob æqualitatem arcuum 42, e 7, &c.

4. DEINDE eadem puncta Eclipticæ sunt inquirenda, cum stella Z, altitudinem pomeridianam nocturno tempore habet grad. 20. Descripto per Z, centrum stellæ parallelo Aequatoris secante parallelum Horizontis grad. 20. in i, ducantur rectæ per Z, i, ex E, secantes Aequatorem in l, k, & arcui lk, æqualis arcus abscindatur Be, ducaturque recta Ee, secans tropicos in H, f, & parallelos R8g, bah, in g, h. Existente ergo tunc stella Z, in i, collocabitur principium ♑, in H, & primum punctum ♋, in f, & centrum Eclipticæ in g, polus denique in h. Descripta ergo ex g, per H, f, Ecliptica secabit Meridianum in m, r, & Horizontem in p, n, quorum punctorum distantiæ a principio ♑, H, & principio ♋, f, reperientur per rectas ex polo h, emissas, vt prius.

5. EADEM ratione cognoscemus, quæ puncta Eclipticæ tempore obseruationis in quolibet circulo siue maximo, siue non maximo, qui tamen Eclipticam secet, reperiantur. Ita enim vides parallelum Horizontis θMi, ab Ecliptica QSXe, secari in M. Et si describatur circulus positionis γqδ, per γ, principium domus 11, & per δ, principium domus 5, secabitur is ab Ecliptica AFCG, in s, t, & ab Ecliptica QSKc, in u, α, & ab Ecliptica Hrfm, in β, ε: quæ omnia puncta, quantum a ♑, & ♋, distent tam secundum seriem signorum, quam contra, indicabunt rectæ ex polis a, b, h, ad puncta ipsa emissæ. Non aliter habebuntur puncta, quæ in quouis circulo horario existunt data hora. Vt si recta Qμ, referat aliquem circulum horæ à mer. vel med. noc. obtinente Ecliptica situm circuli AFCG, existent puncta ψ, 6, in eo circulo horario, quæ quantum absint a principiis ♑, & ♋, hoc est, a punctis F, G, docebunt rectæ ex a, polo ad ψ, 6, eiectæ. Ecliptica vero existente QSXc, reperientur prima puncta ♑, & ♋, nimirum Q, & I, in horario circulo Qμ. Ecliptica denique situm obtinente circuli Hrfm, transibit idem circulus horarius per puncta Eclipticæ ρ, φ, & arcus Eclipticæ fρ, Hφ, a principiis ♋, & ♑, secundum successionem signorum numerati cognoscentur per arcus Aequatoris a rectis ex h, polo ad ρ, φ, ductis abscissos.

Qua in domo cœlesti stella data, vel punctum Eclipticæ hora obseruationis existat, cognoscere.

6. IAM si reti, vel Ecliptica quemcumque situm obtinente, scire quis desideret, quanam in domo cœlesti, & qua in parte eius domus, ex sententia Ioan. Regiom. descriptæ, quælibet stella proposita, vel punctum Eclipticæ existat, (inuento prius loco eius stellæ respectu Eclipticæ illum datum situm habentis, vt lib. 2. propos. 12. Num. 2. 3. & 4. traditum est.) describendus erit per stellæ centrum, & per duo puncta, in quibus Horizon meridianam lineam intersecat, circulus positionis, cuius centrum existit in recta ad meridianam lineam in cẽtro Horizontis perpendiculari, vt lib. 2. propos. 10. Num. 6. dictum est. Nam si stella, vel punctum Eclipticæ extiterit supra Horizontem, illico gradus Aequatoris, per quem circulus positionis incedit, monstrabit distantiam propositæ stellæ, vel puncti a linea meridiana, hoc est, ab initio domus 10. & quanam in domo supra Horizontem reperiatur, cum triceni gradus Aequatoris singulas domos cœlestes constituant. Idemque dices de domibus infra Horizontem, si stella vel punctum sub Horizonte extiterit. Verbi gratia, si datum sit punctum u, Eclipticæ QSXc, supra Horizontem, describatur per u, circulus positionis uq, secans Aequatorem in γ. Et quia arcus Bγ, complectitur gradus 30. dicemus punctum u, in principio domus 11. existere. Punctum vero datum α, sub Horizonte, (si per illud circulus positionis describatur αq, secans

Aequato-

Aequatorem in ♌.) dicemus esse in principio domus 5, quod arcus quoque D♌, grad. 30. complectatur. Simili modo stellam o, pronunciabimus esse in domo 5. tot gradibus ab eius initio distantem, quot in arcu ♌λ, continentur. At stellam ♆, esse in domo 11. tot gradibus ab eius principio distantem, quot in arcu γω, includuntur. Non aliter procedemus, si domos coelestes ex sententia Campani describere quis malit, numerando gradus inaequales Verticalis circuli primarii, vt lib. 2. propos. 5. Num. 17. traditum est, pro gradibus aequalibus Aequatoris, &c.

SCHOLIVM.

Puncta Eclipticae in Meridiano, Horizonte, & quolis circulo horario a mer. vel med. noc. existentia, per ascensiones rectas & obliquas inuestigare.

1. PVNCTA quoque Eclipticae quauis hora in Meridiano, Horizonte, & quolibet circulo horarum, à mer. vel med. noc. existentia facillimo negotio per ascensiones rectas, & obliquas reperiemus, hac videlicet ratione. Ad distantiam Solis à meridie versus occasum progrediendo, (Distantia hac colligitur ex hora à meridie, si cuilibet horae tribuantur grad. 15. Ex hora autem à med. noc. eadem distantia cognoscetur, si ad distantiam à med. noc. semicirculus adijciatur) addatur ascensio recta puncti Eclipticae, quod tunc Sol occupat: quae vel ex tabula rectarum ascensionum sumatur, vel inquiratur, vt can. 4. docuimus. Conflatus enim numerus, abiecto prius toto circulo, si abijci potest, erit ascensio recta puncti Eclipticae in Meridiano supra Horizontem tunc existentis. Quare vel ex tabula ascensionum rectarum, vel ex ijs, quae in Can. 4. eiusque scholio scripsimus, punctum Eclipticae in Meridiano existens, quod videlicet inuentae ascensioni rectae debetur, eruendum erit; Punctum autem huic oppositum in Meridiano infra Horizontem existet. Quod si dictae ascensioni rectae adijciatur quadrans, conflabitur, abiecto prius integro circulo, si abijci potest, ascensio obliqua puncti Eclipticae in Horizonte ex parte orientali existentis: quod vel ex tabula ascensionum obliquarum ad datam eleuationem poli supputata, vel ex Can. 5. eiusque scholio cognoscetur: Punctum vero huic oppositum existet in Horizonte ex parte occidentali. Ratio huius nostri praecepti perspicua est ex sphaera materiali, & facile hoc etiam modo ostendi potest. Ponatur distantia à meridie Bd, in figura superiori, ita vt circulus horarius per d, transeat, instar Horizontis cuiusdam recti, in quo punctum Eclipticae, in quo est Sol, tunc existit. Si igitur A d, sit ascensio recta illius puncti, hoc est, A, sit principium ♈, conflabitur AB, ascensio recta Eclipticae in Meridiano tunc existentis: Et si addatur quadrans BC, vsque ad Horizontem obliquum, conflabitur ABC, ascensio obliqua puncti Eclipticae in Horizonte existentis. Quod si ascensio recta puncti Eclipticae in circulo horario per d, ducto existentis sit PBd, conflabitur arcus PBdB, & abiecto circulo integro PBdP, reliqua erit ascensio recta PB, puncti Eclipticae in Meridiano existentis, &c. Item si ascensio recta praedicti puncti Eclipticae sit γDd, ita vt initium ♈, sit in γ, conflabitur γDdB, ascensio recta puncti Eclipticae in Meridiano existentis: Et addito quadrante BC, fiet ascensio obliqua puncti Eclipticae in Horizonte existentis γDBC; & abiecto integro circulo γDBγ, reliqua erit ascensio obliqua γC, &c. Exempli gratia. Sole existente in principio ♉, ad eleuationem poli grad. 42. inuestiganda sint quatuor Eclipticae puncta hora 3. ante mer. hoc est, hora 9. à med. noc. siue hor. 21. à mer. quod tempus dabit grad. 315. à meridie elapsos. Si igitur ascensionem rectam principij ♉, quae continet grad. 27. min. 54. ad grad. 315. adijciamus, conficiemus grad. 342. min. 54. pro ascensione recta puncti Eclipticae caelum tunc mediantis, cui ascensioni respondent grad. 341. min. 27. fermè. Gradus ergo 11. min. 27. ♓, mediat tūc caelum; ac proinde oppositum punctum, nimirum grad. 11. min. 27. ♍, in eodem Meridiano infra Horizontem existet. Quod si ascensioni rectae grad. 342. min. 54. puncti

caelum

ralum mediantis adijciatur quadrans, fiet numerus grad. 432. min. 54. & abiecto toto circulo, reliqua fiet ascensio obliqua puncti supra Horizontem ascendentis, (quod Horoscopum appellant) grad. 72. min. 54. cui in eleuatione poli grad. 42. debentur grad. 95. min. 20. paulo amplius, vt ex tabellis ascensionum obliquarum, vel ex ijs, quæ in Can. 5. eiusque scholio scripsimus, constat. Igitur grad. 5. min. 20. ♋, supra Horizontem tunc ascendet, ideoque punctum oppositum, nimirum grad. 5. min. 20. ♑, sub Horizontem descendere comperietur.

2. EADEM prorsus ratione ad datam horam, hoc est, ad datam distantiam Solis a meridie, explorabimus punctum Eclipticæ in quolibet circulo horario per polos mundi ducto existens, si datus circulus horarius concipiatur esse Meridianus aliquis, atque ex hora data inquiratur distantia Solis ab eodem circulo horario dato versus occasum progrediendo: quod fiet, si huius circuli distantia à meridie, detrahatur à distãtia horæ datæ à meridie, adiecto prius integro circulo, si detractio fieri nequeat. Vel certe à circulo horario dato numerentur versus occasum progrediendo, omnes horæ vsque ad horam datam. Horæ enim numeratæ dabunt eius distantiam à circulo dato horario, tanquam ab aliquo Meridiano, versus occasum. Verbi gratia, Sole adhuc existente in principio ♉, hora 3. ante merid. hoc est, hora 21. à mer. inuestigandum sit pũctum Eclipticæ in circulo horæ 10. min. 35. à mer. Detracta distantia huius dati circuli à mer. quæ complectitur hor. 10. min. 35. ex data distantia Solis à mer. hoc est, ex hor. 21. reliqua erit distantia Solis ab hoc circulo, hor. 10. min. 25. versus occasum progrediendo. Quæ distantia etiam reperietur, si à circulo horæ 10. Min. 35. percurrantur oẽs horæ vsque ad hor. 3. ante mer. quæ est 9. post med. noc. Nam vsque ad horam 11. habentur Min. 25. Deinde sequuntur horæ 12. mediæ noctis, & horæ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. & 9. à med. noc. Vbi vides horam 3. ante mer. vel 9. post med. noc. à circulo horæ 10. Min. 35. à mer. distare horis 10. min. 25. vt prius. quod tempus continet grad. 156. min. 55. Si igitur addatur ascensio recta principij ♉, grad. 27. min. 54. constabitur arcus grad. 184. min. 9. pro ascensione recta puncti Eclipticæ in circulo hor. 10. min. 35. à mer. existentis, cui debentur grad. 184. min. 31. sec. 38. Gradus ergo 4. min. 31. sec. 38. ♎, existet tunc in circulo dato.

SI ijsdem datis, punctum Eclipticæ indagandum sit in circulo horæ 11. à med. noc. hoc est, horæ 23. à mer. existens, auferemus huius circuli distantiam à mer. nimirum hor. 23. ex hor. 21. adiecto prius integro circulo horarum 24. vt ex conflato numero horarum 45. detractio fieri possit. Ita enim reliquæ fient horæ 22. quibus data hor. 21. à mer. à dato circulo hor. 23. à mer. versus occasum recedit, quæ distantia gradus 330. complectitur. Eademque distantia obtinebitur, si post horam 23. à mer. dati circuli percurrantur omnes horæ vsque ad datam horam 21. à mer. Inuenientur enim rursum horæ 22. quæ sunt hæ, hora 12. meridiei, deinde horæ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. à mer. & insuper horæ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. & 9. à med. noc. quæ omnes sunt 22. vt prius. Addita ergo recta ascensione principij ♉, grad. 27. min. 54. fiet ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo hor. 23. à mer. existentis, grad. 357. min. 54. cui congruunt ferme grad. 357. min. 42. sec. 33. Igitur grad. 27. min. 42. sec. 33. ♓, in circulo hor. 11. à med. noc. existet. Atque ita de cæteris. Idem hoc punctum in quolibet circulo horario, propos. 9. Gnomonices inuestigare docuimus, si cognitum tamen sit punctum, quod data hora supra Horizontem ascendit, eiusque ascensio obliqua; vel punctum in circulo hor. 6. à med. noc. tunc existens, eiusque ascensio recta. Sed ratio hoc loco proposita expeditior est, cum neutro illorum punctorum indigeat, sed solam ascensionem rectam pũcti Eclipticæ, (quæ in omni eleuatione poli eadem semper est) requirat, in quo Sol existit tempore obseruationis.

IMMO, si idem inuestigandum sit, posito quocunque Eclipticæ puncto in Horizonte orien-

te orientali, accipiemus arcum semidiurnum illius puncti tunc supra Horizontem ascendentis pro distantia horaria à Meridiano circulo, & reliqua perficiemus, vt dictum est. Verbi gratia. Quando principium ♌, supra Horizontem latitudinis grad. 42. ascendit, inquirendum sit punctum Eclipticæ in circulo horæ 5. à meridie existens. Auferatur hæc distantia hor. 5. ex hor. 16. min. 43. id est, ex distantia primi puncti ♌ à Meridiano versus occasum progrediendo, cum arcus semidiurnus ♌, complectatur hor. 7. min. 17. vt relinquatur distantia principij ♌, tūc exorientis à circulo horæ 5. à mer. nimirum hor. 11. min. 43. hoc est, grad. 175. min. 45. ad quam distantiam si adijciatur ascensio recta grad. 122. min. 12. quæ initio ♌, debetur, conficietur ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo hor. 5. à merid. existentis grad. 297. min. 57. cui congruūt grad. 295. min. 57. paulo amplius. Igitur grad. 25. min. 57. ♑, existet in circulo hor. 5. à mer. ac propterea grad. 25. min. 57. ♋, in circulo hor. 5. à med. nocte reperietur, cū principium ♌, oritur. Verū nisi arcus semidiurnus sumatur in horis, minutis, & Secūdis, vel in gradibus, ac minutis, in quibus per sinus fuit inuentus, accidere poterit error in aliquot minutis: quod proposito proximo exemplo declarabimus. Arcus semidiurnus initij ♌, continet grad. 109. min. 21. id est, hor. 7. min. 17. Sec. 24. quo detracto ex integro circulo 360. graduum, vel 24. horarum, relinquetur distantia ♌, in Horizonte orientali existentis, à Meridiano versus occasum procedendo, grad. 250. min. 39. vel horarum 16. min. 42. sec. 36. à qua si detrahatur distantia hor. 5. à mer. quæ complectitur grad. 75. reliqua erit distantia ♌, à circulo hor. 5. à mer. versus etiam occasum, grad. 175. min. 39. vel hor. 11. min. 42. sec. 36. quibus horis & minutis debentur ijdem gradus 175. min. 39. Ad hanc distantiam si apponatur ascensio recta ♌, grad. 122. min. 12. constabitur ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo hor. 5. à mer. existentis grad. 297. min. 51. cui debentur grad. 295. min. 51. hoc est, grad. 25. min. 51. ♑, Ità vt differentia inter hoc punctum, & illud, quod prius inuentum fuit, contineat min. 6. Quod cum ita sit, quando arcus semidiurnus non habetur in gradibus & minutis, vel in horis, minutis, ac secundis, exquisitius inuenietur punctum in circulo dato horæ ea ratione, quam in Gnomonica explicauimus; nimirum auferendo gradus Aequatoris à sexta hora matutina vsque ad circulum horæ datæ versus occasum numeratos, ex ascensione obliqua dati puncti supra Horizontem emergentis, adiecto prius integro circulo, si subtractio fieri nequeat. Ita enim reliqua fiet ascensio recta puncti Eclipticæ in circulo datæ horæ existentis. Vt in eodem exemplo, ab hora 6. matutina vsque ad horam 5. à merid. numerantur horæ 11. hoc est, grad. 165. qui si demantur ex ascensione obliqua principij ♌, grad. 102. min. 51. hoc est, (adiecto toto circulo) ex grad. 462. min. 51. reliqui fient grad. 297. min. 51 pro ascensione recta puncti Eclipticæ in circulo hor. 5. à meridie existentis, vt supra.

Accuratior inuentio puncti Eclipticæ in dato circulo horario existentis, quolibet signo oriēte, quādo arcus semidiurnus non habetur in grad. & min. vel in horis, min. & sec.

3. DENIQVE horam, qua signum, vel punctum quodlibet Eclipticæ exoritur Sole quemcunque Eclipticæ gradum possidente, hoc modo explorabimus. Ascensio obliqua arcus Eclipticæ inter locum Solis, & punctum ascendens positi, & secundum seriem signorum numerati, ad horas reducta, subtrahatur ex arcu semidiurno puncti, quod Sol obtinet; vel contra, arcus semidiurnus ex dicta ascensione obliqua ad horas reducta subtrahatur, minor scilicet numerus ex maiore. Priori enim modo hora ante meridiem, posteriori verò hora post meridiem, qua punctum Eclipticæ, cuius ascensio obliqua accepta fuit, supra Horizontem emergit, remanebit. Ratio huius rei perspicua est ex parallelo puncti, in quo Sol existit. Nam posito gradu Solis in Horizonte orientali, & mota sphæra, donec eundem Horizontem attingat punctum ascendens, arcus paralleli Solis inter locum Solis, & Horizontem metitur ascensionem obliquam arcus Eclipticæ inter eundem locum Solis, & punctum ascendens intercepti, cum ille arcus paralleli cum hoc puncto Eclipticæ exoriatur. Igitur dempto eo arcu paralleli ex arcu semidiurno, vel hoc ex

Hora, qua quoduis Eclipticæ pūctum oriatur, vbicunque Sol existat, inuentio per ascensiones obliquas.

illo, reliqua erit distantia Solis à Meridiano vel ante meridiem, vel post meridiem, vt diximus. Exempli causa. Sole existente in principio ♌, exploranda sit hora, qua initium ♎, oritur ad latitudinem grad 42. Ascensio obliqua arcus inter initium ♌, & ♎, continet grad. 77. min. 9. id est, horas 5. min. 9 quibus detractis ex horis 7. min. 17. hoc est, ex arcu semidiurno initij ♌, relinquuntur horæ 2. min. 8. Tot ergo horis ante mer. principium ♎, exoritur Rursus Sole in eodem principio ♌, commorãte, quærendum sit, qua hora principium ♋, exoriatur. Ascensio obliqua arcus ab initio ♌, vsque ad principium ♋, secundum successionem signorum computati complectitur grad. 324. min. 6. hoc est, hor. 21. min. 36. Ex qua si dematur arcus semidiurnus ♌, hor. 7. min. 17. relinquuntur hor. 14 min. 19. post mer. hoc est, hor. 2. min. 19. à med. noc. quibus initium ♋, super Horizontem emergit. Atque ita de cæteris.

CANON XII.

MERIDIANAM lineam, & proinde lineam quoque veri ortus, atque occasus, in plano quod Horizonti æquidistet, inuenire.

Lineam meridianam, & puncta veri ortus, atque occasus per Astrolabium materiale inuestigare.

1. INVENTA altitudine Solis siue antemeridiana, siue pomeridiana, collocetur gradus, quem tunc Sol occupat, in parallelo Horizontis eius altitudinis, & notetur Verticalis, in quem idem gradus incidit. Quot namque gradibus Verticalis ille à primario Verticali, id est, ab intersectione Aequatoris, Horizontis, & Verticalis primarii recedit in austrum, Septentrionemue, (quos quidem gradus metitur arcus Horizontis inter Verticalem primarium, & Verticalem, in quem gradus Solis cadit, positus.) tot gradus numerandi sunt in dorso Astrolabii à diametro Horizontali, quæ nimirum lineam meridianam per centrum, & armillam suspensoriam extensam secat ad rectos angulos, ex parte orientis, occidentisue, prout Solis altitudo reperta fuerit antemeridiana, siue pomeridiana, sursum quidem, versus armillam, si Sol inuentus fuerit in Verticali australi, deorsum vero, si in boreali. Nam posita linea fiduciæ Mediclinii supra vltimum gradum numerationis, si tunc Astrolabium ponatur Horizonti æquidistans, & tam diu hinc inde vertatur, donec vmbra vnius lateris pinnacidii per latus Mediclinii extendatur, & alterius lateris pinnacidii vmbra lineæ fiduciæ sit parallela, indicabit diameter dati dorsi Astrolabii per armillam transiens, situm meridianæ lineæ, ita vt eius pars versus armillam recta in austrum vergat, & altera pars in boream; altera vero diameter priorem ad angulos rectos secans, vera puncta ortus atque occasus monstrabit.

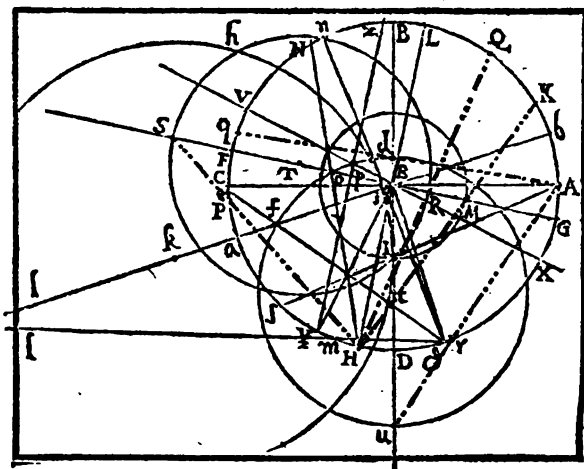
Lineam meridianam sine Astrolabio materiali certius inuenire.

2. CERTIVS autem meridianam lineam, punctaque propterea veri ortus, & occasus inueniemus sine materiali Astrolabio, ea ratione, quam in scholio propos. 23. lib. 1. nostræ Gnomonices præscripsimus, quam repetendam hoc loco non censemus: solum hoc in ea notari velim, necesse non esse, vt Verticalis HO, per O, punctum intersectionis paralleli Solis cum parallelo Horizontis describatur, ad eius declinationem a primario Verticali eliciendam; sed satis esse, si ex illo puncto O, & ex puncto intersectionis Verticalis primarii cum parallelo Horizontis, (quod in figura prædicti scholij paulo infra punctum O, existit) per H, polum Horizontis duæ rectæ extendantur. Hæ etenim vltra H, in eodem

parallelo Horizontis intercipient arcum quæsitæ declinationis, qui videlicet tot gradus æquales paralleli complectatur, quos apparentes gradus inter O, & alteram illam intersectionem continentur, vt lib.2. propos. 6. Num.25. demonstrauimus.

Lineam meridianam sine instrumento materiali ex declinatione Solis, & altitudine poli cognitis, per vnicam obseruationem inuestigare.

3. FORTASSE magis commode idem assequemur per vnicam obseruationē ex eisdem datis, nimirū ex declinatione Solis, & altitudine poli cognitis, (quæ ibi etiam data erant) hoc alio modo. In plano, quod Horizōti æquidistet, descriptus sit ex E, centro circulus ABCD, Horizontem referens, in cuius plano describendi erunt nonnulli circuli sphæræ, prout ex Nadir, siue polo eius inferiore, in eo conspiciuntur, veluti in scholio propos.20.lib.2. Num.15. dictum est. Deinde qualibet hora, filo aliquo tenui, vel instrumento, quod initio scholii propos.23.lib.1. Gnomonices construximus, obseruetur vmbra Solis, per cuius duo puncta extendatur recta FG, per centrum E, transiens, ac simul (nulla interposita mora) altitudo Solis capiatur, quam metiatur arcus FN. Vel certe instru-

mento, quod in sequenti scholio Num.3. construemus, vna eademque opera vmbra, altitudoque Solis obseruetur. Excitata autem ad FG, diametro perpendiculari HL, numeretur ab L, complementum altitudinis poli vsque ad K, vel ipsa altitudo poli à G, vsque ad K; ductoque radio HK, secante EG, in M, continebit segmentum EM, Verticalis FG, tot gradus, quot in arcu LK, continentur, vt ex iis constat, quæ lib.2. propos.1. Num.5. ostensa sunt. Nam ex Nadir H, punctum K, in M, apparebit. Quare parallelus Horizontis ex E, per M, descriptus transibit per polum mundi, cum à Zenith E, per complementum altitudinis poli recedat, describaturque ex puncto E, sicut prius ex eodem centro paralleli Aequatoris, quando circulus ABCD, Aequatorem repræsentabat, describebantur. Vt au tem sciamus, quodnam pūctum huius paralleli sit polus mundi, ducemus ex H, radium ad centrum Solis in N, existentis, vt constat, si circulus ABCD, concipiatur in recta FG, ad planum Horizontis rectus, hoc est, in situ Verticalis per

Solem

Solem transeuntis: apparebitque Sol in puncto O. Et quoniam in sphæra circulus ex centro Solis, vt polo, ad interuallum complementi declinationis Solis descriptus, (quando tamen Sol australis est, accipiendum est interuallum ex quadrante, & declinatione compositum) transit per eundem polum mundi; si circa Q, vt polum, circulus ille describatur, secabit is parallelum prius descriptum ex parte boreali in polo: qui quidem circulus hoc modo describetur. Ex N, vtrinque numeretur complementum declinationis, vel si Sol australis est, arcus ex quadrante, & declinatione conflatus, vsque ad P, Q. Ductis namque radijs HP, HQ, abscindetur illius circuli diameter visa SR; qua diuisa bifariam in T, describatur circulus prædictus secans parallelum Horizontis duobus in punctis, quorum illud, quod borealius est, nimirum quod nobis inter Solem & centrum E, constitutis, & ad idem centrum conuersis, ad dexteram existit, si obseruatio fit ante meridiem, ad sinistram vero, si obseruatio fit post meridiem, polus est, cuiusmodi est punctum I. Ducta ergo recta IE, erit linea meridiana, hoc est, Meridianum per polum mundi, & Zenith ductum referet: quam si diameter AC, ad rectos intersecet angulos, erit C, veri ortus punctum, & A, punctum veri occasus.

Lineam meridianam sine Astrolabio materiali ex sola declinatione Solis cognita, per duas obseruationes indagare.

4. QVOD si poli altitudo ignoretur, explorabimus idem ex sola declinatione Solis cognita, per duas obseruationes, hac ratione. Matutino tempore efficiat vmbra Solis rectam ab, cum eius altitudo supra Horizontem est arcus a e. Ducta autem Eg, ad ab, perpendiculari, emittatur ex g, Nadir, (Si enim circa ab, circumuolui intelligatur circulus ABGD, donec rectus sit ad Horizontem, & punctum g, deorsum vergat, erit Eg, axis Horizontis, & g, eius polus inferior) radius ge, secabiturque ab, in f, puncto, in quo Sol apparet. Numerato autem ex e, vtrinque complemento declinationis Solis vsque ad n, m, egrediantur ex g, radij gn, gm, secantes a b, in i, l: diuisaque il, bifariam in k, erit circulus h i, ex k, per i, l, descriptus circa f, tanquam polum, repræsentans eum, qui in sphœra ex centro Solis ad interuallum compleméti declinationis, hoc est, per polum mundi describitur: quod quidem centrũ k, reperietur ex ijs, quæ lib. 2. propos. 6. Num. 9. docuimus, etiamsi radius gm, nimis procul excurrat, ita vt eius intersectio cum a b, vix haberi queat.

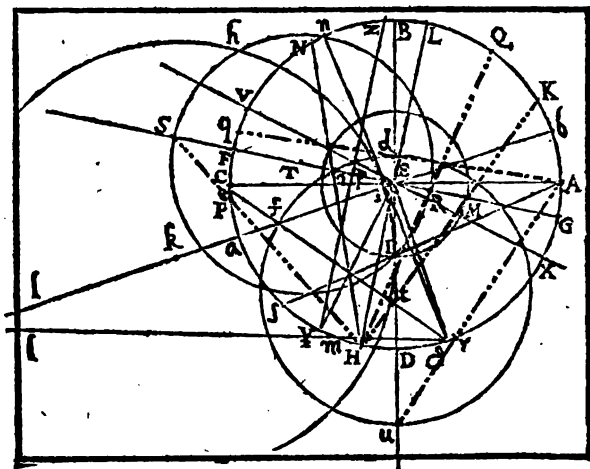
POST aliquod deinde temporis spatium vmbra Solis efficiat rectam FG, eiusque altitudinem metiatur arcus FN. Ducta autem ad FG, perpendiculari EH, emittatur ex Nadir H, radius HN, secans FG, in o, puncto, in quo Sol ex Nadir apparet. Numerato quoque ex N, in vtramque partem complemento declinationis Solis vsque ad P, Q, egrediantur ex H, radii HP, HQ, secantes FG, in S, R: diuisaque RS, bifariam in T, circulus ex T, per R, S, descriptus circa O, vt polum, referet eum in sphœra, qui circa Solem per mundi polum describitur. Vbi ergo hic priorem versus boream intersecat in I, ibi erit polus mundi apparens. Quocirca recta IE, meridiana linea erit. Et si, aliqua mora interiecta, fiat tertia obseruatio, (quod tamen necessarium non est) eodemque modo tertius circulus circa Solem, vt polum, describatur, transibit is necessario per idem punctum I, si erratum non fuerit.

Meridianam lineam sine Astrolabio materiali per tres obseruationes, etiamsi declinatio Solis, & altitudo poli ignoretur, inquirere.

5. IMMO per tres obseruationes meridianam lineam reperiemus, etiamsi neque altitudo poli, neque declinatio Solis cognita sit: quod etiam in libello de Fabrica, & vsu instrumenti Horologiorum Cap. 19. eadem ferme ratione effecimus. Faciat ergo in prima obseruatione vmbra Solis rectam ab, eiusque altitudo sit ae. Ducta autem ad ab, perpendiculari Eg, apparebit centrum Solis in e, constituti, per radium ge, in f.

IN

IN secunda autem obseruatione efficiat vmbra rectam FG, Solisque altitudo sit FN. Ducta autem ad FG, perpendiculari EH, apparebit centrum Solis in N, existentis, per radium HN, in O.

IN tertia denique obseruatione linea vmbræ sit VX, altitudoque Solis VZ.

Ducta autem ad VX, perpendiculari EY, apparebit Solis centrum in Z, existens per radium YZ, in p, puncto.

QVONIAM igitur Sol in tribus illis obseruationibus ponitur in eodem parallelo Aequatoris existere, quod eius declinatio in eis nõ mutetur sensibiliter; si trium punctorum f, O, p, centrum t, reperiatur, erit recta tE, linea meridiana, quod centrum paralleli Solis f O p, & centrum Horizontis, in linea meridiana existant, vt ex iis, quæ lib. 2. propos. 6. demonstrauimus, manifestum est.

SCHOLIVM.

Lineæ meridianæ inuentio ex Analẽmate per declinationẽ Solis & altitudinẽ poli cognitas.

QVA ratione linea Meridiana ex Analemmate, quando & altitudo poli, & declinatio Solis cognita est, eliciatur, tradidimus lib. 1. Gnomonices in scholio prop. 23. & in libello de Fabrica & vsu instrumenti horologiorum cap. 18. vt superuacaneum sit eam hoc loco repetere.

Lineæ meridianæ inuentio in plano Horizontali per tres obseruationes, etiamsi declinatio Solis, & altitudo poli cognitæ non sint.

2. SED iucunda quoque operatione idem efficiemus per tres vmbrarum obseruationes, & tres altitudines Solis, quarum duæ sint ante meridiem, & vna post meridiem, vel duæ post, & vna ante; etiamsi neque declinatio Solis, neque altitudo poli cognita sit. Circulus enim ABCD, cuius centrum E, sit in plano quod Horizonti æquidistet, descriptus, & matutino tempore in diuersis horis vmbra Solis efficiat rectas DE, CE, per centrum E, extensas, & in iisdem horis altitudines Solis deprehensæ sint DF, CB. Vespertino autem tempore vmbra proijciatur per rectam AE, & Solis altitudo sit AI, minor quam

nor quam altitudo CB, antemeridiana. Ex altitudinibus Solis ad proprias umbrarum lineas perpendiculares demittantur FG, BH, IK. Extensa autem ex H, per G, recta HG, fiat HM, ipsi FG, parallela, & ipsi HB, æqualis, iungaturque recta MF, quæ rectam HG, in O, secabit. Abscissa namque HS, æquali ipsi GT, (Est enim altitudo Solis DF, minor altitudine CB, quod hæc meridiei vicinior sit; ideoque & sinus FG, sinu BH, minor) iunctaque recta FS, a quæ ipsi GH, parallela erit, b erit angulus FSM, angulo GHM, æqualis externus interno. c Cũ ergo in triangulo FSM, duo anguli S, M, sint duobus rectis minores, erunt quoque duo anguli GHM, & M, duobus rectis minores, ac propterea rectæ HG, MF, concurrent, hoc est, recta MF, producta rectam HG, secabit in aliquo puncto, nimirum in O. Et quoniam, si concipiantur GF, & HM, vel HB, ad planum Horizontis perpendiculares, Sol in duabus obseruationibus extitit in F, B, punctis, transibit parallelus Solis per F, B, eiusque planum per rectam MF, extensum plano Horizontis occurret in O. d Nam cum sit, vt HM, ad GF, ita HO, ad GO; erit quoque vt, HM, rectos angulos cum plano Horizontis faciens ad GF, rectos item

a 33. primi.
b 29. primi.
c 17. primi.
d 4. sexti.

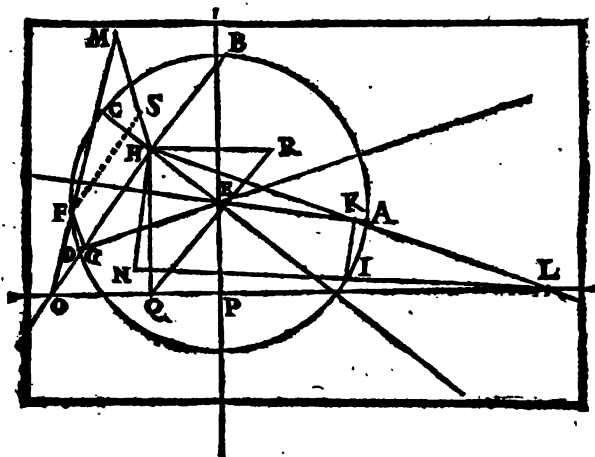
angulos cum eodem plano Horizontis facientem, ita HO, ad GO; ideoque ex scholio propos. 4. lib. 6. Eucl. recta ex M, in sublimi per F, in sublimi extensa cadet in punctum O; atque idcirco planum paralleli Solis per illam rectam ductum plano Horizontis in O, occurret.

EODEM *pacto si ex H, per K, recta HK, extendatur, & ex H, ipsi KI, parallela agatur HN, & ipsi HB, æqualis, secabit iuncta recta NI, rectam HK, nimirum in puncto L, in quo idem parallelus Solis plano Horizontis occurrit. Adiuncta ergo recta OL, communis sectio erit paralleli Solis, atque Horizontis. Quare recta PE, per centrum ducta ad OL, perpendicularis, meridiana linea erit, hoc est, communis sectio Meridiani, atque Horizontis. Quoniam enim tam parallelus Solis, quam Horizon, ad Meridianum rectus est, e erit eorum quoque sectio communis OL, ad eundẽ rectã, ideoque ex defin. 3. lib. 11. Eucl. & cum meridiana linea in Horizonte, & Meridiano existente, rectos efficiet angulos; ac proinde PE, ad OL, perpendicularis, meridiana linea erit.*

e 19. vndec.

3. SI

3. SI forte contingat, duas Solis altitudines esse aquales, vnam videlicet ante meridiem, & post meridiem alteram, vt si altitudines DF, AI, sint aquales, diuidendus erit angulus DEA, bifariam. Diuidens enim linea erit linea meridiana; propterea quod Sol in duabus illis obseruationibus aquales habuit à meridie distantias, & duo Verticales per Solem ducti aquales cum Meridiano angulos efficiunt, &c.

4. QVOD si quãdo omnes tres altitudines Solis obseruata forẽt aquales, argumento esset, parallelum Solis Horizonti aquidistare, ac proinde polum mundanum esse in polo Horizontis superiore, altitudinemque eius supra Horizontem esse grad. 90. Ex quo sequitur, nullam tunc lineam in eo plano esse posse proprie meridianam.

POSSVNT quoque omnes tres obseruationes fieri vel ante meridiem, vel post, sed tunc duo puncta O, L, reperientur ex eadem parte parum inter se distare, vt non facile recta OL, sine errore duci possit. Quã ob rem magis exquisite res peragetur, si vna obseruatio fiat post meridiem, & dua ante meridiem, vel vna ante meridiem, & dua post, vt diximus.

Instrumentum, quo simul vmbra, & altitudo Solis deprehendatur.

5. QVONIAM vero in qualibet obseruatione vmbra statim accipienda est altitudo Solis, ne aliqua mora inter vmbra obseruationem, & altitudinem Solis accipiendam interponatur, construemus cum Petro Nonio lib. 2. de Nauigatione cap. 6. instrumentum, quo eadem opera, & vmbra & altitudo Solis obseruetur: hoc scilicet modo. In quadrata aliqua tabella plana ABCD, describatur quadrans BF, ex E, diuidaturque in 90. gradus, initio facto à B; & per F, agatur FH, lateri quadrati CD, parallela. Et in semidiametro EF, ipsi quadrata tabella insistat ad angulos rectos norma, siue triangulum rectangulum EFG, cuius duo latera EF, FG, aqualia sint, & hypothenusa EG. Poterit autem triangulum hoc ita accommodari, vt deprimi possit, & eleuari, ita tamen, vt eleuatum semper rectum sit ad quadratum ABCD. Atque vt minus graue, aut ponderosum fiat instrumentum, excidenda erunt partes superflua intra quadrantem EBF, & extra: Item partes interiores trianguli EFG; ita vt intacta relinquantur arcus BF, recta FH, & hypothenusa EG. Iuxta latus quoque triã guli GF, appendi potest filum cum perpendiculo, vt facile planum, supra quod statuendum est

dum est instrumentum pro obseruatione, vel certe ipsum saltem quadratum ABCD, Horizonti parallelum possit constitui.

VSVS huius instrumenti hic est. Posito instrumento in plano Horizontali, (quod tum demum factum erit, quando filum perpendiculi lateri GF, adhaerebit) vergenteque triangulo EFG, versus Solem, vertatur hinc inde, donec vmbra lateris FG; rectos cum quadrato ABCD, angulos facientis, cadat praecise in rectã FH. Tunc enim recta iuxta latus CD, in plano, supra quod positum est instrumentum, descripta ipsi CD, parallela, vmbram indicabit: vmbra autem EH, proiecta ab hypothenusa EG, abscindet arcum BI, altitudinis Solis supra Horizontem. Cum enim latus FG, ad tabellam ABCD, sit rectum, erit per defin. 3. lib. 11. Eucl. angulus GFH, rectus. Quia igitur duo latera GF, FH, trianguli FGH, aequalia sunt duobus lateribus EF, FH, triãguli EFH, angulosque continent rectos; a aequales erunt bases GH, EH, & anguli GHF, EHF. Est autem GHF, angulus altitudinis Solis supra Horizontem, cum recta HF, HG, productae intercipiant in Verticali per Solem ducto arcum inter Solem, atque Horizontem. Igitur & EHF, angulus erit altitudinis Solis, b cui cum sit aequalis alternus BEH, in centro, erit quoque BEH, angulus altitudinis Solis, ideoque arcus BI, eandem altitudinem metietur. quod est propositum.

Vsus instrumẽti.

a. 4. primi.

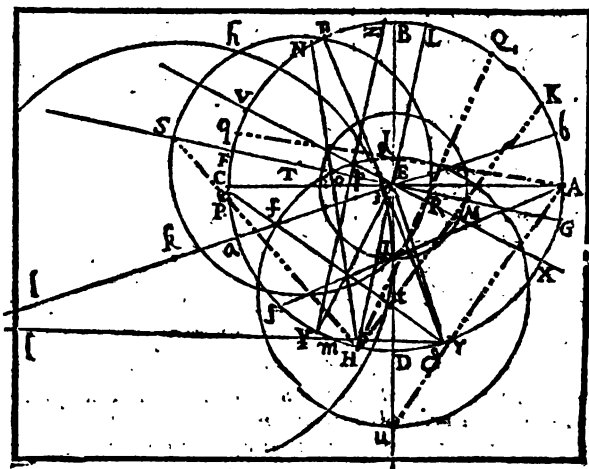
b. 29. primi.

NON debet autem instrumentum eiusmodi esse nimis magnum, quia extremitas vmbrae EH, ab hypothenusa proiectã quasi euanesceret in plano ABCD, ob nimiã distantiam hypothenusae ab eodem plano: sed mediocrem quandam magnitudinem habere debet, vt vmbrã extremum facile discerni queat: Id quod vsus atque experientia te docebit.

CANON XIII.

ALTITVDINEM Poli cuiusuis oppidi, lociue, hoc est, eius latitudinem, distantiamue ab Aequatore; longitudinemque, id est, distantiam ab insulis Fortunatis, explorare.

Altitudinem poli reperire per vnam obseruationem, quando declinatio Solis, & situs lineæ meridianæ dantur.

1. QVANDO declinatio Solis eo die, quo altitudo poli inquiritur, cognita est, & situs lineæ meridianæ notus, inueniemus altitudinem poli per vnam obseruationem hoc modo. In plano Horizonti parallelo descriptus sit circulus ABCD, ex centro E, & linea meridiana BD, per centrum extensa. Obseruata vmbra FG, & altitudine Solis FN, erigatur ad FG, perpendicularis EH; ductoque radio HN, secante FG, in O, loco Solis tempore obseruationis, numeretur complementum declinationis, quando Sol borealis est, vel quando est australis, arcus ex quadrante, & declinatione conflatus, à puncto N, in vtramque partem vsque ad P, Q, ductisque radijs HP, HQ, secantibus FG, in S, R, describatur circa RS, ex medio eius puncto T, circulus SIR, referens in sphæra parallelum circa centrum Solis ad interuallum complementi declinationis descriptum, ac proinde per polum mundi incedentem. Vbi enim circulus hic ex parte boreali meridianam lineam intersecat, vt in I, puncto, quod nobis in F, inter Solem, & centrum E, constitutis ad dextram iacet, si obseruatio fit ante

meridiem, vel ad sinistram, si post meridiem obseruatio fit, ibi polus boreus apparens erit. Ducta igitur ad meridianam lineam diametro perpendiculari AC, si ducatur ex A, per I, polum visum radius AIf, erit arcus Df, altitudo poli, cũ ei respondeat arcus visus Meridiani ID, inter Horizontem ac polum; & arcus fC, complementum altitudinis poli, cum ei respondeat arcus Meridiani EI, apparens inter verticem & polum, vt ex iis liquet, quæ lib. 2. propos. 1. demonstrata sunt.

SI forte accidat, circulum circa Solem descriptum ad interuallum complementi declinationis, meridianam lineam contingere, quod solum accidere potest hora 6. ante, vel post meridiem, (vt si vmbra fuisset ab, altitudoque Solis a e; erecta E g, ad a b, perpendiculari, ductoque radio ge, secante a b, in f, numerandum esset complementum declinationis ex e, vsque ad m, n, vt radii gm, gn, diametrum il, abscinderent circuli h i, cuius centrum k, meridianam lineã tangen-

tangentis in I.) erit ipsum punctum contactus, polus borealis: quia cum quicunque circulus ex quolibet puncto circuli horæ 6. per polum descriptus Meridianum tangat in polo; propterea quod circulus horæ 6. ad Meridianum rectus est; fit vt circulus ex centro Solis in circulo horæ 6. existente, tanquam polo, ad interuallum complementi declinationis descriptus, tangat Meridianum in polo, cum necessario per polum transeat, propter interuallum complementi declinationis.

ACCIDIT interdum, quando Sol borealis est, circulum circa centrum Solis, vt polum, ad interuallum complementi declinationis descriptum, secare Meridianum duobus in punctis vltra verticale punctum versus boream. Quando igitur distantia Solis à Meridiano maior est sex horis, erit intersectio minus borealis, polus boreus; si autem distantia minor est, intersectio borealior polus boreus erit: quia in priori casu, circulus horarius per Solem, & polum ductus facit cum Meridiano versus austrum angulum obtusum, qualis est ille, quem circulus maximus in sphœra per Solem & intersectionem minus borealem ducitur; in posteriori vero casu, circulus horarius per Solem, ac polum ductus facit cum Meridiano versus austrum angulum acutum, qualis est ille, quem circulus maximus in sphœra per Solem, & intersectionem borealiorem ducitur; propterea quod duo circuli maximi per Solem, & duas illas sectiones ducti efficiũt triangulum Isosceles, cuius duo anguli ad basem acuti sunt. quæ omnia in sphęra materiali perspicua sunt.

SI vero ignoretur, num distantia Solis à Meridiano maior sit sex horis, an minor, facienda erit alia obseruatio. Punctum enim meridianæ lineæ, in quo circulus in posteriori obseruatione circa Solem, vt polum, ad interuallum complementi declinationis descriptus, circulum prioris obseruationis secat, polus borealis erit. Posterior enim circulus priorem necessario in Meridiano intersecabit, cum vterque per polum incedat; neque vero posterior per vtramque intersectionem prioris cum Meridiano transibit, sed per vnam duntaxat; alias essent duæ lineæ rectæ in sphæra ex centro Solis in priori obseruatione ad duas illas intersectiones ductæ æquales duabus rectis ex centro Solis in posteriore obseruatione ad easdem duas illas intersectiones emissis.[a] quod absurdum est. Legatur, si placet, caput 13. lib. 2. Petri Nonii de Nauigatione, vbi omnes hi casus fusius demonstrantur.

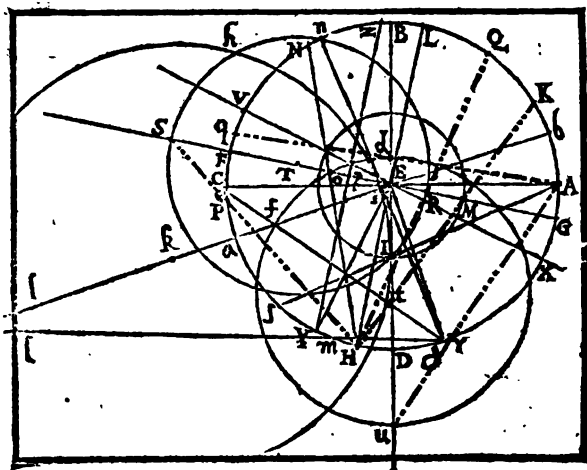
a. 7. primi.

2. QVANDO autem situs lineæ meridianæ ignoratur, reperiemus poli altitudinem, lineamque meridianam ex data Solis declinatione per duas obseruationes, hac ratione. Ex duabus vmbris a b, FG, & altitudinibus Solis a e, FN, inueniatur polus borealis I, in intersectione circulorum hiI, SIR, vt in præcedente Can. Num. 4. factum est. Ducta enim recta IE, erit linea meridiana, ad quam si excitetur diameter perpendicularis AC, & ex A, radius egrediatur per polum I, erit arcus Df, altitudo poli, & arcus Cf, eiusdem complementum, vt paulo ante dictum est.

Altitudinem poli, & lineã meridianam per duas obseruationes ex sola declinatione Solis cognita inuestigare.

3. QVANDO denique & situs lineę meridianæ, & Solis declinatio ignoratur, explorabimus eandem altitudinem poli, vna cum declinatione Solis, ideoque & cum eius loco in Ecliptica, & situ lineæ meridianæ, per tres obseruationes, hoc modo. Ex tribus vmbris a b, FG, VX, & altitudinibus Solis a e, FN, VZ, inquiratur t, centrum circuli per tria centra Solis f, O, p, descripti, vt in Can. antecedente Num. 5. factum est. Ducta namque recta tE, meridiana linea erit, ad quam si erigatur diameter AC, perpendicularis, & ex A, per d, u, intersectiones meridianæ lineæ cum circulo fOp, parallelum Solis repræ-

Altitudinẽ poli, lineã meridianã, & declinationem Solis per tres obseruationes exquirere.

ſentante, vt Num. 5. præcedentis Can. diximus, radii emittantur, ſecabitur circulus ABCD, in q, r, extremitatibus veræ diametri paralleli Solis per viſam diametrum d u, repræſentatæ, vt conſtat, ſi A, ponatur in Nadir, & circulus ABCD, ad Horizontem intelligatur rectus. Diuiſo igitur arcu q r, biſariam

in ſ, erit ſ, polus mundi verus, & radius emiſſus A ſ, indicabit eundem polum apparentem in I. Igitur, vt prius, arcus Dſ, altitudinem poli, & arcus Cſ, eiuſdem complementum metietur. Arcus denique ſq, vel ſ r, erit complementum declinationis Solis, ſiue paralleli Solis, cuius diameter vera eſſet recta q r, ducta.

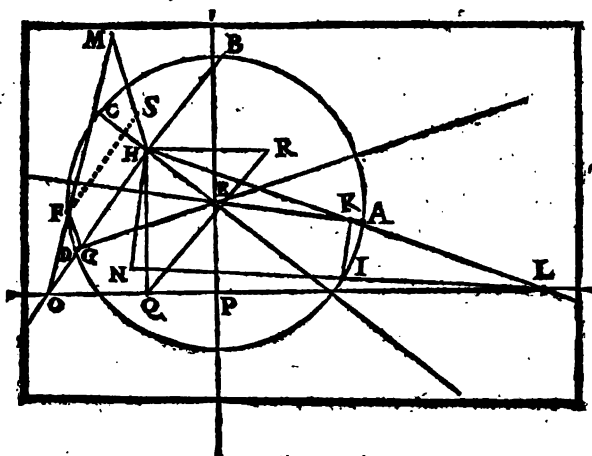
Longitudines locorum per eclipſes lunares quo pacto explorentur.

4. IAM vero nulla adhuc certior via eſt ab Aſtronomis inuenta ad longitudines locorum explorandas, quàm per Eclipſes Lunares, quæ eiuſmodi eſt. Obſeruetur à pluribus Aſtronomis in inſulis Fortunatis, à quibus longitudines locorum incipiunt, & in aliis locis orientalioribus initium alicuius lunaris Eclipſis, & eodem temporis momento per altitudinem ſtellæ cuiuſpiam hora à mer. vel med. noc. inquiratur per ea, quæ Can. 8. ſcripſimus. Nam ſi horam, qua Eclipſis apud inſulas Fortunatas incipit, detraxeris ex hora, qua eiuſdem Eclipſis initium in quauis ciuitate orientaliori conſpectum fuit, & reliqui numerum horarum ad gradus reduxeris, reliqui erunt gradus longitudinis illius ciuitatis orientalioris, hoc eſt, quibus illa orientalior ab inſulis Fortunatis verſus ortum recedit. Vt ſi u. g. in Fortunatis inſulis Eclipſis quæpiam Lunaris incipiat hora 11. min. 15. poſt meridiem, & Romæ hora 1. min. 41. poſt med. noc hoc eſt, hora 13. min. 41. poſt meridiem, detrahemus hor. 11. min. 15. ex hor. 13. min. 41. eruntque reliquæ horæ 2. min. 26. quæ efficiunt grad. 36. min. 30. Tantam ergo pronunciabimus eſſe longitudinem Romanæ vrbis, id eſt, Meridianum Romanum à Meridiano inſularum Fortunatarum orientẽ verſus diſtare grad. 36 min 30. qui quidem gradus inter vtrumque Meridianum in Aequatore numerantur. Sed hac de re plura in Coſmographia reperies.

SCHO-

SCHOLIVM.

1. *IN scholio 2. propos. 28. lib. 1. Gnomonices ostendimus, qua ratione altitudo poli ex Analemmate per duas obseruationes eliciatur, etiamsi declinatio Solis data non sit, dummodo meridianæ lineæ situs non ignoretur. Quare eam hoc loco repetere necesse non est, cum ex illo scholio addisci possit: sed contenti erimus eandem poli altitudinem per tres obseruationes explorare, etiamsi neque declinatio Solis, neque lineæ meridianæ positio cognita sit.*

Altitudinis poli inuentio ex Analẽmate per duas obseruationes, etiamsi declinatio Solis ignoretur, dummodo situs meridianæ lineæ detur.

2. *PER tres ergo vmbras DE, CE, AE, in Horizonte, & tres altitudines Solis DF, CB, AI, quarum duæ obseruatæ sint ante meridiem, & tertia post, vel contra, vt in 1. figura scholij præcedentis Can. apparet, reperiatur OL, communis sectio plani Horizontis, ac paralleli Solis, vt Num. 2. scholij præcedentis Can. 12. factum est. Nam perpendicularis PE, dabit lineam meridianam, vel etiam quæcunque alia perpendicularis HQ: Et si agatur HR, ipsi OP, parallela, vel ad meridianam lineam perpendicularis, ipsique HB, æqualis, iungaturque recta QR; erit QRH, angulus altitudinis poli. Nam si triangulum QHR, cogitetur rectum ad Horizontem super rectam HQ, existet Solis centrum in R, eo tempore, quo vmbra CE, & altitudo Solis CB, obseruata fuit. Cum ergo parallelus Solis per OL, transeat, transibit quoque per rectam RQ, ita vt RQ, sit communis sectio eiusdem paralleli, ac Meridiani. Quapropter RQH, angulus erit complementi altitudinis poli, quem nimirum Aequatoris, eiusque parallelorum plana cum Horizonte efficiunt; atque idcirco QRH, angulus erit altitudinis poli.*

Altitudinem poli, lineamq; meridianã per tres obseruationes cognoscere, licet declinatio Solis sit ignota.

3. *EADEM altitudo poli siue borealis, siue australis, sine vlla descriptione figuræ, interdiu ex altitudine meridiana, ac declinatione cognita, noctu vero ex meridiana altitudine cuiuslibet stellæ, & declinatione percepta, facili negotio reperiri poterit, si prius doceamus, quo pacto cognosci possit, num vertex capitis, vel polus Horizontis sit inter polum arcticum, & Solem, stellamue in Meridiano positam, an vero Sol ipse, stellaue,*

laue, cum Meridianum possidet, iaceat inter polum arcticum, & verticem loci: quod ita planum fiet. Quando constat, in quam partem Septentrio vergat, vel auster, (quod beneficio acus Magnete illita dicto citius cognosci potest) facile id, quod propositum est, percipietur. Nam si umbra corporum, cum Sol maximam habet altitudinem, proijciantur in Septentrionem, vel si nobis conuersis in austrum, altitudo maxima stellae obseruanda sit, constitutus erit uertex loci inter polũ arcticum, & Solem, stellamue. Si autem umbra corporum in austrum proijciantur, Sole maximam habente altitudinem, vel si altitudo maxima stellae, nobis in Septentrionem conuersis, obseruanda sit, Sol, vel stella inter polum arcticum, & verticem loci reperietur. At si ignoretur, quae ex parte septentrio sit, aut Meridies, si conuersa facie ad Solem, vel stellam, quando a vertice prope abest, viderimus Solem, vel stellam cum mundo ab ortu in occasum circumuolui a sinistra versus dextram, existet vertex loci inter polum arcticum & Solem, vel stellam; si vero a dextra versus sinistram, Sol vel stella inter arcticum polum, & verticem loci constituetur.

An vertex loci sit inter polum arcticum & Solē vel stellā in Meridiano positam, an vero Sol, vel stella in Meridiano posita sit inter polum arcticum & verticem loci, quo pacto cognoscatur.

Altitudo poli, quo pacto ex declinatione Solis, vel stellae, altitudineque meridiana venanda sit.

4. ITAQVE si declinatio Solis, vel stellae, quando borealis est, dematur ex quadrante inter polum arcticum, & Aequatorem intercepto, vel quando australis est, ad eundem quadrantem adijciatur, relinquetur; vel conflabitur distantia Solis, stellaue a polo arctico. Obseruata igitur circa meridiem aliquoties altitudine Solis, aut stellae, donec deprehendatur maxima, complementum maximae altitudinis deprehensae (Quod si adsit linea meridiana, habebit Sol maximam altitudinem, siue meridianam, quando umbra styli in meridiana linea collocati in ipsam lineam meridianam proijcitur: stella vero altitudem meridianam, vel maximam obtinebit, quando in Meridiano existit; quod tum fiet, si planum ad Horizontem in meridiana linea rectum per stellam transibit, si producatur) ex inuenta distantia Solis, stellaue à polo arctico auferatur, si vertex loci inter astrum, & polum arcticum extiterit, vel addatur ad eandem distantiam, si astrum extiterit inter verticem loci, & polum mundi arcticum. Nam relictus numerus, vel conflatus distantiam verticis loci à mundi polo arctico indicabit. Quae distantia si reperta fuerit aequalis quadranti, erit verticale punctũ in Aequatore, nullaque erit poli altitudo supra Horizontem. Si vero minor quadrante fuerit inuenta, detracta ea ex quadrante, reliqua fiet altitudo poli borealis: si denique quadrante maior extiterit, ablato quadrante ex ea, altitudo poli australis fiet reliqua, ut facile intelligetur, si sphaera materialis adhibeatur.

SI Sol, vel stella reperta fuerit in vertice loci, hoc est, maxima eius altitudo deprehensa fuerit grad. 90. erit ipsamet declinatio Solis, vel stellae, altitudo poli supra Horizontem, borealis quidem, si declinatio fuerit borealis, australis vero, si australis.

RVRSVS si Sol, vel stella in locis borealibus neque oriatur, neque occidat (quod in Sole contingere potest, quando in signis borealibus versatur, & loci vertex est inter polum borealem, & circulum arcticum) habebit intra spatium 24. horarum duas altitudines meridianas, unam maximam, & minimam alteram. Ex maxima reperietur poli arctici altitudo, ut dictum est: ex minima vero hoc modo. Distantia Solis, stellaue à polo arctico inuenta, ut ad initium huius Num. 4. diximus, adijciatur ad minimam altitudinem. Conflatus enim numerus dabit altitudinem poli arctici. Eadem ratione, si Sol. vel stella in locis australibus neque oriatur, neque occidat, (quod in Sole contingere potest, quando australia signa percurrit, & vertex loci inter polum australem, & circulum antarcticum existit) habebit intra spatium 24. horarum duas meridianas altitudines, maximam unam, & alteram minimam. Ex maxima eruetur poli antarctici altitudo, ut initio huius Num. 4. praecepimus: ex minima vero hac ratione. Distantia Solis vel stellae à polo antarctico (quae habetur, si eius distantia à polo arctico inuenta, ut supra traditum est, ex semicirculo, vel eius declinatio australis

ex qua-

ex quadrante detrahatur) adiungatur ad minimam altitudinem. Conflatus enim numerus latitudinem poli australis exhibebit.

DENIQVE si quando acciderit, altitudinem Solis aut stella per aliquod temporis spatium neque augeri, neque minui, altitudo poli grad. 90. continebit, hoc est, in ipso loci vertice polus collocatus erit; borealis quidem, si declinatio Solis, stellaua fuerit borealis; australis vero, si australis.

Aliter.

5. IDEM alia ratione nonnihil diuersa assequemur, hac videlicet. Distatur primum, vbi sit, plus minus, pars mundi septentrionalis, & vbi australis: quod facile nos acus Magnete illita edocet. Quod si eiusmodi acu careamus, circa meridiem, hoc est, quando propemodum Sol, vel stella maximam obtinet altitudinem, faciem nostram ad Solem vel stellam conuertemus. Et si quidem moueri cernetur à sinistra in dextram, dorsum nostrum in partem septentrionalem, & facies in australem verget; Si vero à dextra in sinistram, è regione nostra sita erit pars Septentrionalis, & australis in parte opposita.

Vbi sit pars septentrionalis, & australis, quo pacto deprehendatur.

HOC cognito, maximam Solis, vel stellæ altitudinem obseruabimus. Eius complementum, si vmbra corporum ad eandem partem proijciatur, in quam astrum declinat. (In stella, quoniam vmbram non proijcit, sumemus pro vmbra radium visualem ab oculo ad stellam ductum) declinationi adiectum conficiet altitudinem poli eiusdem nominis cum declinatione, hoc est, arctici, si tam vmbra, quam declinatio est borealis, antarctici vero, si australis. At si corporum vmbra in cotrariam proijciantur partem, id est, in septentrionem, si declinatio est australis, vel in austrum, si septentrionalis; si quidem complementum maxima altitudinis declinationi deprehensum fuerit æquale, existet vertex loci sub Aequatore, nullamque polus altitudinem habebit: Si vero complementum maximæ altitudinis minus repertum fuerit declinatione, detracto illo ex hac, reliqua fiet altitudo poli eiusdem nominis cum declinatione, hoc est, arctici, si declinatio est borealis, antarctici vero, si australis: si denique complementum maximæ altitudinis declinatione extiterit maius, erit eorum differentia altitudo poli oppositæ denominationis cum declinatione, nimirum antarctici, si declinatio est borealis, arctici vero, si australis.

QVANDO Sol, vel stella declinatione caret, complementum maximæ altitudinis dabit altitudinem poli eiusdem nominis cum vmbra, nimirum arctici, si vmbra est septentrionalis, antarctici vero, si australis.

QVANDO denique Sol, vel stella in vertice loci extiterit, ipsa declinatio, si quam habet, erit poli altitudo eiusdem nominis cum declinatione, arctici videlicet, si declinatio est borealis, antarctici vero, si australis.

6. QVANDO constat, polum arcticum supra Horizontem eleuari, solent Astronomi hac facili via eius altitudinem indagare. Sole, vel stella declinatione carente, complementum altitudinis meridianæ exhibet altitudinem poli arctici. Existente autem declinatione boreali, & astro vergente à vertice in austrum, arcus ex declinatione, & complemento meridianæ altitudinis conflatus altitudinem arctici poli manifestat: Declinatione vero australi existente, detracta ea ex complemento altitudinis meridianæ, reliquus arcus altitudinem poli borealis metitur. Quod si astrum à vertice loci tendat in boream, complementum altitudinis meridianæ ex declinatione boreali detractum reliquam facit altitudinem poli borealis. Denique Sole, aut stella neque oriente, neque occidente, ita vt duas altitudines meridinas habeat, si quidem in maxima vergat a vertice versus boream, semissis aggregati ex vtraque altitudine meridiana altitudinem poli borealis indicat: si vero astrum in maxima altitudine a vertice in austrum tendat, detracta ea ex semicirculo, semissis aggregati ex residuo, & minima altitudine est ipsa poli arctici altitudo.

Aliter & facilius, si cõstet polũ arcticũ eleuari supra Horizontẽ.

NON aliter agemus in regionibus australibus, si ea, quæ de declinatione, & parte boreali dicta sunt, ad declinationem, ac partem australem transferantur, & contra.

CANON XIIII.

IN quacunque orbis parte versemur, etiam in mari, quanam in Zona, & climate constituti simus, cognoscere.

In quanam Zona datus locus collocetur, cognoscere.

1. HVNC Canonem, nisi ab omnibus scriptoribus Astrolabii positus esset, nullo modo explicarem, cum nihil noui contineat, sed solum requirat inuentionem poli in eo loco, in quo sumus. Inuenta namque per Canonem *13*. vel eius scholium, poli altitudine, siue latitudine loci, si ea minor fuerit, quam grad. 23. min. 30. locus in Zona torrida situs erit; & si latitudine careat, verticem sub ipso Aequatore habebit, hoc est, in medio Zonæ torridę iacebit. Si autem latitudo contineat præcise grad. 23. min. 30. collocabitur præcise vel sub tropico ♋, vel sub tropico ♑, prout locus borealis est, vel australis, hoc est, iacebit in fine torridæ Zonæ, & in principio temperatæ. At si latitudo maior sit, quam grad. 23. min. 30. minor autem quam grad. *66*. min. 30. situm habebit in temperata Zona, vel boreali, vel australi, prout locus in boream, vel in austrum declinat. Quod si latitudo loci præcise complectatur grad. *66*. min. 30. positus erit sub circulo arctico, vel antarctico, hoc est, collocabitur in fine Zonæ temperatę, & in principio frigidæ. Si denique loci latitudo maior fuerit, quam grad. 66. min. 30. situs eius reperietur in Zona frigida; & si latitudo contineat grad. 90. verticem sub ipso habebit polo, mediumque Zonæ frigidæ occupabit.

In quonam climate datus locus collocatus sit, percipere.

EADEM altitudo poli inuenta docebit, quonam in climate locus, in quo sumus, collocetur. Nam si inuenta altitudo poli quæratur in tabula climatum, quam ad calcem cap. *3*. sphæræ secundum recentiores copiosissimam descripsimus; si quidem præcise reperiatur, illico constabit, in cuiusnam climatis initio, vel medio, vel fine locus noster situs sit. Si vero præcise non inueniatur, intelligemus ex altitudine poli in tabula descripta, quæ a nostra altitudine minus differt, prope cuius climatis principium, vel medium, finemue versemur. Verbi gratia. Nauigans quispiam delatus sit ad portum Mozambique in Africa orientali. Et quoniam deprehenditur latitudo australis grad. ferme 15. dicemus eum versari prope medium primi climatis australis, cum clima 1. in medio altitudinem poli australis habeat grad. *16*. min. *43*. Rursus delatus quispiam sit ad insulas Orcades vltra Scotiam. Et quia latitudo earum insularum complectitur propemodum grad. *61*. min. 50. pronunciabimus eas iacere in climate 13. septentrionali, & quidem prope eius finem, ac proinde iuxta principium climatis *14*. cum altitudo poli in fine climatis 13. & principio *14*. gradus *61*. min. *53*. complectatur.

CANON XV.

DISTANTIAM duarum quarumlibet ciuitatum in terra, vel stellarum in cælo, quarum longitudines, la-

titu-

titudinesque cognitæ sint, dimetiri, hoc est, arcum circuli maximi per eas descripti inuestigare.

DISTANTIA hæc sumenda est penes arcum circuli maximi inter duo loca terræ, vel duas stellas, interceptum, quod is minor sit omnibus arcubus circulorum non maximorum per eadem loca descriptorum, vt in Cosmographia demonstratum est.

Duorum locorũ in terra sub Aequatore positorũ distantiam itinerariã exquirere.

1. QVANDO igitur duo loca sub Aequatore sita sunt, hoc est, latitudine carent, detracta minore longitudine ex maiore, reliqua erit differentia longitudinis, eademque distantiam quæsitam metietur.

Duorum locorũ eiusdem longitudinis distantiam metiri.

2. QVANDO vero duo loca eandem habent longitudinem, hoc est, sub eodem semicirculo Meridiani inter duos mundi polos interiecto sita sunt, & vterque in boream, vel in austrum vergit; detracta minore latitudine ex maiore, reliqua erit differentia latitudinum, eademque quæsitam distantiam metietur. Quod si vnus locorum in boream vergat, & alter in austrum; addita latitudine vna ad alteram, conflabitur arcus Meridiani quæsitam distantiam metiẽs. Denique si vnus locorum sit sub Aequatore, & alter siue in boream, siue in austrum vergat, metietur ipsamet latitudo posterioris loci distantiam, quæ desideratur.

Duorum locorũ differentiã longitudinum grad. 180. habentium, distantiam reperire.

3. QVANDO duo loca differentiam longitudinũ habent grad. 180. hoc est, sub diuersis semicirculis eiusdẽ Meridiani locantur, & vterque in boream, vel austrum tendit, detracto aggregato latitudinum ex semicirculo, reliquus fiet arcus Meridiani distantiam, quam quærimus, metiens. Quod si locorũ vnus in boream, & in austrum alter deflectat ab Aequatore; differentia latitudinum ex semicirculo subtracta relinquet arcum Meridiani, qui quæsitam distantiam metietur: vel arcus Meridiani ex latitudine alterutrius loci, & complemento latitudinis loci alterius, ac quadrante, qui inter polum, & Aequatorem ponitur, conflatus distantiam desideratam metietur, si semicirculo minor est: si vero semicirculum superet, detracto eo ex integro circulo, reliquus arcus metietur distantiam locorum. Denique si alteruter locorum sub Aequatore, iaceat, latitudo alterius ex semicirculo detracta relinquet arcum Meridiani, qui distantiam, quam inquirimus, metietur.

Duorum locorũ diuersarum longitudinum, latitudinumque distantiam, inuestigare.

4. QVANDO denique duo loca nullo predictorum modorum se habent, siue alteruter sub Aequatore sit positus, siue neuter, & siue eandem habeant latitudinem, siue non, explorabimus eorum distantiam hoc modo. Sit in Astrolabio Aequator ABCD; centrum E; duæ diametri sese ad angulos rectos secantes AC, BD, quarum AC, Meridianũ referat per insulas Fortunatas ductũ, à quibus longitudines locorum incipiunt. Proposita aũt sint duo loca, prioris quorũ longitudo sit grad. 60. & latitudo borea grad. 30. posterioris aũt lõgitudo cõplectatur grad. 150. & latitudo borea grad. 60. Supputẽtur lõgitudines ab A, versus B, hoc est, ab occasu ortũ versus, vsq; ad F, G, ducanturq; diametri FE, GE, referẽtes Meridianos per data loca transeuntes. Rursus numerentur latitudines à B vsq; ad L, G: Ductis autẽ radijs AL, AG, secãtibus BE, in M, N, describantur ex E, per M, N, paralleli latitudinũ secantes Meridianos FE, GE, in P, eritq; P, I, situs prioris loci, & I, posterioris. Si igitur per propos. 13 lib. 2, circulus maximus per loca P, I, describatur, metietur arcus PI, eorum distantiã. Inuento ergo eius circuli polo O, vt lib. 2, prop. 8. Num. 17. docuimus, abscindent emissæ rectæ OP, OI, arcum Aequatoris QR, arcui PI, æqualem. Quot ergo gradus in arcu QR,

continentur, tot gradibus vnus locus ab altero distabit. Ita autem per P, I, circulum maximum describemus, eiusque polum reperiemus. Ducta recta EK, ad FE, perpendiculari, (potuisset quoque duci perpendicularis ad GE, sed eligenda potius est recta FE, per punctum P, a centro E, remotius ducta. Ita enim punctum ipsi P, oppositum minus distabit à centro, quam punctum ipsi I, oppositum) ducatur ex K, per P, recta KPB, ad quam perpendicularis excitetur KD, (quod fiet, si arcui FB, arcum gD, æqualem sumemus, &c.) secans FE, productam in H: eritque punctum H, ipsi P, oppositum, vt ex iis liquet, quę lib. 2. propof. 6. Num. 17. scripsimus. Si igitur per tria puncta P, I, H, circulus describatur ex centro X, quod erit in recta f X, secante PH, in f, bifariam, & ad angulos rectos; erit ille maximus, cum per puncta P, H, per diametrum opposita transeat. Iam vero ducta ex centro X, per E, recta XE, secante descriptum circulum in c, erectaque ad XE, perpendiculari, vel quod idem est, iuncta recta YZ, (hæc enim ad XE, perpendicularis erit: Transibit namque per E, centrum, cum sit diameter circulorum maximorum, [a] sese in Y, Z, secantium bifariam. Quare recta XE, secabit ipsam YZ, bifariã in centro E; [b] ac proinde & ad rectos angulos) emittatur ex Y, per c, recta secãs Aequatorem in T, sumaturque arcus TV, quadranti æqualis, (accipiendus autem est quadrans TV, versus eã partem, versus quam ductus radius YV, rectam XE, secet intra Aequatorem.) Radius enim YV, secabit rectã XE, quę Meridianũ circuli PIH, repræsentat, in O, polo circuli PIH, vt lib. 2. propof. 8. Num. 17. demonstrauimus.

a 11. 1. *Theod.*

b 3. *tertij.*

5. EANDEM hanc distantiam breuius cognoscemus, etiamsi circulum maximum per data loca non describamus, &c. si, ducta recta PI, inquiramus per ea, quæ lib. 2. propof. 18. Num. 3. tradita sunt à nobis, quantinam arcus circuli maximi chorda sit. quod sic fiet. Inuento puncto H, quod loco P, remotiori à centro E, opponitur, iungatur recta HI, angulusque PIH, bifariam secetur per rectam I a, secante PH, in a, puncto, per quod describendus esset circulus non maximus per punctum I, transiens, circa polum P, vt lib. 2. propof. 18. Num. 3. ostendimus; adeo vt arcus P a, circuli maximi PEH, per polum E, ducti, æqualis sit arcui circuli maximi per P, I, descripti inter P, H, intercepto, cum ambo ex polo P, in circumferentiam circuli non maximi per a, I, circa polũ P, descripti cadant. Excitata igitur EK, ad PH, perpendiculari, abscindet radii KP, Ka, ex Aequatore arcum BS, tot graduum, quot arcus P a, ac proinde & arcus circuli maximi à recta PI, subtensus, complectitur.

Aliter, etiamsi per data loca circulus maximus non describatur.

stitur: eritque arcus hic B S, priori arcui Q R, inuento æqualis, si erratum non sit.

6. SIT rursum locus, cuius longitudo grad. 150, & latitudo borea grad. 60, & alius locus, cuius longitudo grad. 240. & latitudo australis grad. 30. compleatur. Numeratis longitudinibus ab A, versus B, vsque ad G, g. erunt ductæ rectæ GE, gE, Meridiani datorum locorum. Sumpta quoque prioris loci latitudine borea BG, emissoque radio AG, secante BD, in N, describatur ex E, per N, parallelus illius latitudinis secans Meridianum GE, in I; eritque I, situs prioris loci. Et si accipiatur loci posterioris latitudo australis Dd, emittaturque radius A d, secans BD, in b, ac denique ex E, per b, describatur parallelus huius latitudinis secans Meridianum g E, in H, erit posterioris loci situs in H. Igitur si per I, H, circulus maximus describatur, (inuento nimirum prius puncto P, opposito ipsi H, &c.) eiusque polus reperiatur O, dabunt emissi radii ex O, per I, H, in Aequatore arcum R e, arcui IH, distantiam locorum I, H, metienti æqualem.

VEL breuius, vt Num. 5. sic etiam agemus, sine descriptione circuli per loca I, H. Inuento puncto P, opposito ipsi H, ductisque rectis HI, PI, secetur angulus PIH, bifariam per rectam Ia, secantem PH, in a, puncto, per quod describendus esset circulus non maximus per punctum I, transiens, circa polum H, vt lib. 2. propos. 18. Num. 3. ostendimus; adeo vt arcus Ha, Meridiani HP, æqualis sit arcui circuli maximi per H, I, descripti inter loca H, I, intercepto, cum ambo ex polo H, in circumferentiam circuli non maximi per a, I, circa polum H, descripti cadant. Erecta igitur EK, ad HP, perpendiculari, abscindent radij KH, Ka, ex Aequatore arcum DS; tot graduum, quot in arcu Ha, ideoque & in arcu maximi circuli à recta HI, subtenso continentur: eritque arcus hic, si erratum non sit, æqualis omnino priori arcui inuento eR.

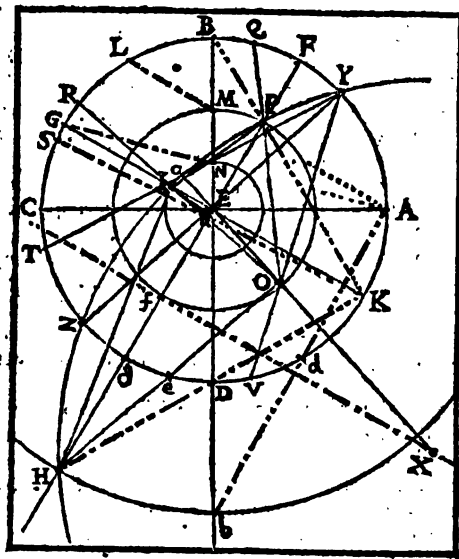
HAC arte distantiam quorumlibet duorum punctorum in sphæra datorum, quam arcus circuli maximi per ea descripti metitur, reperies, siue ambo in boream vergant ab Aequatore, siue in austrum, & siue vnum in boream, & alterum in austrum tendat: & siue vtrumque in eodem parallelo Aequatoris positũ sit, siue non; siue denique vnum sit in Aequatore ABCD, & alterum ab illo vel in boream, vel in austrum declinet.

Distantia inter locum borealem & australem, quo pacto commodius reperiatur.

7. QVONIAM vero loca australia minus exquisite in Astrolabio describuntur, quam borealia, quod parallelorum australium semidiametri inueniantur per radios ex A, emissos, qui valde oblique rectam BD, secant: quãdo vnus locorum australis est, & alter borealis, commodissime res peragetur, si pro loco australi accipiatur borealis per diametrum ei oppositus, quem videlicet Antipodes incolunt, & cuius latitudo borealis latitudini australi alterius æqualis est, longitudo vero à longitudine illius semicirculo differt: adeo vt si longitudo loci australis semicirculo minor est, ei addendus sit semicirculus, si vero maior; ab ea semicirculus demendus, vt vel confletur, vel relinquatur longitudo loci borealis oppositi. Nam si distantia inter datum locum borealem, & hunc alterum borealem australi oppositum inuenta ex semicirculo subtrahatur, reliqua fiet distantia loci dati borealis ab australi dato. Exempli causa. Si detur locus borealis I, cuius longitudo continet gradus 150. & latitudo grad. 60. & locus australis, cuius longitudo est grad. 240. & latitudo grad. 30. accipiemus pro hoc locum borealem P, cuius longitudo sit grad. 60. (quæ relinquitur, detracto semicirculo ex data longitudine grad. 240: quæ semicirculo maior est.) latitudo vero grad. 30. sicut & australis loci. Nam si distantia inter loca I, P. inuenta detrahatur ex semicirculo, reliqua erit distãtia loci I, à loco australi, qui

loco P, oppositus est. Cum enim circulus maximus in sphæra per loca P, I, descriptus transeat necessario per loca opposita, distetque locus P, a loco opposito per semicirculum; liquido constat, arcum illius circuli maximi inter P, & I, positum (id est, distantiam inter loca P, I,) ex semicirculo sublatum, relinquere arcum eiusdem circuli maximi inter locum I, & locum australem, qui loco P, opponitur, interiectum, qui quidem distantiam loci I, ab eo loco australi metitur. Ita vides in figura arcum PI, ex semicirculo PIH, detractum, reliquum facere arcum IH. Quod si locus australis datus habeat longitudinem grad. 40. & latitudinem grad. 50. sumendus erit locus borealis, cuius latitudo sit etiam grad. 50. longitudo autem grad. 220. quæ conflatur ex longitudine grad. 40. loci australis, (quæ semicirculo minor est.) & semicirculo.

Distantia inter duo australia loca, quo pacto ex oppositis locis borealibus inquirenda sit.

SIMILI modo, si duorum locorum australium distantia inuestiganda sit, inuenienda erit distantia duorum locorum borealium illis oppositorum, easdem videlicet latitudines cum illis habentium, longitudines autem ab illorum longitudinibus differentes semicirculo; quæ quidem obtinebuntur, si illis vel semicirculus adiiciatur, (si nimirum datæ longitudines semicirculo minores sunt vel (si maiores sunt semicirculo) ab eisdem semicirculus subtrahatur, vt dictum paulo ante est. Hæc enim distantia inuenta æqualis prorsus erit distantiæ datorum locorum australiũ. Aut certe in Astrolabio centrum E, accipiendum est pro polo australi, ita vt oculus collocetur in polo boreali. Hac enim ratione Astrolabium inter Aequatorem & centrum referet hemisphærium australe, & in eo omnia loca australia describentur, si eorum lõgitudines, vt a Geographis notatæ sunt, numerentur ab A, versus B, latitudines vero à B, versus C, vt paralleli latitudinum australium intra Aequatorem describantur, quemadmodum prius paralleli latitudinum borealium. id quod ad finem libri 2. monuimus.

Distantiam duarum stellarũ quarumlibet inuestigare.

8. STELLARVM fixarum distantiæ eadem prorsus ratione inuestigabuntur. Si namque in Astrolabio inueniantur loca quarumlibet duarum stellarum propositarum, vt lib. 2. propos. 11. Num. 2. 3. & 4. docuimus, & per ea loca circulus maximus describatur, cognoscemus magnitudinem arcus illius inter eadem loca interiecti, per radios ex eius polo per extrema puncta, hoc est, per eadem illa loca emissos. Vel si in recta, quæ a stella remotiore a centro Astrolabij per centrum ducitur, punctum reperiatur eidem stellæ remotiori oppositum, cognosce-

cognoscemus arcum, cuius chorda est recta inter easdem stellas collocata, vt lib. 2. propos. 18. Num. 3. tradidimus, atque paulo ante exemplum etiam positum est Num. 5. de recta PI, & Num. 6. de recta HI. Denique sicut duorum locorum in terra, ita quoque distantia duarum stellarum in cælo, si earum loca in Astrolabio reperiantur, vt propos. 11. lib. 2. tradidimus, inquirenda est.

SED vt facilius situs stellarum reperiamus pro earum distantiis eruendis, statuemus in figura huius Canonis circulum ABCD, non esse Aequatorem, sed Eclipticam, eiusq; polum borealẽ E; ita vt sphęrę circulos describamus in plano Eclipticæ ea forma, qua ex eius polo australi conspiciuntur. Ita. n. circuli longitudinum stellarum per polos Eclipticæ transeũtes proiicientur in rectas lineas per centrum E, ductas; & paralleli eiusdem Eclipticæ per stellas ducti in Astrolabio ex centro E, describentur, vt paralleli Aequatoris. Ex quo efficitur, locum cuiusuis stellæ per eius longitudinem latitudinemque non secus in Astrolabio reperiri posse, ac supra locus quicunque terræ in eodem inuentus fuit. Nam si v.g. stella quępiam habeat longitudinem à prima stella Arietis grad. 60. & latitudinem borealem grad. 30. numerabimus eius longitudinem ab A, versus B, vsque ad F. Recta enim FE, erit eius longitudinis circulus: Deinde eiusdem latitudinem boream supputabimus à B, vsque in L, vt per radium AL, resecetur semidiameter EM, paralleli per stellam transeuntis. Hic enim parallelus ex E, per M, descriptus, secabit FE, in P, loco stellæ. Eadem ratione reperietur I, locus stellæ longitudinem à prima stella Arietis habentis grad. 150. & latitudinem borealem grad. 60. & sic de cæteris.

IGITVR distantia stellæ P, à stella I, reperietur perinde, ac si P, & I, loca essent in terra descripta. Quod si duarum stellarum altera habeat latitudinẽ australem, reperiemus distantiam inter eius punctum oppositum, & alteram stęllam borealem, eãque ex semicirculo auferemus, vt distantia inter duas illas stellas reliqua fiat: quemadmodum supra de duobus locis terræ, quorum vnus borealis sit, & australis alter, diximus. Habebit autem punctum, quod stellæ latitudinis australis opponitur, æqualem latitudinem borealem, longitudinem autem eam, quæ conflatur vel ex additione semicirculi ad longitudinem australis stellæ, vel quæ relinquitur post detractionem semicirculi, si detrahi potest, vt de locis terræ Num. 7. dictum est. Sic etiam si offerantur duæ stellę latitudinũ australium, indagabimus distantiam duorum punctorum oppositorum. Hæc enim æqualis erit distantiæ inter oblatas duas stellas.

Quando alter locus, vel stella australis est, eandẽ distantiam inuenire, etiã si eius punctum oppositum non assumatur.

VERVM in scholio Canonis 22. distantiam eandem inuestigabimus, etiã si alter locorum, vel altera stellarum australis sit; vbi nimirum, quo pacto ex datis duobus trianguli sphærici lateribus, cum angulo ab eis comprehenso, tertium latus in Astrolabio sine calculo sinuum eruatur, docebimus: ita vt necesse non sit accipere locum per diametrum loco, vel stellæ australi oppositum.

SCHOLIVM.

Distantiam duorum locorum in terra ex Analemmate perscrutari.

1. PRAETER modum illum Francisci Maurolyci Abbatis, distantia duorum quorumlibet locorum ex Analemmate inuestiganda, quem in cap. 2. sphæræ, cum de officijs Meridiani circuli ageremus, exposuimus, & demonstrationibus confirmauimus Geometricis: qui quidem modus facillimus est, atque exquisitissimus: afferemus hoc loco alios duos æque fere faciles, quos Petrus Nonius lib. 2. de Nauigatione cap. 20. insinuat. Sed vt priorem demonstremus, ostendendum primum est, chordas arcuum duorum

rum

rum parallelorum inter duos Meridianos parallelas esse, ac proinde cum chordis arcuũ æqualium eorundem Meridianorum, quos prædicti paralleli abscindunt, constituere quadrilateram figuram in uno plano existentem. Secent namque se mutuo duo Meridiani ABC, ADC, in polis A, C, & recta BD, chorda sit arcus Aequatoris inter eos Meridianos; at FG, HI, chordæ arcuum parallelorum inter eosdem; & FH, GI, chordæ arcuum æqualium, quos paralleli abscindunt: Arcus enim FH, GI, æquales esse,[a] perspicuum est. Dico HI, FG, parallelas esse, &c. Sit enim axis AC, & centrum sphæræ E; & sumpto arcu BN, arcui BF, æquali, iungatur recta FN; & quoniam reliqui arcus quadrantum FA, NC, æquales quoque sunt, erunt ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. AC, FN, parallelæ.[b] Igitur, ducta semidiametro sphæræ FE, anguli AEF, EFO. duobus rectis æquales sũt; ideoq; AEF, EFH, duobus rectis minores. Cõcurrent ergo rectæ EA, FH, extra sphæram in K. Eadem ratione ostendes, rectam GI, cum eodem axe EA, producto conuenire in aliquo puncto, quod aio esse idẽ punctum K. Nam iuncta semidiametro sphæræ GE,[c] erunt anguli AEF, AEG, ad centrum insistentes arcubus æqualibus AF, AG, æquales, necnon & anguli EFH, EGI, ad circumferentias insistentes quoq; arcubus æqualibus, qui nimirũ relinquuntur, si arcus æquales FH, GI, detrahantur ex semicirculis Meridianorum, quos semidiametri FE, GE, producta auferunt. Cum ergo & latera EF, GE, illis adiacẽtia sint æqualia,[d] erunt etiam reliqua latera FK, EK, triãguli EFK, æqualia reliquis lateribus triãguli, cuius basis GE, & latera, recta à puncto E, per A, & à puncto G, per I, vsque ad eorum concursum extensa. Igitur EA, GI, concurrent in K, quandoquidem latus EK, trianguli EFK, æquale est lateri alterius trianguli ab E, vsque ad concursum rectarum EA, GI. Triangulum ergo est KFG,[e] ac proinde in uno plano: ideoque & rectæ FG, HI, in uno plano erunt, nimirum in plano trianguli KFG.[f] Ex quo efficitur, easdem rectas FG, HI, esse parallelas, nimirum communes sectiones in plano FGIH, factas à planis parallelorum Aequatoris, quæ parallela sunt. quod etiam ita ostendetur. Quoniam trianguli KFG, latera æqualia KF, KG, proportionaliter secta sunt,[g] cum æquales sint chordæ FH, GI, ac propterea & reliquæ rectæ HK, IK;[h] erunt FG, HI, parallelæ.

a 10. 2. Theod.
b 29. primi.
c 27. tertij.
d 26. primi.
e 2. vndec.
f 16. vndec.
g 29. tertij.
h 2. sexti.

EADEM penitus demonstratio erit, si paralleli, quorum chordæ FG, HI, versus diuersos polos vergant, dummodo non æqualiter ab Aequatore distent. Vt si paralleli v. g. australis chorda sit Nu, & borealis HI, minusque distet punctum N, à puncto B, quam punctum H; sumpto arcu BF, æquali ipsi BN, erunt rursum ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. rectæ FN, AC, parallelæ, ob arcus æquales AF, CN. Iũcta ergo semidiame-

tro

tro sphæra NE, ᵃ erũt duo anguli AEN, ENF, duobus rectis æquales; ac proinde duo AEN, ENH, duobus rectis minores; ideoq; concurrent EA, NH, versus H. Pari ratione u I, cum EA, concurret, atque adeo in eodem puncto cum recta NH, propter triangula æqualia. ᵇ Nam & hic tam anguli AEN, AEu, ad centrum insistentes arcubus æqualibus AN, Au, æquales sunt, quam anguli ENH, EuI, insistentes ad circumferentias æqualibus arcubus, qui relinquuntur, si arcus æquales NH, uI, detrahantur ex semicirculis Meridianorum à semidiametris NE, uE, productis abscissorum, &c.

a 29. primi.
b 27 tertij.

QVOD si parallelus per Nu, ductus distet magis ab Aequatore per BD, ducto, quam parallelus per HI, ductus, coibunt rectæ HN, Iu, cum axe AC, versus C, producto.

SI vero paralleli per FG, HI, ducti æqualibus spatijs ab Aequatore per BD, ducto absint, vt in secunda figura, ostendemus HFGI, esse parallelogrammum rectangulum in vno plano existens. Erunt enim tam rectæ HF, AC, parallelæ, ob arcus æquales AH, CF, quam rectæ IG, AC, ob æquales arcus AI, CG, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. ᶜ atque idcirco & HF, IG, inter se parallelæ erunt, atque ob id in uno plano; ᵈ ideoque & HI, FG, in eodem cum ipsis plano; ᵉ & quidem inter se parallelæ, cum sint communes sectiones in plano HFGI, factæ à planis parallelis parallelorum Aequatoris: ᶠ vel quia coniungunt rectas HF, IG, parallelas, ᵍ quæ æquales sunt, propter æqualitatem arcuum FH, GI. Parallelogrammum ergo est HFGI, in vno existens plano. ʰ Et quoniam axis AC, ad plana parallelorum per FG, HI, ductorum rectus est, transitque per eorum centra, & per centrum sphæræ; ⁱ erunt quoque axi parallelæ HF, IG, ad eadem plana perpendiculares; ideoque & ad rectas FG, HI, in eisdem planis existentes, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. perpendiculares erunt. Parallelogrammum ergo HFGI, rectangulum est.

c 9. undec.
d 7. undec.
e 16. undec.
f 33. primi.
g 29. tertij.
h 10. 1. Theod.
i 8. undec.

2. HIS demonstratis, hac ratione distantiam vnius loci ab altero inuestigabimus. Sit Meridianus PQR; & PR, diameter Aequatoris; axis mundi QS; in quo primum duo loca vel borealia, vel australia, & vnius latitudo sit PT, grad. 20. & alterius PV, grad. 60. Diametri quoque parallelorum per ea loca ductorum sint TY, VZ; ac differentia longitudinum PX, hoc est, arcus PX, æqualis sit arcui Aequatoris inter Meridianos locorum posito, contineatque v. g. grad. 50. Quando hæc differentia semicirculo maior est, accipiendum est eius complementum ad integrum circulum: vt si contineat grad. 310. accipiendi sunt grad. 50. pro differentia longitudinum, vel potius pro arcu Aequatoris inter Meridianos per data loca descriptos intercepto. Ducta autem recta SX, describatur ex centro S, ad interuallum alterutrius semidiametrorum βT, αV, ad interuallum v. g. semidiametri βT, arcus cd, qui quoniam similis est arcui PX, æqualis erit arcui paralleli diametri TY, inter duos Meridianos datorum locorum interiecto, & iuncta recta cd, eiusdem arcus chorda erit. Si differentia longitudinum quadrante maior esset, nimirum arcus RX, describendus esset arcus paralleli à semidiametro SR, vsque ad rectam SX, rectaque à puncto d, vsque ad intersectionem paralleli cum semidiametro SR, ducta, foret chorda arcus paralleli inter Meridianos positi. Post hæc per puncta T, V, vel (vt hic factum est) per puncta Y, Z, ducta recta secante axem SQ, productum in q, describatur ex Y, ad interuallum chordæ cd, arcus, quem in α, secet alius arcus ex q, ad interuallum qY, descriptus, iungaturque recta αZ, quam dico esse chordam arcus distantiam locorum quæsitam metientis: adeo vt applicata recta Rm, æquali ipsi αZ, arcus Rm, dictam distantiam metiatur. ᵏ Quoniam enim axis QS, rectus est ad planum paralleli diametri TY, in eius centro, erũt ex defin. 3. lib. 11. Eucl. omnes anguli, quos cum semidiametris facit, recti: Igitur duo latera qβ, βX, trianguli qβX, æqualia sunt duobus lateribus trianguli cuiuslibet, cuius vnum latus est qβ, & alterum semidiameter quacunque paralleli ex [illegible]. Cum

Alia ratione distantiam locorũ ex Analemmate inquirere.

k 10. 1. Theod.

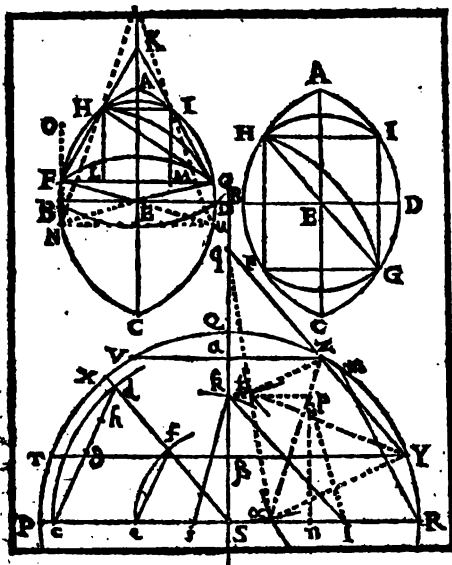
ergo

a 4. primi.

ergo & angulos contineant æquales, vtpote rectos, vt ostensum est; erunt quoque bases æquales, nimirum qY, & recta ex q, ad circumferentiam vsque paralleli educta, hoc est, ad punctum, quod semidiametrum paralleli pro latere posterioris trianguli sumptam terminat. Eademque ratione ostendentur omnes rectæ ex q, ad eandem circumferentiam emissæ, eidem qY, & inter se proinde æquales. Quocirca si triangulum qaY, concipiatur moueri circa qY, cadet tandem punctum a, propter æqualitatem rectarum qa, qY, in circumferentiam paralleli, & Ya, chorda erit arcum eiusdem paralleli inter duos Meridianos locorum propositum subtendens; propterea quod ipsi cd, sumpta fuit æqualis: ac proinde a, vertex erit loci, per quē parallelus diametri TY, ducitur. Cum ergo Z, sit vertex alterius loci, erit aZ, chorda arcus distantiam vnius loci ab altero metientis.

PARI ratione, si ad interuallum semidiametri aV, arcus ef, describatur, & ad interuallum chordæ ef, ex Z, arcus delineetur, quem secet in t, alius arcus ex q, ad interuallum qZ, descriptus; erit ducta tY, chorda eiusdem distantiæ; propterea quod circumducto triangulo qtZ, circa qZ, punctum t, in verticem loci, per quem parallelus diametri VZ, ducitur, cadit, &c.

QVOD si locorum vnus in boream, & alter in austrum vergat, si quidem latitudines inæquales sint, inuestigabitur eodem prorsus modo eorum distantia. Nam tunc quoque recta per duo puncta intersectionum vnius Meridiani cum diametris parallelorum extensa concurret cum axe producto versus parallelum lõci maioris latitudinis, vt in prima figura patuit de locis, quorum latitudines fuerunt BH, BN, &c.

SI vero latitudines eorundem locorum fuerint æquales, efficient chordæ duorum Meridianorum inter parallelos locorum cum chordis parallelorum inter eosdem Meridianos parallelogrammum rectangulum, vt in secunda figura ostēsum fuit. Quare si triangulum rectangulum construatur, cuius vnum laterum circa angulum rectum æquale sit chordæ arcus Meridiani ex duabus latitudinibus æqualibus conflati, alterum vero chordæ alterutrius parallelorum inter duos Meridianos; (quæ chorda reperietur ex differentia longitudinum, vt chorda cd, in tertia figura inuēta fuit ex differētia longitudinū PX,) dabit latus recto angulo oppositũ, (qualis in 2. figura est recta GH.) chordā distantiæ quæsitæ in circulo maximo.

DENIQVE si duo loca versus eundem polum vergant, eandemque habeant latitudinem, erit chorda arcus paralleli inter duos Meridianos, chorda quæsitæ distantiæ in maximo circulo.

3. CAETE-

3. CAETERVM quia non semper recta per [illegible] parallelorum, qualis fuit recta YZ, commode axem productum intersecat, sed interdum nimis procul, atque adeo nimis oblique, commodius agemus, si in plano quadrilaterum FGIH, vel NuIH, prima vel secunda figura, aut potius triangulum HFG, describemus. quod sic fiet. Quoniam demissis ex H, I, ad FG, perpendicularibus HL, IM, a latera opposita HI, LM, & HL, IM, in parallelogrammo rectangulo HM, aequalia sunt; b sunt autem & FH, GI, chordae aequalium arcuum Meridianorum aequales; c ac proinde tam quadratum ex FH, quadratis ex HL, LF, quam quadratum ex GI, quadratis ex IM, MG, aequale: erit quoque quadratum ex LF, quadrato ex MG, aequale, ideoque & recta FL, GM, aequales erunt; ac proinde utraque erit semissis differentiae rectarum FG, HI. Quocirca si fiat angulus rectus, qualis est QSR, in tertia figura, & descriptis ex centro S, arcubus cd, ef, ad interuallum semidiametrorum ßT, aV, ita ut recta cd, ef, sint chordae parallelorum inter Meridianos, accipiatur chorda ef, aequalis eg, & reliqua gd, bifariam secetur in h, ut gh, vel hd, semissis sit differentiae gd, rectarum cd, ef: sumemus S i, ipsi gh, vel hd, aequalem, atque ex i, ad interuallum TV, vel TZ, chordae nimirum arcus Meridiani inter duos parallelos positi, arcum delineabimus secantem QS, in k. Nam si recta il, aequalis sumatur chordae cd, maioris paralleli, erit ducta recta kl, chorda distantiae locorum quaesita, propterea quod triangulum kil, refert omnino triangulum HFG, cum iS, semissis differentiae chordarum parallelorum cd, ef, respondeat ipsi FL, semissi differentiae chordarum HI, FG, in prima figura, & recta ik, chordae FH, & perpendicularis kS, perpendiculari HL: adeo ut, sumpta ln, aequali ipsi iS, erectaque perpendiculari np, ipsi Sk, aequali, iunctisque rectis kp, pl, trapezium kilp, respondeat trapezio HFGI, in prima figura, vel trapezio taYZ, in tertia figura.

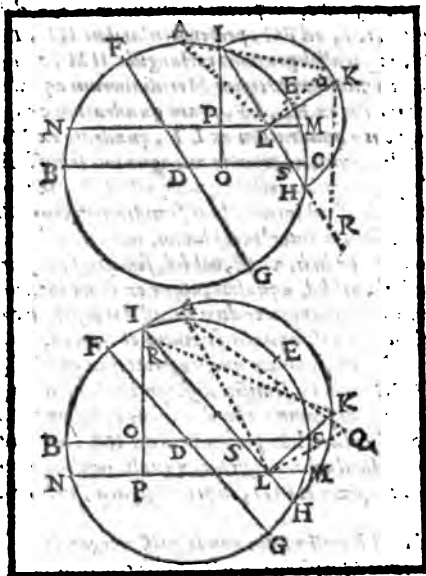
a 34. primi.
b 29. tertij.
c 47. primi.

Alia ratio inueniendae distantiae duorum locorum.

4. POSTREMO distantiam duorum locorum versus eundem polum vergentium hoc alio modo explorare licebit. Sit in sequenti Meridiano ABC, cuius centrum D, primus locus sub vertice A, & eius Horizontis diameter BC; polus mundi E, Aequatorisque diameter FG; Latitudo secundi loci GH, vel FI, & paralleli Aequatoris per eius verticem ducti diameter HI, circa quam paralleli semicirculus descriptus sit HKI. Numerata autem differentia longitudinum ab I, usque ad K, siue ea minor sit quadrante, siue maior, semicirculo tamen non maior, (Quando enim differentia longitudinum semicirculo maior est; accipiendus erit pro ea arcus qui, detracta longitudinum differentia ex integro circulo, relinquitur) demittatur ad HI, perpendicularis KL, sinus videlicet rectus differentiae longitudinum: ex quo fit, rectam LI, esse sinum versum eiusdem differentiae. Ducta tandem per L, ipsi BC, diametro Horizontis primi loci parallela MN; dico arcum AM, vel AN, distantiam duorum locorum metiri. Si namque semicirculus HKI, concipiatur circa HI, moueri, donec rectus sit ad planum Meridiani ABC, ac proinde recta KL, ad idem planum perpendicularis sit, ex defin. 4. lib. 11. Eucl: cadet punctum K, in verticem secundi loci, cum parallelus Aequatoris HKI, per eundem verticem transeat in eo situ; & arcus IK, sit interuallum duorum Meridianorum. Igitur si per rectas KL, MN, intelligatur duci planum, d faciet illud in sphaera circulum per verticem K, secundi loci transeuntem, cuius polus A, atque adeo ex scholio propos. 18. lib. 11. Eucl. Horizonti primi loci, cuius diameter BC, parallelum, cum tam hic circulus, quam Horizon dictus ad Meridianum ABC, rectus sit, & communes eorum cum Meridiano eodem sectiones MN, BC, parallelae. Cum ergo ex definitione poli, polus A, aequaliter distet ab omnibus punctis circumferentiae diametri MN, sitque recta inter A, & K, (existente KL, ad Meridianum ABC, perpendiculari) chorda distantiae locorum; erit quoque arcus AM, vel AN, distantia duorum locorum.

Alia ratio inuestigandae distantiae inter duo loca borealia, vel australia.

d 1. 1. Theod.

EANDEM distantiam reperies, etiamsi parallelam MN, non ducas: Nam si intervallo LA, ex recta HI, aequalem abscindas rectam LR, versus quamcunque partem, erit ducta recta RK, chorda quaesita distantiae. Si namque ad iunctam AL, perpendicularem excites LQ, ipsi LK, aequalem, erit recta ducta AQ, chorda eius distantia, cum, circumducto triangulo ALQ, circa AL, donec rectum sit ad Meridianum ABC, punctum Q, in verticem secundi loci cadat. a Cũ ergo recta AQ, rectae RK, aequalis sit, propterea quod latera AL, LQ, lateribus RL, LK, aequalia sunt, angulosque continent aequales, vtpote rectos; erit quoque RK, chorda distantia quaesita.

a 4. primi.

QVOD si quando accidat, perpendicularem KL, cadere in S, intersectionem rectarũ BC, HI; erit locorum distantia quadranti AB, vel AC, aequalis, propterea quod tunc parallela MN, à diametro BC, non differt.

SIC etiam quando duo loca proposita eandem habent latitudinem, id est, quando recta HI, in punctum A, cadit; chorda differentia longitudinum in parallelo HKI, subtendet in Meridiano ABC, arcum distantia locorum.

Quando vnus locus borealis est, & alter australis.

5. QVANDO vnus locorum borealis est, & alter australis, inquirenda erit distantia inter alterutrum locorum, & locum alteri per diametrum oppositum, sumendo pro longitudinum differentia (quando iam reducta est ad arcum semicirculo minorem. vt Num. 4. dictum est.) id, quod relinquitur, detracta differentia longitudinum ex semicirculo. Nam inuenta distantia ex semicirculo dempta, relinquet distantiam quaesitam, vti supra Num. 7. huius Canonis dictum est.

Locorũ distantiã per sinus exquirere.

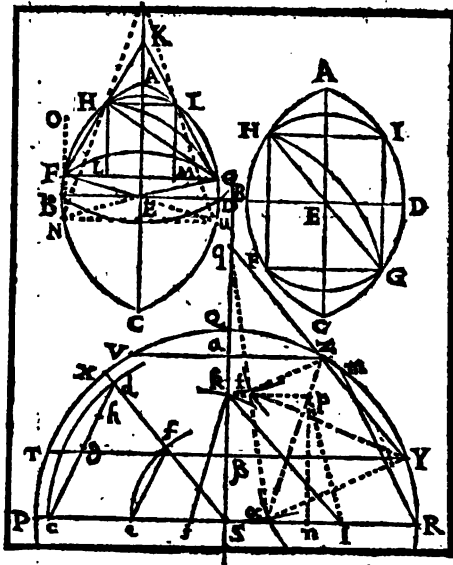
6. IAM per sinuum calculum praedictam locorum distantiam indagabimus hoc modo. Repetatur prima figura huius scholij, vbi in prioribus duabus descriptionibus primus locus ponatur in H, ita vt eius latitudo sit BH, & eiusdem complementum AH: secundus autem locus sit in G, minus borealis, quam primus, vel etiam australis, vt in 2. descriptione; & differentia longitudinum sit angulus BAD, siue arcus Aequatoris, aut paralleli per alterutrum locorum ducti, inter duos Meridianos ABC, ADC, interceptus, si semicirculo minor est. Nam si semicirculum superat, accipiendus est angulus, vel arcus, qui cum illo totum circulum complet; intelligatur autem per duo loca H, G, descriptus arcus maximi circuli HG, verum distantiam metiens, cuius magnitudinem sic reperiemus. In triangulo sphaerico AHG, duo latera AH, AG, data sunt, cum sint complementa latitudinum, quando vterque locus borealis est, vel australis, sumpto puncto A, pro polo arctico, quando vterque est borealis, pro polo vero antarctico, quando vterque est australis. At quando vnus locus borealis est, nimirum H, & alter G, australis,

stralis, erit quidem AH, *complementum latitudinis loci borealis; sed AG, arcus erit ex quadrante AD, & latitudine australi DG, cōpositus. Est insuper angulus* HAG, *à dictis lateribus comprehensus, notus, cum sit differentia longitudinum, vel certe id quod superest, detracta ea differentia ex toto circulo. Igitur per problema 22. triang. sphær. ultimi Lemmatis, tertiū latus* HG, *inueniemus hoc modo.*

Fiat vt sinus totus ad sinum complementi latitudinis loci minus borealis, ita sinus complementi latitudinis loci borealioris ad aliud: gignetur que quartus quidam numerus. Si igitur rursum fiat, vt sinus totus ad quartū hūc numerum inuentum, ita sinus versus anguli HAG, differentiæ longitudinum, ad aliud; procreabitur differentia inter sinū versum arcus, quo data duo latera AH, AG, inter se differunt, & sinū versum tertii arcus HG; qui quæritur. *Hac differentia adiecta ad sinum versum arcus, quo data latera inter se differunt, conficiet sinum versum arcus* HG, *quæsiti.*

QVANDO latitudines locorum æquales sunt, ita vt triangulum fiat Isosceles AFG, vel AHI; si per 1. mediī problematis 8. triang. sphær.

Fiat vt sinus totus ad sinum complementi latitudinis alterutrius loci, ita sinus semissis anguli dati ad aliud: producetur sinus semissis lateris quæsiti FG, vel HI. Inuenta ergo eius semisse, totum latus cognoscetur.

ALITER. Repetatur secunda figura huius scholij, in qua Meridianus ABC, circa centrum D; primi loci vertex A, & Horizontis *diameter BC; Polus mundi E, Aequatorisque diameter FG; Latitudo secundi loci* GH, *vel FI, & paralleli Aequatoris per eius verticem ducti diameter* HI, *circa quam semicirculus paralleli descriptus sit* HKI. *Numerata autem longitudinum differentia ex I, vsque ad K, si semicirculo minor est, (Nam si maior est semicirculo, numerandum est eius cōplementum, quod relinquitur, ea detracta ex toto circulo, vt Num. 4. diximus.) demittatur ex K, ad* HI, *perpendicularis KL, ac per L, diametro* Horizontis *BC, primi loci parallela agatur MN. Et quoniam si semicirculus* HKI, *concipiatur moueri circa* HI, *donec rectus sit ad Meridianum, punctum K, in verticē secundi loci cadit, cum IK, differentia sit longitudinum inter duos Meridianos; erit MN, diameter paralleli* Horizontis *primi loci, qui per verticem secundi loci K, ducitur. Cum ergo omnia puncta huius paralleli æqualiter à polo suo A, absint, erit arcus A M, vel A N, æqualis arcui inter duo loca A, K, (semicirculo* HKI, *existente recto ad Meridianum) intercepto: quem hoc modo expiscabimur. Ducta ex I, ad BO, perpendiculari IO, secante MN, in P; erit IO, sinus arcus CI, in primo circulo, vel arcus BI, in circulo secundo, qui comple-*

mentum est arcus AI, differentia latitudinum duorum locorum, cum primi loci latitudo sit AF, & IF, secundi.

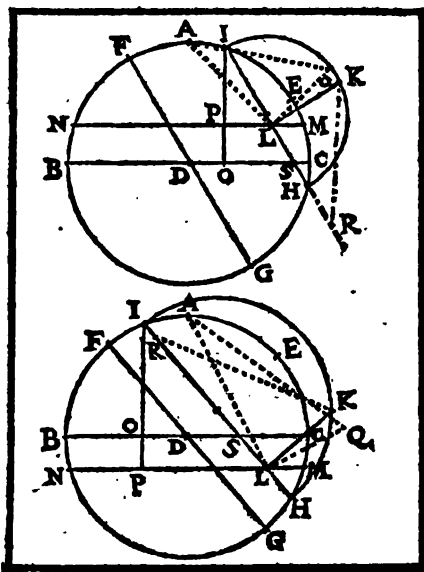
ITAQVE quoniam per Lemma 5. est, vt sinus totus Aequatoris ad sinum totum paralleli IH, hoc est, ad sinum complementi latitudinis secundi loci, ita sinus versus differentiæ longitudinum in Aequatore numeratæ ad IL, sinum versum differentiæ earundem longitudinum in parallelo HKI, numeratæ; ad IL, inquam, in eisdem partibus circuli maximi, in quibus sinus totus paralleli, sinus est complementi latitudinis secundi loci: Item per propos. 1. nostrorum triang. rectil. in triangulo rectangulo IPL, est, vt sinus totus recti anguli P, ad sinum anguli L, complementi latitudinis primi loci, (complementum enim latitudinis primi loci est arcus BF, a cuius angulo BDF, æqualis est internus DHI, & huic similiter æqualis externus ILP,) ita IL, in partibus sinus totius maximi circuli, ad IP, in eisdem partibus; componetur eadem proportio ex proportionibus sinus totius ad sinum complementi latitudinis secundi loci, & sinus totius ad sinum complementi latitudinis primi loci, quæ ex proportionibus sinus versi differentiæ longitudinum ad IL, & IL, ad IP, (sumendo semper hosce sinus in partibus sinus totius in maximo circulo) cum hæ componentes proportiones illis componentibus sint æquales. Componitur autem proportio sinus versi differentiæ longitudinum ad IP, ex proportionibus eiusdem sinus versi ad IL, & IL, ad IP. Igitur eadem proportio sinus versi differentiæ longitudinum ad IP, componetur ex proportionibus sinus totius ad sinum complementi latitudinis secundi loci, & sinus totius ad sinum complementi latitudinis primi loci. b Cum ergo ex his eisdem duabus proportionibus componatur quoque proportio quadrati sinus totius (hoc est, rectanguli sub sinu toto, & sinu toto comprehensi) ad rectangulum sub sinubus complementorum latitudinum datorum locorum contentum; erit eadem proportio quadrati sinus totius ad rectangulum sub sinubus complementorum latitudinum locorum datorum contentum, quæ sinus versi differentiæ longitudinum ad IP.

a 29. primi.

b 23. sexti.

Alia inuentio distantiæ locorum per numeros.

QVAMOBREM, si fiat, vt quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinubus complementorum latitudinum locorum propositorum, ita sinus versus differentiæ longitudinum ad aliud, procreabitur recta IP, quam argumentum distantiæ locorum appellabimus, cum per eam ipsa distantia eliciatur. Quando enim argumentum IP, inuentum fuerit æquale rectæ IO, hoc est, sinui complementi differentiæ latitudinum, ita vt parallela MN, à diametro BC, non differat, complectetur distantia locorum quadrantem AB, vel AC. Quando autem

IP, ar-

IP, argumentum deprehensum fuerit minus, quam IO, sinus complementi differentiæ latitudinum, vt in primo circulo; detracto illo ex hoc, reliquus fiet PO, sinus arcus CM, qui complementum est distantiæ locorum AM, vel AN. Quando denique argumentum IP, maius fuerit inuentum, quam IO, sinus complementi differentiæ latitudinum, vt in 2. circulo; detracto hoc ex illo, reliquus fiet OP, sinus arcus CM, qui ad quadrantem AC, adiectus, distantiam locorum AM, conficit. *Atque hoc modo semper reperietur distantia duorum locorum, si vtriusque latitudo borea est, vel australis.*

QVANDO autem vnius latitudo borea est, & alterius australis, inuestiganda est distantia inter locum borealem, & locum, qui australi opponitur. Hac enim ex semicirculo dempta reliquam faciet distantiam quæsitam, vt Num. 5. dictum est.

QVOD si eadem fuerit vtriusque loci latitudo, ita vt punctum I, in A, cadat, dictum iam supra fuit, quo pacto per triangula sphærica inueniatur eorum distantia: quã tamen ex eadem hac figura 2. indagabimus hoc modo. Quoniam enim tunc sinus versus IL, differentia longitudinum in parallelo secundi loci numerata chorda est distantia, reperiemus sinum versum IL, in partibus sinus totius circuli maximi hac ratione. Fiat vt sinus totus Aequatoris ad sinum totum paralleli HKI, id est, ad sinum complementi latitudinis secundi, vel primi loci, (quia eadem ponitur vtriusque loci latitudo) ita sinus versus differentiæ longitudinum in Aequatore numeratæ, ad aliud. Producetur enim IL, sinus versus dictæ differentiæ in partibus sinus totius circuli maximi: cum per Lemma 5. eadem sit proportio sinus totius ad sinum totum, quæ sinus versi ad sinum versum.

Inuentio alia argumenti distantiæ locorum.

PORRO argumentum IP, cognitum fiet quoque hac alia ratione. Fiat vt sinus totus IL, ad IP, sinum anguli ILP, complementi latitudinis primi loci, (Nam posito sinu toto IL, recta IP, sinus est anguli ILP, vt in sinuum tractatione diximus.) ita IL, sinus versus differentiæ longitudinum, ad aliud. Productus enim numerus dabit rectam IP, in partibus sinus totius paralleli HKI, in quibus IL, data fuit. Rursus fiat, vt sinus totus paralleli HKI, ad seipsum, quatenus sinus est complementi latitudinis secundi loci in circulo maximo, ita IP, cognita in partibus sinus totius eiusdem paralleli, ad aliud. Producetur enim IP, in partibus eiusdem sinus totius in circulo maximo, in quibus sinus complementi latitudinis secundi loci sumptus est.

Errores quorundam in distantia locorum inuestiganda.

NON minus accurate eandem locorum distantiam per numeros explorabimus in priori figura huius scholij, si prius duos errores quorundam in hac distantia inuestiganda detexero. Sunt enim nõnulli, inter quos est Appianus in sua Cosmographia, & Ioan. Stophlerinus in Astrolabio, qui, quando duo loca differunt sola longitudine, hoc est, sub eodem parallelo sunt sita, docent, eorum distantiam inuentam esse, cum arcus illius paralleli inter duos Meridianos positus in gradus maximi circuli conuertatur: de qua conuersione paulo inferius dicemus. Sed hallucinantur: quia hac ratione inuenitur distantia in arcu paralleli ad gradus maximi circuli reducto; qui arcus maior est arcu circuli maximi per eadem loca descripti, vt alibi demonstrauimus, qui quidem arcus circuli maximi veram locorum distantiam metitur. Deindé sunt alij, qui duorum locorum sub diuersis Meridianis, ac parallelis collocatorum distantiam inquirunt per triangulum rectangulum, cuius vnum latus circa angulum rectum est arcus Meridiani loci borealioris inter duos parallelos positus; alterum vero, arcus paralleli loci minus borealis inter duos Meridianos inclusus; (quod tamen impropriè dicitur, cum arcus parallelorum non constituant triangulum sphæricum, etiamsi ad gradus maximi circuli reuocentur.) tertium denique latus, siue basis, est arcus maximi circuli per data duo loca descripti. Huiusmodi triangulum est in prima descriptione, & secunda prima figura

gura

gura huius scholij, HFG, ex tribus arcubus constans. Sumunt namque hoc triangulum, perinde ac si rectilineum esset, atque ita ratiocinantur. [a] *Duo quadrata arcuum HF, FG, ac si recta essent lineæ, sunt simul sumpta quadrato arcus HG, tanquã lineæ rectæ, æqualia. Igitur si summæ illorum duorum quadratorum radix quadrata extrahatur, dabit ea magnitudinem arcus HG, tanquam lineæ rectæ. Ceterum hoc quidem modo in locis parum inter se distantibus, præsertim iuxta Aequatorem, distantia citra errorem alicuius momenti inuenietur, at in locis, quorum distantia non exigua est, non item. Quare alia via tenenda est.*

a 47. primi.

Modus Verneri in distantia locorum exquirenda.

IOANNES igitur Vernerus Norimbergensis ita rem exequitur. Reductis chordis HI, FG, arcuum parallelorum, differentiam longitudinum metientium ad partes diametri maximi circuli, vt paulo inferius docebimus, demittit ex H, I, ad rectam FG, perpendiculares HL, IM. Et quia quadrata rectarum HF, IG, [b] *quæ ob æquales arcus Meridianorum æquales sunt, æqualia existunt;* [c] *estque quadratum rectæ HF, quadratis rectarum HL, LF, & quadratum rectæ IG, quadratis rectarum IM, MG, æquale; erunt quoque illa duo quadrata his duobus æqualia. Ablatis ergo æqualibus quadratis rectarũ HL, IM,* [d] *quæ æquales sunt, ob parallelogrammum HLMI, (ostensum enim est Num. 2. chordas HI, FG, parallelas esse.* [e] *Cũ ergo & HL, IM, parallelæ sint, ob rectos angulos L, M, parallelogrammum erit HLMI.) erunt quoq; reliqua quadrata rectarum FL, GM, ac proinde & ipsa latera, æqualia.* [f] *Cum ergo HI, ipsi LM, æqualis sit; erit summa rectarum FL, GM, differentia chordarum HI, FG, & tam FL, quã MG, semisis eiusdem differentiæ. Est autẽ ea differentia cognita, quod & chordæ sint notæ. Igitur & semisses cognitæ erunt; ac proinde LG, ex MG, semisse differentiæ, & LM, chorda minore cõflata cognita erit: Sed & HL, cognita fiet. Ablato enim quadrato rectæ FL, nota, ex quadrato rectæ HF, nota, reliquum erit quadratum rectæ HL, notum. Si ergo quadrata rectarum HL, LG, cognitarum in vnam redigantur summam, notum fiet quadratum rectæ HG, ac propterea eius radix quadrata chordam distantiæ locorum quæsitæ exhibebit. Sed quia in hoc modo nimis multæ fiunt multiplicationes, atque operationes, progrediemur cum Petro Nonio longe facilius, hac scilicet ratione.*

b 29. tertij.
c 47. primi.
d 34. primi.
e 28. primi.
f 34. primi.

REDVCTIS chordis HI, FG, ad partes diametri circuli maximi, cogitetur differentia earum secta bifariam in partes FL, GM, eiq; adiecta in rectum recta LM, vel chorda minor HI. [g] *Igitur rectangulum sub tota FG, & adiecta LM, vel chorda minore HI, vna cum quadrato semisis differentiæ FL, æquale erit quadrato rectæ LG, composita ex semisse altera GM, & adiecta LM. Addito ergo communi quadrato rectæ HL, erit rectangulum sub FG, HI, (sumitur iam HI, pro LM.) vna cum quadratis rectarum FL, LH,* [h] *hoc est, vna cum quadrato rectæ FH, æquale quadratis rectarũ GL, LH,* [i] *hoc est, quadrato rectæ HG, æquale.* Quocirca si rectangulum sub chordis HI, FG, reuocatis ad partes diametri circuli maximi contentum, & quadratum chordæ FH, arcum Meridiani inter duos parallelos subtendentis, in vnam summam colligantur, exurget quadratum chordę HG, distantiam quæsitam subtendentis; ideoque radix quadrata huius quadrati ipsam chordam efficiet cognitam. *Arcus porro Meridiani inter duos parallelos, quando vterque locus est borealis, aut australis, est differentia latitudinum; quando vero vnus in boream, & in austrum alter vergit, ex duabus latitudinibus conflatus.*

g 6. secundi.
h 47. primi.
i 47. primi.

Modus Petri Nonij facilior modo Verneri.

QVANDO duo loca æquales habent latitudines, sed vnus in boream vergit, & alter in austrũ, vt in 2. descriptione huius figuræ, facilius distantia HG, reperitur. Quoniam enim, vt Num. 1. demonstrauimus, parallelogrammum rectangulum est HIGF, erit triangulum HFG, rectangulum, [k] *ideoque quadratis rectarum HF, FG, quadratum rectæ HG, æquale erit. Cum ergo duo illa sint cognita, quod & latera sint nota; est enim HF, chorda arcus Meridiani inter duos parallelos ex duabus latitudinibus BH,*

k 47. primi.

BF, æqua-

BF, æqualibus conflati: at chorda FG, nota fit per reductionem ad partes diametri circuli maximi; erit quoque quadratum rectæ HG, notum, &c.

IAM vero arcus cuiusuis paralleli declinationem habentis notam, ad gradus maximi circuli reducetur hoc modo. Quoniam diametri circulorum, ideoque & semidiametri, eandem proportionem habent, quam eorum circumferentiæ, vt à Pappo demonstratum est, & à nobis quoque in Geometria Practica. Si fiat, vt sinus totus Aequatoris ad sinum complementi declinationis paralleli, hoc est, ad semidiametrum eius, ita gradus 360. Aequatoris ad aliud, producetur numerus graduum maximi circuli, quibus gradus 360. paralleli æquiualent. Et quia arcus similes eandem habent cum totis circumferentiis proportionem; si fiat vt sinus totus ad sinum complementi declinationis paralleli; ita gradus in arcu Aequatoris BD, contenti, vel etiam vnus gradus, id est, 60. minuta, ad aliud, gignetur numerus graduum Aequatoris, vel Minutorum, quibus arcus paralleli HI, vel vnus gradus, æquiualet.

a 15. quinti.

Reductio circumferentiæ paralleli ad gradus circuli maximi.

EADEM facilitate reducetur chorda cuiusuis arcus paralleli ad partes diametri circuli maximi. Si namque fiat, vt sinus totus paralleli, ad seipsum, quatenus sinus est complementi declinationis, ita chorda dati arcus ad aliud, procreabitur chorda in partibus diametri maximi circuli, in quibus sinus totus paralleli sinus est complementi declinationis, &c.

Reductio chordæ arcus paralleli ad partes diametri circuli maximi.

POSTREMO silentio præterire nolo, quemadmodum ex secunda figura huius scholij distantia duorum locorum inuenta est, ita ex eadem reperiri posse, & quidem eodem modo, declinationem cuiusuis stellæ. Id quod ex Petro Nonio demonstraturos nos recepimus in commentarijs nostris in sphæram. Repetatur ergo dicta 2. figura, in qua Colurus solstitiorum sit ABC, circa centrum D; diameter Aequatoris BC, eiusque polus A; Ecliptica diameter FG, ita vt FA, sit latitudo poli mundi ab Ecliptica, tanquam primi loci: Deinde cogitentur per datam stellam duci duo circuli, vnus parallelus Eclipticæ, cuius diameter HI, & alter parallelus Aequatoris, cuius diameter MN; eritque IL, sinus versus distantiæ stellæ à Coluro solstitiorum, & FI, eius latitudo, tanquam secundi loci. Ostendemus iam, vt supra, quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinu maximæ declinationis, (hoc est, sub sinu complementi latitudinis primi loci A, quod æquale est maximæ declinationi BF.) & sub sinu complementi latitudinis stellæ, tanquam secundi loci, (qui sinus est semidiameter paralleli latitudinis stellæ, cuius diameter HI) eandem habere proportionem, quam sinus versus distantiæ stellæ à Coluro solstitiorum in Ecliptica computata habet ad rectam IP, *quam iure dicere etiam possumus Argumentum declinationis stellæ.* Quare si fiat, vt quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinu maximæ declinationis, & sub sinu complementi latitudinis stellæ contentum, ita sinus versus longitudinis stellæ à Coluro solstitiorum inchoatæ ad aliud, producetur IP, argumentum declinationis. *Ex hoc argumento* IP, *ita declinationē stellæ BN, inueniemus. Quando argumentum* IP, *inuentum fuerit æquale sinui complementi differentiæ inter maximam declinationem, & complementum latitudinis stellæ, (siue differentiæ inter complementum maximæ declinationis, & latitudinem stellæ. Vtraque enim differentia eadem est, cum inter EA, maximam declinationem, & EI, complementum latitudinis stellæ, differentia sit AI, eadem, quæ inter FA, complementum maximæ declinationis, & FI, latitudinem stellæ.) hoc est, rectæ* IO, *ita vt diameter paralleli MN, à BC, non differat, carebit stella declinatione. Quando autem minus fuerit deprehensum, detracto eo ex* IO, *sinu complementi prædictæ differentiæ, reliquus fiet sinus OP, declinationis stellæ, eiusdem denominationis cum latitudine stellæ. Quando denique argumentum maius fuerit deprehensum sinu* IO, *complementi differentiæ prædictæ, detracto hoc ex illo, reliquus*

Argumentum declinationis stellæ.

Declinatio stellæ, quo pacto aliter inueniatur per numeros, & in scholio Can. 3. dictum est.

quus erit sinus OP, declinationis stellæ, contrariæ denominationis cum latitudine stellæ. Qua de re consule propos. 6. libri Petri Nonij de Crepusculis, vbi 6. figuris omnem varietatem complexus est.

LONGITVDO porro stellæ à Coluro solstitiorum numeranda est à principio ♋, si latitudo stellæ est borealis, & quidem secundum signorum successionem, si stella in semicirculo Eclipticæ descendente extiterit, contra vero, si in semicirculo ascendente: Eadem vero longitudo à principio ♑, numeranda est, stella latitudinem habente australem, & quidem secundum successionem signorum, si stella fuerit in semicirculo ascendente, contra vero, si in descendente semicirculo. Hac enim ratione erit sumpta stellæ longitudo semper semicirculo minor.

Alia inuentio argumenti latitudinis.

IDEM argumentum declinationis IP, supputabimus hac alia ratione. Fiat vt sinus totus IL, ad IP, sinum anguli ILP, maximæ declinationis, ita IL, sinus versus longitudinis stellæ à Coluro solstitiorum, ad aliud. Productus enim numerus dabit rectam IP, in partibus sinus totius paralleli HKI, in quibus IL, sinus versus prædictus datur. Rursus fiat, vt sinus totus paralleli HKI, ad seipsum, quatenus sinus est complementi latitudinis stellæ in circulo maximo numeratę, ita IP, proxime inuenta ad aliud. Gignetur enim argumentum IP, in partibus sinus totius in circulo maximo, &c.

QVOD si stella careat latitudine, reperietur eius declinatio, si Fiat vt sinus totus ad sinum maximæ declinationis, ita sinus distantiæ stellæ à proximo puncto æquinoctii ad aliud. Procreatus enim numerus, sinus erit declinationis quæsitæ. *quemadmodum Solis declinatio inuenitur, vt in scholio Can. 3. ad initium Num. 10. scripsimus.*

CANON XVI.

ALTITVDINEM Solis supra quemlibet circulum maximum, eiusque distantiam Horizontalem, singulis horis inuestigare.

Distantia Solis horizontalis in quouis circulo maximo quid.

DISTANTIAM Solis Horizontalem appellamus arcum cuiusuis circuli maximi, instar Horizontis alicuius, interceptum inter eius Verticalem primarium (hoc est, inter punctum intersectionis eius cum Aequatore) & Verticalem eiusdem, qui proposita hora per centrum Solis ducitur.

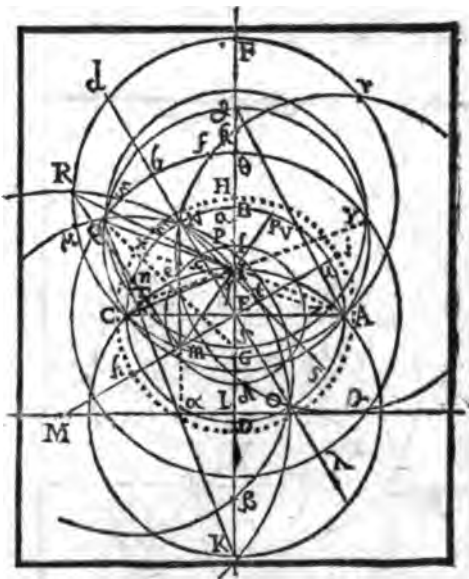
1. SIT ergo in Astrolabio Aequator ABCD, circa centrum E; tropicus ♋, P c e; tropicus ♑, f b Q; Horizon AFCG, eiusque centrum H; Verticalis primarius AICK, eiusque centrum L; & poli Horizontis I, K. Data autem hora à med. noc. numeretur à puncto D, versus C; a meridie vero à puncto B, versus A; at hora ab occasu à puncto A, versus D; hora denique ab ortu à puncto C, versus B; sitque N, terminus horæ 10. a med. noc. & horæ 16. ab occ. & horæ 4. ab or. Recta igitur EN, indicabit in omnibus parallelis Aequatoris horam 10. à med. noc. nimirum in tropico ♑, in puncto b. & in tropico ♋. in puncto c. Circulus aũt Horizõti æqualis QNP, per N, ex cẽtro h, quod in parallelo per H, cẽtrũ Horizõtis delineato existit, descriptus, ita vt ex A, versus D, eius concauo occurramus, secabit oẽs parallelos Aequatoris in hora 16. ab occ. nimirũ tropicũ ♑, in Q, & tropicũ ♋, in P. Circulus deniq. eidẽ Horizõti æqualis f N e.

per N,

per N, ex centro i, quod in eodem parallelo per H, centrum Horizontis ducto existit, descriptus, ita vt ex C, versus B, eius conuexo occurramus, eosdem parallelos Aequatoris in hora 4. ab or. secabit, nimirum tropicum ♑, in f, & tropicum ♋, in e; vt ex iis liquet, quæ lib. 2. propos. 9. Numero 7. demonstrauimus.

Altitudo Solis ad datam horã, quo pacto inueniatur sine Astrolabio materiali.

ITAQVE si altitudinem Solis supra Horizontem, eiusque distantiam horizontalem inquirere velimus ad datam horam 10. à med. noc. vel 16. ab occ. vel 4. ab or. Sole existente in Aequatore, describemus per horam N, & polos Horizontis I, K, Verticalem RNIK, secantem Horizontem in R, cuius centrum M, in recta LM, ad meridianam lineam FG, in L, centro primarij Verticalis perpẽdiculari existit. Erit namque NR, arcus altitudinis Solis supra Horizontem, & IN, eius complementum, at CR, erit arcus distantiæ horizontalis, in austrum vergens: quorum arcuũ magnitudinem sic cognoscemus. Ducta ex M, centro Verticalis RIK, ad E, centrum Astrolabii recta ME, secante Horizontem, hoc est, circulum AFCG, supra quem altitudo Solis quæritur, in m; erit m, polus Verticalis RIK. Cum enim hic Verticalis per polos circuli AFCG, transeat, transibit vicissim hic per illius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. &c. Ductæ ergo rectæ mN, mR, abscindent ex Aequatore arcum Nn, arcui NR, altitudinis Solis æqualem; & rectæ mN, mI, intercipient in eodem Aequatore arcũ pN, complemento eiusdem altitudinis æqualem, vt ex iis constat, quæ lib. 2. propos. 5. Num. 17. demonstrauimus.

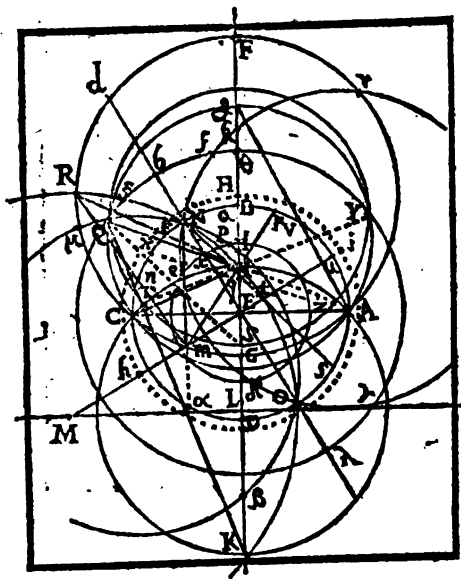
Distantia horizõtalis ad datã horam, quo pacto cognoscatur sine Astrolabio materiali.

RVRSVS ductis ex I, polo Horizontis rectis IR, IC, secantibus Aequatorem in s, C, erit arcus sC, distantiæ horizontali CR, æqualis, vt ibidem ostendimus.

EADEM ratione, si per b, I, K, Verticalis describatur centrum habens in eadem recta ML, inuenietur altitudo Solis, & distantia horizontalis pro hora 10. à med. noc. Sole existente in primo puncto ♑. Et si per e, I, K, Verticalis describatur, erit eius arcus à puncto e, vsque ad Horizontem altitudo Solis, & arcus Horizontis inter C, & eundem Verticalem positus, distantia horizontalis, pro eadem hora, Sole existente in principio ♋. Sic eadem duo, altitudo videlicet Solis, distantiaque horizontalis, reperientur pro hora 16. ab occ. Sole existente in principio ♋, si per P, I, K, Verticalis describatur. Pro hora vero eadem, So-

dem, Sole principium ♑, possidente, si Verticalis describatur per Q, I, K, Non aliter propositum assequemur pro hora 4. ab or. tam in principio ♋, quam in principio ♑, si tam per e, I, K, quam per f, I, K, Verticalis describatur, eiusque polus inueniatur, &c.

Altitudinem Solis, distantiamq; horizontalem reperire, sine Verticali per Solē descripto.

2. VERVM & altitudinem Solis supra datum circulum maximum, tanquam Horizontem quempiam, & distantiam horizontalem reperiemus, etiamsi Verticalis (qui aliquando non sine labore describitur, præsertim quando hora prope meridianam lineam existit. per datam horam descriptus non sit, hoc modo. Sit data v. g. hora 16. ab occ. Sole tenente principium ♑, in puncto Q. Ductis ex Q. ad polos I, K. dati circuli maximi AFCG, rectis QI, QK, secetur angulus IQK, bifariam per rectam QS, secantem FG, in S: eritque S, punctum, per quod parallelus circuli AFCG, per Q, descriptus transit, vt lib. 2. propos. 18. Num. 3. ostensum est; ac proinde arcus Meridiani IS, æqualis erit arcui Verticalis per Q, descripti inter Verticem I, & punctum Q, in quo Sol ponitur. Rectæ ergo ex A, per I, S, emissæ abscindent ex Aequatore arcum æqualē arcui IS, vel illi arcui Verticalis complementum altitudinis Solis metienti.

QVOD si iuncta recta QS, bifariam, & ad rectos angulos secetur per rectam secantem FG, in a, erit a, centrum paralleli per Q, S, describendi. Descripto ergo ex a, parallelo QTS, secante Verticalem in T, referet arcus TQ, arcum similem horizontali distantiæ, quod Verticales circuli secent Horizōtem, eiusque parallelos in arcus similes. Idem parallelus describetur, si angulo FIQ, æqualis ad rectam GI, in I, constituatur, &c. vt ad initium Num. 3. propos. 18. lib. 2. diximus. Quantitatē autem arcus TQ, horizontalis distantiæ cognoscemus, si ex T, Q, per I, polum Horizontis duas rectas extendamus. Hæ etenim vltra polum I, ex eodem parallelo arcum abscindent tot graduum æqualium, quot per arcum TQ, repræsentantur, vt lib. 2. propos. 6. Num. 25. demonstrauimus.

a 10. 2. Theod.

3. QVOD de altitudine Solis supra Horizontem, & distantia eius horizontali inuestiganda dictum est, intelligendum quoque est in aliis circulis maximis. Quilibet enim circulus maximus vices gerit alicuius Horizōtis. Quare si is ex proprio situ in sphæra cognito describatur in Astrolabio, vt lib. 2. prop. 12. docuimus, sumenda erit recta per eius centrum, & centrū Astrolabii ducta pro eius linea meridiana, in qua eiusdem poli inuestigandi sunt, & centrū Verticalis

eius

eius primarii, per quod recta ad propriam meridianam perpendicularis est excitanda, vt in ea centra omnium Verticalium inueniantur. Recta autem ex centro cuiusque Verticalis per centrum Astrolabii educta secabit descriptum circulum maximum in eiusdem Verticalis polo, &c.

4. VERTICALIS primarii AICK, meridiana linea est FK, & Verticalis eiusdem primarius, Horizon AFCG, cum per eius polos F, G, & per A, C, polos Meridiani incedat. Omnes autem alii Verticales ipsius circuli AICK, tanquam Horizontis, centra habebunt in recta, quæ per H, centrum Horizontis AFCG, qui primarius Verticalis est circuli Verticalis AICK, perpendicularis ad FG, educitur. Atque ita descripto Verticali per F, Q, G, metietur eius arcus inter Q, & circulum AICK, altitudinem Solis supra eundem circulum AICK, & arcus eiusdẽ circuli AICK, inter C, & dictum Verticalem per F, Q, G, descriptum, erit distantia horizontalis. Prioris arcus magnitudo cognoscetur per arcum Aequatoris, quem rectæ ex polo dicti Verticalis ad extrema puncta illius arcus emissæ abscindunt: magnitudinem vero posterioris metietur arcus Aequatoris abscissus à rectis ex G, polo circuli AICK, per extrema puncta eius arcus traiectæ. Quod si per Q, describatur parallelus circuli AICK, referet eius arcus inter Q, & circulum AFCG, quem primarium Verticalem ipsius Verticalis AICK, diximus, arcum similem horizontali distantiæ, &c.

5. MERIDIANI circuli FK, meridiana linea est AC, referens circulum maximum per polos mundi, & per A, C, polos ipsius Meridiani ductum. Verticalis autem eius primarius, erit Aequator ABCD, ductus per A, C, polos Meridiani FK, & per B, D, polos circuli maximi AC, qui proprius Meridianus est Meridiani FK; & in recta FK, ad AC, perpendiculari in E, centro Aequatoris, qui Verticalis primarius est Meridiani, existent centra omnium Verticaliũ Meridiani per A, C, describendorum. Itaque si per A, Q, C, Verticalis describatur, metietur eius arcus Qg, altitudinem Solis supra Meridianum hora 16. ab occ. cum principium ♑, Sol occupat; quem arcum cognoscemus per arcum Aequatoris abscissum a rectis, quæ ex q, polo Verticalis CQg, (Inuenietur autem polus q, si ducta recta Ag, secante Aquatorem in V, quadrantem sumamus VX. Recta namque AX, secabit FK, in quæsito polo q, quod segmentum gq, rectæ FK, circulum maximum per mundi polos ductum repræsentantis, quadrantem VX, referat) ad g. Q, ducuntur. Arcus autem Bg, erit distantia horizontalis, cui æqualem ex Aequatore abscindent rectæ ex A, ad g, B, emissæ. Quod si per Q. Meridiano FK, parallelus describatur, vt lib. 2. propos. 18. Num. 5. docuimus, referet eius arcus inter Q, & Aequatorem, arcum horizontali distantiæ similem. Et si angulus comprehensus à rectis ex Q, ad A, C, polos Meridiani ductis secetur bifariam per rectam, secabit ea rectam AC, in puncto, per quod Meridiani parallelus per Q, describendus transit. Segmentum ergo rectæ CA, inter C, & illud punctum, referet complementum altitudinis Solis, &c.

6. AEQVATORIS denique ABCD, linea meridiana est BD, & Verticalis eius primarius recta AC, repræsentans circulum maximum per polos mundi, & per A, C, polos Meridiani ductum. Altitudo Solis supra Aequatorem quolibet die in singulis horis æqualis est declinationi Solis, quam eo die habet. Distantia vero horizontalis est arcus Aequatoris inter C, vel A, & rectam lineã, quæ ex centro E, per horam in quolibet parallelo datam ducitur, cum Verticalem Aequatoris per centrum Solis ductum repræsentet.

7. ITAQVE si omnium horarum tam a merid. & med. noc. quam ab or. & occ. in Astrolabio describantur, vt lib. 2. propos. 9. traditum est, & circulus

maximus, supra quem altitudines Solis, & in quo distantiæ horizontales indagandæ sunt, delineetur, vt lib. 2. propos. 12. docuimus, illico apparebit, quibusnam in punctis horæ cuiusque generis parallelos Aequatoris intersecent. Quare si reperiatur diameter vera circuli dati maximi, vt lib. 2. propos. 8. Num. 16. dictum est, eiusdemque poli inueniantur, vt in eadem propos. Num. 17. præcepimus, reperiemus pro qualibet hora cuiusuis paralleli altitudinem Solis, distantiamque horizontalem, si per horam in dato parallelo vel Verticalem propositi circuli maximi, vel parallelum eiusdem circuli maximi describamus, &c.

VERVM altitudines Solis, distantiasque horizontales alia ratione in scholio Canonis 22. inueniemus, etiamsi nec Verticales circuli, aut paralleli maximi circuli obliqui describantur.

SCHOLIVM.

Circumferentia descensiua, & horizontalis, quæ.

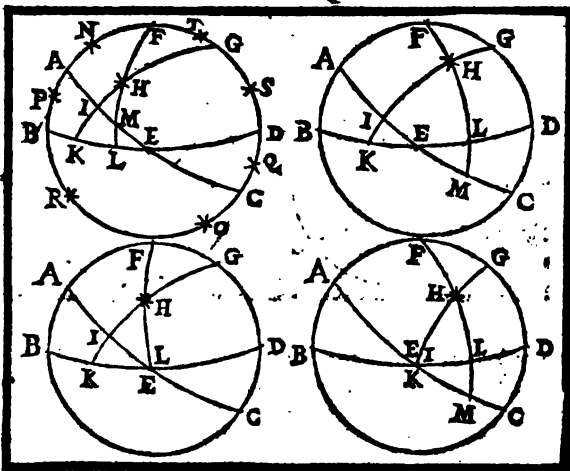
1. *COMPLEMENTVM altitudinis Solis supra datum circulum maximum, lib. 6. nostræ Gnomonices appellauimus cum Ptolemæo circumferentiam descensiuam; horizontalem vero distantiam, circumferentiam horizontalem: Et vtramque tam ex Analemmate, quam ex calculo sinuum inuestigauimus. Horizontales circumferentiæ latitudines vmbrarum, descensiua vero circumferentia, vel altitudines Solis, earundem vmbrarum longitudines determinant. Ex latitudinibus porro vmbrarum, ac longitudinibus, in plano, quod circulo maximo æquidistat, supra quem altitudines Solis, horizontalesque distantiæ sunt inuenta, horologia describuntur, vt abunde lib. 5. Gnomonices, propos. 5. & lib. 6. cap. 9. & 10. tradidimus. Altitudinem quoque Solis, supra Horizontem quidem lib. 1. Gnomonices, propos. 36. supra quemlibet vero alium circulum maximum, lib. 5. propos. 1. alijs vijs, quam lib. 6. inuestigandam proposuimus. Verum si ea, quæ in hoc Canone scripsimus, attente considerentur, non admodum modos illos in Gnomonica descriptos desiderabimus, cum vtramque circumferentiam, tã eam, quæ alitudinem Solis, quam eam, quæ horizontalem distantiam metitur, vro qualibet hora, Sole quemcunque parallelum obtinente, sine magno labore hoc Canone inuestigare docuerimus in quouis circulo; adeo vt per hunc solum Canonem omnia reperiantur, quæ ad horarum determinationem in quolibet horologio requiruntur.*

Canonis huius vtilitas in horologiis describendis.

2. *SED vt in planis, quæ neque Horizonti, aut Verticali primario, neque Meridiano, vel circulo horæ 6. a mer. ac med. noc. aut Aequatori æquidistant, describantur horologia per præcepta propos. 5. lib. 5. Gnomonices, opus habebimus arcu circuli maximi, cui horologium æquidistat, interiecto inter Meridianum proprium eius circuli, & Meridianum Ciuitatis, in qua horologium describitur: Item interdum indigemus inclinatione Meridiani proprij ad Meridianum Horizontis eius loci, in quo delineamus horologium; agemus de his, & nonnullis alijs problematibus, quæ partim in Gnomonica explicauimus, in Canonibus, quæ sequuntur.*

3. *LIBET autem prius Canonem hunc per numeros alio modo, quam in Gnomonica, expedire. Repetantur ergo priores 4. circuli ex illis duodecim, quos in scholio Can. 3. Num. 10. descripsimus, in quibus Meridianus sit ABCD; Aequator AC, & polus mundi G; Horizon, uel quiuis alius circulus maximus obliquus, cuius situs in sphæra notus sit, BD, eiusque polus F, & cuius Meridianus proprius sit ABCD, per eius polum, & polum mundi ductus. Ponatur autem Sol in H, quemcunque parallelum occupet, & per H, ex polo mundi G, transeat circulus horarius GI, ita vt angulus AGI, distantiam Solis à Meridiano metiatur. Denique per H, ex vertice F, Verticalis descendat FL, ita vt HL, sit arcus altitudinis Solis supra circulum BD, quem Horizontem dicemus,*

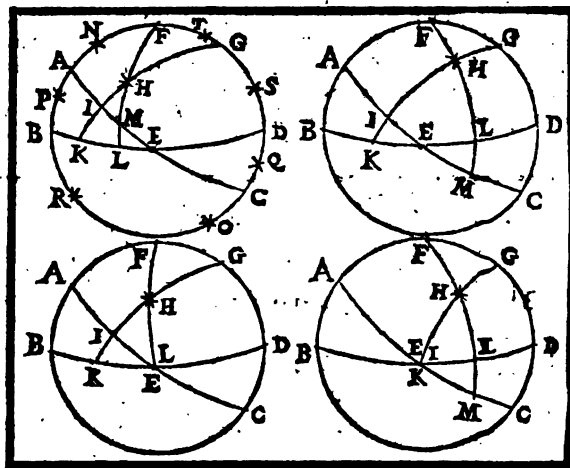
dicemus, cum vere munere Horizontis in aliquo loco fungatur. Quoniam igitur in triangulo sphærico FGH, duo latera FG, GH, nota sunt, cum illud sit complementum altitudinis poli supra datum circulum, seu Horizontem; *hoc vero, complementum declinationis, vel, si Sol australis est, arcus ex declinatione, & quadrante conflatus; Est autem & angulus ab ipsis comprehensus FGH, distantiam Solis à proprio Meridiano dati* Horizontis *metiens, notus: si per problema 22. triang. sphær. ultimi Lemmatis*, Fiat vt sinus totus ad sinum arcus GH, complementi declinationis, vel arcus conflati ex declinatione australi, ac quadrante, ita sinus arcus FG, complementi altitudinis poli ad aliud, gignetur quartus quidam numerus. Et si iterum fiat, vt sinus totus ad quartum numerum proxime inuentum, ita sinus versus anguli FGH, distantiæ Solis a Meridiano, ad aliud, producetur differentia inter sinum versum tertij lateris FH, & sinum versum arcus, quo data latera FG, GH, inter se differunt. *Quæ differentia addita sinui verso dicti arcus, quo dati arcus FG, GH, inter se differunt, conficiet sinum versum tertij lateris FH; ac proinde arcus ipse FH, complemen-*

Altitudinem Solis supra quemuis circulum maximum obliquum per numeros quauis hora efficere notam.

ti altitudinis Solis, ideoque & arcus HL, altitudinis, cognitus fiet. Quod si complementum altitudinis poli æquale sit complemento declinationis, ita vt triangulum FGH, sit Isosceles, facilius inuenietur tertium latus FH, vt in eodem problemate dictum est. Si enim per 1. modum problematis 8. triang. sphær. Fiat vt sinus totus ad sinum complementi altitudinis poli, ita sinus semissis anguli FGH, distantiæ Solis a Meridiano, ad aliud, producetur sinus semissis lateris FH. Cognita ergo fiet semissis lateris FH, ideoque & totum latus, complementum scilicet altitudinis Solis, notum erit.

DEINDE in eodem triangulo FGH, inueniemus angulum GFH, per problema 21. triang. sphær. hoc modo. Fiat vt sinus totus ad sinum arcus FG, complementi altitudinis poli, ita sinus arcus FH, complementi altitudinis Solis, ad aliud, vt quartus quidam numerus gignatur. Et rursum fiat, vt quartus numerus proxime inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus GH,

Distantiam Horizontalem qualibet hora per numeros inuenire.

comple-

complementi declinationis Solis, (quando enim Sol australis est, habet arcus GH, ex arcu declinationis, & quadrante conflatus eundem sinum, quem arcus complementi declinationis; cum duo hi arcus semicirculum conficiant) & sinum versum arcus, quo duo latera GF, FH, inter se differunt, ad aliud. Procreatus enim numerus erit sinus versus anguli quæsiti GFH. *Angulus ergo ipse cognitus erit, ac proinde & eius arcus DL, Horizontis inter Meridianum versus polum borealem, & Verticalem FL, qui per Solem hora obseruationis ducitur. Et si arcus DL,*

maior fuerit quadrante, dempto quadrante ex eo, reliqua fiet distantia horizontalis à proprio Verticali primario versus austrum: si autem quadrante minor, dempto eo ex quadrante, remanebit horizontalis distantia ab eodem Verticali versus Septentrionem. Quod si complementum altitudinis poli complemento altitudinis Solis sit æquale, ita vt triangulum GFH, sit Isosceles, reperietur angulus GFH, longe facilius, vt in eodem problemate scripsimus. Nam si per 2. modum problematis 1. triang. spher. Fiat vt sinus totus ad sinum semissis lateris GH, (quod complementum est declinationis, quando Sol borealia signa percurrit, vel arcus ex declinatione, & quadrante coagmentatus, quando australia signa Sol possidet) ita secans cõplementi arcus FG, hoc est, ita secans altitudinis poli, ad aliud, producetur sinus semissis anguli GFH, quæsiti, &c.

ALTITVDINEM quoque Solis supra Horizontem, aut quemcunque circulum maximum, supputare possumus cum Petro Nonio, quemadmodum in scholio præcedentis Canonis distantias locorum, & declinationes stellarum supputauimus. Repetatur enim secunda figura illius scholij, & in primo eius circulo intelligatur ABC, Meridianus, circa centrum D; diameter Horizontis BC, eiusque polus A; Aequatoris diameter FG, & polus mundi E; diameter paralleli Solis quicunque HI, circa quem parallelus descriptus sit IKH, in quo locus Solis ponatur in K; demissa autem ad IH, perpendiculari KL, agatur per L, diametro Horizontis parallela MN, quæ diameter erit paralleli Horizontis per Solem ductum, vt constat, si semicirculus IKH, statu-

tur rectus ad Meridianum. Erit enim tunc KL, ad eundem Meridianum perpendicularis, ex defin. 4. lib. 11. Eucl. [a] *ideoque & planum per KL, & MN, ductum ad Meridianum rectum erit. Cum ergo & Horizon ad Meridianum rectus sit, sintque BC, MN, communes sectiones Meridiani cum Horizonte, & plano per KL, MN, ducto, parallelae erunt ex scholio propos. 18. lib. 11. Eucl. planum Horizontis, & planum per KL, MN, ductum, parallela; ac propterea circulus,* [b] *quem posterius planum in sphaera facit, parallelus erit Horizontis. Demissa denique ex I, ad BC, perpendicularis IO, sinus rectus erit altitudinis meridianae IC; & PO, sinus altitudinis Solis tempore obseruationis; & IL, sinus versus distantiae Solis à Meridiano. Iam si cogitetur A, esse vertex primi loci, ita vt eius latitudo sit FA, parallelus autem secundi loci sit HKI, ita vt eius latitudo sit FI, & differentia latitudinum AI, erit IO, sinus complementi huius differentiae. Igitur, vt in scholio praecedentis Canonis Num. 6. demonstrauimus, erit vt quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinu complementi declinationis FI, & sinu complementi altitudinis poli AF, ita IL, sinus versus distantiae Solis à Meridiano, ad IP, differentiam inter IO, sinum altitudinis meridianae, & PO, sinum altitudinis Solis tempore obseruationis.*

a 18. undec.

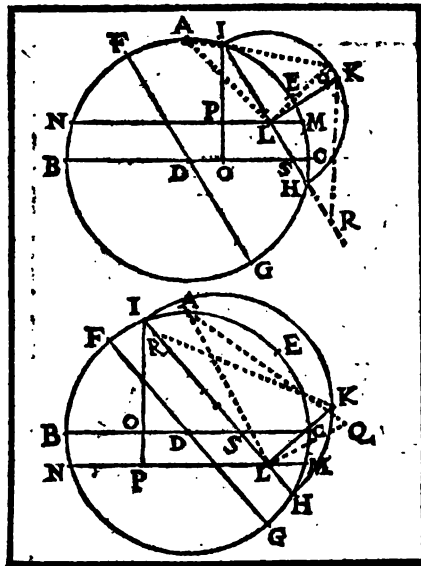
b 1. 1. Theod.

Inuentio alia altitudinis Solis per numeros.

QVOCIRCA si fiat, vt quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinu complementi altitudinis poli supra circulum propositum, & sinu complementi declinationis, ita sinus versus distãtiae Solis à Meridiano proprio dati circuli, ad aliud, producetur numerus, qui ex sinu altitudinis meridianae subtractus reliquum facit sinum altitudinis Solis quaesitae. *Atque haec ratio quadrat in omnem situm Solis, etiamsi eius parallelus totus extet supra circulum maximum, ac proinde duas habeat altitudines meridianas; dummodo in calculo maior altitudo meridiana assumatur. Qua de re legatur, si placet, propos. 12. libri Petri Nonij de Crepusculis.*

Alia inuentio differentiae inter sinum altitudinis meridianae, & sinum altitudinis quaesitae.

DIFFERENTIA tamen eadem, IP, inter sinum altitudinis meridianae, & sinum altitudinis Solis hora obseruationis, supputabitur hac etiam ratione. Fiat vt sinus totus IL, ad IP, sinum anguli ILP, complementi altitudinis poli, ita IL, sinus versus distantiae Solis a Meridiano ad aliud. *Numerus enim productus dabit rectam IP, in partibus sinus totius paralleli Solis IH, in quibus data est IL. Si igitur rursum* Fiat, vt sinus totus paralleli Solis ad seipsum, quatenus sinus est complementi declinationis in circulo maximo, ita IP, cognita in partibus sinus totius eiusdem paralleli, ad aliud; procreabitur IP, in partibus eiusdem sinus totius in maximo circulo, in quibus sinus complementi declinationis sumptus fuit.

VICIS-

Horam ex altitudine Solis per numeros obseruare.

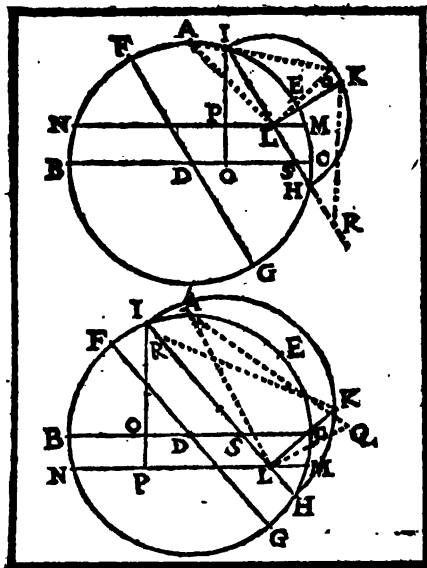
VICISSIM si fiat, vt rectangulum contentum sub sinu complementi altitudinis poli, & sinu complementi declinationis, ad quadratum sinus totius, ita differentia inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis Solis aliunde cognitę tempore obseruationis, ad aliud; producetur sinus versus distantiæ Solis à Meridiano. *Ex hac distantia facile hora tempore obseruationis cognoscetur.*

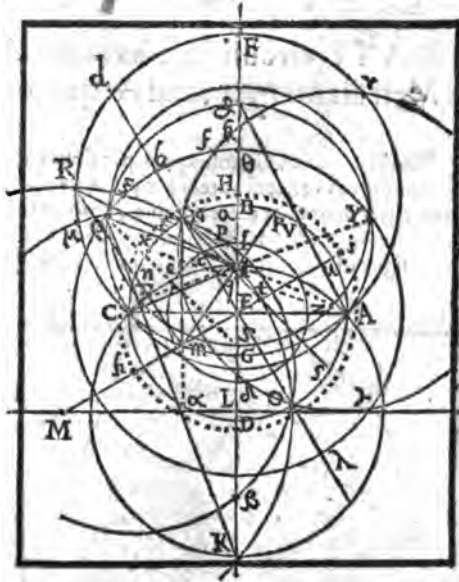
QVEM sinum versum distantia Solis à Meridiano ita quoque reperiemus. Fiat vt IP, sinus anguli ILP, complementi altitudinis poli, ad IL, sinum totum, ita IP, quatenus differentia est inter sinum altitudinis meridianæ, & sinum altitudinis Solis cognitæ, ad aliud. *Numerus enim, qui gignetur, dabit rectam IL, in partibus sinus totius in circulo maximo, in quibus videlicet sinus altitudinis meridianæ datus est. Si igitur rursum.* Fiat, vt sinus complementi declinationis Solis ad seipsum, quatenus sinus totus est paralleli Solis, ita IL, nuper inuenta ad aliud, producetur eadem IL, quatenus sinus versus est distantiæ Solis à Meridiano in partibus sinus totius eiusdem paralleli. *Igitur distantia à Meridiano, arcus scilicet IK, cognitus erit, &c.*

Altitudinē stellæ ex eius distantia à Meridiano: Et vicissim distantiam eius à Meridiano, ex eius altitudine perscrutari per numeros.

OMNIA hæc quadrant etiam in quamcunque stellam, cuius declinatio cognita sit. Nā eadem prorsus ratione, ex eius distantia à Meridiano inuenietur eiusdem altitudo supra Horizontem; *& ex altitudine cognita per aliquod instrumentum, distantia ipsius à Meridiano: si nimirum pro declinatione, & parallelo Solis accipiatur declinatio, & parallelus stellæ, vt perspicuum est. Ex distantia autem stellæ à Meridiano inuenta elicietur hora, quemadmodum in scholio Can. 8. Num. 2. docuimus. Verum horam ex altitudinē Solis interdiu, & noctu ex altitudine alicuius stellæ, supputauimus etiam supra, alia tamen ratione, ad calcem scholij Canonis 8.*

CANON XVII.

DATO circulo in sphæra maximo ad Meridianum inclinato, quantus sit arcus ipsius inter Meridianum Horizontis, & Meridianum eius proprium interiectus: & quanta sit huius Meridiani proprij ad Meridianum Horizontis inclinatio, indagare.

1. HAEC

1. HAEC est propositio 30. lib. 1. Gnomonices, quam ibi per Sinus absoluimus, hic autem eandem per ea, quæ hoc Astrolabio demonstrata sunt à nobis, (quam rationem, & in iis, quæ sequuntur, seruabimus) facilius expediemus. Sit ergo in figura præcedentis Canonis maximus circulus, cuius positio ac situs in sphæra datus sit, descriptus per propos. 12. lib. 2. in Astrolabio RNIOK, cuius centrum M, secansque Meridianum Horizontis in I, & Aequatorem in N, O. Ducta ex M, centro propositi circuli per E, centrum Astrolabii, recta ME, secante eundem datum circulum in t; referet ea Meridianum proprium dati circuli, vt propos. 3. lib. 2. Num. 4. demonstrauimus, ideoque It, arcus erit circuli propositi inter duos Meridianos EI, Et, qui quæritur. Inuento dati circuli polo m, intra Aequatorem, per ea, quæ libro 2. propos. 8. Num. 17. ostensa sunt, (quod fiet, si iuncta recta NO, quæ per E, cẽtrum transibit, cum sit duorum maximorum circulorum sectio, perpendicularisque erit ad Mt, cum Mt, ex M, centro circuli NIO, ducta eam secet bifariam in E; ex alterutro punctorum N, O, nimirum ex N, per t, rectam emittamus Nf, & fα, quadrantem accipiamus. Recta namque Nα, rectam Mt, in polo quæsito m, secabit, &c.) auferent rectæ mt, mI, ex Aequatore arcum up, quæsito arcui It, æqualem, quod ad numerum graduum attinet.

Arcum circuli cuiusuis maximi inter proprium Meridianum, & Meridianum regionis datæ inuenigare.

a 3. scent.

2. ARCVS autem Bu, metietur angulum BEu, inclinationis Meridiani MEu, ad Meridianum BED: quæ quidem inclinatio in supero hemisphærio occidentalis est, in infero vero orientalis. Atque ita semper arcus Aequatoris inter duos Meridianos positus inclinationem Meridianorum metietur.

Inclinationẽ Meridiani circuli cuiusuis obliqui ad Meridianum Horizontis inuenire.

3. QVANDO circulus ad Meridianum inclinatus per polos mundi transit, cuiusmodi v. g. est NEO, nullus arcus ipsius inter duos Meridianos intercipietur, cum vtrumque Meridianum in ipsismet polis intersecet.

SCHOLIVM.

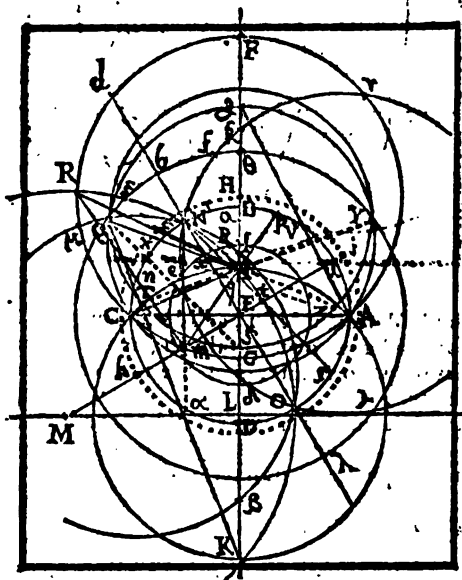
1. *IN horologiorum descriptione, circulus maximus datus aut rectus est ad Horizontem, hoc est, ex Verticalibus vnus; atque ita inuenta eius declinatione, vt propos. 23. lib. 1. Gnomonices tradidimus, describemus eum Verticalem in Astrolabio, per ea, quæ lib. superiore propos. 8. Num. 10. scripsimus, dummodo pro declinatione à meridie in ortum, vel à septentrione in occasum inuenta, accipiatur declinatio æqua-*

Quo pacto circuli maximi, quibus horologia æquidistant describantur in Astrolabio.

lis à Verticali primario ex parte orientali versus boream, vel ex parte occidentali versus austrum; & pro declinatione à meridie in occasum, vel à septentrione in ortum, sumatur declinatio à Verticali primario ex parte orientali versus austrum, vel ex parte occidentali versus boream: Aut datus circulus maximus ad Horizontem inclinatus etiam est; atque ita, inuenta eius declinatione à Verticali primario, inclinationeque ad Horizontem, vt lib. 1. Gnomonices propos. 23. declarauimus, describetur is circulus in Astrolabio, vt lib. superiore propos. 12. Num. 2. docuimus.

CANON XVIII.

DATI circuli in sphæra maximi inclinationem tum ad Meridianum, tum ad Aequatorem inuestigare.

Inclinatio dati circuli maximi situm habentis notum in sphæra ad Meridianū, qua ratione cognoscatur.

1. PRIOR huius Canonis pars per sinus explicata est a nobis propos. 27. lib. 1. Gnomonices: eadem autem hic per Astrolabium ex iis, quæ lib. 2. propos. 8. Num. 11. & propos. 15. scripsimus, absoluetur a nobis; posteriorem vero partem ex iis, quæ propos. 8. Num. 22. demonstrauimus, expediemus. Sit enim in eadem figura Canonis 16. maximus circulus positionem in sphæra notam habens descriptus in Astrolabio RNIOK, ex centro M, secans Meridianum in I, K, & Aequatorem in N, O. Igitur si recta IK, bifariam secetur, & ad rectos angulos per rectam ML, secantem datum circulum in O, (Volo enim eãdem literam O, pertinere & ad intersectionem circulorum QNO, fNO, cum Aequatore, & ad intersectionem rectæ ML, cum circulo RIK.) & ex I, vel K, per O, intersectionem rectæ ML, cum circulo RIK, recta emittatur; metietur arcus circuli AICK, ex L, per I, K, descripti, inter illam rectam, & rectam I, K, positus, magnitudinem anguli LIO, vel LKO, inclinationis dati circuli ad Meridianum. Aut si ex K, arcus circuli quolibet describatur interuallo, metietur eius arcus inter rectas ex K, per L, & O, emissas interceptus, semissem eiusdem anguli LKO, &c. Idemque facient rectæ ex I, per L, & O, emissæ, si ex I, ad quodlibet interuallum arcus circuli describatur. Nam & hæ rectæ ex

ctæ ex illo arcu semissem magnitudinis anguli LIO, auferent, &c. vt lib. 2. propos. 15. demonstratum est.

Inclinatio circuli obliqui maximi, cuius situs in sphæra cognitus sit, ad Aequatorem quo pacto reperiatur.

2. DEINDE, si iuncta recta NO, quam in E, ad rectos angulos, bifariamque secet recta ME, secans datum circulum in t, & Aequatorem in u, egrediantur ex N, per t, u, rectæ lineæ, abscindent eæ ex Aequatore arcum su, qui magnitudinem anguli tNu, inclinationis dati circuli ad Aequatorem, metitur.

3. QVANDO datus circulus ad Verticalem primarium rectus est, hoc est, quando transit per communes sectiones Horizontis ac Meridiani, dabit complementum eius inclinationis ad Horizontem, per propos. 23. lib. 1. Gnomonices inuentæ, inclinationem eiusdem ad Meridianum.

4. QVANDO autem datus circulus declinatione caret, ac proinde per polos Meridiani incedit; rectus erit ad Meridianum, nullamque habebit ad ipsum inclinationem.

5. QVANDO denique circulus datus ad Horizontem rectus est, hoc est, vnus est ex Verticalibus, dabit complementum declinationis ipsius à Verticali primario per propos. 23. lib. 1. Gnomonices inuentæ, inclinationem eiusdem ad Meridianum.

CANON XIX.

DATO circulo maximo obliquo in sphæra, arcum Meridiani inter ipsum, & tam Horizontem, quam polum mundi, & verticem capitis, siue polum Horizontis, inclusum explorare.

Arcum Meridiani inter datum circulum obliquum, cuius situs in sphæra cognitus sit, & tam Horizontem, quam polum Mundi, & polum Horizontis inquirere.

PROBLEMA hoc soluimus quoque propos. 28. lib. 1. Gnomonices, tum beneficio Ellipsis, tum per calculum sinuum. In eadem ergo figura Canonis 16. sit descriptus circulus maximus obliquus QlOβ, indicans nimirum horam 16. ab occ. secansque Meridianum in l, β; ita vt tam βG, quam lF, arcus sit Meridiani inter datum circulum, & Horizontem quadrante minore cum KG, IF, quadrantes sint à polis Horizontis vsque ad eius circumferentiam: At lE, arcus eiusdem Meridiani inter datum circulum, & polum mundi E, quadrante quoque minor, cum Eβ, quadrans sit: Arcus denique lI, inter circulum datum, & verticem loci. Hi autem omnes arcus cognoscentur per arcus Aequatoris, qui inter rectas ex A, per terminos dictorum arcuum eductas intercipiuntur; cum hi arcus Aequatoris dictis arcubus Meridiani respondeant, vt lib. 2. prop. 1. Num. 6. demonstrauimus.

CANON XX.

DATO circulo maximo obliquo in sphæra, altitudinem poli supra ipsum deprehendere.

Altitudinem poli supra datum circulum maximum, cuius positio in sphæra sit cognita, inquirere.

1. SOLVTVM etiam fuit hoc problema lib. 1. Gnomonices propos. 26. tum per Ellipsim, tum per sinuum supputationem. Sit igitur in eadem figura Canonis 16. maximus circulus obliquus, cuius situs cognitus sit in sphæra, descriptus RNIOK, cuius centrum M, & proprius Meridianus MEt; diameter autem Aequatoris NO, secet Mt, ad rectos angulos in centro E, quæ omnino cadet in puncta N, O, cum circulus maximus RNIOK, per puncta extrema N, O, incedat, vt sub initium scholii propos. 5. lib. 2. demonstrauimus. Ducto ergo radio Nt, secante Aequatorem in f, transibit vera diameter circuli maximi obliqui, quem repræsentat RNIOK, per f. Igitur O f, arcus erit altitudinis poli supra propositum circulum maximum, vt ex ijs liquet, quæ lib. 2. propos. 8. Num. 22. demonstrauimus.

2. SIT rursum descriptus circulus maximus obliquus AgC, cuius situs cognitus sit in sphæra, nimirum ad Meridianum rectus, transiens per eius polos A, C, & ad Horizontem obliquus. Ducto radio A, g, secante Aequatorem in V, erit AV, arcus altitudinis poli supra ipsum, cum diameter eius vera transeat per V; propterea quod eius extremum V, in g, apparet.

SCHOLIVM.

Arcũ circuli maximi obliquisitũ in sphæra habentis notũ, inter maximũ circulum, qui per eius polos, & polos Horizontis ducitur, & tam Meridianum proprium, quam Meridianũ Horizonti s positum inuenire.

Arcus maximi circuli per polos Horizontis, & polos dati circuli maximi obliqui transeuntis inter Horizontem, & circulum horæ 6. a mer. vel med. noc. positus, qua ratione cognoscatur.

Quot horæ, & quæ existant supra vtramque faciem circuli maximi obliqui, & qua hora illuminari incipiat. Denique quos arcus parallelorũ circulus ille maximus abscindat.

1. *NON aliter absoluemus pleraq; alia problemata Gnomonices. Nam primum, si describatur datus circulus obliquus maximus in Astrolabio ex proprio situ cognito, & per eius polum, & polum Horizontis maximus circulus ducatur, statim apparebit arcus dati circuli obliqui inter circulum maximum per dictos polos ductum, & tam proprium Meridianum dati circuli, quam Meridianum Horizontis interpositus; Cuius magnitudo per arcum Aequatoris exhibebitur, qui per rectas ex eius polo per extrema eiusdem puncta ductas abscinditur. Quem etiam arcum lib. 1. Gnomonices propos. 31. per sinuum supputationem inuestigauimus.*

2. *DEINDE mox conspicietur arcus circuli maximi, qui per polos dati circuli maximi obliqui situm in sphæra habentis cognitum, & per polos Horizontis ducitur, inter Horizontem & circulum horæ 6. a mer. vel med. noc. quem in Astrolabio repræsentat recta AC, interpositus; cuius quantitatem cognoscemus per arcum Aequatoris a rectis ex polo circuli per dictos polos transeuntis per extrema puncta dicti arcus emissis abscissum. Hunc arcum lib. 1. Gnomonices propos. 32. per sinus quoque inquisiuimus.*

3. *RVRSVS quolibet maximo circulo obliquo, cuius positio in sphæra non ignoretur, descripto in Astrolabio, reperiemus dicto citius arcus parallelorum Aequatoris ab eo abscissos, atque ex ijs mox cognoscemus, quot & quanam horæ cuiusuis paralleli supra vtramque faciem eiusdem circuli maximi existant, & denique qua hora Sol alterutram faciem incipiat illuminare. Quæ res eximium vsum habet in horologijs describendis, vt ex Gnomonica nostra liquet. Hanc enim ob causam in scholio propos. 40. lib. 3. Gnomonices per sinus indagauimus, quanam hora Sol in Aequatore positus ad propositum quemcunque Verticalem perueniat, hoc est, quantumnam arcum Aequatoris datus Verticalis abscindat: Item in scholio propos. 1 lib. 5. eiusdem Gnomonices tum per sinus, tum beneficio Ellipsis, perscrutati sumus, quantinam arcus cuiuslibet paralleli Aequatoris a dato circulo maximo obliquo abscindantur, & qua hora a Sole alterutra eiusdem circuli facies incipiat, aut desinat illuminari: Idemque repetiuimus lib. 6. cap. 10. Sed vt appareat, quam expedite hæc omnia ex descriptione nostri Astrolabij cognoscantur, sit exempli causa in antecedenti Astrolabio descriptus circulus horæ quartæ ab ortu rNγ, qui ad Horizontem inclinatus est, cum per eius polos non transeat,*

quippe

quippe qui Meridianum secet in k, inter I, polum Horizontis, & Horizontem ipsum ex parte australi. Secet autem dictus circulus tropicum ♑, in f, γ; Aequatorem in N, O; & tropicum ♋, in e, δ. Quia igitur facies superior, ac borealis circuli rNγ, à Sole illuminatur, cum circumferentias fθγ, NAO, ePδ, percurrit, inferiorem vero & australem, dum peragrat arcus γQf, OCN, δeζ; si paralleli singuli in 24. horas distribuantur, initio facto ab eorum intersectionibus cum Meridiano FK, si de horis à mer. ac med. noc. agitur, vel si horae ab occ. vel or. proponuntur, ab eorundem intersectionibus cum Horizonte ex parte occidentali, orientalive; confestim horae conspicientur, quae supra vtrãque faciem circuli propositi continentur, & qua hora facies vtraque à Sole incipiat illuminari, &c. Ita vides dicti circuli faciem superiorem incipere illuminari hora 4. ab or. & hora 4. ab occ. cessare illuminari, vbicunque Sol existat in Zodiaco. Tot autem horis ante meridiem incipere illuminari, Sole existente in principio ♑, quot horae in arcu θf, continentur: eodem vero existente in Aequatore, quot horae in arcu BN, reperiuntur: eodem denique tropicum ♋, describente, quot horas arcus le, (sumpto puncto l, pro intersectione tropici ♋, cum linea meridiana) complectitur, &c. cum Sol supra eum circulum oriatur in punctis f, N, e, occidat autem infra eundem in punctis γ, O, δ. Idem in quouis alio circulo cernere licebit. Nam. v. g. supra faciem borealem Verticalis RIK, existunt omnes horae tropici ♑, repertae in arcu à puncto ξ, per Q, progrediente vsque ad intersectionem tropici ♑, cum dicto Verticali, quae intersectio fit inter puncta β, λ; supra australem vero faciẽ horae arcus a puncto ξ, per θ, tendentis vsque ad eandem intersectionem: & Sol in Aequatore existens orietur supra eiusdem dati Verticalis faciem australem in puncto N, hora 10. a med. noc. & 4. ab or. & 10. ab occ. occidetque in puncto O, hora 10. a mer. & 16. ab or. & 4. ab occ. atque in eodem puncto O. earundem horarum supra faciem borealem orietur, occidetque in puncto N: adeo vt facies australis illustrari incipiat a Sole hora 10. a med. noc. & 4. ab or. & 16. ab occ. desinatque illuminari hora 10. a mer. & 16. ab or. & 4. ab occ. Borealis autem facies illustretur à fine horae 10. a mer. vsque ad finem horae 10. a med. noc. &c.

Angulos, quos Ecliptica cũ Meridiano, Horizonte, & Verticali per Solem quali bet hora ducto, constituit, inuenire.

4. *POSTREMO nullo fere negotio inueniemus magnitudines angulorum, quos singulis in punctis Ecliptica cũ Meridiano, Horizonte, & cum quolibet Verticali constituit: de quibus angulis multa scripserunt Ptolemaeus, Ioan. Regiom. Copernicus, & Geber Hispalensis. Nam si per datum punctum Eclipticae ex centro Astrolabij recta ducatur Meridianum referens, confestim apparebit angulus, quem hic Meridianus cum Ecliptica facit, cuius magnitudo per ea, quae lib. 2. propos. 15. tradita sunt, cognoscetur. Simili modo, si per gradum Solis in Ecliptica ex centro Astrolabij parallelus describatur secans Horizontem ex parte quidem orientali, si angulus orientalis, quẽ Ecliptica in eo gradu cum Horizonte facit, quaeratur, ex parte vero occidentali, si occidentalis: Deinde per illud punctum Horizontis Ecliptica describatur proprium situm habens; habebitur angulus, quem Ecliptica in dato gradu cum Horizonte efficit. Sed quia per idem punctum duae Eclipticae describi possunt, quarum quidem centra semper in parallelo per centrum Eclipticae, quam lib. 2. propos. 5. descripsimus, delineato existunt; vt ea describatur in proprio situ, considerandum erit, an punctum solstitiale, quod à dato puncto Eclipticae propius abest, praecedat ortum dati puncti, an vero subsequatur. Hoc enim obseruato, facile ex duabus Eclipticis ea describetur, quae proprium situm habeat. Hunc autem angulum cognoscemus etiam ex ijs, quae lib. 2. propos. 15. scripsimus. Denique si per datam horam à mer. vel med. noc. in Aequatore ducatur ex Astrolabij centro recta linea, quam secet parallelus Aequatoris per punctum Eclipticae, quod Sol possidet, descriptus, & per punctum sectionis Ecliptica delineetur in proprio situ, habita ratione proximi puncti tropici, ac tandem per idem sectionis punctum Verticalis circulus describatur, reperiemus per eandem propos. 15. lib. 2. quantitatem anguli, quem*

II, quem hic Verticalis cum Ecliptica in eo fum constituit. Atque in hunc modū quae libet arcus, siue angulos circulorum maximorum in sphaera inuestigabimus: vt perspicuum fiet ex sequenti Can. quem de arcubus horarijs in quolibet maximo circulo proponimus, quod horum arcuum eximius sit vsus in horologiorum descriptione.

CANON XXI.

ARCVS horarios in quouis circulo maximo peruestigare.

Arcus horarius in quouis circulo maximo quid

Arcuum horariorum in quouis circulo maximo inuentio.

1. VOCAMVS arcum horarium in quouis maximo circulo eum, qui inter quemcunque circulum horarium, & maximum circulum per polos mundi, & polos proprii Meridiani (instar circuli horae 6. à mer. ac med. noc. in Horizonte) ductum includitur. Omnes autem arcus horarios horarum à mer. & med. noc. lib. 5. Gnomonices propos. 4. beneficio sinuum explorauimus. In Astrolabio ergo praecedenti Canonis 16. sit v. g. maximus circulus Horizon AFCG, quem circulus horae 10. à mer. & med. noc. dEλ, secet in d; circulus autem horae 16. ab occ. in μ, & circulus horae 4. ab or. in r. Et quoniam A, C, poli sunt Meridiani, referet recta AC, circulum horae 6. à mer. ac med. noc. Igitur erit Cd, in Horizonte arcus horarius horae 10. à mer. ac med. noc. orientalis: at Cμ, horae 16. ab occ. orientalis quoque: Et denique Ar, horae 4. ab or. occidentalis: quos omnes arcus cognoscemus per arcus Aequatoris à rectis ex I, polo Horizontis per extrema puncta illorum arcuum ductis abscissos. Nam rectae IC, Id, si ducantur, intercipient in Aequatore arcum horario arcui Cd, aequalem, &c.

2. DEINDE quia A, C, sunt quoque poli Meridiani ipsius Verticalis primarii AICK, ac proinde recta AC, refert quoque circulum horae 6. à mer. ac med. noc. respectu Verticalis, tanquam Horizontis cuiuspiam; erunt arcus horarii in Verticali primario intercepti inter A, vel C, & intersectiones horariorum circulorum cum eodem Verticali: quorum magnitudines cognoscentur similiter per arcus Aequatoris à rectis ex G, polo Verticalis per extrema puncta ipsorum arcuum ductis abscissos.

3. RVRSVS cum recta Mu, sit proprius Meridianus Verticalis circuli RIK, & recta NO, circulus horae 6. à mer. ac med. noc. si dictus Verticalis statuatur Horizon aliquis, erunt arcus horarii in eo Verticali interiecti inter N, vel O, & intersectiones circuli RIK, cum circulis horariis: quorum magnitudines determinabuntur in Aequatore per arcus, quos rectae ex m, polo Verticalis RIK, per extremitates arcuum horariorum emissae auferunt. Itaque arcus horarii horae 10. à mer. vel med. noc. & horae 16. ab occ. & 4. ab or. nihil sunt, cum hi tres circuli horarii secent Verticalem RIK, in N, polo proprii ipsius Meridiani.

4. PRAETEREA quoniam AC, est Meridianus Meridiani FK, cum per B, polum mundi, & A, C, polos Meridiani FK, incedat, suntque B, D, poli ipsius circuli AC, ac denique ipsemet Meridianus est instar circuli horae 6. à mer. & med. noc. cum à suo Meridiano AC, sex horis absit; intercipientur in Meridiano FK, arcus horarii inter B, vel D, & puncta, in quibus horarii circuli Meridianum

ridianum FK, intersecant. Vt arcus omnium horarum à mer. vel med. noc. per quadrantem BE, repræsentabuntur, cum omnes illarum horarum circuli Meridianum FK, in E, secent. At vero arcus horæ 16. ab occ. erit BI, borealis; horæ vero 4. ab or. Bk, australis, quibus arcubus æquales arcus in Aequatore intercipient rectę ex A, polo Meridiani FK, per B, I, & B, k, emissæ.

5. POSTREMO quia Aequatoris Meridianus est FK, habens polos A, C, & AC, circulum horæ 6. à mer. vel med. noc. intercipientur in Aequatore arcus horarii inter C, vel A, & singulas horas Aequatoris: vt CN, erit arcus horæ. 10. à mer. vel med. nocte, & horæ tam 16. ab occ. quam 4. ab or.

SCHOLIVM.

Horarum descriptio in quouis plano, beneficio arcuum horariorum.

1. BENEFICIO arcuum horariorum à mer. ac med. noc. describi possunt horologia earundem horarum in quolibet plano proposito, vt copiose tractatum est à nobis prop. 5. lib. 5. Gnomonices, vt supervacaneũ sit illud hoc loco repetere. Quare hic solũ paucis monebimus, qua ratione horæ ab ortu & occasu per earundem horarum arcus horarios describẽdæ sint. In plano igitur horologij ex loco styli circulus describatur Aequatori Astrolabij, in quo arcus horarij reperti sunt, æqualis, & in eo diameter ducatur perpendicularis ad propriam lineam meridianam, hoc est, ad lineam styli, vt communis sectio habeatur proprij Verticalis & plani horologij. Ab hac diametro numeratis arcubus horarijs in eam partem, in quam reperti sunt declinare in Astrolabio, ducantur per eorum extrema, & per locum styli rectæ lineæ, erunt hæ, parallelæ communibus sectionibus circulorum horariorum, & maximi circuli, cui horologium æquidistat. Nam si per stylum, & has communes sectiones duci concipiantur Verticales illius circuli maximi, [a] *abscindentur in circulo, quem in plano horologij descripsimus, arcus similes arcubus horarijs in eodem illo circulo maximo,* [b] *fientque in prædicto circulo plani horologij lineæ parallelæ communibus illis sectionibus in circulo maximo, cui horologium æquidistat, existentibus. Cum ergo per constructionem, in circulo, qui in plano horologij descriptus est, arcus sumpti sint similes arcubus horarijs in maximo circulo, cui horologium æquidistat, existentibus; erunt ductæ illæ rectæ ex loco styli per arcus horarios in eodem circulo horologij numeratos extensæ, parallelæ illis, quas Verticales dicti per omnes sectiones horariorum circulorum, & circuli maximi, cui horologium æquidistat, transeuntes efficiunt in horologij plano.* [c] *Quoniam vero circuli horarij in horologij plano, & circulo maximo, cui parallelum est, communes etiam sectiones efficiunt parallelas; si in plano horologij reperiantur puncta in linea æquinoctiali, vel alibi, per quæ horæ ab ortu & occasu ducendæ sunt, (hoc est, per quæ ipsi circuli horarij ducuntur.) & per ea puncta rectis supradictis in circulo ex loco styli descripto per horarios arcus emissis parallelæ agantur, descriptæ erunt horæ ab ortu, & occasu:* [d] *cum rectæ illæ ex loco styli per arcus horarios emissæ, communibus hisce sectionibus, id est, horarijs lineis, parallelæ sint; quandoquidem tam hæ, quam illæ, ostensæ sunt æquidistare communibus sectionibus horariorum circulorum in maximo circulo, cui horologium parallelum est, factis. In horis Astronomicis, quoniam omnes transeunt per centrum horologij, satis est per centrum horologij educere lineas parallelas communibus sectionibus circulorum horarum à mer. vel med. noc. & circuli maximi, cui horologium æquidistat: quales sunt rectæ ex centro horologij per arcus horarios in circulo ex eodem centro horologij descripto emissæ; vt factum a nobis est propositione 5. lib. 5. Gnomonices.*

a 10. 1. Theod.
b 16. vndec.
c 16. vndec.
d 9. vndec.

2. ITAQVE si in Astrolabio omnes circuli horarij descripti sint, illico apparebunt arcus horarij in dato circulo obliquo, quorũ omnium magnitudines æquales sunt,

(quod

(quod ad numerum graduum attinet,) arcubus Aequatoris, quos recta ex polo dati circuli obliqui per extrema puncta arcuum horariorum emissa abscindunt.

3. IN Canone porro diximus, arcus horarios interiectos esse inter horarium quemcunque circulum, & circulum, qui per polos mundi, & polos proprij Meridiani, instar circuli hora 6. à mer. vel med. noc. ducitur, non autem inter Verticalem primarium proprium, qui tamen per eosdem polos Meridiani proprij incedit: quia in horologijs describendis arcus horarum à mer. vel med. noc. computantur, à communi sectione plani horologij, & illius circuli, qui vices circuli hora 6. à mer. vel med. noc. gerit in circulo maximo, cui horologium aequidistat; Arcus tamen horarum ab or. & occ. numerantur à communi sectione plani horologij, & Verticalis proprij & primarij. Quod si complementa arcuum horariorum accipiantur, numeranda ea erunt tam pro horis ab or. vel occ. quam a mer. vel med. noc. à linea propria meridiana, in qua videlicet stylus collocatur.

Arcus horarios pro horis à mer. & med. noc. supputare.

4. QVONIAM vero lib. 5. Gnomonices propos. 4. duabus operationibus arcus horarios horarum à mer. & med. noc. per sinus supputauimus, reperiemus nunc eosdem per solam vnam operationem, hoc modo. Cum triangulum semper fiat rectangulum ex arcu Meridiani proprij altitudinem poli vicinioris supra datum circulum maximum metientis, & ex arcu circuli horarij ab eodem viciniori polo vsque ad circulum datum maximum, atque ex arcu circuli dati maximi inter Meridianum proprium, & circulum horarium; qui arcus complementum est arcus horarij quaesiti. Si ergo per 1. modum problematis 11. triang. sphaer. vltimi Lemmatis, Fiat vt sinus totus ad sinum arcus Meridiani altitudinis poli, ita tangens anguli, quem circulus horarius cum Meridiano facit in polo, ad aliud; reperietur tangens arcus circuli maximi dati inter Meridianum, & horarium circulum inclusi, &c.

CANON XXII.

OMNIA Problemata triangulorum sphaericorum absque numerorum auxilio explicare.

LATISSIME patet huius Canonis vsus. In eo enim angulorum, laterumque omnium triangulorum sphoericorum magnitudines Geometrice per arcus Aequatoris inuestigabimus, atque adeo omnia problemata, quae per laboriosum eiusmodi triangulorum calculum explicari solent, mira facilitate ex descriptione duorum, triumue duntaxat circulorum Astrolabii expediemus: quae res non paucis hactenus visa est incredibilis. Totum autem hoc negocium in constructione triangulorum sphoericorum consistit, vt apparebit. Progrediemur autem eo ordine, quem in Lemmate 53. lib. 1. obseruauimus. Et quamuis in prioribus 16. problematibus trianguli sphaerici rectanguli vel solum angulus, vel solum latus, vel sola denique basis, per sinus, ex duobus datis soleat inuestigari: nos tamen per Astrolabium reliqua duo, quae non dantur, hic quoque in quolibet triangulo simul explorabimus. In triangulo igitur sphoerico rectangulo haec, quae sequuntur, ex datis quibusdam à nobis inuestigabuntur.

I. ANGVLVS

CVM altero angulo, & latere, quæ non dantur.

Probl. 1.

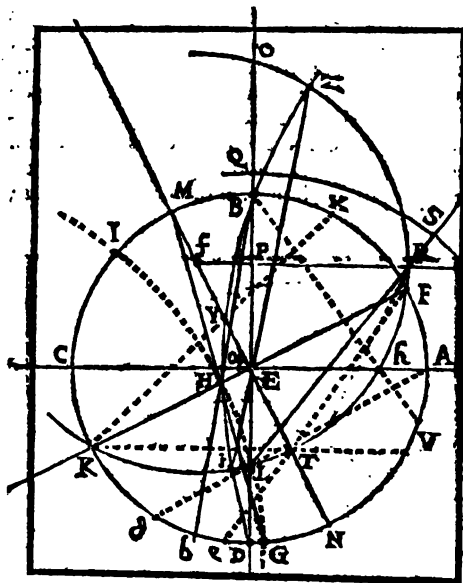
EX base, & latere, quod angulo quæsito opponitur.

Angulum est rectâ quis, ex data basi, & latere quod angulo quæsito opponitur, inuestigare.

SIT in Astrolabio Aequator ABCD, circa centrum E, cum duabus diametris BD, AC, sese ad rectos angulos secantibus. Numeretur latus datum a puncto B, vsque ad F; & basis à puncto F, vsque ad G. Sumptis autem arcubus BM, CK, DN, æqualibus arcui AF, iungantur diametri FK, MN, sese quoque ad angulos rectos secantes, cum quadrantes sint FM, MK, KN, NF. In eam namque partem accipiendi sunt arcus BM, CK, DN, in quam arcus AF, vergit, vt dicti quadrantes efficiantur. Deinde iuncta recta MG, secante rectam FK, in H, sumatur arcui NG, æqualis arcus MI, ac per tria pũcta G, H, I, circulus describatur, (cuius centrum erit in recta FK, extensa, indicabiturque à rectis Aequatorem in G, I, tangentibus, hoc est, a rectis, quæ ad iunctas semidiametros EG, EI, perpendiculares sunt, vt propos. 7. lib. 2. ostensum est) secans rectam BD, in L, intra Aequatorem, qui parallelus erit maximi circuli MEN, polos habentis F, K, cum æqualiter ab hoc circulo MEN, recedat; propterea quod arcus EH, æqualis est arcui NG, vt ex iis constat, quæ lib. 2. propos. 2. Num. 5. & 6. demonstrauimus; & arcus MI, arcui NG, sumptus fuit æqualis. Immo ex iis, quæ lib. 2. propos. 18. Num. 5. scripsimus, liquet etiam GHI, parallelum esse maximi circuli MEN. Denique per tria puncta F, L, K, circulus, cuius centrum f, est in recta MN, describatur FLK, secans EB, productam in O. Erit igitur triangulum sphœricum rectangulum BFL, id, quod proponitur, cum angulus FBL, rectus sit, & datum latus BF, basisque data FL; quod arcus FL, FG, ex polo F, cadentes in parallelum GHI, æquales sint; Cuius quidem angulum quæsitum FLB, cui datum latus BF, opponitur, sic inuestigabimus per ea, quæ lib. 2. propos. 15. Num. 3. demonstrata sunt. Secta recta LO, bifariam, & ad angulos rectos per lineam PR, secantem circulum LFO, in R, metietur arcus RO, magnitu-

gnitudinem anguli quæsiti FLB. Et si ex angulo L, arcus quocunque interuallo describatur QS, quem recta LR, secet in S, metietur arcus QS, semissem anguli eiusdem FLB, ac proinde arcus QS, duplicatus totum angulum metietur. Quod si punctum sectionis O, nimis procul distet, satis erit ex f, centro circuli KLF, ad LB, perpendicularem ducere, secantem circulum KLF, in R.[a] Hæc enim secat rectam LO, bifariam. Vel sine centro f, sic agemus. Inuento centro P, trium punctorum A, L, C, excitetur PR, ad BD, perpendicularis. Erit enim rursus P, punctum medium rectæ LO, cum circulus maximus per A, L, C, descriptus transeat per O, punctum ipsi L, oppositum. Quare arcus QS, circuli ex L, descripti inter rectas LQ, LR, positus, semissem anguli BLF, metietur. Et si per L, circulus, vt libet, describatur, metietur eius arcus inter easdem rectas totum angulum. Quæ omnia demonstrata sunt ad finem Num. 2. propositionis 15. lib. 2.

[a] 3. tertij.

IMMO & ipsemet arcus LR, eundem quæsitum angulum BLF, metietur, vt Num. 3. eiusdem prop. 15. lib. 2. demonstrauimus.

IAM vero eadem ratione alter angulus BFL, non datus innotescet. Ducto enim radio FT, secante Aequatorem in e, metietur arcus Me, angulum BFL, cum eius arcus sit MT, cui æqualis est arcus Me, vt ostensum est lib. 2. propos. 1.

DENIQVE reliquum latus non datum BL, efficietur notum per arcum Aequatoris, quem rectæ ex A, polo circuli BED, per puncta B, L, extensę intercipiunt, cuiusmodi est arcus Bg, vt ex eadem propos. 1. lib. 2. manifestum est.

QVOD si ducta diametro FK, ex puncto extremo lateris dati BF, quam ad rectos angulos secet diameter MN, circulum maximum referens per mundi polos ductum, cuius poli F, K, parallelus GHI, maximi huius circuli MN, per extremum punctum G, basis datæ FG, descriptus non secet diametrum BD, intra Aequatorem, impossibile erit problema, quia tunc ex F, ad BD, deduci non poterit arcus circuli maximi basi FG, æqualis, qualis fuit FL, arcus vsque ad parallelum GHI, demissus, auferens latus BL, semicirculo minus, vt ratio postulat. Itaque quando latus datum BF, quadrante minus est, basis proponi debet maior ipso latere: (propterea quod per propos. 34. nostrorum triang. sphær. angulus lateri dato oppositus, acutus est, ideoque per propos. 11. eorundem triang. sphær. latus datum minus est base, quæ angulo recto opponitur) ita tamen, vt basis cum latere semicirculo minorem arcum constituat,

situat, qualis fuit basis FG. Nam si punctum G, esset vltra D, parallelus GHI, rectam BD, non secaret: Quando autem latus datum quadrante maius est, basis debet proponi minor ipso latere: (propterea quod per propos. 34. nostrorum triang. sphær. angulus lateri dato tunc oppositus, obtusus est, ac proinde per propos. 11. eorundem triãg. sph. latus datũ minus est base, quæ angulo recto opponitur:) ita tamen, vt basis maior sit complemento lateris dati ad semicirculum. Vt si datum latus sit BN, basis maior esse debet arcu ND, alias parallelus maximi circuli FK, secantis diametrum NM, ab extremo puncto dati lateris ductam ad angulos rectos, descriptus per extremum punctum basis, non secaret BD, intra Aequatorem. Verum hac cautione opus non est, cum triangula sphærica in operatione ponantur eiusmodi, quæ vere, & re ipsa in superficie sphœrica existant. Quod etiam in problematibus, quæ sequuntur, intelligendum est.

II. ANGVLVS.

Cum altero angulo, & latere, quæ non sunt data.

Probl. 2.

EX base, & latere, quod angulo quæsito adiacet.

Angulum ex reliquis ex base data, & latere, quod quæsito angulo adiacet, reperire.

CONSTRVATVR ex datis triangulum sphæricum BFL, vt in præcedente problemate, in quo angulus BFL, cui datum latus BF, adiacet, quærendus proponitur. Quoniam arcus TK, angulum KFL, metitur, vt lib. 2. propos. 15. Num. 3. demonstratum est; si angulo huic addatur rectus angulus KFM, notus euadet totus angulus BFL, quæsitus. Quod si ex F, per M, recta ducatur, donec circulum FTK, productum secet, dabit arcus eiusdem circuli inter eam rectam, & punctum T, interceptus, quantitatem totius anguli BFL, vt lib. 2. propos. 15. Num. 2. demonstrauimus. At si ex F, circulus quolibet interuallo describatur, metietur eius arcus inter rectas FT, FM, positus semissem eiusdem anguli. Immo & arcus Aequatoris Me, eundem angulum metitur.

ALTER angulus non datus BLF, cognoscetur, vt in præcedenti problemate, nimirum vel per arcum LR, vel per arcum QS, duplicatum, &c.

RELIQVVM autem latus BL, reperietur hic etiam per arcum Bg, quem recta AL, ex Aequatore aufert, vt in problemate antecedente.

Probl. 3.

III. ANGVLVS.

Cum duobus lateribus, quæ non dantur hoc loco.

EX base & altero angulo non recto.

Angulum cum aliis ex data base.

NVMERATA base ex B, versus C, vsque ad g, ductoque radio visuali Ag, secante BD, in L, erit BL, basis propositi trianguli; cum tot gradus in arcu BL, contineantur, quot in Bg, vt lib. 2. propos. 1. demonstratum est. Deinde in L, constituatur angulus datus per propos. 16. lib. 2. hoc modo. In recta LB, inuento puncto O, ipsi L, opposito, secetur LO, in P, bifariam, & ad rectos angulos per

rectam PR. Aut si punctum O, nimis remotum sit, inueniatur P, centrum trium punctorum A, L, C, (Hoc enim erit in medio duorum punctorum L, O, cum circulus per A, L, C, ex P, descriptus sit maximus, ac proinde per O, punctum oppositum transeat.) & in P, ad BL, perpendicularis excitetur PR. Descripto autem ex L, circulo quantocunque QS, numeretur in eo semissis dati anguli à puncto Q, vsque ad S; vel certe, (si in eo minuta contineantur numero imparia) totus angulus numeretur, & arcus numerati semissis accipiatur QS. Ducta namque recta LS, secante PR, in R, si per tria puncta L, R, O, vel per duo L, R, si O, sit nimis remotum, circulus maximus describatur LRO, (cum per puncta opposita transeat) centrum f, habens in recta PR; erit angulus BLF, dato angulo æqualis, cum arcus QS, eius semissem metiatur, vt propos. 15. lib. 2. Num. 2. ostendimus.

IAM ducta ex f, centro per E, centrum Astrolabij recta MN, quam diameter FK, ad rectos secabit angulos, si erratum non est, emittatur radius KT, secans Aequatorem in V, & quadrans sumatur VX. Recta enim KX, secabit f E, in Y, polo circuli maximi LRO, vt lib. 2. propos. 8. Num. 17 monstrauimus. Si igitur per tria puncta D, Y, B, ex centro in recta EA, inuento circulus describatur secans LRO, in Z, qui maximus erit, cum per puncta opposita D, B, ducatur, a erit angulus BZL, rectus, quod circulus maximus DYB, per Y, polum maximi circuli LRO, transeat: ac proinde triangulum rectangulum propositum erit BZL, cum BL, sit basis data opposita recto angulo Z, & angulus non rectus datus BLZ. Angulus ergo alter non rectus LBZ, ita inuenietur. Ducta recta Ba, per a, punctum intersectionis circuli ZBD, cum recta AC, secans Aequatorem in b; erit Db, magnitudo anguli aBE, vt constat ex iis, quæ propos. 15. lib. 2. ostendimus: qui si ex duobus rectis auferatur, quibus duo anguli aBE, EBZ, æquales sunt, ex propos. 5. nostrorum triang. sphær. reliquus fiet quæsitus angulus LBZ; qui totus hoc etiam modo reperietur, quando circulus DBZ, commode totus describi potest, vt rectam EA, intersecet. Ducatur recta ex B, per intersectionem circuli DBZ, cum recta EA. Tam enim arcus Aequatoris, quam circuli DBZ, inter hanc rectam, & diametrum BD, versus D, interceptus, vel etiam arcus circuli DBZ, inter B, & eandem rectam positus, quæsitum angulum LBZ, metietur, vt ex ijs, quæ propos. 16. lib. 2. Num. 3. demonstrauimus, liquet.

a 15. 1. *Theod.*

IAM vero latus LRZ, æquale erit arcui Aequatoris, quem rectæ ex Y, polo circuli KFZ, per puncta L, Z, emissæ auferunt.

EADEMQVE ratione alterum latus BZ, indicabit arcus Aequatoris a rectis ex h, polo circuli DBZ, per B, Z, eductis abscissus. Polus aūt h, erit in intersectione circuli KFZ, cum recta AC. Cum enim maximus circulus DBZ, transeat per Y, B, polos maximorum circulorum KFZ, CA; transibunt hi vicissim per illius polos, ex scholio propos. 15. lib. 1. Theod. ac proinde punctum h, polus erit circuli DBZ: qui etiam reperietur, si radius emittatur ex B, per a, secans Aequatorem in b, & quadrans sumatur bV. Radius namque BV, rectam AC, in h, polo quæsito intersecabit, vt propos. 8. Num. 17. lib. 2. ostensum est.

QVOD si detur basis DL, quadrante minor, & eadem fiant, constituetur ex altera parte triangulum propositum DLi, cum angulus DLi, sit æqualis angulo BLF, ad verticem, &c.

IIII. LAN-

IIII. ANGVLVS.

Probl. 4.

Cum latere, ac base, quę hic non dantur.

EX latere, quod angulo quæsito opponitur, & altero angulo non recto.

Angulum cum reliquis, ex dato latere, quod ei opponitur, & altero angulo non recto inquirere.

SIT latus datum BF; & in F, cũ eo constituatur angulus dato angulo æqualis, per propos. 16. lib. 2. hoc modo. Ducta diametro FK, quam ad angulos rectos secet diameter MN, numerētur gradus dati anguli a puncto M, vsque ad e, ductaque recta Fe, secante MN, in T, describatur per tria puncta F, T, K, ex centro f, in recta MN, existente, circulus FTK, qui maximus erit, cum per opposita puncta F, K, incedat. Secet autem hic circulus rectam BD, in L; eritque datus angulus BFL, cum eius arcus sit M e; ac proinde triangulum sphæricum BLF, erit id, quod quæritur, habens nimirum angulum LBF, rectum, latusque datum BF, vna cum non recto angulo LFB, dato. Angulus igitur BLF, dato lateri oppositus, inuenietur, vt in 1. problemate. Secta namque recta LO, bifariam, & ad angulos rectos per rectam PR, metietur arcus RO, vel LR, angulum quæsitum BLF. Aut si ex f, centro circuli KTF, ad LB, perpendicularis excitetur, & ex L, descripto circulo QS, quantocunque, recta ducatur LR, metietur arcus QS, semissem eiusdem anguli, &c.

LATVS autem BL, cognoscetur ex Aequatoris arcu Bg, quē recta AL, abscindit.

AT vero basem FL, exhibebit arcus Aequatoris FG, qui a recta ex Y, polo circuli FLK, per L, emissa aufertur.

V. ANGVLVS,

Probl. 5.

Cum base, & altero latere non dato.

EX latere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto: dummodo constet, num quæsitus angulus maior sit recto, minorue; vel an basis, aut alterum latus non datum quadrante maius sit, minusue.

Angulum cum reliquis, ex dato latere, quod angulo quæsito adiacet, & altero angulo non recto eliciere.

SIT rursus Aequator ABCD, cum duabus diametris AC, BD, sese in centro E, ad angulos rectos secantibus. Numeretur latus datum a puncto A, vsque ad F, iungaturq; recta BF, secans AC, in G: erit arcus AG, dato lateri AF, æqualis, vt propos. 1. lib. 2. monstratum est. Numeretur quoque dati anguli magnitudo a puncto A, vsque ad H, iungaturque recta BH, secans AC, in I: erit arcus AI, æqualis arcui AH, dati anguli, maiorque necessario quam AG, si datus angulus acutus sit, vt demonstrabitur. Descripto ergo circulo BID, per tria puncta B, I, D, centrum habente d, in recta AC, qui maximus est, cum per puncta opposita B, D, transeat; erit angulus ABI, dato angulo æqualis, cum eum metiatur arcus AI, vel AH. Describatur quoque ex E, per G, parallelus Aequatoris GK,

secans

secans circulum BID, in L, & emissa recta EL, secante Aequatorem in M, sumatur arcui AM, æqualis arcus BN. Ducta autem diametro NQ, secet eam ad rectos angulos RS. quod fiet facile, si arcubus BN, DQ, æquales sumantur arcus AS, CR, quod hoc modo efficiantur quatuor quadrantes NS, SQ, QR, RN. Descripto iam per tria puncta N, G, Q, circulo NGQ, qui maximus est, cum per opposita puncta N, Q, transeat, habetque centrum P, in recta ER, tantum distans ab E, quantum centrum d, circuli BID, ab eodem centro E, abest, propterea quod, vt infra ostendemus, duo circuli BID, NGQ, eundem parallelum tangunt; erit AGN, vel CGQ, triangulum propositum. Quoniam enim arcus AM, BN, æquales sunt; estque AM, per scholium propos. 21. lib. 3. Eucl. arcui GL, similis, erit quoque BN, eidem GL, similis. Igitur circuli maximi BID, NGQ, auferentes ex parallelis GK, AB, arcus similes, & per polum E, non transeuntes, a tangent eundem parallelum, eum videlicet, qui ex E, per I, describitur, cum BID, eum tangat in I, ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. ac proinde ex

a 16. 2. Theod.

scholio propos. 21. lib. 2. Theod. æqualiter ad maximum parallelorum ABCD, inclinabuntur, hoc est, anguli ABI, ANG, æquales erunt. quod ex eo etiam constat, quod eorum arcus AI, SO, æquales sunt. Cum ergo ABI, dato angulo sit æqualis, erit etiam ANG, dato angulo æqualis, qui quidem dato lateri AG, opponitur. Itaque si constet, quæsitum angulum ad G, esse acutum, accipiendum est triangulum ANG; si vero quæsitum angulum ad G, constet esse obtusum, sumendum est triangulum AGQ, &c. Angulum vero quæsitum ita cognoscemus, Ex P, centro circuli NGQ, ad AC, perpendicularis demittatur PT, secans eundem circulum in V. Arcus enim GQV, angulum CGQ, ideoque & angulum AGN, trianguli AGN, metietur, vt lib. 2. propos. 15. Num. 3. ostendimus, qui angulus ex duobus rectis subductus angulum AGQ, reliquum faciet in triangulo AQG. Idem angulus CGQ, habebitur, si ex G, arcus quantuscunque XZ, describatur secans GC, in Y. Nam arcus XY, semissem anguli CGQ

CGQ, & duplus arcus XZ, totum angulum metietur.

QVOD si datum latus sit quadrante maius, ac proinde angulus oppositus datus obtusus, minor tamen ipso latere, vt demonstrabitur, numeretur datum latus à puncto C, vsque ad F, emittaturque radius BF, secans AC, in G, vt latus datum sit CG. Numeretur quoque quantitas dati anguli obtusi à puncto C, vsque ad H, & radius emittatur BH, secans AC, in I, vt CI, arcus sit dati anguli. Descripto igitur per tria puncta B, I, D, ex centro d, in recta AC, existente, circulo BID, erit CBI, angulus dato angulo æqualis. Hunc circulum parallelus GK, secet in L; emissaque semidiametro BLM, accipiatur arcui AM, æqualis arcus BN, ac per tria puncta N, G, Q, circulus describatur, vt prius: eritq. rursum angulus GNC, angulo GBC, æqualis: quod probabitur, vt prius. Igitur si constet, angulum quæsitum ad G, adiacentem dato lateri CG, esse obtusum, erit propositum triangulum CGN. Nam si acutus est, oblatum triangulum erit CGQ. Angulus porro quæsitus CGQ, cognoscetur per arcum GV, vt prius, quo detracto ex semicirculo, relinquetur angulus CGN. &c.

EX constructione liquido constat, quando datum latus minus est quadrante, angulum oppositum datum esse acutum, maiorem tamen ipso latere dato; quando autem datum latus maius est quadrante, angulum datum oppositum esse obtusum, minorem tamen dato latere. Quoniam enim per theorema 4. scholii propos. 21. lib. 2. Theod. arcus GA, minor est arcu GN, erit per propos. 11. nostrorum triang. sphær. angulus ANG, in triangulo AGN, minor angulo recto A, hoc est, acutus, ideoque GNC, obtusus. Eadē ratione in triangulo AGQ, erit angulus GQA, minor recto A, quod per idem theor. 4. dicti scholii, arcus GA, minor sit arcu GQ, &c. Angulum autem datum lateri AG, oppositum, maiorem esse latere AG, qualis fuit angulus ABI, liquet. Nam si esset minor, cuiusmodi est angulus ABb, cum circulus BbD, parallelum ab, tangat in b, tangeret circulus NGQ, faciens angulum ANG, ipsi ABb, æqualem, eundem parallelum ab; quia circuli BbD, NGQ, propter æquales angulos ad B, N, æqualiter ad Aequatorem inclinati sunt, &c. quod est absurdum, cum NGQ, parallelum ab, secet. Hinc efficitur, obtusum datum angulum oppositum lateri dato CG, minorem esse ipso latere CG, qualis fuit angulus GNC. Nam si esset maior, cuiusmodi est CBb, tangeret circulus NGQ, iterum parallelum ab, quem circulus B b D, tangit. quod absurdum est. Sed de angulis trianguli sphærici tam rectanguli, quam non rectanguli, plura demonstrabimus in scholio huius Canonis

CONSTAT quoque, si, constructo angulo ABI, dato angulo æquali, per punctum G, describatur ex propos. 20. lib. 2. maximus circulus NGQ, tangens eundem parallelum IO, quem circulus BID, tangit, constructum quoque esse triangulum propositum. Nam ex Theor. 1. propos. 21. lib. 2. Theod. circuli BID, NGQ, æqualiter inclinati erunt ad Aequatorem, hoc, est, anguli ABI, ANG, æquales erunt, &c.

Alia solutio problematis.

FACILIVS idem problema soluemus hoc modo. Sit Ah, magnitudo anguli dati, ductoque radio Bh, secante AC, in b: erit Ab, arcui Ah, æqualis. Descripto ergo circulo BbD, per tria puncta B, b, D, centrum Y, habente in recta AC, erit ABb, angulus datus. Deinde sit arcus Ag, dato lateri æqualis, & primum quadrante minor, ducaturque radius Bg, secans AC, in k, vt Ak, sit etiam arcus dato lateri æqualis. Descripto autem parallelo Aequatoris per k, secante circulum BbD, in i, ducatur recta Bi, secans Aequatorem in N: Eritque triangulum propositum BiN, vel DiN; [a] cum angulus ad N, sit rectus, &

Facilior solutio problematis.

a 15. 1. Theod.

latus

latus Ni, datum, (quippe cum æquale sit ipsi Ak, ideoque & arcui Ag.) oppositumque dato angulo NBi, vel NDi. Igitur si constet, quæsitum angulum i, esse acutum, accipiendum est triangulum BiN. Cum enim omnes tres arcus sint quadrante minores, erunt per propos. 28. nostrorum triang. sphær. duo anguli B, i, acuti: Si autem constet, angulum quæsitum esse obtusum, sumendum est triangulum DiN. Iam si ex Y, centro circuli BbD, ad iE. protractam perpendicularis demittatur Ye, secans circulum in f, dabit arcus if, quantitatem anguli acuti BiN, vt lib. 2. propos. 15. Num. 3. ostensum est; quo ablato ex semicirculo, obtusus quoque DiN, notus fiet.

QVOD si latus datum sit quadrante maius, illudque numeretur ex C, vsque ad g, dabit ductus radius Bg, arcum Ck, eidem lateri æqualem. Numerato quoque angulo dato ex C, vsque ad h, ductoque radio Bh, secante AC, in b, si per B, b, D, circulus describatur, erit datus angulus obtusus CBb. Descripto ergo per k, parallelo secante circulum BbD, in i, & per i, atque E, recta extendatur iEQ, erit propositum triangulum vel BQi, si nimirum quæsitus angulus est obtusus, vel DQi, si acutus: propterea quod angulus ad Q, rectus est, & latus iQ, dato angulo iBQ, vel iDQ, oppositum, æquale ipsi Ck, hoc est, arcui Cg. Angulus ad i, inuenietur, vt prius.

EX his etiam liquet, angulum datum dato lateri oppositum debere esse maiorem ipso latere dato, & acutum, quando latus datum quadrante minus est; minorem vero ipso latere dato, & obtusum, quando datum latus maius est quadrante. Ostensum enim est angulum NBi, vel NDi, esse acutum, ideoque QBi, vel QDi, obtusum. Et nisi Ab, arcus anguli dati acuti maior esset latere dato Ak, vel Cb, arcus dati anguli obtusi minor esset latere Ck, non secaret parallelus circulum B b D, ac proinde problema solui non posset.

RVRSVS quia parallelus ik, secat quoque eundem circulum BbD, ex altera parte rectæ AC, in puncto l, si ex l, per E, recta extendatur, constituentur eadem duo triangula, vt perspicuum est.

IAM

IAM vero basis GN, nota fiet per arcum Aequatoris, quem rectæ ex polo circuli NOQ, per puncta N, G, eductæ abscindunt: qui polus ita inuenietur. Ducta recta NOq, sumatur quadrans qr. Nam recta Nr, rectam PS, in s, quæsito polo secabit.

LATVS autem reliquum AN, per se notum est, cum sit arcus Aequatoris. Eadem prorsus ratio est in aliis triangulis AGQ, CGN, CGQ, &c.

VI. ANGVLVS.

Cum base, & altero angulo non recto, quæ data non sunt.

Probl. 6.

EX vtroque latere circa angulum rectum.

IN figura primi problematis circa angulum rectum ABE, sit vnum latus datum BF, & alterum BL, quod reperietur, si numeretur ex B, vsque ad g, radiusque emittatur Ag, secans BD, in L. Nam arcus Bg, proiicitur in arcum BL, vt propos. 1. lib. 2. demonstrauimus. Sumpto autem arcu DK, arcui BF, æquali, vt puncta F, K, sint opposita, descriptoque per tria puncta F, L, K, ex centro f, in recta MN, existente, circulo maximo FLK, erit arcus FL, basis trianguli BFL, propositi. Angulum porro BLF, sic inuenie mus. Demissa ex f, centro ad BL, perpendiculari fP, secante arcum LF, in R, metietur arcus LR, angulum quæsitũ BLF, vt lib. 2. propos. 15. Num. 3. ostendimus. Angulũ vero BFL, reperiemus hoc modo. Arcus FT, metitur angulum TFE, & arcus FM, angulum MFE. Igitur totus angulus BFL, notus fiet, si nimirũ arcui FM, addatur arcus simi lis arcui FT. Vel potius, ducta recta FLe, totus arcus MKe, totum angulum BFL, quæsitum metietur. Quod si assumeretur latus maius Bg, & minori BF, æqualis arcus ex BE, abscinderetur, describendus esset circulus maximus per g, eiusque punctum oppositum, atque punctum extremum lateris in recta BE, abscissi. Ita enim idem prorsus triangulum construeretur.

Angulum cum reliquis ex vtroque latere cruce re.

BASEM autem FL, notam reddet arcus Aequatoris, quem rectæ ex Y, polo circuli FLK, per puncta F, L, extensæ intercipiunt, cuiusmodi est arcus FG.

VII. LATVS.

Probl. 7.

Cum vtroque angulo non recto, quorum neuter datur.

EX base, & altero latere.

Latus cum reliquis ex base, & altero latere explorare.

IN eadem figura sit datum latus BF, & basis FG. Ductis autem duabus diametris FK, MN, ad angulos rectos se secantibus, ducatur recta MG, secans FK, in H, & arcui NG, æqualis arcus sumatur MI, ac per tria puncta I, H, G, describatur maximo circulo MN, cuius polus F, parallelus GHI, secans BD, in L, vt in problemate 1. factum est. Nam si per tria puncta F, L, K, describatur maximus circulus, erit triangulum propositum BFL; cum FL basis æqualis sit assumptæ basi FG, ex defin. poli, angulusque rectus FBL, & datum latus BF. Quæsitum autem latus BL, erit æquale arcui Bg, quem radius AL, abscindit, vt ex propos. 1. lib. 2. manifestum est.

AT angulus vterque BLF, BFL, cognoscetur, vt in præcedenti problemate.

VIII. LATVS.

Probl. 8.

Cum altero latere, & angulo non recto non datis.

EX base, & angulo, qui quæsito lateri opponitur.

Latus cum reliquis ex base & angulo, qui quæsito lateri opponitur, inquirere.

IN figura problematis 5. Sit Ah, arcus dati anguli, & ducto radio Bh, secante AC, in b, describatur maximus circulus per B, b, D, vt ABb, sit angulus datus. Sumpto deinde quadrante hm, ductoque radio bm, secante AC, in n, polo circuli BbD, vt lib. 2. propos. 8. Num. 17. monstratum est, numeretur basis data ex B, vsq; ad p, punctum, ex quo ad n, polū circuli BbD, recta ducatur secans eundem circulū in i: eritq; arcus Bi, basi Bp, æqualis, per ea, quæ lib. 2. propos. 5 Num. 17. demonstrata sunt. Ducta igitur recta Ei, secante Aequatorem in N, erit triangulum propositum BiN; cum angulus N, rectus sit, & basis data Bi, vna cum angulo iBN, qui lateri quæsito iN, opponitur: quod latus iN, cognoscetur, si ex R, polo maximi circuli NEQ, per i, recta ducatur. Hæc enim abscindet ex Aequatore arcum a puncto N, inchoatum arcui iN, æqualem: Vel si per i, parallelus describatur secans AE, in k. Arcus enim Ak, arcui Ni, æqualis est, & notus fiet per rectam Bk; cum hæc arcum abscindat Ag, ipsi Ak, vel Ni, æqualem, vt patet ex propos. 1. lib 2.

ALTERVM porro latus BN, per se cognitum est, cum sit arcus Aequatoris.

ANGVLVS denique reliquus BiN, notus efficietur, si ex Y, centro circuli BbD, ad iE, perpendicularis deducatur, secans eundem circulum in f. Arcus namque i f, angulum eif, hoc est, ei ad verticem æqualem BiN, metietur, vt propos. 15. Num. 3. lib. 2. monstratum est.

QVAMVIS autem problema hoc solutum a nobis sit, quando datus angulus acutus est, & data basis quadrante minor, eodem tamen modo soluetur, si

datus

datus angulus sit acutus, & data basis quadrante maior; vel datus angulus obtusus, & basis data quadrante minor, aut maior. Nam si dato angulo acuto fiat æqualis ADb, & basi assumptæ Dp, quadrante maiori abscindatur ex n. polo circuli BbD, æqualis Di, per radium np; constituet recta Ei, propositum triangulum DiN. Eadem ratione, si datus obtusus angulus numeretur à C, versus D, vsque ad h, ducaturque radius Bh, secans AC, in b, constituet maximus

circulus BbD, angulum obtusum CBb, datum. Si igitur numeretur etiam basis data ex B, vsque p quadrante minor, constituet recta i E, extensa per i, punctum à recta np, ex polo n, ducta abscissum, propositum triangulum BiQ, & latus iQ, quæsitum, cui datus obtusus angulus opponitur, cognoscetur per arcum Aequatoris inter Q, & rectam ex R, polo circuli i Q, per i, emissam, interceptū. Denique si detur obtusus angulus CDb, & basis quadrante maior Dp, abscindet ei recta np, æqualem arcum Di. Recta ergo Ei, constituet propositum triangulum DiN, cuius latus quæsitum Qi, inuenietur, vt prius.

IX. LATVS.

Probl. 9.

Cum altero latere, & angulo non recto, quæ data non sunt.

Ex base, & angulo, qui latteri quæsito adiacet.

CONSTRVATVR in figura problematis 1. triangulum BLZ, ex data base BL, & angulo dato BLZ, prorsus idem, quod in problemate 3. constructum fuit: eritq; latus quæsitum LZ, dato angulo BLZ, adiacens; quod notum efficiet arcus Aequatoris à rectis ex Y, polo circuli LZ, per extrema puncta L, Z, extensis abscissus, vt lib. 2. propos. 5. Num. 17. ostensum est. Quod si basis DL,

Latus cum reliquis ex base, & angulo, qui lateri quæsito adiacet, inuestigare.

quadrante sit minor, & eadem fiant, construetur triangulum DLI, cuius latus quæsitum LI, reperietur rursum per arcum Aequatoris, quem rectæ ex Y, polo circuli LI, per extrema puncta L, I, emissæ abscindunt.

LATVS autem alterum BZ, exhibebitur notum per arcum Aequatoris, quem rectæ ex h, polo circuli BZ, per B, Z, emissæ includunt, &c.

ANGVLVS verò reliquus LBZ, inuenietur, vt in 3. problemate scripsimus, &c.

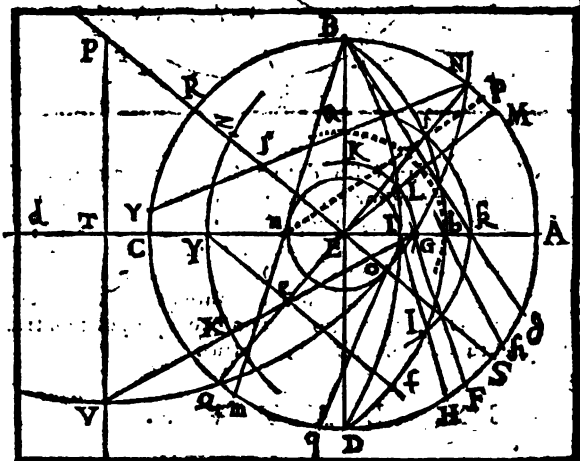
Probl. 10.

X. LATVS.

Cum base, & altero angulo non datis.

Ex altero latere, & angulo, qui quæsito lateri adiacet: si modo constet species lateris quæsiti, vel anguli recti non dati, vel deniq; ipsius basis.

Latus cum reliquis ex altero latere, & angulo adiacente quæsito lateri inuestigare.

HIC etiam construatur in figura problematis 5. idem omninò triangulum AGN, quod in eo problemate constitutum est, ex dato nimirum latere AG, & dato angulo ANG, qui quæsito lateri AN, adiacet.

Nam quando datum latus quadrante minus est, si constet, latus quæsitum esse minus quadrate, erit quæsitum latus AN, in triangulo AGN: si verò constet, quæsitum latus quadrāte esse maius, erit latus quæsitū AQ, in triangulo AGQ. At quando latus datum maius est quadrante, si constet quęsitum latus esse minus quadrante, erit quæsitum latus CQ, in triangulo CGQ: Si autem constet, latus quæsitū quadrāte maius esse, erit quæsitū latus CN, in triāgulo CGN, &c. Est autem, vt vides, latus quęsitum semper arcus Aequatoris, ac proinde cognitum.

BASIS

BASIS autem G N, cognoſcetur ex arcu Aequatoris, quem intercipiunt rectæ ex ſ, polo circuli NOQ, (inuento in problemate 5. circa finem,) per puncta N, G, emiſſæ. Angulum verò reliquum AGN, inueniemus, vt in eodem problemate 5. traditum eſt, &c.

XI. LATVS.

Probl. 11.

Cum baſe, & altero angulo non recto non datis.

EX altero latere, & angulo, qui lateri quæſito opponitur.

Latus cum reli-quis ex altero la-tere & angulo, qui quæſito late-ri opponitur, per-ſcrutari.

IN eadem figura problematis 5. conſtituatur datus angulus, ſi acutus eſt, ABb, vt in 8. problemate. Deinde ſumpto dato latere B N, ducatur ex N, per E, polum Aequatoris maximus circulus N E Q, ſecans circulum B b D, in i, eritq; B i N, triangulum propoſitum, cum angulus B N i, rectus ſit, & datus angulus N B i, quæſito lateri N i, opponatur: quod quidem notum efficietur per arcum Aequatoris inter N, & rectam ex R, polo circuli N E Q, per i, extenſam; aut per arcum inter A, & rectam B g, quæ per k, ducitur, vbi parallelus per i, deſcriptus rectam A C, interſecat, vt ex propoſ. 1. lib. ſecundi perſpicuum eſt.

BASIS verò B i, æqualis erit arcui Aequatoris B p, abſciſſo à rectis n B, n p, ex polo n, circuli B b D, eductis.

ALTER autem angulus B i N, notus efficietur, vt in problemate 5. dictum eſt.

ATQVE ita quidem res ſe habebit, quando datū latus minus eſt quadrante, & angulus datus acutus; At ſi latus datum minus quidem eſt quadrante, ſed datus angulus obtuſus, erit quæſitum latus Q i, quadrante maius in triangulo D i Q; quod conſtituetur, ſi fiat datus obtuſus angulus C D b, ex eius arcu C h, & radio B h, ſecante A C, in b, puncto, per quod circulus B b D, deſcribitur, faciens angulum datum C D b; deinde verò datum latus aſſumatur DQ, ex cuius extrêmo recta ducatur Q E i, &c.

QVOD ſi datum latus maius fuerit quadrante, & angulus datus acutus, conſtituatur ille angulus A D b, hoc eſt, A B b, ſumpto prius eius arcu A h, ductoq; radio B h, ſecante A C, in b, &c. Deinde ſumpto latere dato D N, ducatur recta N E, ſecans circulum B b D, in i. Nam propoſitum triangulū erit D i N, cum angulus ad N, rectus ſit, & datus angulus i D N, quæſito lateri N i, opponatur, &c. quod quidem latus N i, reperietur, vt prius.

DENIQVE ſi datum latus fuerit quadrante maius, & angulus datus obtuſus; conſtituatur datus angulus CBb, ex eius arcu C h, &c. Deinde ſumpto dato latere B Q, ducatur recta, Q E, ſecans circulum B b D, in i, referensq; circulum maximum per polos Aequatoris ductum. Erit igitur triangulum propoſitum B i Q, cuius latus quæſitum eſt Q i, quod quidem cognoſcetur per arcum Aequatoris inter Q, & rectam ex R, polo circuli N E Q, per i, extenſam, &c.

XII. AN-

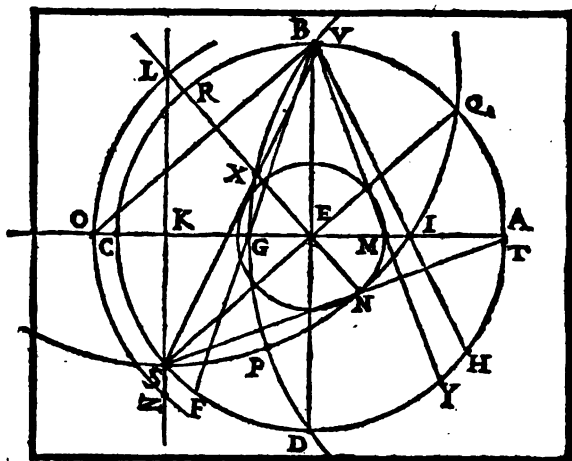
Probl. 21.

XII. LATVS.

Cum base, & altero latere non datis.

EX vtroque angulo non recto.

Locus cum reliquis ex vtroque angulo nō recto explicatur.

SIT iterum Aequator ABCD, circa centrum E, cum duabus diametris sese ad rectos angulos secantibus AC, BD, & proponatur primo triangulum rectangulū duorum angulorum obtusorum. Sit vnius obtusi anguli arcus AF, ductoq; radio BF, secante AC, in G, describatur per B, G, D, maximus circulus, vt constitutus sit datus ille angulus obtusus ABG. Sumpto deinde quadrāte FH, ductoq; radio BH, secabitur AC, in I, polo circuli BGD, vt constat ex ijs, quæ lib. 2. propos. 8. Num. 17. demonstrata sunt. Si igitur per I, circulus maximus describatur faciens cum Aequatore angulum alterum obtusum datum, constructum erit propositum triangulum, [a] cum angulus, quem idem hic circulus posterior cum BGD, priore facit, rectus sit. Id autem sic fiet. Sit CY, arcus alterius anguli obtusi dati. Et quoniam, vt in scholio huius Canonis demonstrabitur, in omni triangulo sphærico rectangulo, vteruis angulorum non rectorum minor est arcu, quo complemētum alterius anguli non recti à semicirculo differt; est autem arcus AI, arcui EG, hoc est, complemento anguli ABG, æqualis, quod GI, EA, quadrantes sint, ex Coroll. propos. 16. lib. 1. Theod. ac proinde AI, complementum anguli ABG, à semicirculo AC, differt arcu CI, erit CY, arcus alterius anguli obtusi minor arcu CH, qui arcui CI, æqualis est. Ducto igitur radio BY, secante AC, in M erit punctū M, inter E, & I: ac proinde descripto parallelo MN, describi poterit circulu maximus

a 15. 1. Theo.

maximus per I, tangens circulum M N, vt propof.20. lib 2.tradidimus; quem sic describemus. Recta inter I. & alterum polum circuli BGD, bifariam diuisa in K; vel, quando alter ille polus nimis procul excurrit, inuento K, centro trium punctorum B, I, D, quod prædictam rectam bifariam secat, cum circulus per B, I, D, descriptus per alterum polum transeat, propterea quod maximus est, per B, D, puncta opposita incedens; erigatur ad AC, perpendicularis KL, in qua necessario centrum circuli tangentis maximi existet, vt ibidem demonstrauimus. Post hæc rectilineo angulo B M C, fiat æqualis angulus M B O. Nam quia semicirculus circa rectam inter I, & alterum polum circuli BGD, positam descriptus transit per punctum B, extremum perpendicularis E B, vt loco citato demonstratum est; idcirco in B, ad rectam B M, angulus constituendus est æqualis angulo BMC; cadetq; necessariò punctum O, vt ibidem ostensum est, vltra K. Descripto igitur ex E, per O, circulo, secabitur K L, in L, Z, punctis, quorum vtrumlibet centrum esse potest circuli maximi per I, descripti, circulumq; M N, tangentis; punctũ quidem L, centrum erit, si tangens circulus facere debeat angulum obtusum cum Aequatore versus angulum ABG, & punctum contactus erit N, in quod recta L E, incidit: at si circulus tangens debet cũ Aequatore versus B, constituere angulum acutum, erit eius centum Z, punctũq; contactus à ducta recta ZE, indicabitur, vt ibidem monstratum est. Descripto ergo ex L, (quia angulum obtusum desideramus) per I, circulo maximo, qui tanget circulum MN, in N, transibitque per alterum polum circuli BGD, atque Aequatorem in punctis oppositis Q, S, secabit, ita vt recta QS, ad LN, perpendicularis sit, si erratum non est; erit propositum triangulum BPQ: a cum angulus P, rectus sit, & angulus ABG, vnus ex datis angulis obtusis, & BQP, reliquus, eo quod eius arcus RN, æqualis est arcui CM, hoc est, arcui assumpto CY. Quod si radius emittatur SNT, & quadrans TV, accipiatur, vt radius SV, exhibeat X, polum circuli QNS; (qui necessario erit in communi sectione rectæ EL, cum circulo BGD. Cum enim circulus QNS, transeat per I. polum circuli BGD, transibit hic vicissim per illius polos. Cum ergo polus circuli QNS, sit in recta EL, vt propof. 8. Num. 19. ostensum est, erit X, communis sectio rectæ EL, cum circulo BGD, polus circuli QNS,) cognoscemus latus PQ, per arcum Aequatoris inter Q. & rectam ex polo X, per extremum punctum P, extensam. Latus vero BP, per Aequatoris arcum inter B, & rectam ex polo I, per punctum extremum P, emissam, vt lib. 2. propof. 5. Num. 17. demonstrauimus.

a 15. 1. Theod.

PROPONATVR deinde triangulum rectangulum duorum angulorum acutorum. Si igitur construatur triangulum rectangulum duorum obtusorum angulorum, qui datorum acutorum complementa sint ad semicirculum, vel ad duos rectos, vt proxime dictum est, nimirum triangulum BPQ; erit propositum triangulum DPS, cum angulus P, rectus sit, & alii acuti, quorum complementa ad duos rectos sunt obtusi ADG. vel ABG, & RSN, vel RQN. Latus ergo DP, æquale erit arcui Aequatoris, quem rectæ ID, IP, (si ducantur) abscindunt: Latus vero PS, arcui Aequatoris, a rectis XP, XS, (si ductæ fuerint) abscisso æquale erit.

TERTIO triangulum propositum sit rectangulum, cuius alter reliquorum angulorum acutus sit, & alter obtusus. Constituatur ergo iterum triangulum BPQ, rectangulum duos angulos habens obtusos, quorum vnus datus sit ABG, alter vero RQN, complementum acuti dati ad duos rectos. Triangulum enim propositum erit DPQ, habens rectum angulum P, & obtusum datũ PDQ, & acutum DQP, cuius complementum ad duos rectos est angulus constitutus PQB.

PQB. Latus ergo PD, notum fiet per rectas ex I, polo circuli BGD, per P, & D, emissas; at latus PQ, per rectas ex polo X, circuli QNS, per P, Q, extensas.

IN omnibus autem hisce triangulis basis BQ, vel DS, vel DQ, per se nota est, cum sit arcus Aequatoris.

XIII. BASIS.

Probl. 13.

Cum altero latere, atque angulo non datis.

EX latere, & angulo ei adiacente.

Basem cum reliquis ex latere, atque angulo ei adiacente cognoscere.

IN figura problematis 1. sit datum latus BF, & ad F, construatur angulus BFL, dato angulo æqualis, vt in 4. problemate: quod fiet, si sumpto arcu Me, dati anguli, radius egrediatur ex F, per e, secãs MN, in T, (ductis prius duabus diametris FL, MN, ad angulos rectos se diuidentibus.) & per tria puncta F, T, K, circulus ex centro f, describatur, qui maximus erit, cum per opposita puncta F, K, incedat. Triangulum igitur propositum erit BFL; cuius basis FL, reperietur per rectas ex Y, polo basis, (qui inuenietur, si ducto radio KT, quadrans sumatur VX. Nam radius KX, rectam MN, in Y, polo secabit.) per F, L, eductas.

ALTERVM latus BL, æquale erit arcui Aequatoris B g, à radio AL, abscisso.

RELIQVVS vero angulus BLF, cognitus erit vel per arcum LR, vel per arcum QS, duplicatum, &c.

XIIII. BASIS.

Probl. 14.

Cum altero latere, & angulo, non datis.

EX latere & angulo ei opposito: si modo constet, num basis quadrante maior sit, vel minor: Aut an alter angulus non datus sit acutus, obtususùe: Aut denique num alterum latus non datum, minus sit quadrante, an maius.

Basem cum reliquis ex latere, & angulo ei opposito perscrutari.

FIAT in figura problematis 5. ex dato latere, & angulo opposito triangulum AGN, vt in 5. problemate: quod fiet, si sumpto latere dato AF, & arcu dati anguli AH, qui maior erit arcu AF, vt in 5. problemate dictum est, atque reliqua construantur, vt ibidem factum est. Propositum enim triangulum erit AGN, si constet, basem esse quadrante minorem; vel AGQ, si constet basem maiorẽ esse quadrante. Quod si datum latus fuerit maius quadrãte, erit vel CGN, vel CGQ, triangulum propositum, prout videlicet constabit, basem minorem esse quadrante, vel maiorem. Basis autem GN, vel GQ, nota fiet ex arcu Aequatoris abscisso per rectas per puncta G, N, vel G, Q, emissas ex f, polo circuli NGQ; qui reperietur, si ducta recta NOq, quadrantem accipiamus qr. Radius enim Nr, polum quæsitum f, in recta PS, indicabit, vt ex propos. 8. Num. 17. lib. 2. perspicuum est.

ALTE-

ALTERVM latus AN, vel AQ. vel CN, vel CQ, per se notum erit, cum sit arcus Aequatoris.

ANGVLVS autem reliquus ad punctum G, cognoscetur, vt in problemate 5. dictum est.

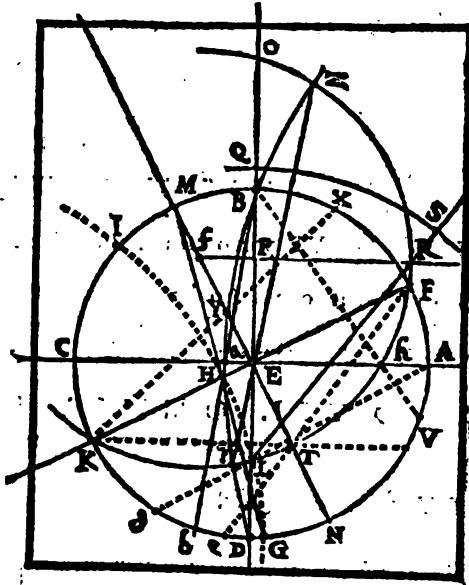
XV. BASIS.

Probl. 15.

Cum vtroque angulo non recto, quorum neuter datur.

EX vtroque latere.

Basim cum reliquis ex vtroque latere venari.

IN figura problematis 1. sint duo latera data BF, Bg, & ipsi Bg, per radium Ag, æqualis arcus auferatur BL. Ducta deinde diametro FK, quam ad rectos angulos secet MN, describatur per tria puncta F, L, K, maximus circulus ex centro f. Quæsita enim basis erit FL, in triangulo datorum laterum BFL, quod in problemate 6. etiam constituimus. Posset quoque latus maius Bg, assumi, & minori BF, æqualis arcus ex recta BE, abscindi, &c. vt in dicto problemate 6. dictum est. Basis porrò FL, cognoscetur per arcũ Aequatoris abscissum per rectas emissas per puncta F, L, ex polo Y, circuli FLK, qui inuenietur in recta MN, si ducto radio KTV, quadrans accipiatur VX, radiusque KX, emittatur secans MN, in Y.

ANGVLVS autem vterque BLF, BFL, cognoscetur, vt in 2. problemate.

XVI. BASIS.

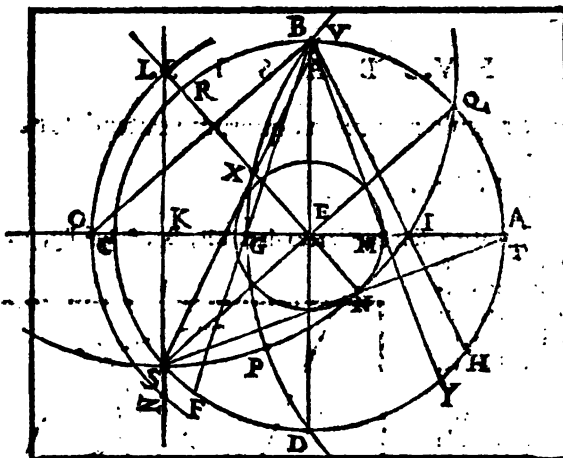
Probl. 16.

Cum vtroque latere non dato.

EX vtroque angulo non recto.

Basim cum reliquis ex vtroque angulo nõ recto peruestigare.

FIAT omnino idem triangulum datorum angulorum, quod in problemate 12. constructum fuit, BPQ, vel DPS, vel DPQ, prout vterque angulus datus fuerit

fuerit obtusus, vel acutus, vel acutus vnus, & alter obtusus. In his autem omnibus basis BQ, vel DS, vel DQ, nota est, cum sit arcus Aequatoris.

VTRVMQVE porrò latus notum efficietur, vt in 12. problemate docuimus.

ATQVE ita omnia problemata triangulorum sphæricorum rectangulorum expedita sunt: sequuntur iam triangula obliquangula, in quibus videlicet nullus angulorum rectus est.

XVII. OMNIA LATERA trianguli obliquanguli.

Probl. 17.

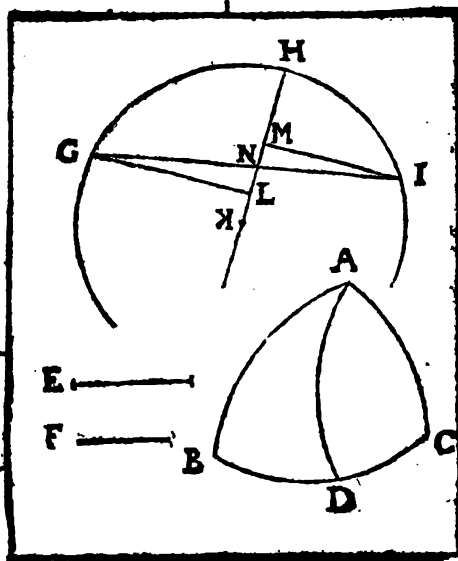
EX omnibus angulis.

Angulos, quos arcus perpendicularis ad latus oppositũ demissus in triangulo sphærico facit in opposito angulo inuestigare.

IN huiusmodi triangulo quocunque sunt saltem duo anguli acuti, vel obtusi, si omnes tres acuti non sunt, aut obtusi. Sit igitur triangulum sphæricũ obliquangulum ABC, duorum angulorum, cuius duo anguli B, C, obtusi sint, vel acuti, intelligaturque ex reliquo angulo A, qualiscunque sit, ad latus BC, demissus arcus perpendicularis AD, qui per propos. 57. nostrorum triang sphæric. intra triangulum cadet. Primum ergò inuestigare oportet duos angulos BAD, CAD, hoc modo. Sumantur in aliquo circulo arcus angulorum B, C, & eorum complementorum sinus, qui proportionem habeant, quam recta E, ad rectam F, Deinde in circulo GHI, cuius centrum K, accipiatur GI, arcus anguli A, eiusq; chorda GI, secetur in N, ex scholio propos. 10. lib. 6. Eucl. ita vt sit GN, ad NI, quemadmodum E, ad F, atque ex K, centro per N, recta ducatur KNH. Dico GH, arcum esse anguli BAD, & HI, arcum anguli CAD. Ductis enim ex G, I, ad KH, perpendicularibus GL, IM, hoc est, sinubus arcuum GH, HI,

GH, HI; quoniam anguli L, M, recti sunt, ideoque æquales, itemque & anguli ad verticem N, æquales; erunt triangula GLN, IMN, æquiangula. a Igitur erit, vt GN, ad GL, ita IN, ad IM; & permutando vt GN, ad IN, ita GL, ad IM: Est autem vt GN, ad NI, ita E, ad F, hoc est, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C. Igitur erit quoque, vt sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C, ita GL, ad IM. Quamobrem cum per propos. 61. nostrorum triang. sphær. eandem proportionem habeant sinus complementorum angulorum B, C, quam sinus angulorum BAD, CAD, habent; erit quoque vt GL, ad IM, ita sinus anguli BAD, ad sinum anguli CAD. Cum ergo GL, IM, sinus sint arcuum GH, IH; erit GH, arcus anguli BAD, & IH, arcus anguli CAD, cum sinus angulorum iidem sint, qui arcuum angulos metientium. Cogniti igitur erunt anguli BAD, CAD, cum eorum arcus GH, IH, cogniti sint.

a 4. sexti.

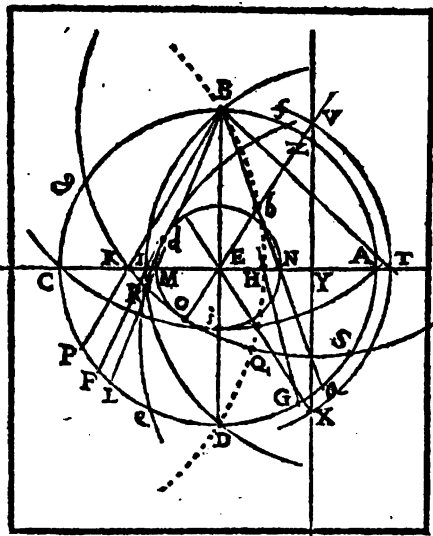
SED quia contingere potest, vt existente angulo BAC, obtuso, arcus perpendicularis AD, faciat alterutrum angulorum BAD, CAD, rectum, propositio autem 61. nostrorum triangul. sphær. demonstrata est per propos. 42. eorundem, quæ locum solum habet in triangulo vnicum habente angulum rectum, non autem duos quales esse possunt vel BAD, ADB, vel CAD, ADC; demonstrari poterit eadem propos. 61. quando alter angulorũ ad A, rectus est, hoc modo. Sit primũ angulus BAD, rectus. Cum ergo & ADB, rectus sit, erunt AB, DB, per propos. 25. nostrorum triang. sphær. quadrantes, ac propterea AD, arcus erit anguli B. Igitur erit, vt sinus anguli recti BAD, ad sinum totum, ita sinus complemẽti anguli B, ad sinum complemẽti arcus AD, cum vtrobique sit proportio æqualitatis. Est enim idem complemẽtum anguli B, & arcus AD, cum AD, arcus sit anguli B. Sed per propos. 42. nostrorum triangu. sphær. est, vt sinus anguli DAC, (qui minor semper est recto, cum totus angulus BAC, duobus rectis sit minor, & BAC, rectus ponatur) ad sinum totum, ita sinus complementi anguli C, ad sinum cõplementi arcus AD: Et conuertendo, vt sinus totus ad sinũ anguli DAC, ita sinus complementi arcus AD, ad sinum complementi anguli C. Igitur erit ex æqualitate, vt sinus anguli recti BAD, ad sinum anguli DAC, ita sinus complementi anguli B, ad

Demõstratio vniuersalior propos. 61. triangul. sphær.

sin. angu. recti BAD.	sin. compl. ang. B.
sinus totus.	sin. compl. arcus AD.
sin. anguli DAC.	sin. compl. ang. C.

sinum complementi anguli C, quod in dicta propos. 61. erat demonstrandum.

SIT deinde angulus CAD, rectus. Igitur, vt proxime demonstrauimus, erit vt sinus anguli recti CAD, ad sinum anguli BAD, ita sinus complementi anguli C, ad sinum complementi anguli B: Et conuertendo, vt sinus anguli BAD, ad sinum anguli recti CAD, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi anguli C, quod est propositum.

Tria latera ex tribus angulis elicere.

INVENTIS arcubus angulorum BAD, CAD, quos arcus AD, ad latus BC, perpendicularis facit, sit Aequator Astrolabij ABCD, circa centrum E, superiori circulo GHI, æqualis, vt facilius arcus angulorum inuenti in eum transferantur, ducanturque duæ diametri BD, AC, ad angulos rectos sese secantes. Sumpto autem arcu AF, anguli BAC, qui nimirum arcui GHI, superioris figuræ sit æqualis, vel certe similis, si Aequator ABCD, circulo GHI, non fuerit æqualis descriptus, & ducto radio BF, secãte AC, in I, describatur per B, I, D, maximus circulus BID, vt fiat angulus ABI, dato angulo BAC, æqualis. Deinde sumpto arcu AG, anguli CAD, qui videlicet arcui HI, superioris figuræ æqualis sit, aut similis, ductoque radio BG, secãte AC, in H, describatur per B, H, D, circulus maximus BHD, vt fiat angulus ABH, angulo CAD, ac proinde reliquus IBH, reliquo BAD, æqualis. Sumpto quoque quadrante GP, dabit radius BP, in recta AC, polum K, circuli BHD. Et quoniam arcus CK, æqualis est arcui EH, hoc est, complemento anguli ABH, vel CAD, superioris figuræ; quod quadrãtes sint CE, KH; differet complementum anguli ABH, vel CAD, superioris figuræ, a semicirculo AC, arcu AK. Si ergo accipiatur AL, arcus anguli ACD, dati in triangulo rectangulo ACD, superioris figuræ, ducaturque radius BL, secans AC, in M, erit punctum M, inter A, & K; propterea quod, vt in scholio ostendemus, in triangulo rectangulo ACD, angulus C, minor est arcu AK, quo complementum anguli CAD, superioris figuræ, vel anguli ABH, in hac figura, à semicirculo differt. (Quod si angulus C, foret acutus, cuius videlicet arcus esset AN, si ei æqualis acciperetur CM; caderet adhuc punctum M, inter A, & polum circuli per B, N, D, descripti, propterea quod, vt in eodem scholio huius Canonis demonstrabitur, in omni triangulo rectangulo vterius reliquorum angulorum, nimirum acutus C, ideoque & CM, arcus anguli eiusdem C, maior est complemento alterius, hoc est arcu circuli CEA, a puncto C, vsque ad polum circuli per B, N, D, descripti.) Parallelus ergo ex E, per M, descriptus

totus

totus inter puncta A, K, continebitur; ac proinde si per K, circulus KS, describatur parallelum MON, tangens, habebimus propositum triangulum BKS, datorũ angulorum, vt probabitur. Ita autem per prop. 20. lib. 2. vel per Lemma 41. per K, circulum tangentem describemus. Diuisa recta inter K, & alterum polum circuli BHD, bifariam in Y, vel quando alter polus nimis procul distat, inuento centro Y, trium punctorum B, K, D, quod dictam lineam bifariam diuidet, cum circulus per B, K, D, descriptus transeat etiam per alterum polum, erigatur ad AC, perpendicularis YV, in qua centrum circuli describendi existet; quod reperietur hoc modo. Angulo rectilineo BMA, fiat æqualis MBT, cadetque necessario pũctum T, vltra Y, & parallelus ex E, per T, descriptus, secabit rectam YV, in punctis V, X, quorum vtrumque centrum esse potest circuli tangentis; quæ omnia in dicta propositione 20. lib. 2, & Lemmate 31. demonstrauimus. Punctum quidem V, erit centrum, si vterque angulorum C, B, datus sit obtusus, alias punctum X. centrum erit. Ponamus ergo, vtrumque angulum esse obtusum, & ducta recta VEO, describatur ex V, per K, circulus, qui, vt in dicta propos. 20. lib. 2. ostendimus, circulum MON, in O, continget, secabitque circulos BID, ABC, in duobus punctis, nimirum R, S. Dico BRS, esse triangulum propositum. Quoniam enim maximus circulus ZEO, transit per polos circuli KOS, & Aequatoris; quod eius centrum, ac poli, & centrum Astrolabii, siue polus Aequatoris, in eadem recta sint, vt lib. 2. propos. 8. Num. 19. monstratum est; transibunt vicissim circulus KOS, & Aequator per illius polos, ideoque S, polus erit circuli maximi ZEO, per polos mundi ducti; ac proinde ZO, arcus erit anguli BSR. Quare cum arcus ZO, quadrante maior sit, & æqualis arcui AM, anguli C, erit angulus BSR, obtusus, & æqualis angulo C.[a] Et quoniam angulus BQS, rectus est, ideoque recto ADC, æqualis; erunt tres anguli trianguli BQS, tribus angulis trianguli ADC, superioris figuræ æquales; atque idcirco per propos. 9. nostrorum triang. sphær. & latus BS, lateri AC, & latus PQ, lateri AD, & latus QS, lateri DC, æquale erit. Rursus quia in triangulo BQR, duo anguli B, Q, duobus angulis A, D, in triangulo ADB, æquales sunt, latusque adiacens BQ, lateri adiacenti AD, ostensum est æquale; erit per propos. 20. nostrorum triang. sphær. & latus BR, lateri AB, & latus QR, lateri DB, æquale, atque angulus R, angulo B. Totum ergo triangulum BRS, toti dato triangulo ABC, æquilaterum est, & æquiangulum. Latus autem BS, notum est, tanquam pars Aequatoris; alia vero duo cognoscentur per rectas ex eorum polis per puncta extrema emissas; qui poli sic inuenientur. Sumpto quadrante Fa, dabit radius Ba, in AC, polum N, circuli BR. Deinde quia maximus circulus KS, ducitur per K, S, polos maximorum circulorum BHD, ZO, (ostensum enim fuit, S, polum esse ipsius ZO.) transibunt hi vicissim per illius polos, ideoque polus circuli KS, erit punctum b, vbi circuli ZO, BQ, se intersecant.

[a] 11. 1. Theod.

QVOD si anguli C, B, ponantur acuti, describendus erit circulus ex X, per K, qui tanget circulum MON, in extremo puncto rectæ ex X, per E, extensæ, facietque cum Aequatore angulum acutum angulo C, æqualem, cum eius arcus minor tunc sit quadrante, &c.

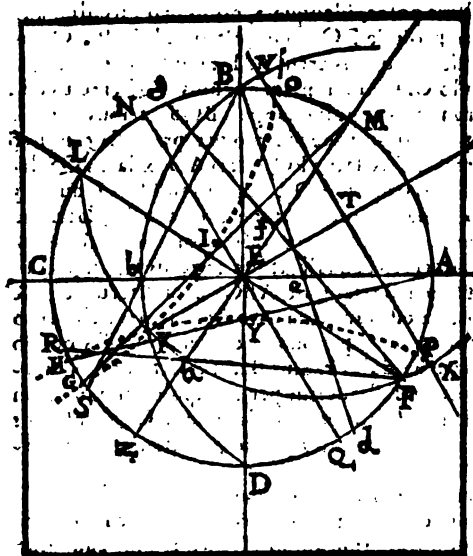
XVIII. OM-

XVIII. OMNES ANGVLI trianguli obliquanguli.

Probl. 18.

Ex omnibus lateribus.

Tres angulos ex tribus lateribus eruere.

IN Aequatore ABCD, cuius centrum E, & duæ diametri sese ad rectos angulos secantes AC, BD, sumantur tres arcus tribus datis lateribus æquales BF, BH, FG. Circa polum B, vel D, per propos. 18. lib. 2. describatur maximo circulo AC, per mundi polos ducto parallelus HYP, per punctum H: quod sic fiet. Ducta recta AH, secante BD, in Y, sumatur arcui CH, æqualis arcus AP. Nam circulus per tria puncta H, Y, P, centrum habens in recta BD, parallelus erit maximi circuli AC, per H, descriptus. Rursus ducta diametro FL, quam ad rectos angulos secet MZ, describatur circa polum F, vel L, maximo circulo MZ, per polos mundi ducto parallelus OIG, per punctum G, hoc modo. Ducta recta MG, secante FL, in I, sumatur arcui ZG, æqualis arcus MO, ac per tria puncta O, I, G, circulus OIG, centrum habens in recta FL, describatur, qui parallelus erit maximi circuli MZ; quæ omnia lib. 2. propos. 18. Num. 5. demonstrauimus. Secabunt autem se mutuo duo hi paralleli, si problema possibile est, in puncto K. Si igitur per tria puncta F, K, L, maximus circulus describatur FKL, & per tria puncta B, K, D, alius BKD, erit propositum triangulum BFK; cum latus BF, sit vnum ex datis, & BK, ex definitione poli æquale alteri dato lateri BH, & FK, tertio lateri dato FG, æquale. Anguli huius trianguli sic reperientur. Ductis radijs F a R, B b S, dabit arcus MR, magnitudinem anguli BFK, & arcus AS, quantitatem anguli FBK. Denique ducta recta KE, quam ad rectos angulos secet diameter NQ, si trium punctorum N, K, Q, centrum reperiatur T, & ad KT, perpendicularis excitetur TV, metietur arcus KV, angulum VKT, & arcus KX, angulum XKT, vt lib. 1. propos. 15. Num. 3. monstratum est. Si igitur arcui KV, adijciatur arcus similis arcui KX, habebitur arcus totius anguli BKF.

XIX. LATVS CVM DVOBVS ANGVLIS adiacentibus in triangulo obliquangulo.

Probl. 19.

EX reliquis duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso.

IN antecedentis problematis figura sit vnum ex datis lateribus BF. Sumpto autem arcu dati anguli A S, ductoque radio B S, secante AC, in b, describatur per tria puncta B, b, D, circulus maximus, vt datus angulus sit ABb. Deinde sumpto quadrante S d, ducatur radius B d, secans A C, in e, polo circuli BbD, vt ex ijs constat, quæ lib. 2. propos. 8. Num. 17. demonstrauimus. Si igitur accipiatur arcus BH, alteri dato lateri æqualis, & ex e, polo recta emittatur eH, abscindetur ex circulo BbD, arcus BK, æqualis arcui BH, hoc est, alteri lateri dato. Postremo ducta diametro FL, quam ad angulos rectos secet diameter MZ, & per tria puncta F, K, L, descripto maximo circulo FKL, centrum habente in recta MZ, constructum erit propositum triangulum BKF, cum duo latera data sint BF, BK, vnà cum angulo FBK, ab ipsis comprehenso. Iã ducta recta FaR, sumptoque quadrante Rg, si ducatur recta Fg, secabitur MZ, in f, polo circuli FKL. Recta ergo f K, abscindet arcũ Aequatoris FG, lateri quæsito FK, æqualem. Anguli autem BFK, BKF, cognoscentur, vt in præcedenti problemate.

Latus cum adiacentibus duobus angulis, ex duobus reliquis lateribus, & angulo comprehenso colligere.

NON aliter problema soluetur, si datus angulus sit acutus. Sit enim vnum ex datis lateribus BL, & CS, arcus dati anguli acuti. Ducto ergo radio BS, secante AC, in b, constituet circulus per tria puncta B, b, D, descriptus angulum datum LBb, acutum. Sumpto deinde altero latere dato BH, si ex e, polo circuli BbD, ducatur recta e H, abscindetur arcus BK, huic alteri dato lateri BH, æquale. Ducta postremò diametro LF, quam ad angulos rectos secet MZ, si per tria puncta L, K, F, circulus maximus describatur, constructum erit triangulum propositum BLK. Recta autem f K ex polo f, circuli KL, emissa auferet arcum LH, quæsito lateri LK, æqualem. Anguli ad L, K, inuenientur vt prius, quemadmodum lib. 2. propos. 15. traditum est. Angulus enim BLK, inuento angulo BFK, æqualis est: Et si inuentus angulus BKF, ex duobus rectis tollatur, reliquus erit quæsitus alter angulus B K L.

XX. DVO LATERA CVM ANGVLO AB ipsis comprehenso in triangulo obliquangulo.

Probl. 20.

EX reliquo latere, & duobus angulis illi adiacentibus.

IN eadem figura problematis 18. sit datum latus B F, à cuius extremis ductæ sint diametri B D, F L, quas ad rectos secent angulos aliæ diametri A C, MZ: sitque A S, arcus anguli ad B, constituendi, & MR, anguli constituendi ad F. Ductis igitur radijs BS, FR, secantibus AC, MZ, in b, a, si tam per tria puncta B, b, D, quam per tria F, a, L, maximus circulus describatur, cõstructum erit triangulum propositum B F K, cum habeat datum latus BF, cum duobus datis angulis adiacentibus FBK, BFK. Hos etenim angulos metiuntur arcus AS, vel A b, & MR, vel M a, vt lib. 2. propos. 19. ostendimus. Inuentis autem e, f, polis circulorum BbD, FaL, quod fiet, si sumptis quadrantibus S d, R g, radij egrediantur

Duo latera, & angulum ab ipsis contentum ex reliquo latere, & angulis ei adiacentibus permetigare.

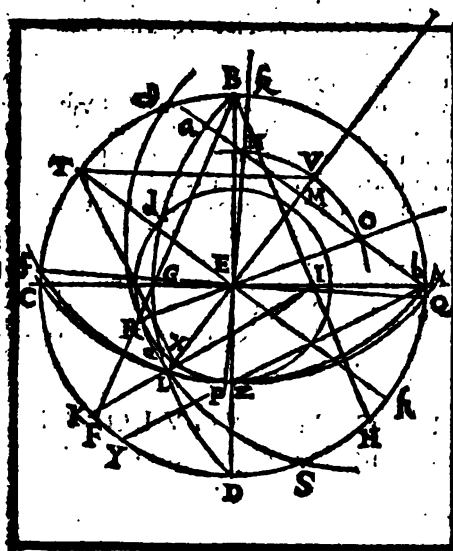
diantur B d, Fg, secantes AC, MZ, in e, f, polis, vt constat ex propos. 8. Num. 27. lib. 2.) recta eK, abscindet arcum BH, lateri BK, & recta fK, arcum FG, lateri FK, æqualem. Angulus vero BKE, notus fiet, vt in problemate 18. cum arcus KV, metiatur eius partē VKT, & arcus KX, eius alteram partem XKV, &c.

Probl. 21.

XXI. DVO LATERA CVM VNO ANGVLO vni eorum opposito in triangulo obliquangulo.

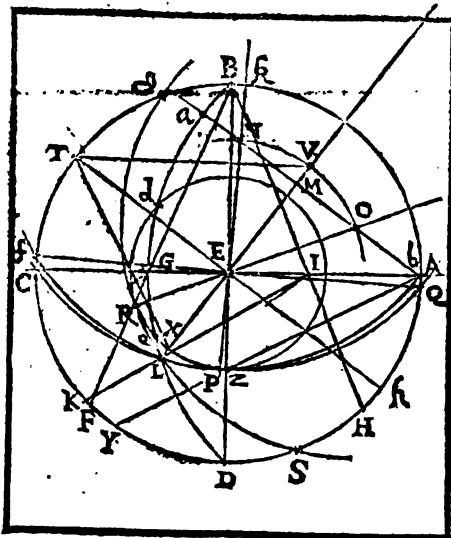
EX reliquis duobus angulis; & reliquo latere, quod vni eorum opponitur, si modò constet species lateris quæsiti alteri angulo dato oppositi.

Duo latera, & angulum vni eorum oppositum, ex duobus reliquis angulis, & reliquo latere uni eorum opposito, perscrutari.

SIT Aequator ABCD, circa centrum E, cum diametris AC, BD, sese ad rectos angulos secantibus. Sumpto arcu AF, alterutrius angulorum datorum, qui nunc obtusus ponatur, ductoque radio BF, secāte AC, in G, describatur per B. G, D, circulus, vt datus angulus sit ABG. Sumpto quoq; quadrante FH, iungatur radius BH, secans AC, in I, polo circuli BGD. Sit rursum arcus BK, dato lateri æqualis, iungaturque rectā IK, quæ abscindet latus datū BL, æquale nimirum arcu BK. Post hæc sumpto arcu BY, alterius anguli dati, ductoque radio AY, secante BD, in Z, describatur circulus per A, Z, C, vt fiat angulus BAZ, alteri huic angulo dato æqualis. Descripto deinde ex E, per Z, parallelo ZR, extra quem necessario pūctum L, existet, si problema possibile est. Et si quidem datum latus BL, quadrante sit maius, ac parallelus circulum BGD, secet, vt in d, e, necesse est posteriorem datum angulum obtusum esse, & maiorem dato priore angulo ABG, constareque debet omnino species arcus angulo ABG, oppositi: si vero non secet, poterit posterior datus angulus esse vel obtusus, vel acutus, problemaque soluetur, etiamsi non constet species arcus oppositi angulo ABG. At vero si datum latus sit quadrante minus, nimirum DL, & parallelus circulum BGD, secet, necesse est posteriorem angulum datum esse acutum, debetque species constare arcus, qui angulo obtuso dato ABG, opponitur. Si autem non secet, poterit posterior

Casus varij problematis.

posterior angulus datus esse vel acutus, vel obtusus, & necesse non erit, vt species arcus angulo CDG, oppositi detur,

QVOD si datus angulus primo loco constitutus CBG, fuerit acutus, & datum latus BL, maius quadrāte, atque parallelus circulum BGD, intersecet, erit alter angulus datus obtusus necessario, debebitque cōstare species lateris, quod dato angulo CBG, opponitur. Si verò parallelus circulum non secet, poterit posterior angulus datus esse vel obtusus, vel acutus, & necesse non erit dari speciem lateris angulo dato CBG, oppositi. At si datum latus sit minus quadrāte, nimirum DL, si quidem parallelus circulum secet, necesse est, datum posteriorem angulum esse acutum, constareq; debet species lateris dato angulo CBG, oppositi. Si verò non secet, poterit posterior datus angulus obtusus esse, vel acutus, problemaque soluetur, licet species lateris dato angulo CDG, oppositi non detur, quę omnia demōstrabimus.

SECET ergo primum parallelus per Z, descriptus circulum BGD, eritq; tunc necessario datus alter angulus BAZ, obtusus, & maior priore angulo dato ABG. Arcus enim per L, descriptus efficiens cum Aequatore angulum æqualem posteriori huic dato angulo, tangere debet parallelum per Z, descriptum, quem etiam tangit circulus AZC, vt cōstat ex 1. theor. scholij propos. 21. lib. 2. Theod. propterea quod hi duo circuli efficientes æquales angulos, æqualiter inclinantur ad Aequatorem. Cum ergo per L, duo circuli maximi tangentes describi possint, vnus quidem tangens in P, & alter tangens in R, vt mox docebimus, secabit vterque semicirculum BAD, in punctis Q, S, infra punctū L, productus; eo quod supra punctum L, versus B, productus arcum BL, ante punctum B, neuter secare potest: aliàs esset BL, arcus semicirculo maior; [a] eum maximi circuli se mutuo bifariam secent. Igitur tam angulus BQL, quā BSL, obtusus erit, obtusoque BAL, æqualis, sed maior obtuso dato angulo ABL, quod anguli BAZ, arcus BZ, maior sit arcu AG, anguli ABL, quia & portio rectę AC, inter A, & parallelum iuxta G, (quæ ipsi BZ, æqualis est) maior est, quam AG. Quoniam ergo duo triangula constituta sunt BQL, BSL, cuius duo anguli ad B, Q, vel ad B, S, dati sunt, vnà cum latere BL, opposito angulo Q, vel S; nisi constet species lateris LQ, vel LS, quorum illud quadrante maius est, & hoc minus, (Nam cum angulus externus BQL, interno BSL, æqualis sit, erunt per propos. 15. nostrorum triang. sphær. LQ, LS, semicirculo æqualia,

a 11. 1. Theo.

Cum ergo per Theor.4. scholij propos. 21. lib.2. Theod. arcus L S, minor sit arcu LQ. eò quod ex L, puncto intra peripheriam Aequatoris sumpto tres arcus cadentes LK, LS, LQ, inæquales sunt, minimus quidem LK, & LS, minor quàm LQ; erit LS, quadrante minor, & LQ, maior) incerti erimus, vtrū triangulorum accipere debeamus. Quod si constiterit latus angulo ABL, dato oppositum debere esse quadrante maius, describendus erit per L, circulus tangens LPQ, per punctum P, versus Z; si vero idem latus quadrante debeat esse minus, describendus erit circulus tangens R L S, per punctum R, tangens ad partes e, d. Ita autem vtrumque circulum tangentem, per ea, quæ lib.2. propos. 20. & in Lemmate 41. demonstrata sunt, describemus. Ducta recta ex L, per E, inuentoque in ea puncto ipsi L, opposito, secetur recta inter ea puncta opposita bifariam in M; vel ducatur ad EL, perpendicularis diameter Th, & trium punctorum T, L, h, centrum reperiatur M, quod dictam rectam secabit bifariam, cum maximus circulus per T, L, h, descriptus transeat necessario per punctum oppositum: atque ex M, excitetur perpendicularis MN. In hac enim centrum vtriusque circuli tangentis existit, quod sic inuenietur. Iuncta recta T X, fiat angulo TXE, æqualis angulus X T V; cadetq; necessario punctum V, vltra M, vt in Lemmate 41. ostensum est. Descripto ergo ex E, per V, parallelo secante MN, in N, & O, erit N, centrum circuli per L, descripti tangentisq; parallelum *Z R*, in P, puncto extremo iunctæ rectæ NEP; at vero O, centrū erit circuli per L, descripti, tangentisque eundem parallelum ZR, in R, pūcto extremo iunctæ rectæ OER, vt in dicto Lemmate 41. demonstrauimus.

DEINDE in figura secunda problematis 17. constituto rursum dato angulo obtuso ABR, & abscisso arcu BR, dato lateri æquali, constructoq; angulo obtuso BAi, vel acuto DAi, æquali alteri dato angulo, non secet parallelus per i, descriptus circulum BID. Dico in hoc casu posteriorem datum angulum posse esse vel acutum, vel obtusum, propterea quod duo circuli tangentes parallelum versus centrum E, secant semicirculum BAD, & vicinior puncto B, facit versus B, angulum acutum BfR, remotior verò angulum obtusum BSR. Itaq; non est opus dari speciem lateris angulo ABR, oppositi. Nam si alter datus angulus est obtusus, describendus erit circulus maximus tangens ROS, si verò datus angulus acutus est, circulus tangens R d f, describendus est. Nam tam angulus BSR, obtuso angulo B A i, quam angulus B f R, acuto angulo *D A i*, æqualis

æqualis erit, cum circuli AiC, fR e, R O S, similiter ad Aequatorem inclinentur. Neque verò alius arcus præter RS, duci poterit faciens angulum obtusum æqualem ipsi B Ai, qui cum arcu BR, in R, angulum constituat versus E. Tangens enim circulus f R e, secat Aequatorem in alio semicirculo B C D, vt in puncto e. Ita quoque tangens circulus SR, secat Aequatorem in g. Ergo quando posterior datus angulus est obtusus, triangulum propositum erit BRS, si verò acutus, triangulum B R f.

IAM verò sit datus angulus obtusus in 1. figura huius problematis constructus ADG, & datum latus DL, quadrante minus. Si igitur eadē fiant, quæ prius, si quidem parallelus ZR, circulum BGD, secet, erit triangulum propositum vel DLQ, vel DLS, semperq; datus posterior angulus LQD, vel LSD, acutus erit, & æqualis dato acuto DAZ. Igitur necesse est, notam esse speciem lateris dato obtuso angulo A D L, oppositi, vt quando maius est quadrante, triangulum D L Q, sumatur, si verò quadrante minus, triangulum D L S.

SI vero in secunda figura problematis 17. dat' angulus obtusus cōstructus sit ADR, & datum latus DR, quadrante minus, & parallelus nō secet circulum BLD, erit propositum triāgulum vel DRf, habens angulum alterum datū D f R, obtusum, vel triāgulum D R S, habens angulum D S R, acutum. Vbi etiā necesse non est dari speciem arcus dato angulo obtuso ADR, oppositi.

SED iā in 1. figura huius problematis sit datus angulus acutus cōstructus CBG; & datū latus BL, maius quadrante, secetque parallelus circulum B G D, &c. Erit ergo triangulum propositū vel B L f, vel BLg, habens semper posteriorem angulū datum B f L, vel BgL, obtusum. Nisi ergo detur species lateris oppositi angulo acuto CBL, dato, ambigemus, an sumēdum sit latus Lg, quadrante maius, an vero L f, quadrante minus, &c.

At si eadem ponantur, sed parallelus circulum non secet, vt in 2. figura problematis 17. in qua constitutus angulus datus acutus est CBI, & datum latus quadrantè maius BR, poterit triangulum propositum esse vel BRe, habens posteriorem datum angulum ReB, acutum, vel triangulum BRg, habens datum alterum angulum BgR, obtusum, neque opus est, vt species lateris R e, vel Rg, data sit.

QVOD si in 1. figura huius problematis detur iterū acutus angulus CDG, sed datum latus DL, minus quadrante, & parallelus circulum secet, erit triangu-

 lum

tum propositum D f L, vel D g L, habens semper posteriorem angulum datum D f L, vel DgL, acutum. Constare ergo debet, an sumendus sit arcus Lg, quadrante maior, an vero L f, quadrante minor.

DENIQVE si in 2. figura problematis 17. datus sit angulus acutus CDI, & datū latus D R, minus quadrante, & parallelus circulum non secet, erit propositum triangulum vel DRe, habens posteriorem datum angulum DeR, obtusum, vel triangulum DRg, habens posteriorem datum angulum DgR, acutum; neque requiritur, vt species lateris R e, vel R g, dato acuto angulo CDR, opposito detur.

Quibus in casibus problema ambiguum sit, & in quibus non.

EX his omnibus liquet, quando vnus datorum angulorum constituitur vel in B, vel in D, siue obtusus, siue acutus, si quidem alterius dati anguli cōplementum maius fuerit cōplemento prioris, vt fit in 1. figura huius problematis, necesse esse, vt species lateris priori dato angulo oppositi detur: si autem minus, non esse necesse, *vt in* 2. figura problematis 17. perspicuum est. Nam in 1. figura huius problematis EZ, complementum posterioris anguli dati maius est, quam EG, complementum prioris: In 2. autem figura problematis 17. complementum posterioris anguli, nimirum E i, minus est arcu E I, qui complementum est prioris anguli.

IN omnibus autem casibus prædictis est vnum laterum quæsitorum, arcus Aequatoris, ideoque cognitum, alterum vero cognoscetur, si eius polus reperiatur, vt in præcedentibus dictum est. Tertius quoque angulus notus fiet, quemadmodum in aliis problematibus. Vt in 1. figura huius problematis angulus BLQ, cognoscetur, cum eius partem BLE, metiatur arcus La, alteram autem partem QLE, arcus Lb. statuendo punctum b, in intersectione rectæ a M, cum arcu LQ. Quare si arcui L a, adiiciatur arcus similis arcui Lb, conflabitur arcus totius anguli quæsiti BLQ, &c.

Probl. 22.

XX. DVOS ANGVLOS cum vno latere vni eorum opposito in triangulo obliquangulo.

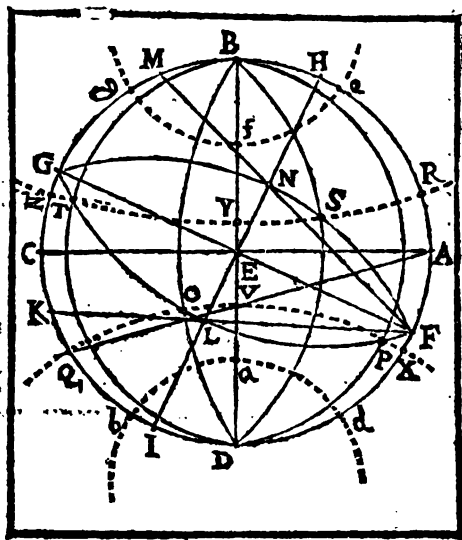
EX reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo, qui vni eorum opponitur,

nitur, si modo constet species anguli quæsiti alteri lateri dato oppositi.

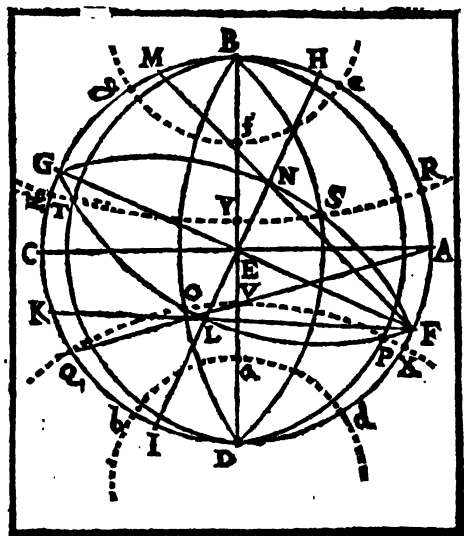
SIT Aequator ABCD, circa centrum E, vt prius: Datum autem vnum latus sit BF. Constituatur ad F, angulus datus, qui primum sit obtusus, quod sic fiet. Ducta diametro FG, quam ad rectos angulos secet HI, accipiatur arcus dati anguli obtusi HK, ductoque radio FK, secante HI, in L, constituet circulus per tria puncta F, L, G, descriptus maximus angulum datum HFL. Sit quoque alterum latus datum BQ, quadrante maius, & per Q, describatur maximo circulo AC, parallelus FVQ, vt lib. 2. propos. 18. ad initium Num. 5. traditum est; hoc videlicet pacto. Ducto radio AQ, secante BD, in V, sumatur arcus AX, arcui CQ, æqualis. Circulus enim per tria pũcta X, V, Q, descriptus erit dictus parallelus, qui secet circulum FLG, in punctis O, P. Tam ergo maximus circulus per tria puncta B, O, D, quam per tria puncta B, P, D, descriptus problema perficiet. Nam in triangulo BOF, data sunt duo latera BF, BO, (cum BO, arcus arcui BQ, æqualis sit, ex defin. poli.) cum angulo BFO, dato lateri BO, opposito. Item in triangulo BPF, data sunt duo latera BF, BP, (quòd & arcus BP, arcui BQ, ex defin. poli æqualis sit) cum eodem angulo BFP, dato lateri BP, opposito. Nisi ergo constet species anguli alteri dato lateri BF, oppositi, ambigui erimus, vtrum datorum triãgulorum accipere debeamus. Quoniã enim ęqualia sũt latera BO, BP, ex defin. poli, & quadrãte maiora, erunt per propos. 25. nostrorum triang. sphæric. duo anguli BOP, BPO, obtusi, ideoque BPF, acutus. Si igitur cõstet, angulum dato lateri BF, oppositum debere esse obtusum, sumendum erit maius triãgulum BOF, minus vero BPF, si constet, eundem angulum esse acutũ. Quod si secundum latus datum esset minus quadrante, fierent duo anguli BOP, BPO, acuti, ideoque BPF, obtusus, &c. Atque ita, quoquotiescunque parallelus per extremum punctum secundi lateris dati descriptus secat intra Aequatorem circulum, qui cum Aequatore datum angulum in extremo puncto primi lateris dati constituit, duobus in locis, ambiguum erit problema, nisi species anguli, qui primo dato lateri opponitur, cognita sit.

Duos angulos, & vnum latus vni eorum oppositũ ex duobus reliquis lateribus, & reliquo angulo vni eorum opposito, inquirere.

Quando problema fit ambiguũ, & quando non.

Si vero dictus parallelus dictũ circulum in vno tantùm puncto intra Aequatorem secet, vel contingat, non erit ambiguum problema, cum vnum tantum triangulum tunc constitui possit. Vt si primum datum latus sit BF, vt prius, & datus angulus acutus, cui æqualis cõstituatur BFN, (quod fiet, si sumpto HM, arcu

arcu dati anguli, radius iungatur FM, secans HI, in N, & per tria pũctaF, N, G, circulus describatur.) datum autem secundum latus sit BR, minus quadrante, per cuius extremum R, maximo circulo A C, parallelus describatur RYZ, secans circulum FNG, intra Aequatorem in vno tantum puncto S; ac deniq; per tria puncta B, S, D, circulus maximus describatur: constitutum erit solũ vnum triangulum propositum BFS. Nam in altero puncto sectionis paralleli RYZ, extra Aequatorem versus Z, non constituetur triangulum: quia latus à puncto F, per N, vsque ad illam sectionem maius est semicirculo. Sic etiam si datum primum latus sit BF, quadrante maius, & datus angulus obtusus BFL; datum autẽ secũdũ latus sit BR, minus quadrãte, secabit parallelus RYZ, circulumFLG, in vno tantũ pũcto T. Quare vnicum tantũ triangulũ tũc datũ cõstituetur BFT.

EODEM modo si datũ latus primum sit quadrante minus B G, & datus angulus acutus BGN, datum autem latus secundum B Z, minus quoque quadrante; secabit rursum parallelus ZYR, circulum GNF, in vno tantum puncto S, vnicumque triãgulum propositum BGS, constituetur. At si primum latus BG, datum sit minus quadrãte, sed datus angulus obtusus BGL & datum secundum latus BX, quadrante maius, secabit parallelus XVQ, circulum GLF, in duobus punctis O, P, intra Aequatorẽ, ideoque duo triangula constituẽtur BGO, BGP. Quare nisi detur species anguli, qui dato lateri BG, opponitur, ignorabitur, vtrum triangulorum assumendum sit.

Quando problema sit impossibile.

SI quando contingat, parallelum per extremum punctum secundi lateris descriptum non secare circulum, qui angulum datum efficit, intra Aequatorem, problema impossibile est, quod nimis magnum, vel paruum acceptum sit secundum latus. Vt si primum latus datum sit BF, & secũdum Bd, & datus angulus siue obtusus BFL, siue acutus BFN, problema solui non potest; quia parallelus d a b, neutrum circulorũ FLG, FNG, secat intra Aequatorem. Eadem de causa impossibile erit problema, si primum latus sit datum BG, vel BF, & secundum Bg, siue angulus datus in G, vel F, constitutus sit obtusus, siue acutus; quia parallelus g f c, neutrum circulorum intersecat intra Aequatorem.

QVAESITVM reliquum latus, nimirum F O, vel FP, in alterutro triangulorum BFO, BFP, notum fiet, vt in præcedentibus, si polus inueniatur circuli cuius dictum latus portio existit. Reliqui vero duo anguli cognoscentur etiam per ea, quæ lib. 2. propos. 15. scripsimus, sicut & in antecedentibus dictum est.

SCHO-

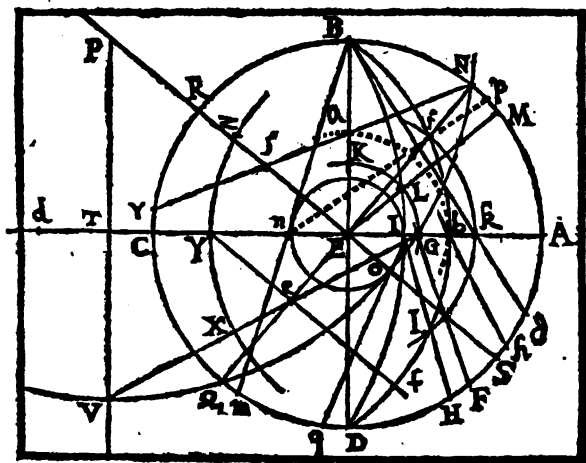
SCHOLIVM.

Theoremata varia de magnitudine angulorum ac laterum triangulorum sphæricorum.

QVONIAM anguli, & latera triangulorum sphæricorum debent habere certam quandam quantitatem, vt ex illis triangulum sphæricum constitui possit, vt ex præcedentibus problematibus colligitur, (quamuis in rebus Astronomicis semper talia triangula proponantur, quæ re ipsa in sphæra existunt, & non finguntur ad libitum.) placet hoc loco pauca quædam theoremata hac de re demonstrare, vt indicare possimus, num triangulum quodpiam propositum fictitium sit, an vere in natura existat: hinc exordientes.

Theor. 1.

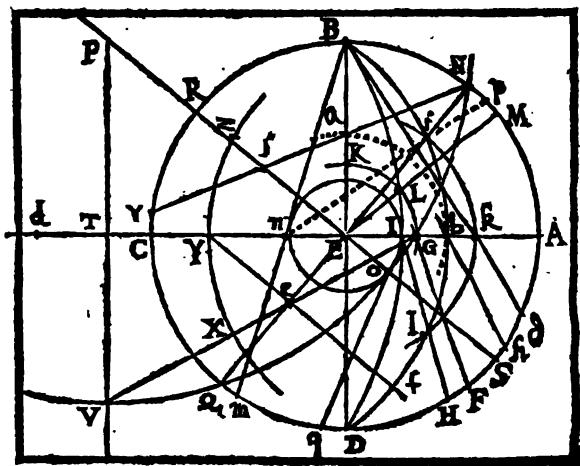
1. IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius nullus arcuum sit quadrans: angulus lateri, quod quadrante minus est, oppositus acutus est, & ipso latere maior; oppositus vero lateri, quod maius est quadrante, obtusus est, & ipso latere minor.

REPETATVR figura problematis 5. sintque primum duo latera AG, AN, circa angulum rectum BAE, quadrante minora, & ducta diametro NQ, describatur per tria puncta N, G, Q, circulus maximus, vt triangulum sphæricum constituatur AGN; eritque angulus ANG, lateri AG, oppositus, acutus; quod eius arcus SO, quem

recta RS, ad NQ, perpendicularis refert, quadrante minor sit: id quod etiam ex scholio propos. 28. nostrorum triang. sphær. constat. Cum enim duo latera AG, AN, quadrante sint minora, erit per illud scholium, vterque angulorũ G, N, acutus. Dico eundem angulum, hoc est, eius arcum SO, maiorem esse latere AG. Descriptus namque ex E, per O, parallelus OI, cum circulum NOQ, tangat in O, ex scholio propos. 13. lib. 3. Eucl. secabit AE, inter E, & G. Cum ergo AI, ipsi SO, æqualis sit, constat SO, arcum anguli ANG, maiorem esse latere AG.

SIT

SIT deinde latus AG, quadrante minus, sed BQ. quadrante maius, circa rectū angulum DAE; & ducta diametro QN, describatur per tria puncta Q, G, N, circulus maximus, vt sphæricum triangulum construatur AGQ, in quo angulus AQG, lateri AG, oppositus, acutus erit, propterea quod eius arcus SO, quadrante minor est. Ostendemus iam, vt prius, eundem angulum, idest, eius arcum SO, maiorem esse latere AG.

RVRSVS duo latera CG, CN, circa rectum angulum BCE, sint quadrante maiora, & ducta diametro NQ, eadem construātur, quæ prius. Erit angulus CNG, in triangulo CGN, lateri CG, oppositus, obtusus, ob eius arcum RO, quadrante maiorem; sed eius arcus RO, hoc est, CI, minor erit latere CG, opposito.

DENIQVE latus CG, sit maius quadrante, & CQ, minus, circa rectum angulum DCE, atque eadem fiant. Erit rursum angulus CQS, lateri CG, oppositus, obtusus; ob eius arcum RO, quadrante maiorem; sed eius arcus RO, id est, CI, latere

CG, minor erit. Itaque si in triangulo aliquo sphærico rectangulo latus vnum circa rectum angulum contineat grad. 40. necesse est, angulum oppositum esse acutum, maiorem tamen, quàm grad. 40. Et si angulus dicatur esse grad. 40. oportet latus oppositum minus esse, quàm grad. 40. At si vnum laterum complectatur grad. 130. erit necessario angulus oppositus, obtusus, minor tamen, quàm grad. 130. Et si alter angulorum non rectorum ponatur esse grad. 130. erit latus oppositum maius, quàm grad. 130.

Theor. 2. 2. IN omni triangulo sphærico rectangulo omnes tres anguli quatuor rectis sunt maiores, hoc est, duo anguli non recti minores sunt tribus rectis, siue gradibus 270.

IN triangulo ABC, sit angulus A, rectus. Dico duos reliquos angulos ABC, ACB, tribus rectis minores esse. Productis enim lateribus AB, AC, circa angulum rectum, donec concurrant in D, efficianturque semicirculi ABD, ACD; erit per propos. 13.

pos. 13. nostrorum triang. sphær. angulus quoque D, rectus. Cum ergo tam duo ABC, DBC, quam duo ACB, DCB, per propos. 5. eorundem triangulorum sint duobus rectis æquales; erunt omnes sex anguli A, D, ABC, DBC, ACB, DCB, sex rectis æquales. Igitur cum tres anguli in triangulo DBC, per propos. 31. eorundem triang. sint duobus rectis maiores, erunt reliqui tres anguli in triangulo ABC, quatuor rectis minores; ac proinde existente A, recto, reliqui duo ABC, ACB, tribus rectis, hoc est, gradib. 270. erunt minores. Itaque si in triangulo spharico rectangulo vnus angulorum non rectorum statuatur grad. 150. erit necessario alter minor, quam grad. 120.

3. IN triangulo sphærico rectangulo Isoscele, si duo æquales anguli sint acuti, erit vterque semirecto maior: si vero obtusi, recto cum semisse minor. *Theor. 3.*

SINT primum in Isoscele DBC, cuius angulus D, rectus, duo anguli B, C, acuti. Dico vtrumque esse semirecto maiorem. Quoniam enim omnes tres sunt duobus rectis maiores, ex propos. 31. triang. sphær. erunt duo B, C, vno recto maiores. Cum ergo æquales sint, erit vterlibet semirecto maior.

SINT deinde in Isoscele ABC, cuius angulus A, rectus, duo anguli B, C, obtusi. Dico vtrumque minorem esse recto cum semisse. Cum enim omnes tres sint, per theor. 2. quatuor rectis minores, & duo B, C, tribus rectis minores; sint autem hi duo æquales, erit quilibet minor vno recto cum semisse. Itaque in quolibet triangulo sphærico Isoscele erit vterque æqualium angulorum maior, quam grad. 45. sed minor quam grad. 135.

4. IN omni triangulo sphærico rectangulo vterlibet angulorum non rectorum maior est complemento alterius. *Theor. 4.*

SINT primum in triangulo DBC, cuius angulus D, rectus, duo anguli B, C, acuti. Dico angulum B, maiorem esse complemento anguli C. Quoniam enim duo anguli B, C, maiores sunt vno recto, cum omnes tres duobus sint rectis maiores; & angulus C, cum suo complemento æquivaleat tantum vni recto; perspicuum est angulum B, maiorem esse complemento anguli C. Eademque de causa erit angulus C, maior complemento anguli B.

SIT deinde in triangulo DBE, angulus D, rectus; DBE, obtusus, & DEB, acutus. Vbi liquido constat, obtusum angulum maiorem esse complemento acuti E, cum hoc complementum sit angulus acutus. Dico angulum E, maiorem quoque esse complemento anguli obtusi DBE. Per polum enim arcus DB, intelligatur descriptus arcus maximi circuli BC, a eritque angulus DBC, rectus, ideoque angulus CBE, acutus erit, & complementum obtusi anguli DBE, quo maiorem dico esse acutum angulum DEB. Quia vero duo anguli D, DBC, recti sunt, erunt BC, DC, quadrantes, per propos. 25. nostrorum triang. sphær. ideoque arcus CE, quadrante minor, quod latus DE, per propos. 2. eorundem triang. sit semicirculo minus. Igitur in triangulo BCE, cum latus BC, maius sit latere CE; erit per propos. 11. eorundem triang. angulus DEB, maior angulo CBE.

a 15. 1. Theod.

rentia inter complementum huius (quod debet esse minus gradibus 40.) & semicirculum.
Sic si vnus angulorum statuatur grad. 140. necesse erit, alterum minorem esse, quam grad. 130. Nam cum huius complementum grad. 40. demptum ex semicirculo relinquat grad. 140. non foret ille minor hac differentia. quod est absurdum. Quod si vnus sit acutus, & obtusus alter, acutus autem ponatur grad. 50. erit necessario obtusus minor, quam grad. 140. alias non esset minor, quam differentia inter illius complementum, quod est grad. 40. & semicirculum. Eadem ratione si obtusus contineat grad. 140. continebit acutus plures grad. quam 50.

6. IN quouis triangulo sphærico duo anguli quomodocunque sumpti sunt simul maiores differentia inter reliquum, ac semicirculum. *Theor. 6.*

IN triangulo ABE, quocunque sumantur, vt libet, duo anguli A, ABE. Dico eos simul maiores esse angulo BED, quo tertius AEB, à duobus rectis differt. Quoniam enim duo A, & ABE, cum AEB, constituunt plus, quàm duos rectos; ex propos. 31. nostrorum triang. sphær. & angulus BED, cum eodem AEB, duos solum rectos conficit: fit, vt duo A, & ABE, simul maiores sint angulo BED.

EX quo colligitur, in omni triangulo sphærico, producto vno latere, externum angulum esse maiorem duobus internis, & oppositis simul sumptis. *Coroll.*

ITAQVE si duo anguli constituantur grad. 40. & grad. 70. necesse est, tertium esse maiorem, quàm grad. 70. alias illi duo conficientes grad. 110. non essent maiores, quàm grad. 110. quibus tertius à semicirculo differt. Sic etiam si vnus statuatur grad. 60. necesse est, reliquos duos simul maiores esse, quàm grad. 120. quibus ille à semicirculo differt.

7. IN omni triangulo sphærico duo anguli quomodocunq; sumpti sunt simul minores differentia inter angulum vel arcum, quo reliquus à semicirculo, vel duobus rectis differt, & integrum circulum, siue quatuor rectos. *Theor. 7.*

SIT triangulum sphæricum quodcunque ABC. Dico duos angulos B, C, simul esse minores differentia inter arcum, quo reliquus angulus A, a semicirculo differt, & totum circulum, siue quatuor rectos. Productis enim arcubus AB, AC, donec se secent in D, erit per propos. 13. nostrorum triang. sphæric. angulus BDC, angulo A, æqualis. & CDG, angulus, quo ipse angulus BDC, vel A, à duobus rectis differt: differentia autem inter hunc angulum CDG, & 4. rectos, vel totum circulum, complectetur tres angulos CDB, BDF, FDG. Probandum igitur est, duos angulos ABC, ACB, simul minores esse tribus angulis CDB, BDF, FDG. quod sic fiet. Quoniam per theor. 6. duo anguli DBC, DCB, simul maiores sunt angulo CDG, quo reliquus angulus BDC, à duobus rectis differt, & tam duo anguli DBC, DCB, cum duobus ABC, ACB, quàm angulus CDG, cum tribus CDB, BDF, FDG, quatuor rectis æquales sunt: si inde tollantur duo DBC, DCB, & hinc angulus CDG, qui illis minor est ostensus; reliqui erunt duo anguli ABC, ACB, minores tribus angulis CDB, BDF, FDG. quod est propositum. Itaque si in quolibet triangulo sphærico duo anguli simul ponantur continere grad. 300. necesse est tertium maiorem esse, quàm grad. 120. quia tunc differentia inter hunc, & duos rectos erit minor, quàm grad. 60. ac proinde.

differentia inter differentiam & integrum circulum maior, quàm grad. 300. ideoque duo anguli positi simul minores erunt hac differentia.

Theor. 8.

8. IN quolibet triangulo sphærico differentia inter summam duorum angulorum vtcunque sumptorum, & integrum circulum, siue quatuor rectos, maior est, quàm differentia inter reliquum angulum, ac semicirculum, siue duos rectos.

SIT rursus triangulum ABC. Dico differētiam inter duos angulos ABC, ACB, & quatuor rectos maiorem esse differentia inter reliquum angulum A, & duos rectos. Facta namque eadem constructione, conficient duo anguli DBC, DCB, simul differentiam inter duos angulos ABC, ACB, simul, & 4. rectos; & angulus CDG, differentia erit inter reliquum angulum A, hoc est, inter angulum BDC, (qui per propos. 13. nostrorum triang. sphæric. ipsi A, æqualis est,) & duos rectos. Cum ergo per theor. 6. duo anguli DBC, DCB, simul maiores sint angulo CDG, liquet id, quod proponitur. Itaque si in quouis triangulo sphærico duo anguli simul statuantur conficere grad. 300. oportet necessario tertium angulum esse maiorem, quàm grad. 120. quia tunc differentia inter grad. 300. & 360. continet grad. 60. at differentia inter tertium angulū, qui maior est, quàm grad. 120. & duos rectos, siue grad. 180. minor erit, q̄ grad. 60.

EX his igitur facile colligemus, num ex tribus angulis sphæricis in sphæra propositis triangulum in sphæra constituatur, nec ne.

HIS expositis, ac demonstratis, vt studiosus Lector intelligat, quàm iucundum vsum habeat doctrina triangulorum sphæricorum in Astrolabio descriptorum, libet paucis hoc loco pleraque problemata, quæ in superioribus Canonibus per circulos sphæræ in Astrolabio descriptos soluimus, per triangula sphærica rursum expedire. Hinc ergo exordiamur.

Quæsitū 1.

QVÆSITVM I.

DECLINATIONEM cuiusuis pūcti Eclipticę, vel stellæ, cuius longitudo, latitudoq; nota sit, indagare. Et vicissim ex data declinatione punctum Eclipticæ determinare, cui congruit.

Declinatio dati puncti in Ecliptica, quo pacto sine calculo per triangula sphærica reperiatur.

ARCVS Eclipticæ inter datum punctum, & proximum æquinoctij punctum positus, cum arcu declinationis, (qui portio est maximi circuli per polos mundi, & datum Eclipticæ punctum ducti) & arcu Aequatoris inter idem punctum æquinoctij, & arcum declinationis intercepto, triangulum sphæricum constituit rectangulum, in quo ex base (hoc est, ex arcu Eclipticæ inter proximum æquinoctij punctum, & datum punctum, cuius declinatio quæritur) & angulo maximæ declinationis, (quem Aequator, & Ecliptica continent) latus huic angulo oppositum (arcus videlicet declinationis) inuestigandum est. Si igitur huiusmodi triangulum extruatur, ut in problemate 8. traditum est, inuentus erit declinationis arcus quæsitus.

Arcus Eclipticæ datæ declinationi respondens, quo pacto per triang. sphær. sine calculo determinetur.

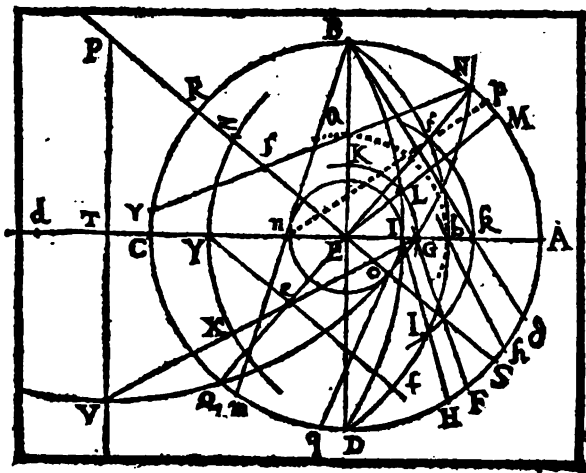
QVOD si declinatio data sit, & arcus Eclipticæ inquirendus, cui congruat, fiet id per problema 14. vbi basis, (quæ est arcus Eclipticæ quæsitus) inquiritur ex latere dato, (cuiusmodi est arcus declinationis,) & angulo ei opposito, (qui hic est angulus maximæ declinationis) quod in dato casu facile fiet, cum constet, basem esse quadrante minorem.

DEIN-

DEINDE si ex polo mundi, & polo Ecliptica per centrum stella duo circuli maximi intelligantur descripti, quorum ille stella declinationem, hic verò latitudinem metitur, constituitur triangulum sphaericum, in quo duo latera nota sunt, (arcus videlicet Coluri solstitiorum inter duos polos inclusus, ac maxima declinationi aqualis, & complementum latitudinis, siue arcus circuli latitudinis inter polum Ecliptica & centrum stella.) vnà cum angulo ab eis comprehenso, quem scilicet metitur distantia stella à principio ♋, quando latitudo eius est borealis, vel à principio ♑, quando latitudo est australis: qua quidem distantia à ♋, numeranda est secundum signorum successionem, si stella in semicirculo descendente existit, contrà verò, si in ascendente: à ♑, autem secundum successionem numeranda est, si in ascendente semicirculo existit, contra verò, si in descendente. Huiusmodi triangulum est FGH, in 12. illis circulis, quos ad finem scholij canonis 3. descripsimus. Si igitur per problema 19. quaratur latus tertium in eo triangulo, quod est complementum declinationis stella, ex duobus reliquis lateribus, quorum vnum maxima declinationi, & alterum complemento latitudinis stella aquale est, atq; ex angulo ab ipsis comprehenso, qui aqualis est, vt diximus, distantia stella à ♋, vel ♑, complementum declinationis latere non poterit. Quando tamen tertium latus dicti trianguli inuentum, maius est quadrante, detracto quadrante, reliqua fiet declinatio stella contraria denominationis cum latitudine. In alijs casibus omnibus tertium latus complementum est declinationis, & eiusdem nominis cum latitudine.

Inuentio facilior declinationis dati puncti Ecliptica.

HOC quasitum facilius ita absoluetur. In figura problematis 5. fiat angulus maxima declinationis ABb, quem videlicet Ab, ideoque & A b, arcus maxima de-

clinationis metiatur. Sumpta deinde quadrante h m, exhibeat radius Bm, polum n, circuli B b D. Si igitur accipiatur arcus B p, arcui Ecliptica dato aqualis, auferet recta n p, arcum B i, ei aqualem. Ducta ergo recta E i N, referente circulum declinationis, erit i N, arcus declinationis quasitus, cui aqualis est arcus A g, descripto

ex E, per i, parallelo i k, ut aequales sint N i, A k, &c. Atque ita dato arcu Eclipticae, inuenta est eius declinatio.

Inuentio facilior pũct. Eclipticae, quod datae declinationi respondet.

RVRSVS si data sit declinatio Ag, fiat iterum angulus ABb, maxima declinationis. Deinde ducto radio Bg, ut Ak, sit quoque arcus declinationis data, & descripto ex E, per k, parallelo ki, secante circulum BbD, in i, erit Bi, arcus Eclipticae quaesitus. Nam ducta recta EiN, arcus i N, ipsi Ak, vel Ag, aequalis, metietur declinationem puncti i. Qui arcus B i, aequalis est arcui Aequatoris Bp, quem aufert recta n i, ex n, polo circuli Bb D, (qui inuenitur per quadrantem bm, ut supra) per i, extensa.

Inuentio facilior declinationis stellae.

PRAETEREA in eadem figura, fiat angulus ABb, distantia stellae à principio ♋, si eius latitudo borealis est, vel a principio ♑, si australis, siue secundum successionem signorum, siue contra, ea numeranda sit, ut supra dictum est: deinde sumatur arcus BN, aequalis arcui maxima declinationis inter polum mundi, & polum Eclipticae; item abscindatur ex circulo Bb D, arcus aequalis complemento latitudinis stellae per rectam ex eius polo n, per extremum punctum arcus eiusdem complementi in Aequatore sumpti eductam; ac denique per finem huius arcus, & punctum N, eiusque oppositum Q, circulus describatur. Nam huius circuli arcus inter N, & punctum extremum arcus complementi latitudinis stellae a circulo Bb D, abscissi positus dabit complementum declinationis stellae, si arcus ille interceptus minor fuerit quadrante, vel si maior quadrante fuerit, arcum compositum ex quadrante, & declinatione, ut supra diximus. Hic autem arcus cognoscetur per rectas ex eius polo emissas, &c. Fit enim hoc modo triangulum simile omnino triangulo FGH, in illis 12. circulis scholij Cap. 3. cum BN, respondeat arcui FG, & arcus complementi latitudinis stellae ex circulo Bb D, abscissum arcui GH, & tertius denique arcus inuentus arcui FH, &c.

QVANDO distantia stellae à ♋, vel ♑, maior est quadrante, constituendus erit eius angulus CBb, & arcus BR, sumendus v. g aequalis declinationi maxima, &c.

Quaesitũ 2.

QVAESITVM II.

ASCENSIONEM, descensionemque rectam dati puncti Eclipticae, vel stellae inquirere: Et vicissim ex data recta ascensione, descensioneue punctum Eclipticae respondens cognoscere: Ac postremo punctum Eclipticae, quod cum stella in sphaera recta oritur, occidit, & caelum mediat, explorare.

Ascensio vel descensio recta puncti Eclipticae, quo pacto per triang. sphaer. siue numeris cognoscatur.

SI per problema 9. constituatur triangulum sphaericum rectangulum, cuius basis sit arcus Eclipticae inter proximum punctum aequinoctiale, & punctum datum; & angulus maxima declinationis, adiacens quaesito lateri, arcus videlicet Aequatoris rectam ascensionem, descensionemue metiens: inuentus erit hic arcus Aequatoris, ut in eo problemate dictum est. Nam dictus Eclipticae arcus, arcus declinationis, & arcus ascensionis, descensionisue recta, eiusmodi triangulum constituunt, cuius vnus angulorum non rectus maxima declinationi aequalis est.

Punctum Eclipticae datae ascensioni, vel descensioni rectae respondens, quo pacto per triãg. sphaer. inueniatur siue numeris

VICISSIM si recta ascensioni, aut descensioni data reperiendus sit arcus Eclipticae respondens, dabitur in eodem triangulo rectangulo, de quo proxime dictum est, latus vnum, nimirum arcus Aequatoris rectam ascensionem, descensionemue metiens, & idem angulus maxima declinationis illi lateri adiacens: Ex quibus basis, id est, arcus Eclipticae respondens inuestigabitur, ut in problemate 13. dictum est. Sed pro arcu ascensionis, vel descensionis accipiendus est semper arcus Aequatoris quadrante minor, ut

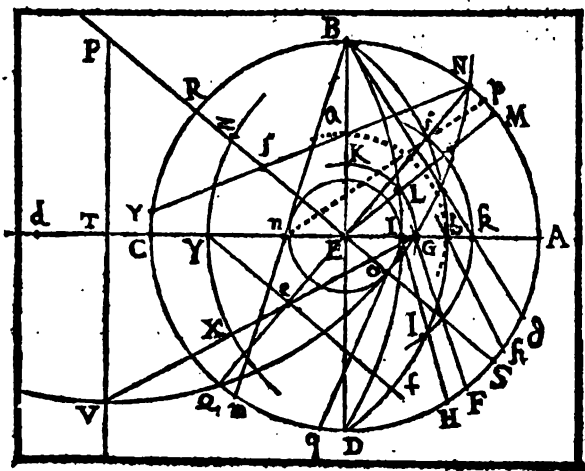
in scholio

in scholio Can. 4. Num. 6. factum est a nobis..

INTELLIGANTVR *deinde ex polo mundi, & pol. Ecliptica, per stellam duci duo circuli maximi, ut constituatur triangulum FGH. in 12. illis circulis scholij Can. 3. Et quia in hoc triangulo duo latera sunt cognita, nimirum arcus Coluri solstitiorum inter duos polos, qui maxima declinationi aqualis est; & complementum latitudinis stella; unà cum angulo ab ipsis comprehenso, cum eum metiatur distantia à principio ♋, vel ♑; si per problema 19. constituatur eiusmodi triangulum, quale est in figura problematis 18. triangulum BKF; inuenietur angulus, quem cum Coluro circulus declinationis in polo mundi efficit, nimirum angulus GFH, in prædictis 12. circulis, quem metitur ascensio recta à ♋, vel ♑, inchoatá, &c.*

Ascensio, vel descensio recta stellæ quo pacto per triang. sphær. sine numeris, cognita fiat.

SED *& hoc problema facilius fortasse ita expediemus. In figura problematis 5. sint angulus maxima declinationis ABb, & arcus Bi, aqualis sit arcui Ecliptica à*

Inuentio facilior ascensionis rectæ dati puncti Eclipticæ.

proximo puncto aquinoctij numerato, qui facile abscindetur, si ei aqualis in Aequatore sumatur Bp, & recta np, ex n, polo circuli BbD, per p, ducatur, &c. Recta namque Ei, Horizontem rectum referens abscindet arcum BN, ascensionis, descensionisùe recta.

CONTRA *verò, si data ascensione recta, rursum fiat angulus ABb, maxima declinationis, & arcus BN, ascensionem rectam datam metiatur; abscindet recta EN, arcum Ecliptica Bi, respondentem: quem notum efficiet recta ni, ex polo n, emissa, &c.*

Inuentio facilior puncti Eclipticæ respondentis datæ ascensioni rectæ.

DEINDE *si constituatur angulus ABb, distantia stella à ♋, vel ♑, accipiaturque arcus BN, maxima declinationis, & complemento latitudinis stella aqualis arcus abscindatur ex circulo BbD, per rectam ex n, eius polo emissam usque ad punctum terminans arcum Aequatoris eidem complemento latitudinis stella aqualem: ac tandem per terminum huius arcus, & per N, eiusque punctum oppositum ♌, circulus describatur, respondebit eius arcus inter N, & circulum BbD, inclusus arcui FH, in triangulo FGH, 12. circulorũ scholij Can. 3. Angulus ergo, quem idem arcus*

Inuentio facilior ascensionis rectæ datæ stellæ.

cum

cum arcu BN, in polo mundano, qui nunc est N, facit, dabit ascensionem rectam à ♋, vel, ♑, inchoatam. &c.

Eclipticæ punctum cum stella oriens, occidensque, & cælũ mediane.

ET si forte distantia stellæ à ♋, vel ♑, maior fuerit quadrãte, constituendus erit eius angulus C B b, recto maior, & in quadrante B C, accipiendus arcus maximæ declinationis, &c.

PVNCTVM Eclipticæ, quod huic ascensioni rectæ congruit, erit illud, cum quo data stella oritur, occiditq́;, & cælum mediat in sphæra recta.

Quæsitũ 3.

QVAESITVM III.

ASCENSIONEM, descensionemq́; obliquam dati puncti Eclipticæ, vel stellæ inuestigare: Et vicissim punctum Eclipticæ datæ ascensioni descensioniuè obliquæ congruens determinare; ac denique punctum Eclipticæ, cum quo data stella oritur, occiditq́; in obliqua sphæra, inuenire.

Ascensionem, descensionem obliquam dati puncti Eclipticæ, per triang. sphærica sine numeris inuestigare.

ARCVS Eclipticæ à principio ♈, vel ♎, vsque ad punctum datum oriens secundum successionem signorum numeratus constituit cum Aequatore, atque Horizonte obliquo triangulum sphæricum obliquangulum, in quo duo anguli dati sunt, angulus videlicet maximæ declinationis; quem Ecliptica cum Aequatore efficit, & angulus, quem Aequator cum Horizonte *constituit, qui quidem ab ♈, vsque ad ♎, obtusus semper est, vergitq́; in boream, & relinquitur, si complementum altitudinis poli ex semicirculo demalur; acutus verò à ♎, vsque ad ♈, ipsemet nimirum angulus complementi altitudinis poli, vergitque in austrum; datusque insuper est arcus posteriori dato angulo oppositus, arcus videlicet Eclipticæ ab ♈, vel ♎, vsque ad datum punctum numeratus. Si igitur per problema 21. quæratur arcus Aequatoris ascensionem obliquã metiens, ex dato arcu Eclipticæ, qui vni datorum angulorũ opponitur, & duobus dictis angulis, cum constet, tertium arcum Horizontis, qui alteri dato angulo oppositus est, esse quadrante minorem, nimirum latitudini ortiuæ æqualem; inuenta erit ascensio obliqua dati puncti Eclipticæ.*

NON aliter descensio obliqua dati puncti Eclipticæ inuestigabitur; cum simile prorsus triangulum sub Horizonte occidentali constituatur, nisi quod angulus, quem Aequator cum Horizonte efficit, acutus est ab ♈, vsque ad ♎, at verò à ♎, vsque ad ♈, obtusus.

Punctum Eclipticæ datæ ascensioni, vel descensioni obliquæ cõgruens, per triãg. sphær. sine numeris assignare.

QVOD si obliqua ascensio, siue descensio detur, erunt in eodem triangulo, de quo proxime dictum est, ijdem duo anguli dati, vnà cum arcu Aequatoris illis adiacente, qui ascensionem, descensionemùe datã metitur. Igitur per problema 20. ex illis datis cognitus fiet arcus Eclipticæ quæsitus, cui videlicet data ascensio, vel descensio cõuenit. Est autẽ ascensio, descẽsioue data sumẽda semicirculo minor; ita vt ea existẽte maiore, semicirculus subtrahatur, ut ascensio, vel descensio à ♎, inchoata habeatur.

Inuentio facilior ascensionis, descẽsionisue obliquæ dati puncti Eclipticæ.

FACILIVS autem fortassis vtrumque hac alia ratione exequemur. In figura problematis 5. constituatur angulus A B b, maximæ declinationis, & ex semicirculo BbD, abscindatur arcus B i, vel B l, æqualis dato arcui Eclipticæ per rectam ex x, polo emissam ad punctum Aequatoris, quod terminat arcum æqualem à B, inchoatum. Si enim per extremum punctum i, vel l, describatur arcus Horizontis, cuius centrum sit in parallelo per Horizontis *centrum descripto, & concauum vergat versus B; abscindet hic arcus ex Aequatore ascensionem obliquam puncti i, vel l, vt patet. Si autem conuexum arcus* Horizontis *per i, aut l, descripti vergat versus B, abscindet is ex Aequatore descensionem obliquam.*

CONTRA

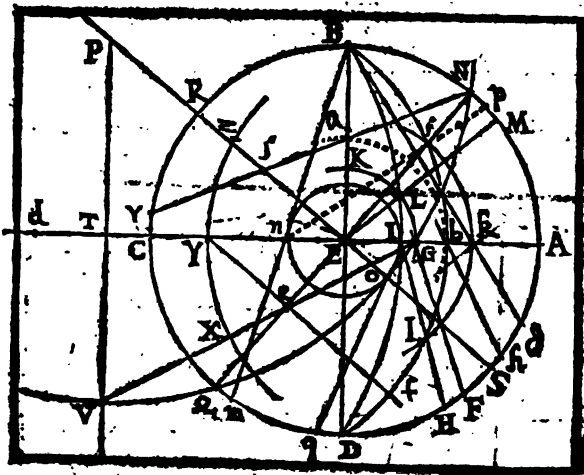
CONTRA verò, si ascensio, vel descensio obliqua numeretur in Aequatore à B, & per extremum punctum Horizon describatur, ita vt eius concauum respiciat partes B, si de ascensione agitur, conuexum verò, si de descensione; indicabit Horizon hic in circulo B b D, punctum Ecliptica à principio ♈, aut ♎, numerandum, cui data ascensio vel descensio congruit, &c.

Inuentio facilior puncti Eclipticæ datæ ascensioni, vel descensioni obliquæ respondentis.

IAM verò, vt ascensio descensioue obliqua stella cuiuslibet inueniatur, exploranda est eius differentia ascensionalis, hac ratione. Arcus circuli declinationis ex polo mundi per stellam, cum oritur, ducti, inter stellam & Aequatorem positus, & arcus Horizontis latitudinem ortiuam metiens, atque arcus Aequatoris metiens differentiam ascensionalem, constituunt triangulum sphæricum rectangulum, in quo arcus declinationis per quæsitum 1. datus est, cum angulo opposito, quem cum Horizonte Aequator efficit, hoc est, cum angulo complementi altitudinis poli. Igitur ex bis ita datis per problema 10. erueтur arcus differentia ascensionalis, qui dato angulo adiacet, cum constet, arcum hunc quæsitum esse quadrante minorem.

Differentia ascensionalis stellæ vel puncti dati Eclipticæ, quo pacto per triãg. sphær. siue numeris reperiatur.

HANC ascensionalem differentiã facilius fortassis ita reperiemus. In figura problematis 5. fiat angulus A B b, complementi altitudinis poli, & arcus A k, metiatur

Inuentio facilior differentiæ ascensionalis.

declinationem stella, abscissus per radium B g, ex B, ad g, extremum arcus A g, declinationis emissum: eritque A k, minor arcu A b, qui complementũ altitudinis poli metitur, cum hic loquamur de altitudine poli, quæ maior non sit, quàm grad. 66. min. 30. Descripto ergo ex E, per k, parallelo secante arcum Bb, in i, auferet recta E i, arcum B N, differentia ascensionalis quæsita: propterea quod triangulum B i N, est illud, de quo proxime dictum est: quippe cum i N, arcus aqualis sit arcui A k, declinationis, &c. Declinatio autem stella minor esse debet complemento altitudinis poli: alias non oriretur, aut occideret, vel certè Horizontem tangeret, atque ita non haberet differentiam ascensionalem, vt in sphæra docuimus.

QVO pacto autem per differentiam ascensionalem ipsa ascensio, vel descensio obliqua eliciatur, in scholio Cap. 5. ad finem Num. 1. docuimus.

SIMILI prorsus modo differentia ascensionalis cuiusuis puncti Ecliptica inuenietur, si pro stella ipsum punctum Ecliptica in Horizonte ponamus.

Eclipticæ punctum cum stella oriens, vel occidens in sphæra obliqua.

PVNCTVM denique Ecliptica, cui congruit ascensio, vel descensio obliqua stella, est illud, cum quo stella oritur, aut occidit in sphara obliqua: Cum eodem autem puncto calum mediat, cum quo in recta sphara oritur, aut calum mediat.

Quæsitũ 4.

QVAESITVM IIII.

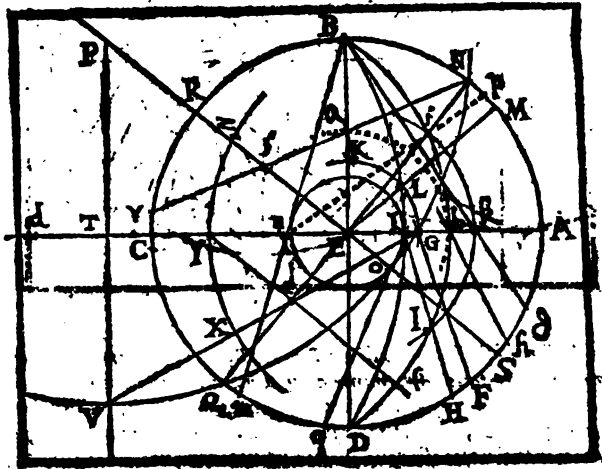
LATITVDINEM ortiuam, occiduamq; cuiuslibet puncti Eclipticæ, aut stellæ, explorare. Et è contrario, data latitudine ortiua, aut occidua, punctum Eclipticæ respondens reperire.

Latitudinem ortiuam dati puncti Eclipticæ, vel stellæ indagare per triangul. sphær. fine numeris, & contra.

IN triangulo spharico rectangulo, de quo in fine pracedentis quasiti dictum est, inquirenda erit basis, id est, arcus Horizontis, vel latitudinis ortiua ex arcu declinationis per quasitum 1. cognito, & angulo complementi altitudinis poli, qui arcui declinationis opponitur: quemadmodum in problemate 14. traditum est; cum constet, eam basem esse minorem quadrante.

ET si latitudo ortiua data est, inuestigandus erit in eodem triangulo arcus declinationis ex base, qua est latitudo ortiua, & angulo complementi altitudinis poli, qui arcui quasito opponitur, vt in problemate 8. scripsimus, &c.

Inuentio facilior latitudinis ortiuæ.

VEL facilius sic agemus. In figura problematis 5. fiat angulus ABb, complementi altitudinis poli: Sumpto autem arcu declinationis dati puncti, aut stella Ag, cui per

radium Bg, aqualis resecetur Ak; (erit autem Ak, minor arcu complementi altitudinis poli Ab: aliàs Sol, vel stella neque orietur, neque occidet, vt in sphara dicimus.) descriptoque ex E, per k, parallelo secante BbD, in i, traijciatur ex E, per i, recta Ei. Ita enim constitutum erit pradictum triangulum. Bi, N, & arcus Bi

latitudinem

latitudinem ortiuam metietur, qui per rectam n i, cognoscetur, &c.

QVOD si latitudo data sit; constituto angulo A B b, complementi altitudinis poli, abscindatur arcus latitudinis ortiua B i, per rectam n i, ex polo n, emissam ad punctum p, terminans arcum latitudinis ortiua B p. Nam extensa recta ex E, per i, dabit i N, arcum declinationis, &c.

QVAESITVM V.

Quæsitũ 5.

ARCVM semidiurnum, & seminocturnum dati puncti Eclipticæ, aut stellæ inuestigare.

INVENTA differẽtia ascensionali dati puncti Eclipticæ, seu stellæ, vt in quæsito 3. dictum est, reperietur per eam arcus semidiurnus, & seminocturnus, vt in Can. 7. Num. 3. tradidimus.

Arcum semidiurnum, seminocturnum, ue dati puncti Eclipticæ, aut stellæ sine numeris per triangu. sphær. definire.

QVAESITVM VI.

Quæsitũ 6.

DISTANTIAM Solis, aut Stellæ à Meridiano per eius altitudinem exquirere.

SI, vt problema 18. docuit, construatur triangulum sphæricum ex tribus lateribus notis, quorum vnum est arcus complementi altitudinis poli in Meridiano inter polum mundi, & polum Horizontis positus; alterum vero arcus circuli declinationis, vel horarij inter polum mundi, & centrum Solis, stellaue inclusus; qui, si astrum boreale est, complementum declinationis metitur, si autem australe, ex quadrante, & declinatione conflatur; tertium denique arcus Verticalis per astrum ducti, metiens complementum cognitæ altitudinis: Si, inquam, huiusmodi triangulum construatur, dabit angulus, quem Meridiani arcus, & arcus circuli declinationis comprehendunt, distantiam astri à Meridiano: qui angulus per propos. 15. libri 2. cognitus fiet.

Distantiam Solis vel stellæ à Meridiano per triang. sphær. sine numeris scrutari.

QVAESITVM VII.

Quæsitũ 7.

Crepusculi magnitudinem peruestigare.

EADEM ratione, si per problema 18. sphæricum triangulum construatur ex tribus datis lateribus, quorum vnum est arcus complementi altitudinis poli in Meridiano inter polum mundi, & verticem loci positus; alterum verò, arcus circuli declinationis inter polum mundi, & centrum Solis existentis in parallelo grad. 18. sub Horizonte; qui, si Sol borealis est, complementum est declinationis, si verò australis, ex quadrante, & declinatione conflatur; tertium denique, arcus Verticalis per idem centrum Solis descripti, constans ex quadrante & arcu grad. 18. Si, inquam, huiusmodi fiat triãgulum, dabit angulus, quem arcus circuli declinationis cum Meridiano efficit, arcum ex arcu semidiurno, & arcu Crepusculi compositum: qui angulus per propos. 15. lib. 2. notus euadit. Si igitur ex hoc arcu dematur arcus semidiurnus, reliquus erit arcus Crepusculi.

Crepusculi magnitudinem per triang. sphær. sine numeris explorare.

Quæsitū 8.

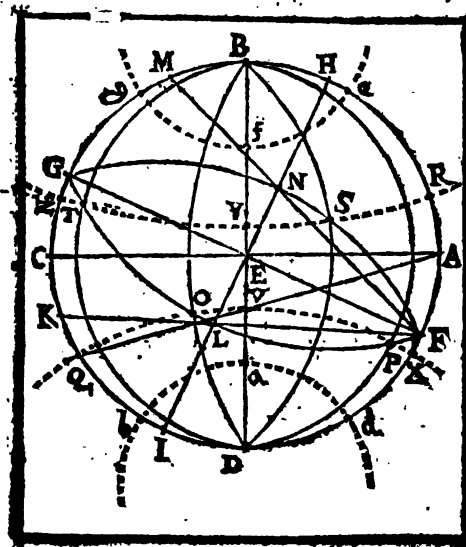
QVAESITVM VIII.

Distantiam duorum locorum in terra, vel Stellarum in cælo, dimetiri.

Locorū in terra, vel Stellarum in cœlo distantiam metiri.

FIAT per problema 19. triangulum sphæricum ex duobus lateribus notis, cum angulo ab ipsis comprehenso, cuius duo latera nota, sunt complementa latitudinum locorum, si utriusque latitudo borealis fuerit; vel arcus conflati ex quadrante, & latitudinibus, si latitudo vtriusque fuerit australis, &c. angulus verò ab ipsis comprehensus datus, est differentia longitudinum, hoc est, determinatur ab arcu Aequatoris semicirculo minore, inter Meridianos locorum posito. Nam tertium latus, quod cognitum fiet. per rectas ex eius polo inuento per eiusdem extrema puncta extensas, distantiam inter duo loca manifestabit.

IDEM dicendum est de distantia Stellarum, si pro circulis, qui latitudines locorum metiuntur, accipiantur circuli latitudinum Stellarum.

EXEMPLI gratia. Sint duo loca borealia, & angulus, quem eorum Meridiani efficiunt CBS, vniusq; complementum latitudinis BG, & alterius BS, vt in figura problematis 22. apparet. Si igitur per G, eiusq; punctum oppositum F, ac per S, maximus circulus describatur, metietur arcus GS, (quem notum reddet recta ex eius polo educta,) distantiam loci G, à loco S. Pari ratione si duo sint loca australia, ita vt angulus à Meridianis constitutus sit FBO, & arcus Meridianorum inter B, polum arcticum, & ipsa loca, sint BF, BO, &c. dabit arcus FO, locorum distantiam. Denique si unus locus sit borealis, & australis alter, ita vt Meridiani ipsorum efficiāt angulum GBP, & arcus Meridianorum inter ipsa loca, & polum arcticum sint BG, BP. &c. erit eorum distātia arcus GP. Atq; ratio hac, vt vides, multo est commodior, quam illa, quam in Can. 15. explicauimus. Nam in hac lineamenta non multum excurrunt; sicut in illa, etiamsi vnus locorum sit borealis, & alter australis.

Quæsitū 9.

QVAESITVM IX.

ALTITVDINEM Solis supra quemlibet circulum maxi-

mum, eiusq; distantiam horizontalem singulis horis inquirere.

Altitudinem Solis supra datum circulum maximum, distantiamque horizontalem per triang. sphær. sine numeris venari.

QVAMVIS ratio in Canone 16. explicata facilis sit, atque expedita; quando tamen vnius, duntaxat aut alterius horæ indaganda sit altitudo Solis, horizontalisq; distantia, efficiemus id nullo ferè negotio, hac arte. Inuenta per Canonem 20. altitudine poli supra datum circulum maximum, & per Can. 17. inclinatione eius Meridiani proprij ad Meridianum Horizontis illius loci, in quo hæc inuestigantur, vt distantiæ horarum ab eo Meridiano possint cognosci; fiat in figura eadem problematis 22. angulus CBS, distantiæ datæ horæ à proprio Meridiano, sitque BG, arcus proprij Meridiani inter B, polum mundi, & polum dati circuli maximi G; arcus vero BS, sit complementum declinationis Solis, vel certe conflatus ex quadrante, & declinatione, quando Solis distantia à polo supra datum circulum conspicuo maior est, quàm grad. 90. Nam si per G, eiusque punctum oppositum F, ac per S, circulus maximus describatur, erit eius arcus GS, inter polum dati circuli, & Solem, complementum altitudinis Solis quæsita. Si verò angulus distantiæ Solis à Meridiano proprio fuerit GBO, & arcus BO, inter polum conspicuum supra datum circulum, & Solem, &c. erit GO, complementum altitudinis Solis. Prior porrò casus solum pro exemplo allatus est. Impossibile enim est, vt quando complementum declinationis est BS, angulus distantiæ Solis à Meridiano proprio possit esse GBS: quia altitudo Solis GS, esset quadrante maior, quod fieri nequit.

DISTANTIAM horizontalem exhibebit angulus BGS, vel BGO, quem metitur arcus dati circuli, tanquam Horizontis, HN, vel HL, à Meridiano proprio ad partes poli conspicui supra datum circulum, seu Horizontem, inchoatus, &c.

ATQVE hunc in modum omnes quæstiones ad primum mobile spectantes, quæ per sinus, ac numeros, hoc est, per triangula sphærica soluuntur, expediri possunt per descriptionem vnius aut alterius arcus in Astrolabio; Et si quidem summa diligentia, vt par est, adhibeatur, tam certo, ut vix paucorum minutorum error contingere possit. Quæ res præclara sanè est; & ad hanc vsque diem, quod ego sciam, à nemine tentata, aut demonstrata. Restat, vt quemadmodum, quæ ab Oceano fluxerunt aquæ longis circuitionibus eodem reuoluuntur, sic quoniam bonum hoc, quodcunque est, manauit à fonte omnium bonorum, Deo optimo Maximo, gratiæ à nobis, quantæ à mortalibus esse possunt, maximæ auctori optimo, ac donatori liberalissimo agantur, & habeantur.

FINIS TERTII LIBRI.

ERRATA,

Quæ siue Correctorum aciem effugerunt, siue incuria irrepserunt Typographi, antequam legatur liber, emendanda, ne cursus interrumpatur legentium, hæc ferè sunt.

Pag.	*Lin.*	*Errata.*	*Correctiones.*
17	13	EI,IR;RC.	EI, IR, RB.
18.	19	in 6 partiti sumus.	in 6 partes partiti sumus
19	8	ad latus A B,	ad latus B C,
22	10	rectæ BA, ZA.	rectæ BK, zK,
22	11	anguli ad A,&L,	anguli ad K,& L,
22	21	angulos DEH, DFI,	angulos BEH,DFI,
23	9	RBV,SFD.	RBV, SDT,
25	1	BC,GF,HM,	BC, GF, NM,
25	28	AD,AC,positi,	AD,AG,positi,
29	15	angulus bAB,	angulus b A d,
29	16	gulo AFD,	gulo AFd,
29	29	IAE,	iAE.
29	36	A L P,	A l P,
37	10	in recta BE,	in recta B C,
37	27	secundæ GK,	secundæ GR,
40	18	Cr,ut	C,ut
44	15	constringatur,	constringatur,
45	1	cer puncta	per puncta
47	39	& linea FGH,	& plano FGH,
57	1.	tangit in	tangit in B.
57	19	RO,PP,	IO, IP,
57	31	HM:Ha, [illegible].m,	HM, [illegible]: Ha, m,
58	3	in 12. figura	in 12. signa
58	9	segmento	segmenta
58	10	parallelæ KS,	parallelæ kf,
60	14	anguli G E F, H P E,	anguli G E F, HFE,
63	27	LGN, MHS,	GLN, HMS,
65	14	basi KE,	basi HE,
69	37	verba hæc [ideoq; ex defin. 3. eiusdē lib. angu. GOQ, rect⁹ erit] deleanē.	
73	37	rectas CH,EH,	rectas CK, EH,
76	8	LOM, OEP,	LCM, OEP,
79	3.a fine	At verò B,	At vero B F,
81	6.à fine	APMB,	C P M B,
83	1	HYZ,	HYX,
83	5	obliquo GDI,	obliquo G K I,
83	23	ELf, C m e,	E l f, C m e,
84	37	Oo S a;	O n, S o;
86	3 à fine	CD, FA,	C D, FG,
96	8.à fine	p rectā L K,	per rectam I K,
100	10	bi, cK, ex semicirculis	bI, cK, ex quadrantibus
105	5.à fi.	MN,	DN,

Pag.	*Lin.*	*Errata.*	*Correctiones.*
109	6.à fi.	arc⁹ OR, QR,	arcus OR, QP,
113	35	parallela G,	parallela G K,
115	28	R L C, maior recto,	RLC, minor recto,
116	33	rectæ PN,	rectæ M N,
119	33	quadrātis mpD,	semicirculi mpD,
120	21	semidiurni IK,	semidiurni SK,
126	39	puncta D, E	puncta O, C, æqualiter à G, distantia,
126	40	puncta D, P, E,	puncta O, P, E, & versu 42. idē fiat.
132	17	ctum, H, i, n,	ctum, H, in
135	6	facit E N,	facit E M,
135	8	in M, cadet.	in N, cadet.
136	3	circulum A B,	circulos A B, CB.
136	14	æqualibus DE, C G,	æqualibus BE, GG,
136	14	ut in 3. figura,	ut in 2. figura.
137	2	aKE, AEK,	aKE, a E K.
145	38	arcus EG, EH,	arcus EG, FH,
146	pen.	secantis X, α,	secantis in X, α,
149	16	Tāgēs igit CP,	Tangens igitur GP,
156	37	& inchoatorū	& [illegible] inchoatorum
157	41	angulo AFG,	angulo AEG,
158	31	rectas FR, FS,	FR, F I,
166	8	Vt quia tāgens	Vt tangens
167	1	productam,	productum,
167	7	dimidia maioris	dimidio maioris
168	10	& L M.	ex L M.
178	4. à fi.	non solum habeat	non solum locum habeat
180	3	dempta M E,	dempta M s,
180	5	relicti E P,	relicti s P,
180	12	ME, equali ipsi K P,	Ms, æquali ipsi RP,
180	14	compositę EP,	compositæ s P,
183	7.à fi.	qui minori	qui maiori
228	2.à fi.	188, addem⁹ 182.8.	1828. addemus 1828.
229	5	inter sinum proximè minorē.	Inter sinū ppositū, & sinum proxime minorem.
262	19	per pblema 10.	per problema 11.
268	23	rum equalium	In Isoscele;
268	24	In Isoscele,	Vt alterutrum late-
268	25	vt alterutrū late-	rum æqualium

Pag.	Lin.	Errata	Correctiones.
275	15	à puncto E,	à puncto C,
276	13	rectę ad cētrū.	rectæ ad polum A.
281	4	oppositi inæquales	oppositi æquales
283	16	q̃ LV, ad VK.	quàm h i, ad i S, hoc est, q̃ LV, ad VK.
296	10.à fi.	blaati	ablati
296	3.à fi.	LM, IP,	LN, I P,
311	22	ad finē Num. 21.	ad initium Num. 25.
312	7	utt,	V t t,
314	16	AMGN,	AMCN,
314	17	AQG,	AQC,
314	36	D ω;	B ω;
323	7	ē sit parallelas	etiamsi parallelas
323	12	repręsentāt partes	repræsentant partes aliquas
327	9	punctis I, P,	punctis H, P,
339	7	recta TV,	recta TX,
343	16	MQ, KQ,	MQ, KO,
345	34	VZ, BA,	LZ, BA,
347	18	ctæ EP, GP;	ctæ FT, GT;
347	vlt.	arcui à D,	arcui à G,
349	1	erit IG,	erit IT,
350	1.& 3	AO, AK,	AO, AV,
359	4	Igitur S A,	Igitur ſA,
361	26	AXK,	AXk,
365	9	Nadir K,	Nadir k,
374	28	A, f, G,	A, f, C,
376	8	rectam SD,	rectam S T,
379	5. à fine	K, H,	R, H,
382	4	Q, eiusdem	q, eiusdem
384	10. a fine	a cētris B, I,	a centris E, I,
390	16. & 18	a polo I,	a polo K,
395	1	factę (	factæ)
399	2	in illo pūcto V,	in illo a puncto V,
403	5.	per Lemma 44. IQ. VX, vel ρQ, ρX. Idem æquales erūt in sphęra arcus quoq;	per Lēma 44. æquales erunt in sphęra arcus IQ, VX, vel ρQ, ρX. Idem quoque
403	10. & 11	obliquus IKL,	obliquus IKI,
403	13. & 14	versus XL,	versus Xl,
403	17	recta nb,	recta mb,
409	13	metri LN,	metri IN,
413	9	per radiū AC,	per radium Ac,
416	4	PqH,	FqH,
420	29	hoc est, PHQ.	hoc est, PhQ,
430	2	AM, mT,	AM, in T,
435	45	& recta BM,	& recta Bu,
455	30	eum in d,	eum in H,
457	23	ω, in ortū, & π, in	π, in ortum, & ω, in

Pag.	Lin.	Errata	Correctiones.
457	33	versus austrum	versus boream
459	3. à fine	KK,	kk,
465	10	A a, ii,	inter rectas IR, IZ,
470	7. a fi.	recta EL,	recta FL,
482	2	HEP,	HFP,
483	9	LK, OL,	LK, ON,
483	33	BH, GI,	FH, GI,
497	3. a fi.	IL, LH,	IL, LN,
501	32	min. 25.	min. 21.
501	9. à fi.	recta μβ,	recta Mβ,
508	2	in punctis H, P,	in punctis N, P,
509	6	arcum 6. grad.	arcum 60. grad.
511	10	fiat Mπ,	fiat μπ,
515	18. à fi.	recta HE,	recta GE,
526	3	vera OM,	vera PQ,
530	12	a recta ET,	a recta OT,
534	5. à fi.	in 2. figura	in 3. figura
537	17	in vtraque rectarum	cum vtraque rectarum
537	38	duabus RI, RI,	duabus Rl, RI,
604	5	arcus GH, latitudinem	arcus GH, complementū latitudinis
605	27. & 28	ad semissē	ad sinum semissis
607	5	quæsitam El,	quæsitam EL,
610	3. a fi.	arcus Bf,	arcus Cf,
615	34	ipsi Es,	ipsi Hs,
616	pen.	arcus KO.	arcus K°.
618	29	cum arcu ♍♊,	cum arcu ♏♐,
618	6. a fi.	minor est ascensione	maior est ascensione
620	5. fi.	deleantur hæc verba	[punctum in Meridiano sub Horizonte]
624	3	anguli i V k,	anguli k i V,
624	20	fl,	fn,
625	37	datæ AC,	datæ AB,
629	5. a fi.	ita sinus maioris	ita sinus minoris
629	2. a fi	latera GG, FH,	latera FG, GH,
633	5	cum AD,	cum AC,
639	20	& OB,	& OL,
639	29	& OK,	& OX,
659	10	& arcus tk,	& arcus u k,
662	1	ex KT, altitudine meridiana	ex K Γ, sinu altitudinis meridianæ
666	35	recta Eclipticæ	recta puncti Eclipticæ
667	26	min. 55	min. 15
677	15	borealem ducitur;	borealem ductus efficit;
677	18	borealiorē ducitur;	borealiorem ductus constituit;

Pag.	Lin.	Errata	Correctiones
681	2	latitudinem poli	altitudinem poli
683	5.a fi.	in P, eritque P, I, situs	in P, I, eritque P, situs
684	4.a fi.	inter P, H,	inter P, I,
694	17	DHI,	DSI,
701	pen.	fi omnium	fi circuli omnium
711	22	& 10. ab occ.	& 16. ab occ.
723	11.a fi.	recta FLe,	recta FTe,
724	20.a fi	radio bm,	radio Bm,
725	14	DIN,	DIQ,
740	3	cadẽtes LK.	cadentes LY,
740	3	quidem LK,	quidem LY,
743	8	FVQ,	XVQ.
746	1	sed BQ,	sed AQ,
746	12	CQS,	CQG,

LINEAE ET LITERAE, QVAE IN quorundam exemplarium figuris desunt.

22 In recta prope lineam AB, deest litera E, in intersectionibus eius cum arcubus BG, BI, BL.

55 Deest recta NP, diameter tropici ♑.

63 Vbi semicirculi MVH, DEF, se intersecant, ponatur O, pro C.

66 In extremitate rectæ AC, deest L.

82 In intersectione rectarum AC, Or, deest t. Et in intersectione rectarum EF, SR, deest n.

85 In extremitate rectæ Nqe, deest L, in circunferentia.

105 In 2. figura deest C, in extremitate diametri AF.

318 In suprema parte rectę BD, deest F, & in infima parte K.

346 In extremitate rectæ Ie, deest T. Et supra hanc in extremitate rectæ If, deest g.

360 In extremitate rectæ $\beta\lambda$, deest ı, prope f.

406 Deest recta Rfg.

429 In extremitate diametri AE, deest C.

434 In extremitate diametri Aequatoris AE, deest C. Et in extremitate rectæ Af, deest g.

489 Litera g, quæ est in extremitate rectæ ME, debet esse in extremitate diametri fE.

518 Recta Fd, producatur, donec circulum FGO, secet in p.

620 In extremitate perpendicularis ad VX, ex n, eductæ deest ξ. Et in extremitate perpendicularis ex τ, ductæ deest π.

738 Producatur recta VEL, donec circumferentiam secet prope punctum Y.

EGO Fridericus Metius legi tres libros, quos admodum Reuer. Pater Christophorus Clauius Bambergensis e Societate IESV conscripsit de Astrolabio, in quibus nihil inueni, quod pias & religiosas offenderet aures, sed omnia summa doctrina, suo more, scripta reperi, & summa pietate coniuncta. In quorum fidem hæc scripsi profesto die Assumptionis Gloriosæ Beatiss. Virginis 1593.

Fridericus qui supra manu propria.

REGESTVM

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Sf Tt Vu Xx Yy Zz.

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn Ooo Ppp Qqq Rrr Sff Ttt Vuu Xxx Yyy Zzz.

Aaaa Bbbb Cccc Dddd Eeee Ffff Gggg Hhhh Iiii Kkkk Llll Mmmm Nnnn Oooo Pppp Qqqq Rrrr Sfff Tttt Vuuu Xxxx Yyyy Zzzz.

Aaaaa Bbbbb.

Omnia sunt folia, præter Bbbbb, folium & semis.

ROMAE, Ex Typographia Gabiana. M. D. XCIII.